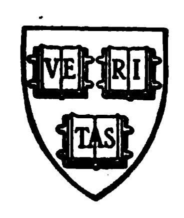

VE RI
TAS









SITZUNGSBERICHTE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LIII. BAND. I HEFT.

Jahrgang 1866. — Jänner.

(Mit 1 Tafel.)

ZWEITE ABTHEILUNG.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN, BUCHHÄNDLER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1866.

INHALT

SITZUNGSBERICHTE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

DREI UND FÜNFZIGSTER BAND.



WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN, BUCHHÄNDLER DER KAIS. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

1866.

SITZUNGSBERICHTE

DER

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

LIII. BAND. II. ABTHEILUNG.

JAHRGANG 1866. — HEFT I BIS V.

(Mit 17 Tafeln und 4 Holzschnitten.)

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN, BUCHHÄNDLER DER KAIS. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1866.

INHALT.



SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LIII. BAND.

ZWEITE ABTHEILUNG.

1.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

1866, Sept. 24.

I. SITZUNG VOM 4. JÄNNER 1866.

Herr Regierungsrath Ritter v. Ettingshausen im Vorsitze.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

Eine Concurrenzschrift für die am 30. Mai 1863 ausgeschriebene astronomische Preisaufgabe, mit dem Motto: „Les étoiles fixes sont donc des planètes (corps mobiles) d'un ordre supérieur, c.- à- d. d'un mouvement extrêmement lent etc.";

„Allgemeine Sätze zur Theorie der unregelmässigen Beobachtungsfehler", von Herrn Prof. Dr. A. Winckler;

„Le ghiandole acinose del cardia" von Herrn Dr. Ruggero Cobelli in Padua;

„Die ewige Psyche und Physis des Menschen" etc., von Herrn Fr. Zierler, quiesc. Salzbergs-Oberschaffer zu Aussee;

„Der Blutegelsumpf im Zimmer", von Herrn Jak. Nachtmann, Apotheker zu Sedletz in Böhmen;

„Der Verdunstungsmesser (Atmometer) in seiner einfachsten Form" und „das Pendel-Anemometer", von Herrn Dr. M. A. F. Prestel in Emden.

Herr Dr. A. Boué übergibt „eine kurze Ergänzungsnotiz über einige Wasserläufe des mittleren und nördlichen Albaniens".

Das c. M. Herr Prof. Dr. F. Ritter v. Hochstetter legt eine Abhandlung „über das Vorkommen von Eozoon im krystallisirten Kalke von Krummau im südlichen Böhmen" vor.

Herr Prof. Simony macht eine Mittheilung über die Krummholzvegetation des Sarstein bei Hallstatt.

Herr Prof. Dr. J. Boehm überreicht eine Abhandlung, betitelt: „Sind die Bastfasern Zellen oder Zellfusionen?"

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna: Memorie. Serie II. Tomo IV, Fasc. 2—3; Tomo V, Fasc. 1. Bologna, 1865; 4°— Rendiconto. Anno accademico 1864—1865. Bologna. 1865; 8°

Almanach der österr. Kriegs-Marine für das Jahr 1866. V. Jahrg. Triest, 1866; kl. 8°.

Annales des mines. VI° Série. Tome VII., 3° Livraison de 1865. Paris, 1865; 8°.

Apotheker-Verein, österr.: Zeitschrift. 3. Jahrg. 1865. Nr. 24; 4. Jahrg. 1866. Nr. 1. Wien; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1563—1565. Altona, 1865; 4°.

Bauzeitung, Allgemeine. XXX. Jahrg. 10.—12. Heft. Nebst Atlas. Wien, 1865; 4°. & Folio.

Chiolich-Löwensberg, Hermann von, Anleitung zum Wasserbau. III. Abtheilung. Stuttgart, 1866; 4°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXI., Nr. 23—24. Paris, 1865; 4°.

Cosmos. 2° Série. XIV° Année, 2° Volume, 24°—26° Livraisons. Paris, 1865; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXVI. Jahrg. 1865. Nr. 51—52; XXVII. Jahrg. 1866. Nr. 1. Wien; 8°.

Institut National Genevois: Bulletin. Tome XIII; Tome XIV, Nr. 27. Genève, 1865; 8°.

Istituto, I. R., Veneto di Scienze, Lettere ed Arti: Memorie. Vol. XII., Parte 2. Venezia, 1865; 4°. — Atti. Tomo X., Serie III°. Disp. 10°. Venezia, 1864—65; 8°.

— R., Lombardo di Scienze e Lettere: Classe di Lettere: Memorie. Vol. X. (I. della Serie III.) Fasc. 2. Milano, 1865; 4°. — Rendiconti. Vol. II. Fasc. 7. Milano, 1865; 8°. — Classe di Scienze matematiche e naturali: Memorie. Vol. X. (I. della Serie III.) Fasc. 2. Milano, 1865; 4°. — Rendiconti. Vol. II., Fasc. 6—8. Milano, 1865; 8°.

Leseverein, Akademischer, an der k. k. Universität in Wien: 4. Jahresbericht. Wien, 1865; 8°.

Land- und forstwirthschaftliche Zeitung. XV. Jahrg. Nr. 36. Wien, 1865; 4°.

Mittheilungen des k. k. Génie-Comité. Jahrgang 1865. 10. Heft. Wien; 8°.

— aus J. Perthes' geographischer Anstalt. Jahrg. 1865. X.—XI. Heft, nebst Ergänzungsheft Nr. 17. Gotha; 4°.

Moniteur scientifique. 216° Livraison. Tome VII° Année 1865. Paris; 4°.

Museum Francisco-Carolinum: 25. Bericht. Linz, 1865; 8°.

Nachtmann, Jakob, Zur Reform der Pharmacie. Prag, 1866; 8°

Observations météorologiques faites à Nijne Taguilsk. Année 1864. Paris, 1865; 4°.

Observatorio astronómico de Santiago de Chile: Observaciones meteorolójicas. 1860—1865. Santiago de Chile; gr. 8°. — Observaciones meridianas i micrométricas relativas al planeta Marte al tiempo de su oposicion en 1862. Santiago, 1863; 4°.

Osservatorio del R. Istituto tecnico di Ancona: Bullettino meteorologico. Nr. 10. Ottobre 1865. Folio.

— R. di Palermo: Bullettino meteorologico. Nr. 10. Ottobre 1865. Folio.

Reader. Nr. 155—157, Vol. VI. London, 1865; Folio.

Reichenbach, K. Freih. von, Ein dritter, vierter, fünfter, sechster und siebenter Versuch über Sensitivität und Od. 8°.

Wiener medizin. Wochenschrift. XV. Jahrg. 1865. Nr. 100—104; XVI. Jahrg. 1866. Nr. 1. Wien; 4°.

Wochen-Blatt der k. k. steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. XV. Jahrg. Nr. 4. Gratz, 1865; 4°.

Allgemeine Sätze zur Theorie der unregelmässigen Beobachtungsfehler.

Von dem w. M. Dr. A. Winckler,
Professor in Graz.

(Mit 2 Figuren.)

Zur analytischen Bestimmung der Wahrscheinlichkeit unregelmäßiger Beobachtungsfehler reichen bekanntlich die wenigen Merkmale nicht aus, welche aus der Natur dieser Fehler abgeleitet und als in allen Fällen giltig erachtet werden können. Läßt sich die Art, wie die Beobachtungsfehler aus ihren zumeist unbekannten Ursachen entstehen, wohl niemals allgemein angeben und ist dieselbe ohne Zweifel für jede andere Gattung von Beobachtungen wieder eine andere, so liegt der Mangel an vollständiger Kenntniß der Kriterien, welche zur Aufstellung des in allen Fällen giltigen Fehlergesetzes führen würden, eben so in der Natur der Sache, als die Annahme, es entspreche jeder Gattung von Beobachtungen ein anderes Fehlergesetz, nothwendig gemacht werden muß. Aus diesem Grunde trägt die Lösung der meisten hierher gehörigen Fragen, sofern sich dieselben auf Beobachtungen jeder Gattung beziehen, irgend etwas Unbestimmtes an sich und lassen sich nur durch Herbeiziehung weiterer, mit jenen Fragen mehr oder weniger verträglicher Hypothesen vollkommen bestimmte Resultate erlangen. Wie übrigens diese Hypothesen beschaffen sein mögen, keinenfalls dürfen sie eine Specialisirung des Fehlergesetzes zur Folge haben, soll die Lösung den Charakter der Allgemeinheit nicht verlieren.

Zu den Fragen bezeichneter Art gehört z. B. diejenige, aus deren Lösung die Methode der kleinsten Quadrate hervorgeht und welche Gauß und Laplace für jedes beliebige Fehlergesetz auf Grund zweier verschiedenen Hypothesen erörtert haben: Laplace, indem er die Anzahl der Beobachtungen als sehr groß voraussetzte, Gauß, indem er annahm, es solle der „mittlere Fehler" aller aus den Beobachtungen abgeleiteten Bestimmungen ein Minimum sein.

Eine andere hierher zu zählende Frage betrifft den Ausdruck, wonach die Unsicherheit der Beobachtungen und der daraus abgeleiteten Resultate zu beurtheilen sei. Auch diese Frage läßt sich, in so lange die Allgemeinheit des Fehlergesetzes nicht beschränkt wird, nur auf Grund einer mehr oder weniger willkürlichen Hypothese erledigen; Laplace betrachtet als jenen Ausdruck die Summe aller absolut genommenen und mit ihrer relativen Wahrscheinlichkeit multiplicirten Fehler, Gauß dagegen die Summe der mit dieser Wahrscheinlichkeit multiplicirten Fehlerquadrate, woraus, wie bekannt, die beiden Arten mittlerer Fehler dieser Mathematiker erhalten werden.

Diese Bemerkungen glaubte ich vorausschicken zu müssen, um nun die Gegenstände, womit sich das Folgende beschäftigen wird, mit wenigen Worten bezeichnen zu können.

Blos aus den allgemein zulässigen, alsbald näher anzugebenden Eigenschaften des Fehlergesetzes, und ohne Zuhilfenahme irgend einer andern Hypothese, werden in Form von Ungleichheiten oder Eingrenzungen mehrere neue Relationen zwischen den Mittelwerthen beliebiger Potenzen der Beobachtungsfehler, zwischen der Wahrscheinlichkeit, daß der Beobachtungsfehler innerhalb gewisser Grenzen liege, so wie zwischen diesen Grenzen selbst abgeleitet, und hierdurch einige Sätze begründet, welche als weitgehende Folgerungen aus den wenigen, bezüglich des Fehlergesetzes zu Grund gelegten Prämissen, und — weil in ihnen die Grenzen der überhaupt möglichen Fehler durchaus als endliche Größen betrachtet werden — insbesondere auch als Gegenstand der Integralrechnung einige Beachtung zu verdienen scheinen. In letzterer Hinsicht schließt sich die vorliegende Arbeit an meine frühere, betitelt: „Allgemeine Formeln zur Schätzung und Grenzbestimmung einfacher Integrale" (Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Classe, Bd. 52) an. In so fern bereits bekannte Resultate in Rede kommen, werde ich nicht ermangeln, dies mit Angabe der betreffenden Literatur, so weit mir dieselbe zugänglich ist, ausdrücklich zu bemerken.

1.

Es bezeichne x einen vom sogenannten constanten Theil freien, „unregelmässigen" Beobachtungsfehler, und es sei $\varphi(x)$ das Fehler-

gesetz, also $\varphi(x)\,dx$ die Wahrscheinlichkeit dieses Fehlers x. Bezüglich der Eigenschaften von $\varphi(x)$ wird vorausgesetzt:

Alle Beobachtungsfehler liegen zwischen gewissen endlichen Grenzen und zwischen diesen Grenzen liegend sind alle Fehler möglich, obgleich von verschiedener Wahrscheinlichkeit. Kleinere Fehler sind leichter möglich als größere.

Die Function $\varphi(x)$ ist also innerhalb des Intervalls der möglichen Beobachtungsfehler eine mit wachsendem x beständig abnehmende Function, die für $x = 0$ ihren größten Werth erreicht, außerhalb jenes Intervalles aber Null ist.

Negative Fehler sind eben so leicht möglich als positive von gleicher Größe.

Die Function $\varphi(x)$ ist daher als gerade Function zu betrachten, wofür $\varphi(-x) = \varphi(x)$ ist.

Werden mit $-a$ und $+a$ die Grenzen der möglichen Fehler bezeichnet, so ist also

$$\varphi(-a) = \varphi(+a) = 0$$

und

$$\int_{-a}^{+a} \varphi(x)\,dx = 2\int_0^a \varphi(x)\,dx = 1.$$

Wird ferner unter K_n der mittlere Werth (das arithmetische Mittel) der n. Potenzen aller möglichen, aber absolut genommenen Beobachtungsfehler verstanden, so ist:

$$K_n = 2\int_0^a x^n \varphi(x)\,dx \quad \text{und} \quad K_0 = 1.$$

Der Kürze wegen werde zugleich:

$$k_n = \sqrt[n]{K_n}$$

gesetzt, wobei etwa k_n der mittlere Fehler der n. Ordnung genannt werden könnte. Dann ist $k_1 = K_1$ der mittlere Fehler nach der Definition von Laplace, und $k_2 = \sqrt{K_2}$ der mittlere Fehler im Sinne von Gauß, wie bereits bemerkt wurde.

Bezeichnet man endlich mit y die Wahrscheinlichkeit, daß ein Beobachtungsfehler zwischen den Grenzen $-x$ und $+x$ liegen werde, so ist:

$$y = \int_{-x}^{+x} \varphi(x)\, dx = 2 \int_{0}^{x} \varphi(x)\, dx.$$

Auf die vorhin angegebenen Eigenschaften der Function $\varphi(x)$ gestützt, sind mehrere sehr merkwürdige Sätze gefunden worden, welche ich, meines Wissens vollständig, unter Anwendung der so eben eingeführten Bezeichnung, hier folgen lasse.

2.

Laplace fand (Mémoires de l'Institut. Année 1810. I. Partie. p. 327) für das mittlere Fehlerquadrat eine obere Grenze, ausgedrückt durch die Grenze der möglichen Beobachtungsfehler, welche durch die Ungleichheit:

$$K_2 < \frac{a^2}{3}$$

gegeben ist.

Gauß begründet (Theoria combinat. observ. art. 10) den schönen Satz, daß, ebenfalls für jedes Fehlergesetz:

$$x \leqq y\sqrt{3K_2} \qquad \text{wenn} \qquad y < \frac{2}{3}$$

und

$$x \leqq \frac{2\sqrt{K_2}}{3\sqrt{1-y}} \qquad \text{wenn} \qquad y > \frac{2}{3}.$$

In derselben Abhandlung, art. 11, führt Gauß den weiteren Satz, jedoch ohne Beweis an, daß:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^4 \varphi(x)\, dx \geqq \frac{9}{5} k_2^4$$

oder also:

$$K_4 \geqq \frac{9}{5} K_2^2.$$

Die bekannten Ausdrücke, welche derselbe Geometer auf Grundlage der gewöhnlichen Form des Fehlergesetzes für die Größen K fand (Zeitschrift von Lindenau und Bohnenberger, Bd. I), gehören selbstverständlich nicht hierher.

In einem Aufsatze der Zeitschrift von Baumgartner und Ettingshausen (Bd. VII, S. 298) ist der, wie sich später ergeben

wird, zwar richtige, aber auf eine irrthümliche Beweisführung gestützte Satz ausgesprochen, daß:

$$K_n \geqq \frac{2^n}{n+1} K_1^n.$$

Andere diesen Gegenstand betreffende Resultate sind mir nicht bekannt.

3.

Es ist der Natur der folgenden Betrachtungen angemessen, den Zusammenhang zwischen der Wahrscheinlichkeit, daß ein Beobachtungsfehler unter einer gewissen Grenze liegen werde, und dieser Grenze selbst, also die Gleichung

$$y = 2\int_0^x \varphi(x)\, dx$$

geometrisch aufzufassen, nämlich durch eine Curve darzustellen, deren Abscisse x und zugehörige Ordinate y ist, und welche, wie sich von selbst versteht, von der Curve verschieden ist, die gewöhnlich Wahrscheinlichkeitscurve genannt, $\varphi(x)$ zur Ordinate und x zur Abscisse hat.

Bezeichnet man die Differentialquotienten in der Art von Lagrange, so folgt:

$$y' = 2\varphi(x).$$

Aus dieser Gleichung nun und den früher angegebenen Eigenschaften von $\varphi(x)$ lassen sich sehr einfach die folgenden Anhaltspunkte bezüglich des Verlaufes jener Curve ableiten. Da $\varphi(x)$ mit wachsendem x beständig abnimmt, wenigstens nicht wächst, also für $x = 0$ den größten Werth erlangt und für $x = +a$ Null wird, dabei aber beständig positiv bleibt, so wächst die Ordinate unausgesetzt und zwar stetig mit der Abscisse von $x = 0$ bis $x = a$. Aus demselben Grunde aber ist dieses Wachsen der Ordinate im Anfangspunkte am stärksten, dann abnehmend und von $x = a$ an fortwährend Null. Die Curve kehrt also der Abscissenaxe ihre hohle Seite zu und geht von $x = a$ an in eine zu dieser Axe parallele gerade Linie über; sie liegt somit in der Nähe jedes ihrer Punkte zwischen der Tangente

und der Axe, was übrigens in ganz gleicher Weise auch aus der Bemerkung sich ergibt, daß:

$$y'' = 2\varphi'(x)$$

negativ sein müsse, weil $\varphi(x)$ eine abnehmende Function, folglich $\varphi'(x)$ negativ, wenigstens nicht positiv ist, und daß der größte Werth, welchen die Ordinate erreicht und von $x = a$ an beständig behält, $y = 1$ ist.

Den ganz gleichen Verlauf nimmt die Curve für negative x, mit dem Unterschiede jedoch, daß, weil y eine ungerade Function ist, die zugehörigen Ordinaten negativ sind, die Curve also unterhalb der Axe liegt und im Anfangspunkte eine Inflexion erleidet. Übrigens kommt dieser zweite Theil der Curve hier gar nicht in Betracht. —

Alles, was hier über diese Curve angeführt wurde, hätte sich eben so leicht auch ergeben, wenn man, nicht wie bisher y als Function von x, sondern umgekehrt x als Function von y gedacht hätte. Da im Folgenden gerade von der letzteren Annahme in der Regel ausgegangen wird, so mögen jetzt schon einige Bemerkungen hierüber Platz finden.

Es sei:

$$x = \psi(y) \quad \text{abgeleitet aus} \quad y = \int_{-x}^{+x} \varphi(x)\, dx.$$

Offenbar ist $\psi(y)$ eine von $y = 0$ bis $y = 1$ mit y gleichzeitig wachsende, durchaus stetig bleibende Function und zwar ist $\psi(0) = 0$, $\psi(1) = a$.

Da ferner $\psi'(y) = \frac{1}{2\varphi(x)}$, so sieht man, daß $\psi'(y)$ eine bis in's Unendliche wachsende Function ist und stets positiv bleibt; insbesondere ergibt sich $\psi'(0) = \frac{1}{2\varphi(0)}$, oder, da

$$1 < \int_{-a}^{+a} \varphi(0)\, dx \quad , \quad \text{also} \quad 2a\varphi(0) > 1$$

ist, so folgt $\psi'(0) > a$, und da $\varphi(a) = 0$, so ergibt sich $\psi'(1) = \infty$.

Da endlich $\varphi'(x)$ niemals einen positiven Werth annimmt, und $\psi''(y) = -\frac{\varphi'(x)}{4\varphi(x)^3}$ ist, so behält $\psi''(y)$ immer das positive Zeichen

und ist eine in's Unendliche wachsende Function, denn weil $\psi'(1) = \infty$, so ist nothwendig auch $\psi(1) = \infty$.

Diese Erörterungen lassen den beachtenswerthen Umstand erkennen, daß der Verlauf der bisher betrachteten Curve, deren Gleichung $x = \psi(y)$ ist, in mehrfacher Hinsicht bestimmter vorliegt, als jener der sogenannten Wahrscheinlichkeitscurve, deren Ordinate $\varphi(x)$ ist. Denn von $\varphi(x)$ kennt man nur für einen Werth von x, nämlich für $x = a$ den Werth $\varphi(a) = 0$, und läßt sich keineswegs mit Bestimmtheit voraussetzen, daß diese Function für alle zwischen 0 und a liegenden Werthe von x stetig bleibe. Dagegen lassen sich die Werthe von $\psi(y)$ für zwei Werthe von y angeben, da $\psi(0) = 0$, $\psi(1) = a$, und bleibt $\psi(y)$ durchaus continuirlich.

Sodann ist von $\varphi'(x)$ nur bekannt, daß es nie positiv wird, aber den Werth, welchen es für irgend ein bestimmtes x, etwa für $x = 0$, oder $x = a$ annimmt, kann man a priori nicht angeben, während von $\psi'(y)$ nachgewiesen werden konnte, daß es beständig positiv bleibt, beständig wächst und für $y = 1$ unendlich groß wird.

Von $\varphi''(x)$ läßt sich nicht einmal das Zeichen, geschweige denn der Verlauf seiner Werthe bestimmen, indessen von $\psi''(y)$ nachgewiesen wurde, daß es beständig positiv bleibt, beständig wächst und für $y = 1$ ebenfalls unendlich groß wird.

Diese Bemerkungen gelten in noch größerem Maße von den Curven, deren Ordinate das 2, 3, 4,...fache zwischen den Grenzen 0 und x genommene Integral von $\varphi(x)$ ist.

4.

Den vorhergehenden Bestimmungen entsprechend ist in Fig. 1 die Gleichung $x = \psi(y)$ durch die Curve OPQ dargestellt. Die Sehne OQ bildet die eine, und die beiden Schenkel des rechten Winkels ORQ bilden die andere Grenze, über welche die Curve nicht hinaustreten kann. In dem Punkt Q, dessen Coordinaten a und 1 sind, geht sie in eine zur Axe parallele gerade Linie über.

Irgend einen Punkt P der Curve, dessen Coordinaten x und y sind, verbinde man durch Sehnen mit dem Anfangs- und Endpunkte O und Q.

Die Tangente des Punktes P schneidet auf der Ordinatenaxe ein Stück $OT = u$ ab, welches immer positiv, oberhalb der Axe liegt.

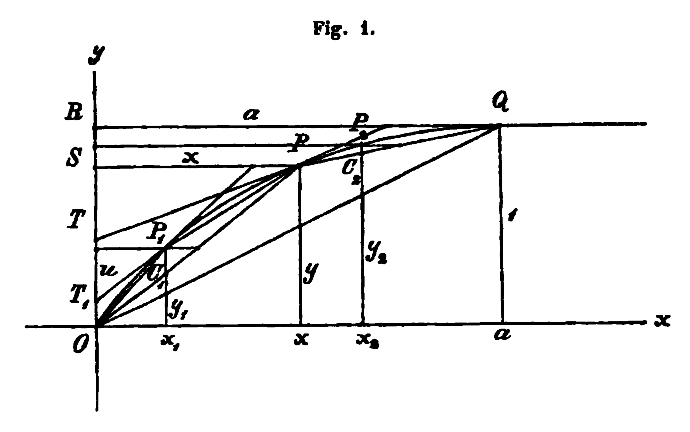


Fig. 1.

Die Coordinaten irgend eines zwischen O und P liegenden Punktes P_1 seien x_1, y_1; die Coordinaten eines Punktes P_2 zwischen P und Q dagegen x_2, y_2. Also ist

$$x = \psi(y) \quad , \quad x_1 = \psi(y_1) \quad , \quad x_2 = \psi(y_2)$$

und da die Curve durch den Anfangspunkt gehend, ihre hohle Seite der x-Axe zukehrt, so ist:

$$y' < \frac{y}{x} \quad \text{oder also} \quad \psi'(y) > \frac{x}{y} \quad \text{und} \quad x < y\psi'(y)$$

und wie aus den vorigen Auseinandersetzungen unmittelbar folgt:

$$\frac{y_1}{x_1} > \frac{y}{x} > \frac{y_2}{x_2} > \frac{1}{a} > \frac{1-y}{a-x}$$

$$\frac{y_1}{x_1} > \frac{y-y_1}{x-x_1} > \frac{y_2-y}{x_2-x} > \frac{1-y_2}{a-x_2} \, .$$

wobei der mögliche Fall der Gleichheit nicht auszuschließen ist. Auch findet zwischen x, y, u die Gleichung statt:

$$x = (y-u)\,\psi'(y).$$

Mit Rücksicht auf die vorigen Bestimmungen läßt sich ferner die im Art. 1 bezeichnete Größe:

$$K_n = 2\int_0^a x^n \varphi(x)\, dx$$

wie folgt transformiren. Es werde y, in der bisherigen Bedeutung, die neue Integrationsveränderliche; man setze also:

$$x = \psi(y) \quad \text{so ist:} \quad \varphi(x)\,dx = \frac{1}{2}\,dy$$

und bemerke, daß den Grenzen 0 und a von x die Grenzen 0 und 1 von y entsprechen, dann wird man finden:

$$K_n = \int_0^1 [\psi(y)]^n\,dy$$

Es verdient bemerkt zu werden, daß sich hiernach die Größe K_n geometrisch als das Integral der n. Potenz der Abscisse SP, über den Raum OQR der Curve erstreckt, darstellt.

5.

Auf die bisherigen Betrachtungen gestützt ist es nicht schwer, mehrere Relationen in Form von Ungleichheiten aufzustellen, in welchen die bisher eingeführten Grössen, insbesondere x, y, a, K vorkommen.

Ein Weg, zu solchen Relationen zu gelangen, bietet sich sehr einfach in der Bemerkung an, daß das Integral, welches K_n darstellt, kleiner ist als jenes, welches sich auf den Raum $OPQR$ des Polygons bezieht, dessen Seiten OP und OQ an die Stelle der Curve treten.

Nun ist der auf die Sehne OP sich beziehende Theil des letzteren Integrales offenbar

$$= \int_0^y \left[\frac{x}{y}\,y_1\right]^n dy_1 = \frac{x^n y}{n+1}$$

und der der Sehne PQ entsprechende Theil

$$= \int_y^1 \left[x + \frac{a-x}{1-y}(y_2 - y)\right]^n dy_2 = \frac{1-y}{a-x} \cdot \frac{a^{n+1} - x^{n+1}}{n+1}$$

Die Summe der beiden Theile ist größer als K_n, man hat also:

$$K_n < \frac{a^{n+1} - x^{n+1} - ay\,(a^n - x^n)}{(n+1)\,(a-x)}$$

Faßt man die dieser Relation zu Grunde liegenden Bestimmungen zusammen, so ergibt sich der folgende Satz:

Sind $-a$ und $+a$ die Grenzen der möglichen Beobachtungsfehler, bezeichnet $k_n = \sqrt[n]{K_n}$ den mittleren Fehler n. Ordnung und y die Wahrscheinlichkeit, daß ein Beobachtungsfehler zwischen die Grenzen $-x$ und $+x$ fallen werde, so ist:

$$k_n < \sqrt[n]{\frac{a^{n+1} - x^{n+1} - ay\,(a^n - x^n)}{(n+1)\,(a-x)}}$$

und:

$$y < \frac{a^{n+1} - x^{n+1} - (n+1)\,(a-x)\,K_n}{a(a^n - x^n)}$$

Insbesondere ist auch (für $x = a$, $y = 1$):

$$k_n < \frac{a}{\sqrt[n]{n+1}} \quad , \quad \text{oder} \quad K_n < \frac{a^n}{n+1}$$

Einige besondere Fälle dieser allgemeinen Ergebnisse verdienen bemerkt zu werden.

Für $n = 1$ folgt:

$$k_1 < \frac{1}{2}(a + x - ay) \quad , \quad \text{auch} \quad k_1 < \frac{a}{2}$$

$$y < \frac{a + x - 2k_1}{a} \quad , \quad \text{auch} \quad x > 2k_1 - (1-y)\,a$$

Für den sogenannten „wahrscheinlichen Fehler“ ist $y = \frac{1}{2}$; bezeichnet man ihn mit ξ, so folgt:

$$\xi > 2k_1 - \frac{a}{2}$$

Für $n=2$ findet man:

$$k_2 < \sqrt{\frac{a^2+ax+x^2-ay(a+x)}{3}},$$

auch

$$k_2 < \frac{a}{\sqrt{3}}, \qquad y < \frac{a^2+ax+x^2-3k_2^2}{a(a+x)},$$

und

$$x > -(1-y)\frac{a}{2} + \sqrt{3k_2^2-(1-y)(3+y)\frac{a^2}{4}}.$$

Die in Art. 2 angeführte Relation $K_2 < \frac{a^2}{3}$ ist also nur ein besonderer Fall einer ganz allgemeinen Formel.

Da x in ξ übergeht für $y=\frac{1}{2}$, so findet man für den wahrscheinlichen Fehler eine zweite untere Grenze, nämlich es ist:

$$\xi > -\frac{a}{4} + \sqrt{3k_2^2 - \frac{7}{16}a^2}.$$

6.

Der wahrscheinliche Fehler, wovon so eben die Rede war, ist als die Größe, welche der Beobachtungsfehler eben so leicht überschreitet, als nicht erreicht, welcher also die Hälfte der Wahrscheinlichkeit resp. Gewißheit entspricht, daß der Fehler zwischen die Grenzen der überhaupt möglichen Fehler fallen werde, aus der gebräuchlichen Form des Fehlergesetzes des Näheren bestimmt und häufig in Betracht gezogen worden, obgleich derselbe für jenes Fehlergesetz nichts anderes als eine dem mittleren Fehler k_2 proportionale Größe ist. In nicht geringerem Maße verdient auch umgekehrt die Frage nach der Wahrscheinlichkeit, daß der Fehler einer Beobachtung kleiner als die Hälfte des größten noch möglichen Fehlers sein werde, eine nähere Berücksichtigung: eine Frage, welche offenbar nur gestellt werden kann, wenn dieser größtmögliche Fehler als eine endliche gegebene Größe betrachtet wird. Die Lösung dieser Aufgabe kann wieder nur in der Angabe von Grenzen bestehen, zwischen welchen die in Frage gestellte Wahrscheinlichkeit liegen muß.

Zunächst ist klar, daß diese Wahrscheinlichkeit größer als jene des wahrscheinlichen Fehlers, nämlich größer als $\frac{1}{2}$ sein muß; denn da nach Art. 4 beständig $ay > x$ ist, so folgt, wenn $x = \frac{1}{2}a$ gesetzt wird, in der That $y > \frac{1}{2}$. Der Weg, zu einer weiteren Eingrenzung zu gelangen, liegt weniger nahe und macht die abermalige Benützung der Fig. 1 erforderlich.

Es sei P ein Punkt, dessen Abscisse $x = \frac{1}{2}a$, und dessen Ordinate $y = \eta$ die vorhin bezeichnete Wahrscheinlichkeit ist. Die Sehnen OP und PQ sind einander gleich, da aber der Bogen der ersteren stärker gekrümmt ist als der Bogen der letzteren Sehne, so ist auch der Inhalt des Segments OP größer als jener des Segments PQ.

Die letztere Behauptung, auf welche sich die nächst folgenden Bestimmungen stützen müssen, bedarf eines genaueren Nachweises.

Es seien P_1 und P_2 zwei Punkte der bisher betrachteten Curve, so gewählt, daß die Abscisse des ersteren der Abscissendifferenz $x_2 - x$ des letzteren und des Punktes P gleich ist, daß also

$$x_2 - x = x_1 \quad , \quad x_2 = \frac{1}{2}a + x_1$$

Nun läßt sich zeigen, daß das zwischen der Sehne und der Curve liegende Ordinatenstück C_1P_1 größer ist als jenes C_2P_2. Da nämlich:

$$C_1P_1 = y_1 - \frac{2y}{a}x_1 \quad , \quad C_2P_2 = y_2 - y - \frac{2(1-y)}{a}(x_2 - x)$$

und da einmal: $\quad 2y > 2(1-y) \quad$ weil $\quad y > \frac{1}{2}$

und dann: $\quad y_2 - y < y_1 \quad$ weil $\quad \frac{y_2 - y}{x_2 - x} < \frac{y_1}{x_1}$ nach Art. 4,

so folgt:

$$C_1P_1 < y_1 - \frac{2(1-y)}{a}x_1 \quad , \quad C_2P_2 > y_2 - \frac{2(1-y)}{a}x_1 .$$

Es ist also in der That

$$C_1P_1 > C_2P_2$$

so daß, wenn man das erstere Stück mit dx_1 und das letztere mit dx_2 multiplicirt und dann zwischen den bezüglichen Grenzen 0 und $\frac{1}{2}a$, $\frac{1}{2}a$ und a integrirt, wodurch die Inhalte der beiden Segmente

gefunden werden, das Segment der Sehne OP als das größere sich herausstellt. Anstatt sich auf die Betrachtung der Flächeninhalte zu beschränken, kann man allgemeiner C_1P_1 mit $x_1^n dx_1$ und C_2P_2 mit $\left(x_2 - \frac{1}{2}a\right)^n dx_2$ multipliciren und dann wie angegeben die beiden Ausdrücke integriren.

Man erhält, wenn zugleich $x = \frac{1}{2}a$, $y = \eta$ gesetzt wird:

$$\int_0^{\frac{a}{2}} \left[y_1 - \frac{2\eta}{a} x_1\right] x_1^n dx_1 >$$

$$\int_{\frac{a}{2}}^{a} \left[y_2 - \eta - \frac{2(1-\eta)}{a}\left(x_2 - \frac{a}{2}\right)\right]\left(x_2 - \frac{a}{2}\right)^n dx_2$$

und wenn man mit Rücksicht auf die Gleichungen

$$dy_1 = 2\varphi(x_1)\,dx_1 \quad , \qquad dy_2 = 2\varphi(x_2)\,dx_2$$

die Integration theilweise ausführt, dabei bemerkt, daß y_1 und y_2 für $x_1 = \frac{a}{2}$ und $x_2 = \frac{a}{2}$ in η und für $x_2 = a$ in 1 übergehen, auch die nöthigen Reductionen vornimmt:

$$\frac{2\eta - 1}{2n+4}\left(\frac{a}{2}\right)^{n+1} > \int_0^{\frac{a}{2}} x^{n+1}\varphi(x)\,dx - \int_{\frac{a}{2}}^{a}\left(x - \frac{a}{2}\right)^{n+1}\varphi(x)\,dx.$$

Die nähere Entwicklung dieser Relation führt für $n = 0, 1, 2 \ldots$ zu dem folgenden Satz:

Bezeichnet $\pm a$ die äußerste Grenze der möglichen Beobachtungsfehler, wird ferner:

$$K_m = 2\int_0^a x^m \varphi(x)\,dx \quad , \qquad H_m = 2\int_0^{\frac{a}{2}} x^m \varphi(x)\,dx$$

gesetzt, und ist η die Wahrscheinlichkeit, daß ein Beobachtungsfehler zwischen $-\frac{a}{2}$ und $+\frac{a}{2}$ fallen werde, so hat man $\eta > \frac{1}{2}$ und zugleich:

$$\eta > \frac{3}{4} - \frac{K_1 - 2H_1}{a}$$

$$\eta < 2 - 12 \cdot \frac{K_1 - H_1}{a} + 12 \cdot \frac{K_2 - 2H_2}{a^2}$$

$$\eta > \frac{5}{6} - 4\frac{K_1 - H_1}{a} + 8 \cdot \frac{K_2 - H_2}{a^2} - 16 \cdot \frac{K_3 - 2H_3}{3a^3}$$

u. s. w.

7.

Die im Art. 5 abgeleiteten Beziehungen haben ihren Ursprung in einer oberen Grenze für K_n und es bleibt nunmehr noch zu zeigen übrig, wie man diese Größe auch nach unten hin eingrenzen könne.

Um einen Ausdruck zu finden, welcher stets kleiner als K_n ist, kehre ich zu den Bemerkungen des Art. 4 zurück, wonach der Winkel der Tangente PT (Fig. 1) und der x-Axe eine mit wachsendem x bis zu Null abnehmende, stets positive Größe ist. Setzt man nun an die Stelle der Curve deren Tangente und bildet man in Bezug auf letztere das in Art. 4 definirte Integral K_n, beschränkt man dieses also auf den Umfang des von der Tangente, der Axe der y und der zur x-Axe parallelen Geraden QR gebildeten Dreiecks, so erhält man offenbar einen unter K_n liegenden Werth. Da nun jene Tangente die Axe der y in dem Abstand $OT = u$ schneidet, so erstreckt sich die Integration der n. Potenz der Tangentenabscisse (Art. 4) nach y_1 von u bis 1, und da diese Abscisse $= \frac{y_1 - u}{y - u} x$ ist, so hat man:

$$K_n > \int_u^1 \left[\frac{y_1 - u}{y - u} x\right]^n dy_1$$

oder nach Ausführung der Integration:

$$K_n > \frac{(1-u)^{n+1}}{(y-u)^n} \cdot \frac{x^n}{n+1}.$$

Der Ausdruck rechter Hand, welcher mit U bezeichnet werden möge, hängt mit u und y von dem Fehlergesetze ab, weil nämlich $u = y - \frac{x}{\psi'(y)}$. Von besonderem Interesse ist nun aber die Beantwortung der Frage nach demjenigen von u unabhängigen, also für jedes Fehlergesetz giltigen Grenzwerthe, unter welchen jener Aus-

druck und folglich auch K_n niemals fallen kann, so lange die Wahrscheinlichkeit y innerhalb gewisser Grenzen liegt, sonst aber eben so wenig wie das Fehlergesetz näher bestimmt ist. Um die Eigenthümlichkeit dieser Frage näher zu bezeichnen, muß man berücksichtigen, daß die Annahme eines der Abscisse x entsprechenden Werthes der Ordinate y zwar einen Punkt P der Curve, keineswegs aber die Richtung der Tangente in demselben liefert, daß also u noch unendlich viele Werthe annehmen kann, so lange eben das Fehlergesetz unbestimmt bleibt. Indem man also x und y als gegeben, u aber als variabel betrachtet, geht man von einer Curve OPQ zu einer Reihe anderer Curven über, welche insgesammt durch P gehen und wovon jede einem andern Fehlergesetz entspricht: und indem man den Werth von u so bestimmt, dass U möglichst klein ausfällt, geht man zu einer bestimmten Grenzlage der Tangente, möglicher Weise also auch zu einer ganz bestimmten Curve über. Unter diesem Gesichtspunkte U nach u differentiirt, ergibt sich:

$$U' = \frac{(1-u)^n}{(y-u)^{n+1}} [u+n(1-y)-y] \cdot \frac{x^n}{n+1}$$

Nun ist U im Wachsen begriffen, wenn U' mit wachsendem u positiv, der Factor in der eckigen Klammer also ebenfalls positiv ist, wobei nicht unberücksichtigt bleiben darf, daß u niemals negativ werden kann, sondern beständig zwischen 0 und $+1$ liegt. Die letztere Bemerkung macht es nothwendig, bei Beurtheilung des Zeichens jenes Factors zu unterscheiden, ob in demselben der Ausdruck $n(1-y)-y$ an sich positiv oder negativ ist.

Ist dieser Ausdruck positiv, hat man also $y < \frac{n}{n+1}$, so kann U' nicht verschwinden, es fällt daher ein eigentliches Minimum von U nicht in das Bereich von $u=0$ bis $u=1$, welches hier, wie bemerkt, allein in Betracht zu ziehen ist. Es kann also hierbei nur von einem kleinsten Werth von U die Rede sein, welchem die Eigenschaft des Minimums nicht zukommt, und dieser wird, weil auch U mit wachsendem u wächst, selbstverständlich für $u=0$ erhalten; er ist

$$= \frac{x^n}{(n+1)y^n}$$

und also beständig größer als K_n.

Da für $u=0$ die Tangente PT durch den Anfangspunkt geht, so muß der Curventheil OP nothwendig mit dieser Tangente zusammenfallen.

Ist nun aber $n(1-y)-y$ negativ, hat man also $y>\frac{n}{n+1}$, so verschwindet der Factor $u+n(1-y)-y$ und folglich auch U' für einen zwischen 0 und $+1$ liegenden Werth von u, nämlich für

$$u=y-n(1-y)$$

denn für $y=1$ folgt $u=1$ und für $y=\frac{n}{n+1}$ erhält man $u=0$.

In dem Augenblicke als das wachsend gedachte u den angegebenen Werth $y-n(1-y)$ erreicht, geht der Factor $u+n(1-y)-y$ und somit auch U' vom Negativen in das Positive über und wird U zu einem Minimum.

Setzt man nunmehr jene Werthe von u in U ein, so ergibt sich dieses Minimum

$$=\left[\frac{n+1}{n}x\right]^n(1-y)$$

unter welches K_n niemals fallen kann.

8.

Faßt man die Ergebnisse des vorigen Artikels zusammen, so findet sich der folgende Satz:

Bezeichnet $k_n=\sqrt[n]{K_n}$ den mittleren Beobachtungsfehler n. Ordnung und y die Wahrscheinlichkeit, daß ein Beobachtungsfehler zwischen die Grenzen $-x$ und $+x$ fallen werde, so ist

$$k_n>\frac{x}{y\sqrt[n]{n+1}}\text{, also } x<y\sqrt[n]{n+1}\,.\,k_n\text{, wenn } y<\frac{n}{n+1}$$

und

$$k_n>\frac{n+1}{n}x\sqrt[n]{1-y}\text{, also } x<\frac{nk_n}{(n+1)\sqrt[n]{1-y}}\text{, wenn } y>\frac{n}{n+1}.$$

Wie man sieht, hängen diese Resultate, im Gegensatze zu jenen des Art. 5 von der Fehlergrenze a nur in soferne ab, als diese in k_n vorkommt.

Ist $y = \frac{n}{n+1}$ so fallen, wie man sich leicht überzeugt, die beiden Grenzen für x mit einander zusammen, wie es sein soll. Man erhält nämlich

$$x < \frac{nk_n}{(n+1)^{1-\frac{1}{n}}}$$

Einige besondere Fälle des vorstehenden, sehr merkwürdigen Satzes verdienen betrachtet zu werden.

Für $n = 1$ folgt:

$$x < 2yk_1 \quad , \quad \text{wenn} \quad y < \frac{1}{2}$$

$$x < \frac{k_1}{2(1-y)} \quad , \quad \text{wenn} \quad y > \frac{1}{2}.$$

Bezeichnet $x = \xi$ den wahrscheinlichen Fehler, wofür $y = \frac{1}{2}$ ist, so folgt $\xi < k_1$, was mit einem anderen für ξ erhaltenen Resultate des Art. 5 verglichen, zu der doppelten Eingrenzung

$$2k_1 - \frac{1}{2}a < \xi < k_1$$

führt.

Für $n = 2$ erhält man:

$$x < y\sqrt{3}.k_2 \quad , \quad \text{wenn} \quad y < \frac{2}{3}$$

$$x < \frac{2k_2}{3\sqrt{1-y}} \quad , \quad \text{wenn} \quad y > \frac{2}{3}$$

übereinstimmend mit den im Art. 2 angeführten Resultaten der Gauß'schen Abhandlung.

So sehr die Herleitung des Satzes, aus welchem sich die letzteren Resultate als specielle Fälle (für $n = 2$) ergaben, von der Gauß'schen (Art. 10 der Theoria combinat. observ.) äußerlich verschieden ist, so beruht sie doch mit dieser, — abgesehen von der anschaulicheren Form der geometrischen Behandlung und der größeren Allgemeinheit, — genau auf denselben Gründen.

9.

Aus den Resultaten des Art. 7 lassen sich noch zwei weitere Sätze ableiten, wie ich nun zeigen werde.

Da die Ungleichheit:

$$x < y\sqrt[m]{(m+1)K_m}$$

nur fordert, daß: $y < \frac{m}{m+1}$ bleibe, so kann man ihre beiden Seiten zur Potenz mit dem positiven Exponenten n erheben und dann zwischen den Grenzen 0 und $\frac{m}{m+1}$ integriren. Es ergibt sich dabei, wenn zugleich wieder $\psi(y)$ an die Stelle von x gesetzt wird:

$$\int_0^{\frac{m}{m+1}} \psi(y)^n dy < \left[(m+1)K_m\right]^{\frac{n}{m}} \cdot \int_0^{\frac{m}{m+1}} y^n dy \quad \ldots (1)$$

Da ferner die Ungleichheit:

$$x < \frac{m\sqrt[m]{K_m}}{m+1} \cdot \frac{1}{\sqrt[m]{1-y}}$$

fortbesteht, so lange nur $y > \frac{m}{m+1}$ bleibt, so kann man in gleicher Weise ihre beiden Seiten mit n potenziren und dann zwischen den Grenzen $\frac{1}{m+1}$ und 1 integriren; man findet hierbei:

$$\int_{\frac{m}{m+1}}^{1} \psi(y)^n dy < \left[\frac{m\sqrt[m]{K_m}}{m+1}\right]^n \int_{\frac{m}{m+1}}^{1} \frac{dy}{\left[1-y\right]^{\frac{n}{m}}} \quad \ldots (2)$$

Das Integral rechter Haud behält nur dann einen endlichen Werth, wenn $\frac{n}{m}$ ein echter Bruch oder also $m > n$ ist. Macht man in der That diese Voraussetzung, führt die Integrationen in (1) und (2) aus und addirt dann diese beiden Ungleichheiten, so ergibt sich nach einigen Abkürzung die Relation:

$$\left[(n+1)K_n\right]^m < \left[\left(\frac{m}{m+1}\right)^n \cdot \frac{m}{m-n}\right]^m \cdot \left[(m+1)K_m\right]^n \text{ für } m > n,$$

welche blos zwei der Größen K enthält und zugleich von a nur in soferne abhängt, als dieses in den K vorkommt.

10.

Der Weg, auf welchem das vorstehende Resultat gefunden wurde, ist nun allerdings in jeder Beziehung correct und es liegt außer jedem Zweifel, daß der Ausdruck linker Hand unter allen Umständen kleiner als der Ausdruck auf der rechten Seite ist. Dennoch kann, wie in der Regel bei solchen Ungleichheiten, die Frage entstehen, ob auf die Seite des Größeren nicht ein dem Werthe nach kleinerer Ausdruck gesetzt werden könne, ohne daß darum die linke Seite aufhört das Kleinere zu bleiben. Wo dies möglich ist, gewinnt die Eingrenzung des Kleineren offenbar an Genauigkeit.

Im vorliegenden Falle nun kann sich diese Bemerkung darauf gründen, daß in den Ungleichheiten:

$$x < y\sqrt[m]{(m+1)K_m} \quad , \quad x < \frac{m\sqrt[m]{K_m}}{(m+1)\sqrt[m]{1-y}}$$

die Ausdrücke rechter Hand nicht nur stets größer als x sind, sondern die absolut größten Werthe darstellen, welche die zu Grunde liegende Betrachtung liefern kann, daß ferner dieser Gegensatz zwischen der rechten und linken Seite durch die Erhebung in die n. Potenz noch gesteigert, und daß bei der darauf folgenden Integration durchweg die Summe der, jenen größtmöglichen Werthen entsprechenden Elemente gebildet wurde. Diese Erwägung führt unmittelbar dahin, daß sich rechter Hand ein kleinerer Werth ergeben müsse, wenn man nicht die absolut größten, sondern diejenigen Elemente der Integration unterzieht, welche der Seite des Größern überhaupt entsprechen, oder, mit anderen Worten, wenn man nicht schon vor der Integration in der aus Art. 7 folgenden Bedingung:

$$x^m < (m+1)K_m \frac{(y-u)^m}{(1-u)^{m+1}}$$

die Werthe $u = 0$ und $u = y - n(1-y)$, wofür die Seite rechter Hand möglichst groß wird, einsetzt, sondern erst, nachdem die

Integration ausgeführt ist, u so bestimmt, das die rechte Seite ihren größtmöglichen Werth erhält.

Dies vorausgesetzt, ergibt sich nun, wenn man auf beiden Seiten in die $\frac{n}{m}$. Potenz erhebt, $x=\psi(y)$ setzt, und dann zwischen den Grenzen u und 1 integrirt:

$$\int_u^1 \psi(y)^n dy < \left[(m+1)K_m\right]^{\frac{n}{m}} \cdot \int_u^1 \frac{(y-u)^n dy}{(1-u)^{n\left(\frac{1}{m}+1\right)}}$$

und wenn man die Integration ausführt:

$$\int_u^1 \psi(y)^n dy < \frac{\left[(m+1)K_m\right]^{\frac{n}{m}}}{n+1} \cdot (1-u)^{1-\frac{n}{m}}.$$

In dieser für jedes zwischen 0 und 1 liegende u und für jedes Fehlergesetz fortbestehenden Ungleichheit erhält die rechte Seite, soferne $m>n>o$, also $1-\frac{n}{m}$ positiv ist, ihren absolut größten Werth für $u=0$, welcher von der linken Seite wenn auch erreicht, doch niemals überschritten werden kann, obgleich diese selbst für $u=0$ am größten wird und in K_n übergeht.

11.

Hieraus ergibt sich der folgende Satz:

Bezeichnet $\varphi(x)$ eine von $x=0$ an beständig abnehmende und positiv bleibende Function, welche für $x=a$ verschwindet, und wird allgemein:

$$K_r = 2\int_0^a x^r \varphi(x)dx \quad , \qquad r>0$$

gesetzt, ist ferner $m>n>0$, so findet die Beziehung:

$$\left[(n+1)K_n\right]^m < \left[(m+1)K_m\right]^n \, , \quad \sqrt[m]{(m+1)K_m} > \sqrt[n]{(n+1)K_n}$$

statt, wobei wie durchgehend, der mögliche Fall der Geichheit nicht auszuschließen ist.

Diese Beziehung mit der am Schlusse des Art. 9 erhaltenen verglichen zeigt, daß nunmehr an die Stelle des Factors

$$\left(\frac{m}{m+1}\right)^n \frac{m}{m-n}$$

die Einheit getreten ist, daß also, weil dieser Factor für $m > n > 1$ beständig > 1 ist, die hier gefundene Relation in der That eine genauere Eingrenzung als jene frühere liefert.

Für $m = 4$, $n = 2$ erhält man:

$$K_4 > \frac{9}{5} K_2^2 ,$$

was mit dem im Art. 2 angeführten Resultate der Gauß'schen Abhandlung übereinstimmt.

Für den besonderen Werth $n = 1$ erfolgt:

$$K_m > \frac{2^m}{m+1} K_1^m ,$$

was ein anderes ebenfalls in Art. 2 erwähntes Resultat darstellt.

Nur in dem besonderen Falle, wenn $\varphi(x) = \frac{1}{2a}$, wofür:

$$K_m = \frac{a^m}{m+1} \quad , \quad K_n = \frac{a^n}{n+1}$$

ist, geht die allgemeine Relation in eine Gleichung über.

Noch sei bemerkt, daß für das gewöhnliche Fehlergesetz:

$$\varphi(x) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2x^2}$$

sich ergibt:

$$K_m = \frac{\Gamma\left(\frac{m+1}{2}\right)}{h^m \sqrt{\pi}} \quad , \quad K_n = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{h^n \sqrt{\pi}}$$

und daß also, wenn $m > n$:

$$\pi^{\frac{m}{2}}\left[(m+1)\,\Gamma\left(\frac{m+1}{2}\right)\right]^n > \pi^{\frac{n}{2}}\left[(n+1)\,\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)\right]^m$$

wobei, wie durchgehend, m und n keine ganzen Zahlen sein müssen.

12.

Die Betrachtungen der Artikel 7 und 10 lassen sich verallgemeinern, wenn man sie nicht wie bisher auf die ganze Curve (OQ), sondern nur auf einen Theil (OP) derselben anwendet. Der Kürze wegen beschränke ich mich auf die Angabe der Resultate. — Bezeichnet $OT_1 = u_1$ die Ordinate des Punktes, in welchem die Tangente des Punktes P_1 (Fig. 1) die y-Axe schneidet, setzt man ferner:

$$\chi_n = 2\int_0^x x^n \varphi(x) dx = \int_0^y \psi(y)^n dy,$$

so ist allgemein:

$$x_1^n < (n+1)\chi_n \frac{(y_1-u_1)^n}{(y-u_1)^{n+1}} \qquad \dots (1)$$

und es findet der Satz statt:

Bezeichnet y die Wahrscheinlichkeit, daß ein Beobachtungsfehler zwischen die Grenzen $-x$ und $+x$ fallen werde, eben so y_1 die Wahrscheinlichkeit eines zwischen $-x_1$ und $+x_1$ liegenden Fehlers, so ist, wenn $x_1 < x$:

$$x_1 < \frac{y_1 \sqrt[n]{(n+1)\chi_n}}{y^{\frac{1}{n}+1}}, \qquad \text{wenn } y_1 < \frac{n}{n+1} y$$

und

$$x_1 < \frac{n\sqrt[n]{\chi_n}}{(n+1)\sqrt[n]{y-y_1}}, \qquad \text{wenn } y_1 > \frac{n}{n+1} y.$$

Der Satz des Art. 8 ist nur ein besonderer Fall des obigen, und ergibt sich aus diesem für $y = 1$, wofür dann selbstverständlich χ_n in K_n übergeht.

Da aus (1):

$$x_1^n < \left[(m+1)\chi_m\right]^{\frac{n}{m}} \cdot \frac{(y_1-u_1)^n}{(y-u_1)^{n\left(\frac{1}{m}+1\right)}}$$

folgt, so ergibt sich, wenn man mit dy_1 multiplicirt und dann von u_1 bis y integrirt:

$$\int_{u_1}^{y} \psi(y_1)^n dy_1 < \left[(m+1)\chi_m\right]^{\frac{n}{m}} \int_{u_1}^{y} \frac{(y_1-u_1)^n dy_1}{(y-u_1)^{n\left(\frac{n}{m}+1\right)}}$$

oder also:

$$\int_{u_1}^{y} \psi(y_1)^n dy_1 < \frac{\left[(m+1)\chi_m\right]^{\frac{n}{m}}}{n+1} (y-u_1)^{1-\frac{n}{m}}.$$

Da nun für $u_1 = 0$ die rechte Seite ihren größten **Werth** erlangt, sofern $m > n$ ist, und da für $u_1 = 0$ das Integral linker Hand in χ_n übergeht, so hat man:

$$(n+1)\chi_n < \left[(m+1)\chi_m\right]^{\frac{n}{m}} y^{1-\frac{n}{m}}$$

oder:

$$\left[\frac{(m+1)\chi_m}{y}\right]^{\frac{1}{m}} > \left[\frac{(n+)\chi_n}{y}\right]^{\frac{1}{n}} \quad \text{für } m > n.$$

Bezeichnet also $\varphi(x)$ eine von $x=0$ an abnehmende, positiv bleibende Function und ist $m > n > 0$, so hat man immer:

$$(m+1)^n \left[\int_0^x x^m \varphi(x) dx\right]^n \left[\int_0^x \varphi(x) dx\right]^m$$

$$\geqq (n+1)^m \left[\int_0^x x^n \varphi(x) dx\right]^m \left[\int_0^x \varphi(x) dx\right]^n.$$

Hierbei findet die Gleichheit der beiden Seiten statt, wenn für $\varphi(x)$ eine Constante gesetzt wird.

13.

Die im Vorhergehenden entwickelten Resultate stellen Beziehungen dar, worin eine, höchstens zwei der mit K bezeichneten Größen vorkommen. Es ist nicht ohne Interesse, die Frage nach Relationen zwischen mehreren dieser Größen in das Auge zu fassen, zumal sich für deren Beantwortung mehrere Wege anbieten. Jeder dieser Wege führt, wie man bald sehen wird, zu einer unbegrenzten Anzahl solcher Relationen, die aber in so weit nicht aus

einander abgeleitet werden können, als sie auf anderen Gesichtspunkten der Betrachtung, resp. anderen zur Grundlage gewählten Ungleichheiten beruhen. Allen gemeinsam ist nur das Verfahren, diese Ungleichheiten ein oder mehreremale der Integration zu unterziehen; da dies aber in verschiedener Weise geschehen kann, je nachdem man von der einen oder anderen Form der betreffenden Ungleichheit ausgeht, so findet zwischen den Resultaten kein so fester Zusammenhang wie bei jenen statt, welche aus einer Gleichung hervorgehen.

Ich werde nun zunächst von der Ungleichheit ausgehen, welche sich ergibt, wenn man analog wie im vorigen Artikel nur einen Theil (OP) der Curve betrachtet, an die Stelle der Tangente eines Zwischenpunktes P_1 aber die Sehnen OP_1 und P_1P setzt. Dann ist das auf die krummlinigt begrenzte Figur OP_1PS bezogene Integral

$$2\int_0^x x^m \varphi(x)dx = \int_0^y \psi(y)^m dy = \chi_m$$

offenbar kleiner als das auf die geradlinigt begrenzte Figur OP_1PS bezogene Integral:

$$\int_0^y \left[\frac{x_1}{y_1}\upsilon\right]^m d\upsilon + \int_{y_1}^y \left[x_1 + \frac{x-x_1}{y-y_1}(\upsilon - y_1)\right]^m d\upsilon$$

worin für einen Augenblick mit υ die laufende Ordinate der beiden Sehnen bezeichnet wurde. Führt man die letzte Integration aus, so folgt:

$$2\int_0^x x^m \varphi(x)dx < \frac{y(x^{m+1} - x_1{}^{m+1}) - xy_1(x^m - x_1{}^m)}{(m+1)(x-x_1)}.$$

woraus sich für $x = a$, $y = 1$ das Resultat des Art. 5 sogleich ergibt. Diese Relation gilt für alle Werthe von x_1 und y_1, welche beziehungsweise die Grenzen x und y nicht übersteigen; ich gebe ihr die Form:

$$(x^m - x_1^m)xy_1 < (x^{m+1} - x_1^{m+1})y - (m+1)(x-x_1)\chi_m \ldots (1)$$

multiplicire beiderseits mit $x_1^{n-1}dx_1$, integrire nach x_1 von 0 bis x und finde:

$$\int_0^x (x^m - x_1^m) x_1^{n-1} y_1 dx_1 < \left[\frac{x^{m+n}}{n} - \frac{x^{m+n}}{m+n+1}\right] y$$
$$-(m+1)\left[\frac{x^n}{n} - \frac{x^n}{n+1}\right] \chi_m.$$

Die linke Seite läßt sich näher entwickeln; denn sie kann offenbar in der Form:

$$2x^m \int_0^x x^{n-1} dx \int_0^x \varphi(x) dx - 2\int_0^x x^{m+n-1} dx \int_0^x \varphi(x) dx$$

dargestellt werden und geht durch theilweise Integration über in:

$$\frac{2mx^{m+n}}{n.(m+n)} \int_0^x \varphi(x) dx - \frac{2x^m}{n} \int_0^x x^n \varphi(x) dx + \frac{2}{m+n} \int_0^x x^{m+n} \varphi(x) dx.$$

Die Ungleichheit verwandelt sich daher in die folgende:

$$(m+1)x^n \int_0^x x^m \varphi(x) dx - (n+1)x^m \int_0^x x^n \varphi(x) dx$$
$$+ \frac{n(n+1)}{m+n} \int_0^x x^{m+n} \varphi(x) dx < \frac{n(n+1)x^{m+n}}{(m+n)(m+n+1)} \int_0^x \varphi(x) dx \;.\,.\,(2)$$

Man kann diese Relation mit $x^{r-1}dx$ multipliciren und dann zwischen den Grenzen 0 und x integriren, es ergibt sich hierdurch eine weitere Beziehung zwischen Integralen, welche insgesammt von der Form χ_m, χ_n,.. sind, wie ich nicht näher zu zeigen brauche.

Aus diese Weise kann man fortfahren und weitere Resultate ableiten.

Nur der besondere Fall für $x = a$, wofür die Integrale in $\frac{1}{2}K_m$, $\frac{1}{2}K_n$... übergehen, möge näher ausgeführt werden. Wie leicht zu sehen, erhält man die Relation:

$$(m+1)\frac{K_m}{a^m} - (n+1)\frac{K_n}{a^n}$$
$$< \frac{n(n+1)}{(m+n)(m+n+1)} \left[1 - (m+n+1)\frac{K_{m+n}}{a^{m+n}}\right],$$

worin einige der früheren Ergebnisse als besondere Fälle enthalten sind. So ergibt sich z. B., wenn man m mit n verwechselt und die entsprechende Ungleichheit zur vorigen addirt, auch m für $m+n$ setzt, das frühere Resultat:

$$K_m < \frac{a^m}{m+1}.$$

Verfährt man in gleicher Weise in (2), so findet man:

$$\int_0^x x^m \varphi(x)dx < \frac{x^m}{m+1}\int_0^x \varphi(x)dx$$

ein Resultat, wovon alsbald wieder die Rede sein wird.

14.

Wie sehr die Ergebnisse von der Form, in welcher man die Ungleichheit der Integration unterwirft, abhängen, möge aus dem Folgenden sich ergeben.

Aus (1) erhält man:

$$y_1 < \frac{y}{x} x_1 + \frac{x^m y - (m+1)\chi_m}{x} \cdot \frac{x - x_1}{x^m - x_1^m}$$

und wenn man auf beiden Seiten mit $x_1^{n-1}dx_1$ multiplicirt und zwischen 0 und x integrirt:

$$\int_0^x x_1^{n-1} y_1 dx_1 < \frac{x^n y}{n+1} + \frac{x^m y - (m+1)\chi_m}{x}\int_0^x \frac{(x-x_1)x_1^{n-1}}{x^m - x_1^m} dx_1$$

Das Integral auf der ersten Seite läßt sich theilweise ausführen, jenes auf der zweiten Seite dagegen durch die Substitution $x_1 = xt$ transformiren und die Ungleichheit selbst sich auf die folgende Form bringen:

$$x^{m+n} y < (n+1)x^m \chi_n + n(n+1)\left[x^{m+n} y - (m+1)x^n \chi_m\right] \times \int_0^1 \frac{1-t}{1-t^m} t^{n-1} dt$$

Hieraus können sofort wieder beliebig viele neue Relationen abgeleitet werden. Multiplicirt man nämlich auf beiden Seiten mit

$x^{r-1}dx$ und integrirt wieder, wie vorhin zwischen 0 und x, so ergibt sich eine weitere Relation, auf welche dasselbe Verfahren angewendet werden kann, u. s. w.

Ohne hierauf einzugehen, will ich der Kürze wegen:

$$\lambda = \int_0^1 \frac{1-t}{1-t^m} t^{n-1} dt$$

setzen, die vorige Ungleichheit in der Form:

$$y > \frac{n+1}{n(n+1)\lambda - 1}\left[n(m+1)\lambda \frac{\chi_m}{x^m} - \frac{\chi_n}{x^n}\right]$$

darstellen, und bemerken, daß man für $y = 1$, $x = a$ insbesondere auch:

$$n(m+1)\lambda \frac{K_m}{a^m} - \frac{K_n}{a^n} < n\lambda - \frac{1}{n+1}$$

also abermals eine Relation zwischen zweien der Größen K erhält.

Wie aus der Herleitung zu entnehmen, sind diese Resultate davon unabhängig, ob m größer oder kleiner als n gewählt werde.

Das Integral λ läßt sich für positive ganze Werthe von m und n immer finden, aber die allgemeine Formel hiefür wird sehr weitläufig; hier mag die Bemerkung genügen, daß sich λ in die schnell convergirende durch Logarithmen und Kreisbogen summirbare Reihe:

$$\lambda = \frac{1}{n(n+1)} + \frac{1}{(m+n)(m+n+1)} + \frac{1}{(2m+n)(2m+n+1)} + \frac{1}{(3m+n)(3m+n+1)} + \cdots\cdots$$

entwickeln läßt.

Übrigens kann λ für mehrere besondere Werthe von m und n leicht gefunden werden, auf die sich das Folgende beschränken mag. Ich werde zugleich die entsprechenden Resultate mit den aus dem Satze des Art. 11 folgenden in Verbindung bringen.

Für $m = 1$ ist $\lambda = \frac{1}{n}$ und findet man:

$$\frac{K_n}{a^n} > 2\frac{K_1}{a} - \frac{n}{n+1}$$

woraus z. B. für $n=1$ das frühere Resultat $\frac{K_1}{a} < \frac{1}{2}$ sich wieder einstellt.

Für $m=2$, $n=1$ ist $\lambda = \log 2$, folglich:

$$\frac{4}{3}\left(\frac{K_1}{a}\right)^2 < \frac{K_2}{a^2} < \frac{1}{3\log 2}\cdot\frac{K_1}{a} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6\log 2}$$

oder:

$$1{,}333.\left(\frac{K_1}{a}\right)^2 < \frac{K_2}{a^2} < 0{,}481\ \frac{K_1}{a} + 0{,}093$$

Diese Formel gibt, wenn etwa $\frac{K_1}{a} = \frac{1}{4}$ gefunden wurde, $0{,}083 < \frac{K_2}{a^2} < 0{,}213$, während aus $\frac{K_2}{a^2} < \frac{1}{3}$ der Werth 0,333 als obere Grenze folgen würde.

Für $m=3$, $n=1$ ist $\lambda = \frac{\pi}{3\sqrt{3}}$, folglich:

$$2\left(\frac{K_1}{a}\right)^2 < \frac{K_2}{a^2} < \frac{3\sqrt{3}}{4\pi}\cdot\frac{K_1}{a} + \frac{1}{4} - \frac{3\sqrt{3}}{8\pi}$$

oder:

$$2\left(\frac{K_1}{a}\right)^2 < \frac{K_2}{a^2} < 0{,}413.\frac{K_1}{a} + 0{,}043$$

Ebenfalls für $m=3$, aber $n=2$ ist $\lambda = \frac{1}{2}\log 3 - \frac{\pi}{6\sqrt{3}}$, folglich:

$$1{,}299\left(\frac{K_2}{a^2}\right)^{\frac{3}{2}} < \frac{K_3}{a^3} < 0{,}506\ .\ \frac{K_2}{a^2} + 0{,}081.$$

Für $m=4$, $n=1$ ist $\lambda = \frac{1}{4}\log 2 + \frac{\pi}{8}$, folglich:

$$3{,}200\left(\frac{K_1}{a}\right)^4 < \frac{K_4}{a^4} < 0{,}354\ \frac{K_1}{a} + 0{,}023.$$

Es sei noch $m=4$, $n=2$, dann ist $\lambda = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{4}\log 2$ und daher:

$$1{,}800\left(\frac{K_2}{a^2}\right)^2 < \frac{K_4}{a^4} < 0{,}163\,\frac{K_2}{a^2} + 0{,}146$$

u. s. w.

16.

Die Relation:

$$\int_0^x x^m \varphi(x)dx < \frac{x^m}{m+1}\int_0^x \varphi(x)dx \qquad \ldots (1)$$

welche am Schlusse des Art. 13 bemerkt wurde, und immer gilt, wenn $\varphi(x)$ eine von $x=0$ an beständig abnehmende und positiv bleibende Function ist; führt zu mehreren beachtenswerthen Resultaten.

Dieselbe läßt sich, was zunächst bemerkt werden mag, unmittelbar und sehr leicht aus der Figur ableiten. Es ist nämlich das auf den Curventheil OP bezogene Integral χ_m, wie wiederholt schon gezeigt wurde,

$$=\int_0^y \psi(y)^m dy = 2\int_0^x x^m \varphi(x)dx;$$

das größere auf die Sehne OP sich erstreckende Integral dagegen

$$=\int_0^y \left[\frac{x}{y}\upsilon\right]^m d\upsilon = \frac{x^m}{m+1}y = \frac{2x^m}{m+1}\int_0^x \varphi(x)dx,$$

woraus sich sogleich die obige Relation ergibt. Man kann sie beträchtlich verallgemeinern. Schreibt man nämlich $\frac{1}{x}\int_0^x x^m dx$ an die Stelle von $\frac{x^m}{m+1}$, und multiplicirt man hierauf mit u^m zu beiden Seiten, wo u eine wesentlich positive Größe bezeichnen soll, so folgt:

$$\int_0^x (ux)^m \varphi(x)dx < \frac{1}{x}\left[\int_0^x (ux)^m dx\right]\int_0^x \varphi(x)dx$$

und so fort, wenn man nach einander $m=0, 1, 2, 3, \ldots$ setzt, dann in gleicher Ordnung mit $1, \frac{1}{1}, \frac{1}{1.2}, \frac{1}{1.2.3}, \ldots.$ multiplicirt und alle Resultate addirt:

$$\int_0^x e^{ux}\varphi(x)dx < \frac{1}{x}\left[\int_0^x e^{ux}dx\right]\int_0^x \varphi(x)dx.$$

Man multiplicire nunmehr auf beiden Seiten mit $f(u)du$, unter $f(u)$ irgend eine endlich und positiv bleibende Function verstanden, und integrirt nach u zwischen den Grenzen u_0 und u_1, welche ebenfalls als positiv vorausgesetzt werden müssen, weil u keinen negativen Werth erhalten darf; man findet bei gleichzeitiger Änderung der Integrationsfolge:

$$\int_0^x \varphi(x)dx \int_{u_0}^{u_1} e^{ux} f(u)du < \frac{1}{x}\left[\int_0^x dx \int_{u_0}^{u} e^{ux} f(u)dx\right] \int_0^x \varphi(x)dx.$$

Die Function $\vartheta(x)$, welche das Integral:

$$\int_{u_0}^{u_1} e^{ux} f(u)du$$

darstellt, unterliegt nun offenbar keiner anderen Beschränkung, als daß sie beständig positiv und endlich bleibe und von $x=0$ an niemals vom Wachsen in das Abnehmen übergehe, Bedingungen, die sich übrigens durch die Entwickelung jener Function in eine nach cos. der Vielfachen von x fortschreitende Reihe noch näher nachweisen ließen.

Hiernach findet also der Satz statt:

Wenn $\varphi(x)$ und $\vartheta(x)$ zwei endlich und positiv bleibende Functionen von x sind, wovon die eine von $x=0$ an nie abnimmt, die andere von $x=0$ an nie wächst, so ist:

$$\int_0^x \varphi(x)\,\vartheta(x)dx < \frac{1}{x}\left[\int_0^x \varphi(x)dx\right]\left[\int_0^x \vartheta(x)dx\right]$$

In wie weit die Werthe der beiden Ausdrücke von einander abweichen, läßt sich, wenigstens in besonderen Fällen leicht ermitteln.

Es sei:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}, \quad \vartheta(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}.$$

Man erhält dann:

$$arc \sin x < \frac{4}{x}\left[\sqrt{1+x}-1\right]\left[1-\sqrt{1-x}\right]$$

für $x = \frac{1}{2}$ also:

$$\frac{\pi}{6} < 4.[\sqrt{3}-\sqrt{2}][\sqrt{2}-1]$$

oder:

$$0{,}52360 < 0{,}52661$$

Es sei:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}, \quad \vartheta(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Man findet:

$$\int_0^x \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}} < \frac{arc \sin x}{x} \, . \log(x+\sqrt{1+x^2})$$

für $x=1$, also:

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}} < \frac{\pi}{2} \log(1+\sqrt{2})$$

oder: $$1{,}31103 < 1{,}38446.$$

Der Unterschied beträgt daher den 18. Theil des Integrales.

17.

Ich kehre zur Relation (1) des vorigen Artikels zurück, um daraus eine neue auf anderem Wege als vorhin abzuleiten. — Multiplicirt man sie in der Form:

$$(n+1)\int_0^x x^n \varphi(x)dx < x^n \int_0^x \varphi(x)dx$$

auf beiden Seiten mit $x^{m-n-1}dx$, wobei angenommen wird, es sei $m > n$, und integrirt dann zwischen den Grenzen 0 und x, so folgt:

$$(n+1)\int_0^x x^{m-n-1}dx \int_0^x x^n \varphi(x)dx < \int_0^x x^{m-1}dx \int_0^x \varphi(x)dx$$

und wenn man beiderseits das Verfahren der theilweisen Integration anwendet, zugleich auch die entsprechenden Reductionen vornimmt:

$$m(n+1)x^m \int_0^x x^n \varphi(x)dx - n(m+1)x^n \int_0^x x^m \varphi(x)dx$$
$$< (m-n)x^{m+n} \int_0^x \varphi(x)dx.$$

Mit dieser Ungleichheit kann man in derselben Weise wie vorhin verfahren, nämlich zu beiden Seiten mit $x^{r-m-n-1}dx$ multipliciren und alsdann zwischen den Grenzen 0 und x integriren, wobei vorausgesetzt wird, es sei $r > m+n$. Man erhält nach einigen Umformungen das Resultat:

$$mr(r-m)(n+1)x^{m+r} \int_0^x x^n \varphi(x)dx$$
$$+ nm(m-n)(r+1)x^{n+m} \int_0^x x^r \varphi(x)dx$$
$$+ rn(n-r)(m+1)x^{r+n} \int_0^x x^m \varphi(x)dx$$
$$< (m-r)(n-m)(r-n)x^{m+n+r} \int_0^x \varphi(x)dx.$$

Auf diesem Wege kann man weiter gehen, mit

$$x^{s-r-n-m-1}dx$$

multipliciren, u. s. w., wo $s > m+n+r$ sein muß. Die nähere Ausführung jedoch umgehe ich.

Alle diese Resultate gelten, wie man sieht, sehr allgemein für jede positiv und endlich bleibende Function $\varphi(x)$, welche von $x=0$ an nicht vom Abnehmen in das Wachsen übergeht.

Für $x=a$ wird $y = 2\int_0^x \varphi(x)dx = 1$; man erhält also die folgenden Beziehungen zwischen den Größen K:

$$m(n+1)a^m K_n - n(m+1)a^n K_m < (m-n)a^{m+n}$$

und:

$$mr(r-m)(n+1)a^{m+r} K_n + nm(m-n)(r+1)a^{n+m} K_r$$
$$+ rn(n-r)(m+1)a^{r+n} K_m < (m-r)(n-m)(r-n)a^{m+n+r}$$

wobei $m > n \quad , \quad r > m+n$

In etwas anderer Form kann man schreiben:

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)\frac{K_n}{a^n}-\left(1+\frac{1}{m}\right)\frac{K_m}{a^m}<\frac{1}{n}-\frac{1}{m}$$

und:

$$\frac{1}{m}\left(1+\frac{1}{m}\right)\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{n}\right)\frac{K_m}{a^m}+\frac{1}{n}\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(\frac{1}{m}-\frac{1}{r}\right)\frac{K_n}{a^n}$$
$$+\frac{1}{r}\left(1+\frac{1}{r}\right)\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{m}\right)\frac{K_r}{a^r}<\left(\frac{1}{m}-\frac{1}{n}\right)\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{r}\right)\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{m}\right)$$

Was die erste dieser Relationen betrifft, so ist dieselbe keineswegs eine unmittelbare Folge der früher erhaltenen:

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)\frac{K_n}{a^n}<\frac{1}{n}\quad,\quad\left(1+\frac{1}{m}\right)\frac{K_m}{a^m}<\frac{1}{m}$$

wie nicht näher gezeigt zu werden braucht.

Das Seitenstück zur Relation (1), Art. 16, aus welcher diese Resultate hergeleitet wurden, bildet in mancher Hinsicht die Ungleichheit:

$$\int_0^x x^n\varphi(x)dx>\frac{x^{n+1}}{n+1}\varphi(x)\qquad\ldots\quad(2)$$

welche einfach aus der Bemerkung folgt, daß der, der oberen Grenze x entsprechende Werth von $\varphi(x)$ der kleinste von allen Werthen ist, welche diese Function unter dem Integralzeichen nach und nach annimmt. Man kann auch diese Ungleichheit der wiederholten Integration unterwerfen und neue Relationen zwischen den K daraus ableiten. In der That, multiplicirt man beiderseits mit $x^{m-n-1}dx$ und integrirt dann zwischen den Grenzen 0 und x, so findet man, unter der Voraussetzung, daß wieder $m>n$ sei, wie leicht zu sehen:

$$(n+1)x^m\int_0^x x^n\varphi(x)dx>(m+1)x^n\int_0^x x^m\varphi(x)dx\,.$$

Multiplicirt man sofort mit $x^{r-m-n-1}dx$ und integrirt, so ergibt sich unter der weiteren Voraussetzung, daß $r>m+n$ sei:

$$(r-m)(n+1)x^{m+r}\int_0^x x^n\varphi(x)dx+(m-n)(r+1)x^{n+m}\int_0^x x^r\varphi(x)dx$$
$$+(n-r)(m+1)x^{r+n}\int_0^x x^m\varphi(x)dx > 0$$

u. s. w. Für $x=a$, $y=1$ folgt hieraus:

$$(n+1)\frac{K_n}{a^n} > (m+1)\frac{K_m}{a^m}$$

und:

$$(r-m)(n+1)\frac{K_n}{a^n}+(m-n)(r+1)\frac{K_r}{a^r}+(n-r)(m+1)\frac{K_m}{a^m} > 0,$$

wobei: $m > n \quad , \quad r > m+n$

sein muß. — Für $m=2$, $n=1$, sodann für $m=4$, $n=2$ ergibt sich beziehungsweise:

$$K_2 < \frac{2}{3}aK_1 \text{ oder also } k_2 < 0{,}817\sqrt{ak_1}$$

$$K_4 < \frac{3}{5}a^2K_2 \text{ oder also } k_4 < 0{,}880\sqrt{ak_2}$$

18.

So verschieden die Wege, auf welchen in den vorhergehenden Artikeln mehrere Relationen zwischen den K abgeleitet wurden, auch sein mögen, so stimmen sie doch darin mit einander überein, daß jedesmal von einer Ungleichheit mit einem oder zwei einfachen Integralen ausgegangen und diese sodann einer wiederholten Integration unterzogen wird. Der umgekehrte Weg, bei welchem von diesen mehrfachen Integralen ausgegangen und erst zwischen diesen eine Ungleichheit gesucht wird, hätte nun aber offenbar den Vortheil, daß die Ausdrücke, welche diese Ungleichheit bilden, weniger von einander abweichen und weit näher der Gleichheit gebracht würden, als dies auf dem ersten Wege der Fall sein kann, auf welchem die ursprüngliche Ungleichheit durch die wiederholte Integration mehr und mehr verstärkt wird. Die auf diesem umgekehrten, und wie man sogleich sehen wird, sehr nahe liegenden Weg sich ergebenden Resultate verdienen daher vor den früheren, so bemerkenswerth diese auch zu sein scheinen, den Vorzug.

Ich betrachte, statt der bisherigen, die Curve, deren Ordinate das $(n-1)$fache Integral:

$$f(x) = x^{r_n - r_{n-1}} \int_0^x x^{r_{n-1} - r_{n-2} - 1} dx \int_0^x x^{r_{n-2} - r_{n-3} - 1} dx \ldots$$

$$\ldots \int_0^x x^{r_2 - r_1 - 1} dx \int_0^x x^{r_1 - 1} \varphi(x) dx$$

ist, worin:

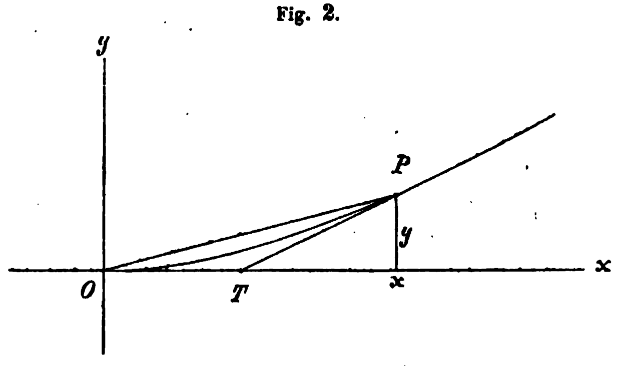
$$r_n > r_{n-1} > r_{n-2} > \ldots > r_2 > r_1 > 1 \;,\quad n \geqq 3$$

positive ganze Zahlen bezeichnen mögen. Da für $x = 0$ auch $f(x) = 0$ wird, so geht die Curve durch den Anfangspunkt, und da, wie man sich leicht überzeugt, alle Differentialquotienten von $f(x)$ von der ersten bis einschließlich der r_n. Ordnung für $x = 0$ ebenfalls verschwinden, so geht die Curve mit der Abscissenaxe im Anfangspunkte eine Berührung von der r_n. Ordnung ein. Berücksichtiget man zugleich, daß $\varphi(o)$ der größte Werth ist, welchen $\varphi(x)$ annehmen kann, so ergibt sich, daß:

$$f(x) < \frac{\varphi(o) . x^{r_n}}{r_1 r_2 r_3 \ldots r_{n-1}}$$

und daß also die Curve, *OP*, Fig. 2, insbesondere für kleine Werthe der Abscisse sehr nahe mit der Axe, folglich auch mit der Tangente *PT* des Punktes *P*, dessen Abscisse x ist, so wie auch mit der Sehne, welche diesen Punkt mit dem Anfangspunkte verbindet, zusammen-

Fig. 2.



fallen müsse. Da ferner die Curve ihre convexe Seite der Axe zukehrt, weil nicht nur $f'(x)$, sondern auch $f''(x)$ beständig positiv

bleibt, so ist der Flächeninhalt, welchen jene Sehne mit der Abscisse x und der Ordinate $f(x)$ einschließt, größer als der Inhalt zwischen der Curve und diesen Coordinaten, und dieser sofort wieder größer als der Inhalt zwischen der Tangente, der Axe und der Ordinate $f(x)$.

Dies vorausgesetzt, ist nun der, durch die Sehne begrenzte Inhalt $= \frac{1}{2}xf(x)$, ferner der Inhalt der Curve $= \int_0^x f(x)dx$ und der durch die Tangente bestimmte Inhalt $= \frac{f(x)^2}{2f'(x)}$, weil letzterer einem Dreieck entspricht, dessen Grundlinie $\frac{f(x)}{f'(x)}$ und dessen Höhe $f(x)$ ist. Hieraus folgt unmittelbar die doppelte Ungleichheit:

$$\frac{1}{2}xf(x) > \int_0^x f(x)\,dx > \frac{f(x)^2}{2f'(x)}\,,$$

worin $f'(x)$, $f(x)$, $\int_0^x f(x)dx$ insgesammt auf Quadraturen von der Form $\int_0^x x^m\varphi(x)$, und für $x = a$ auf die Größen K sich zurückführen lassen. Diese Ungleichheiten sind noch einer anderen, und wie es scheint, sehr bemerkenswerthen Darstellung fähig; man kann nämlich schreiben:

$$\frac{2}{x} < \frac{f(x)}{\int_0^x f(x)\,dx} < \frac{2f'(x)}{f(x)}$$

und nun jedes Glied integriren. Vorausgesetzt es sei $x < a$, so folgt:

$$\left(\frac{a}{x}\right)^2 < \frac{\int_0^a f(x)\,dx}{\int_0^x f(x)\,dx} < \left[\frac{f(a)}{f(x)}\right]^2.$$

Es braucht kaum bemerkt zu werden, daß die Bedeutung dieser Ergebnisse, die ich hier nicht weiter verfolgen werde, sich keineswegs auf den Gegenstand der vorliegenden Arbeit beschränkt.

II. SITZUNG VOM 11. JÄNNER 1866.

Herr Prof. J. Redtenbacher im Vorsitze.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Über das Aloisol“ und „Notiz über die Einwirkung des Succinylchlorids auf Bittermandelöl“ von Herrn Otto Rembold;

„Über das Scoparin“ von Herrn Prof. H. Hlasiwetz;

„Über einige Harze“ von demselben und Herrn L. v. Barth;

„Analyse der Salzsoole und Mutterlauge der k. k. Saline zu Hall in Tirol“ von Herrn L. v. Barth;

„Über die Einwirkung des Zinkäthyls auf Schwefelkohlenstoff“ und „Methode und Apparat zur Bestimmung der Dampfdichte“ von Herrn Grafen A. Grabowski;

„Über das Resorcin“ von Herrn G. Malin.

Die auf die vorstehenden Abhandlungen bezüglichen Untersuchungen wurden sämmtlich im Laboratorium des Herrn Professors Hlasiwetz in Innsbruck ausgeführt.

„Vorläufiger Bericht über die Untersuchung der Bowerbank'schen Spongien“ von Herrn Prof. Oscar Schmidt in Graz, — und

„Allgemeine Entwickelung der Beziehungsgleichungen zwischen der Seite und dem Halbmesser regelmässiger Sehnenpolygone, deren halbe Seitenanzahl ungerad ist“, von Herrn Dr. Aug. Schwarzer, Lehrer am Realgymnasium zu Tabor.

Herr Prof. Dr. R. Kner legt eine Abhandlung über sämmtliche in den bituminösen Schiefern zu Raibl in Kärnten aufgefundenen fossilen Fische vor.

Derselbe übergibt ferner Herrn Dr. Fr. Steindachner's zweiten „Ichthyologischen Bericht über seine nach Spanien und Portugal unternommene Reise“.

Herr Prof. Fr. Simony bespricht „die sogenannte Drehung des Holzes bei der Zwergföhre.

Herr Karl Ritter v. Hauer überreicht eine Abhandlung „über die chemische Beschaffenheit der Lössablagerungen bei Wien“.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

American Journal of Science and arts. Vol. XL. 2d Series. Nr. 118—120. New Haven, 1865; 8o·

Caligny, Anatole de, Ses travaux scientifiques. 8o & 4o·

Colnet-d'Huart, Mémoire sur la théorie analytique de la chaleur. Luxembourg, 1865; 8o·

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXI, Nr. 25. Paris, 1865; 4o·

Cosmos. 2e Série. XVe Année, 3e Volume, 1re Livraison. Paris, 1866; 8o·

De la Rue, Warren, Balfour Stewart and Benjamin Loewy, Researches on Solar Physics. First Series: On the Nature of Sun-Spots. London, 1865; 4o·

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXVII. Jahrg. Nr. 2. Wien, 1866; 8o·

Jahresbericht der Communal - Oberrealschule zu Pardubitz. 1864 & 1865. Pardubitz; 4o· (Böhmisch.)

Mittheilungen des k. k. Artillerie-Comité. Jahrgang 1866, 1. Heft. Wien; 8o·

Moniteur scientifique par le Dr. Quesneville. 217e Livraison. Tome VIIIe, Année 1866. Paris; 4o·

Reader. Nr. 158, Vol. VII. London, 1866; Folio.

Reichenbach, K. Frh. v., Achter und neunter Versuch über Sensitivität und Od. 8o·

Reichsforstverein, österr.: Monatschrift für Forstwesen. XV. Bd. Jahrg. 1865. November-Heft. Wien, 1865; 8o·

Société Impériale des Sciences naturelles de Cherbourg: Mémoires. Tome X. Paris & Cherbourg, 1864; 8o·

Wiener medizin. Wochenschrift. XVI. Jahrg. Nr. 2—3. Wien. 1866; 4o·

Wochen-Blatt der k. k. steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. XV. Jahrg. Nr. 5. Graz, 1866; 4o·

Zantedeschi, Francesco, Breve riassunto storico di studii spettroscopici. Venezia, 1865; 8o· — Compendio di allarmi magnetici etc. 8o·

Kleinere Mittheilungen.

I. Über das Aloisol.

Von **Otto Rembold.**

Mit diesem Namen belegte Robiquet das Product der Destillation der Aloë mit Ätzkalk, eine, nach Kartoffelfuselöl und Bittermandelöl riechende, farblose, an der Luft gelb und braun werdende Flüssigkeit, für deren Zusammensetzung er die Formel $C_8 H_{12} O_2$ aufstellte.

Nach den, im hiesigen Laboratorium gesammelten Beobachtungen über die Aloë, wonach dieselbe neben dem Aloin eine der Cumarsäure isomere Säure enthält, und bei der Behandlung mit schmelzendem Kali Paraoxybenzoësäure und Orcin liefert, wurde es wahrscheinlich, daß das Aloisol mit diesen Zersetzungsproducten im Zusammenhange steht, und eine neue Untersuchung desselben schien daher wünschenswerth.

Wie es zu erwarten war, hat sich ergeben, daß das Aloisol ein Gemisch verschiedener Körper ist, und keinen Anspruch auf den Namen einer chemischen Verbindung hat. — Es wurden 10 Pfund Aloë nach den Angaben von Robiquet in Partien von $1/2$ Pfund mit Kalk destillirt, und seine Beschreibung über den Verlauf der Destillation, und die Eigenschaften der geringen Menge des öligen Productes (etwa ein Procent der angewandten Aloë) bestätigt gefunden.

Das dunkelbraune rohe Öl wurde zur weiteren Reinigung noch einmal aus einer Retorte, zuerst über Ätzkalk und dann für sich, rectificirt.

Es besaß einen aromatischen gemischten Geruch, eine gelbliche Farbe, keinen constanten Siedepunkt, und wurde an der Luft gelb bis braun.

Eine sorgfältig ausgeführte fractionirte Destillation, zuerst aus dem Wasserbade bei 80°, dann bei 100°, weiterhin im Ölbade, gab

nun Partien, davon die erste ziemlich constant bei 55—58° siedete, farblos war, einen unverkennbaren Acetongeruch und die sonstigen Eigenschaften dieses Körpers besaß, und sich in der That bei der Analyse auch als Aceton erwies. Mit Chlorcalcium getrocknet und rectificirt gaben

0·2378 Grm. Substanz 0·545 Grm. Kohlensäure und 0·2275 Grm. Wasser.

	Berechnet	Gefunden
C	62·1	62·5
H	10·3	10·6

Vorversuche zeigten, daß die anderen Partien theilweise in Kalilauge löslich seien; sie wurden darum vereinigt, und mit Lauge mehrmals durchgeschüttelt.

Das von der Lauge ungelöst gebliebene Öl wurde gewaschen, getrocknet und wieder rectificirt.

Die Partien vom höchsten, obwohl auch nicht constanten Siedepunkt waren gelbliche Öle, welche sich an der Luft dunkel färbten. Ihr Geruch war eigenthümlich aromatisch, und bei den Partien von niedrigerem Siedepunkt eine Beimischung des Acetongeruches leicht wahrzunehmen.

Die Analysen zeigten, daß sie Gemische waren:

	(170°)	(180°)	(200°)
C	84·3	85·3	86·0
H	8·1	8·3	8·5

Wahrscheinlich sind es Gemenge eines Kohlenwasserstoffes mit einem sauerstoffhaltigen Körper oder mit Spuren von Aceton, deren Trennung aus der durch die vielen Rectificationen schon sehr verringerten Menge durch Destillation allein nicht wohl zu bewerkstelligen war.

Mit zweifach schwefligsauren Alkalien verband sich das Öl nicht.

Jener Theil des Öles, welcher, wie vornhin erwähnt, von Kalilauge aufgelöst wurde, ist nach Eigenschaften und Zusammensetzung Xylylalkohol.

Aus der Lauge mit Salzsäure wieder abgeschieden, gewaschen, getrocknet und rectificirt, gab er bei der Analyse:

0·2438 Grm. Substanz gab 0·6973 Grm. Kohlens. und 0·1854 Grm. Wasser.

	$C_8H_{10}O$	gefunden
C	78·7	78·0
H	8·2	8·5

Die Dampfdichte, nach dem von Graf Grabowski beschriebenen Verfahren bestimmt, gab 4·2 statt 4·3 (ber.).

Nach diesen Resultaten ist es gewiß, daß ein Aloisol im Sinne Robiquet's nicht existirt, und wahrscheinlich wechseln die Mengen der hier beschriebenen Zersetzungsproducte bei der Destillation der Aloë. Es kann sein, daß bei höherer Temperatur die Menge der Kohlenwasserstoffe zunimmt, daß unter Umständen auch Phenylalkohol, der sich so leicht aus der Paraoxybenzoësäure und Paracumarsäure der Aloë bildet, darin vorkommt, so wie es wahrscheinlich ist, daß das Aceton seine Entstehung zum Theile wenigstens der Paracumarsäure verdankt, die bei der Zersetzung mit Kali neben Paraoxybenzoësäure auch Essigsäure liefert.

Robiquet erwähnt auch einer „Aloisinsäure", eines braunen Öles, welches durch oxydirende Mittel aus dem Aloisol entsteht. Es ist klar, daß mit dem Aloisol auch diese Säure, die übrigens nicht analysirt ist, aus der Reihe der chemischen Verbindungen zu streichen ist.

II. Notiz über die Einwirkung des Succinylchlorids auf Bittermandelöl, von demselben.

Der Versuch Bertagnini's, der durch die Reaction zwischen Bittermandelöl und Acetylchlorid Zimmtsäure synthetisch darstellte, ist bisher wenig verallgemeinert worden, und besonders hat die Frage: ob die Wirkung der Chloride zweiatomiger Säuren jener der einatomigen analog ist, noch keine Beantwortung gefunden.

Bei einer Untersuchung der Einwirkung des Succinylchlorids auf das Bittermandelöl hat sich nun herausgestellt, daß dabei keine Substitution des Succinyls für Wasserstoff, oder die Bildung einer neuen Säure erfolgt, sondern daß der Vorgang nach dem Schema verlauft:

$$C_7H_6O + C_4H_4O_2 . Cl_2 = C_7 H_6Cl_2 + C_4H_4O_3$$

d. h. es bildet sich Chlorbenzol und Bernsteinsäure, und das Succinylchlorid wirkt nicht anders, als das Phosphorsuperchlorid, mittelst dessen man zuerst das Chlorbenzol aus dem Bittermandelöl dargestellt hat.

Die Substanzen reagiren in den angegebenen Verhältnissen schon in der Kälte auf einander; das Gemisch färbt sich dunkler und bald bilden sich darin Krystalle, die sich, wenn man in verschlossener Röhre bis auf 100° erhitzt, bis zum Breiigwerden der Flüssigkeit vermehren.

Nach mehrstündiger Einwirkung wurden sie abgepreßt, der flüssige Theil mit zweifachschwefligsaurem Natron geschüttelt, um etwas unverändertes Bittermandelöl zu entfernen, die Krystalle der so gebildeten Benzoylverbindung getrennt, das abgelaufene Öl mit verdünnter Kalilösung behandelt, dann mit Wasser gewaschen, mit Chlorcalcium getrocknet und rectificirt.

Der Siedepunkt der Flüssigkeit wurde sehr bald bei 203° constant, und das, bei dieser Temperatur abgenommene farblose Destillat von dem eigenthümlichen aromatischen Geruch des Chlorbenzol's und seinen sonstigen Verhältnissen gab bei der Analyse die Zahlen:

0·2641 Grm. Substanz gab 0·5059 Grm. Kohlensäure und 0·0956 Grm. Wasser
0·2580 „ „ „ 0·4619 „ Chlorsilber

	$C_7H_6Cl_2$	gefunden
C	52·2	52·2
H	3·7	4·0
Cl	44·1	44·3

Die Leichtigkeit, mit der das Bittermandelöl bei solcher Behandlungsweise seinen Sauerstoff gegen Chlor austauscht, kann vielleicht benützt werden, gewisse Chloride in die entsprechenden Sauerstoffverbindungen zu verwandeln.

III. Über das Scoparin.

Von H. Hlasiwetz.

Der krystallisirte gelbe Farbstoff von *Spartium scoparium*, mit dem uns zuerst Stenhouse bekannt gemacht hat[1]), gehört in die Quercetingruppe.

---

[1]) Annal. d. Ch. Bd. 78, S. 15.

Ich habe eine Probe der Substanz (4 Grm.) in derselben Weise mit Kali behandelt wie es beim Quercetin geschah[1], und als Endproduct der Zersetzung Protocatechusäure und Phloroglucin erhalten, wie von diesem auch.

Der Bildung dieser Verbindungen scheint die Entstehung eines Mittelgliedes nach Art der Quercimerinsäure vorauszugehen.

Die empirische Formel von Stenhouse zu Grunde gelegt, wäre das Endresultat des Vorgangs vielleicht:

$$\underbrace{C_{21}H_{22}O_{10}}_{\text{Scoparin}} + 4O = \underbrace{C_6H_6O_3}_{\text{Phloroglucin}} + \underbrace{2C_7H_6O_4}_{\text{Protocatechusäure}} + \underbrace{CO_2} + \underbrace{H_2O}$$

Eine eingehendere Untersuchung bin ich aus ökonomischen Gründen genöthigt auf später zu verschieben.

---

[1] Sitzungsber. d. kais. Akad. 1864. Juniheft. — Ch. Centralblatt. 1864. S. 874.

I. *Über einige Harze.*

(Zersetzungsproducte derselben durch schmelzendes Kali.) [1])

Von dem w. M. H. Hlasiwetz und L. Barth.

Asa fötida.

Das durch Auflösen des käuflichen Harzes in Weingeist, Filtriren der Tinctur, Abdestilliren derselben und Fällen des Rückstandes mit Wasser gereinigte, licht rehfarbige, an der Luft rosenroth werdende Harz entwickelt beim Schmelzen mit der dreifachen Kalimenge einen dicken aromatischen Qualm. Als dieser sich zu bilden aufhörte und die schäumende, homogene Masse einsank, wurde die Operation unterbrochen, Wasser hinzugebracht und die Lösung mit verdünnter Schwefelsäure übersättigt. Von einer geringen Menge ausgeschiedenen Harzes wurde filtrirt und das braune Filtrat wiederholt mit Äther ausgeschüttelt.

Der ätherische Auszug hinterließ beim Abdestilliren einen Rückstand, in dem sich bald Krystalle bildeten.

Ohne diese zu trennen, wurde alles in warmen Wasser gelöst und die Lösung mit essigsaurem Blei gefällt. Der Niederschlag war grau von Farbe und reichlich. Er wurde nach dem Auswaschen mit warmen Wasser angerührt und mit Schwefelwasserstoff zersetzt.

Aus der vom Schwefelblei getrennten, eingeengten Flüssigkeit krystallisirten bald bräunlich gefärbte Nadeln.

Wie bei unsern frühern Untersuchungen wurden diese so gereinigt, daß die Lösung derselben mit etwas essigsaurem Blei versetzt wurde, bis eine kleine Menge des Niederschlags bleibend zu werden anfing, welche stark gefärbt, das Verunreinigende einschloß. Davon abfiltrirt und das Filtrat mit Schwefelwasserstoff wieder ent-

---

[1]) Fortsetzung der Untersuchung in den Sitzungsberichten der Wiener Akademie Bd. 51, S. 160.

bleit, erhielten wir aus der nunmehr fast farblosen Flüssigkeit nach dem Concentriren den Körper in reiner Form.

Wir erkannten denselben, der uns bei unsern Versuchen so oft vorgekommen war, schnell wieder.

Er erwies sich nach allen seinen Eigenschaften und nach seiner Zusammensetzung als Protokatechusäure.

0·2947 Grm. bei 100° getrockneter Substanz gab. 0·5879 Grm. Kohlens. und 0·1115 „ Wasser.

0·3291 „ lufttrockener Subst. verloren bei 100° 0·0345 „ „

	$C_7H_6O_4$	Gefunden.
C	54·5	54·4
H	3·9	4·2

	Berechnet.	Gefunden.
$C_7H_6O_4$	—	—
H_2O	10·5	10·5

Aus 22 Loth gereinigten Harzes (welches aus einem Pfunde des rohen gewonnen war) erhielten wir 18 Grm. Protokatechusäure. Eine weitere Quantität derselben ist aber noch in der Flüssigkeit enthalten, die von dem ersten Bleiniederschlage ablauft, denn diese Fällungen sind niemals quantitativ. Diese Flüssigkeit mit Schwefelwasserstoff entbleit, gab, alles was auch aus den Mutterlaugen zu gewinnen war, eingerechnet, noch 15 Grm. Rohsubstanz.

Die letzten Mutterlaugen wurden nun mit Wasser verdünnt, mit Soda abgesättigt, und hierauf wieder mit Äther ausgeschüttelt. Der Äther löste eine Substanz, die nach dem Abdestilliren desselben aus dem Rückstande in Krystallen gewonnen werden konnte, und die die Eigenschaften des Resorcins besaß, derjenigen Verbindung, die wir auch aus dem Galbanum und dem Ammoniak-Gummiharz erhalten hatten.

Wir reinigten sie durch Destillation dieses Rückstandes aus einer kleinen Retorte, wobei zuerst noch etwas Äther und Wasser fortgeht. Weiterhin wird das Destillat dickflüssig, ölig und es erstarrt in der gewechselten Vorlage sofort krystallinisch.

Die ganze noch gelb gefärbte Krystallmasse wurde zerrieben, durch Pressen zwischen Leinwand und Papier von einer kleinen Menge einer brenzlichen, öligen Substanz getrennt, dann wieder in warmem Wasser aufgelöst, die trübe Flüssigkeit durch ein nasses Filter filtrirt, das Filtrat mit einigen Tropfen Bleizuckerlösung von einer Spur

eines in Flocken herausfallenden färbenden Nebenbestandtheiles befreit, das Blei wieder mit Schwefelwasserstoff weggeschafft und endlich das völlig farblose Filtrat auf dem Wasserbade bis zum Syrup eingedampft, worauf das Resorcin bald in schönen grossen Krystallen anschoß. Aus der genannten Menge reinen Harzes, waren etwa 12 Gram. erhalten worden.

0·3195 Grm. geschm. Subst. gab. 0·7656 Grm. Kohlens. u. 0·1622 Grm. Wass.

	$C_6 H_6 O_2$	Gefunden.
C	65·5	65·4
H	5·5	5·6

Diese beiden Producte: die Protokatechusäure und das Resorcin sind, von den flüchtigen Fettsäuren, die sich wie bei allen diesen Oxydationsprocessen der Harze durch schmelzendes Kali bilden, abgesehen, die einzigen, die wir aus der Asa fötida erhalten haben.

Von den Versuchen die wir anstellten, um jene näheren Bestandtheile des Harzes zu isoliren, denen die beschriebenen Zersetzungsproducte ihren Ursprung verdanken müssen, hat einer, für die gefundene Protokatechusäure wenigstens, das gewünschte Resultat gegeben.

Die Protokatechusäure entsteht aus einer höher zusammengesetzten, krystallisirten Verbindung von schwachsaurer Natur die wir

Ferulasäure

nennen, und die man nach einem Verfahren gewinnt, welches so einfach ist, daß damit zugleich bewiesen wird, die Säure bilde einen präformirten Bestandtheil des Ferulaharzes.

Fällt man nämlich eine alkoholische Lösung desselben, mit einer alkoholischen Bleizuckerlösung, so entsteht ein ziemlich reichlicher lichtgelber Niederschlag der Bleiverbindung dieser Säure. Um denselben von anhängendem Harze möglichst vollkommen zu befreien, wurde er zuerst mit Alkohol gewaschen, dann auf Leinwand gebracht, abgepreßt, zerrieben und nochmals mit Alkohol gewaschen, bis die Waschflüssigkeiten von Wasser kaum mehr getrübt wurden. Die neuerdings abgepreßte Masse wurde mit Wasser zu einem Schlamme zerrührt, dieser in einer Schale erhitzt und mit verdünnter Schwefel-

säure zersetzt. Die filtrirte Flüssigkeit gab nun bei angemessener Concentration, eine Krystallisation der rohen Säure, die einen etwas vanilleartigen Geruch besaß, den sie jedoch beim Umkrystallisiren (zuerst aus Alkohol, zuletzt aus siedendem Wasser) verlor.

Die reine Substanz krystallisirt leicht und schön und bildet farblose, lange, spröde, irisirende, vierseitige Nadeln des rhombischen Systems, deren Flächen ohne Combinationskanten in die Spitze verlaufen.

Sie lösen sich leicht in kaltem Alkohol, nicht allzuleicht in Äther, fast gar nicht in kaltem Wasser, völlig aber in siedendem und sehr leicht und mit gelber Farbe in Alkalien.

Sie sind ohne Geschmack und reagiren entschieden sauer.

Die wässrige Lösung gibt mit Bleizucker eine reichliche Ausscheidung gelber Flocken und mit Eisenchlorid einen dunkelgelbbraunen Niederschlag. Die alkalische Lösung reducirt eine kalische Kupferoxydlösung nicht. Die ammoniakalische gibt mit Silbersolution eine eigelbe Fällung, die an der Luft schnell grau und braun wird. Concentrirte Schwefelsäure löst die Krystalle mit gelber, beim Erwärmen bräunlich-roth werdender Farbe. Diese Lösung zeigt eine grüne Fluorescenz, die beim Verdünnen mit Wasser sofort verschwindet.

Die Ferulasäure schmilzt leicht und erstarrt krystallinisch. Mit Kali geschmolzen liefert sie vornehmlich Protokatechusäure neben etwas Oxalsäure, Essigsäure und Kohlensäure, Producte, welche in der mehrfach beschriebenen Weise getrennt und erkannt wurden [1]. Die trockene Destillation gibt unter Zersetzung des grössten Theils der Substanz einen braunen kohligen Rückstand, und ein dickflüssiges nach Phenylalkohol und Guajakol riechendes Öl, in welchem sich

---

[1]) Die erhaltene Protokatechusäure wurde analysirt:

0·2949 Grm. bei 100° getrock. Subst. gab. 0·5871 Grm. Kohlens. u. 0·1108 Grm. Wass.
0·3307 „ lufttrockener Substanz verloren bei 100° 0·0358 „ „

		$C_7H_6O_4$		Gefunden.
C	—	54·5	—	54·3
H	—	3·9	—	4·2

		Berechnet.		Gefunden.
$C_7H_6O_4$	—	—	—	—
H_2O	—	10·5	—	10·6

beim langen Stehen Krystalle (wahrscheinlich von Brenzkatechin) bilden, die in Alkohol gelöst eine intensiv grüne, auf Zusatz von kohlensaurem Natron roth werdende Eisenreaction geben.

Die Analyse der Ferulasäure und ihrer Salze führte zur Formel $C_{10}H_{10}O_4$. Sie verliert bei 100° nichts an Gewicht, auch nicht von 100° bis zu ihrem Schmelzpunkte, der bei 153—154° liegt und ist demnach wasserfrei.

Bei 100° getrocknet gaben:

I. 0·3094 Grm. Substanz 0·6994 Grm. Kohlens. und 0.1470 Grm. Wasser.
II. 0·2972 „ „ 0·6715 „ „ „ 0·1403 „ „

	$C_{10}H_{10}O_4$	I.	II.
C	61·9	61·7	61·6
H	5·2	5·3	5·2

Ammoniumsalz. Eine Lösung der Säure in Ammoniak ist gelb und gibt beim freiwilligen Verdunsten blätterige, etwas gelbliche Krystalle, die mit kaltem Wasser abgespült und an der Luft getrocknet wurden. Bei 100° entweicht schon ein Theil des Ammoniaks. Die lufttrockene Substanz verliert unter der Luftpumpe ein Molecül Wasser.

0·2893 Grm. Subst. gaben 0·5580 Grm. Kohlens. und 0·1674 Grm. Wasser.
0·3530 „ „ „ 20·5 CC Stickstoff bei 12° C. und 686^{mm}· Bar.

	$C_{10}(H_9NH_4)O_4 . H_2O$	Gefunden.
C	52·4	52·6
H	6·5	6·4
N	6·1	6·3

Kaliumsalz. Eine concentrirte alkohol. Lösung der Säure gibt mit einer concentrirten alkohol. Kalilösung sofort eine gelbliche krystallinische Ausscheidung des Kaliumsalzes, so daß die Flüssigkeit zu einem Brei wird. Man kann es ohne Verlust auf einem Filter mit Alkohol auswaschen. Es ist von strohgelber Farbe, in kochendem Alkohol löslich und zerfließlich in Wasser.

0·3103 Grm. bei 100° getrock. Subst. gaben 0·1993 Grm. schwefels. Kali.

	$C_{10}H_8K_2O_4$	Gefunden.
K	28·9	28·8

Die Verbrennung des Salzes gab zu niedrige Zahlen. Es zeigte sich, daß der geschmolzene Rückstand im Schiffchen noch viel Kohle

einschloß, die selbst im Sauerstoffstrome nicht verbrannt werden konnte.

Silbersalz. Es bildet, aus dem Ammoniumsalze mit salpetersaurem Silber dargestellt, einen citronengelben, bald mißfarbig werdenden Niederschlag.

0·2934 Grm. bei 100° getrock. Substanz gaben 0·4211 Grm. Kohlensäure und
0·093 „ Wasser.
0·2934 „ „ „ „ „ „ 0·1047 „ Silber.

	$C_{10}H_9AgO_4$		Gefunden.
C —	39·9	—	39·2
H —	3·0	—	3·5
Ag —	35·9	—	35·7

Die Ferulasäure scheint zweibasisch oder wenigstens zweiatomig und homolog mit der von Scheuch in Kolbe's Laboratorium aus der Eugensäure dargestellten Eugetinsäure zu sein [1].

$C_{10}H_{10}O_4$ Ferulasäure.
$C_{11}H_{12}O_4$ Eugetinsäure.

Die bis jetzt ermittelten Eigenschaften der beiden Säuren widersprechen wenigstens dieser Beziehung nicht und es wäre interessant zu wissen, ob die Eugetinsäure auch ein der Protokatechusäure homologes Zersetzungsproduct liefert.

Die Zersetzung der Ferulasäure wäre ausdrückbar durch:

$$\underbrace{C_{10}H_{10}O_4}_{\text{Ferulasäure}} + 4O = \underbrace{C_7H_6O_4}_{\text{Protokatechusäure}} + \underbrace{C_2H_4O_2}_{\text{Essigsäure.}} + \underbrace{CO_2}$$

Die Ferulasäure hat in ihrem Verhalten auch viele Ähnlichkeit mit der Piperinsäure von Babo's und Strecker's, $C_{12}H_{10}O_4$, und sie unterscheidet sich von ihr nur um den Betrag von C_2.

Die Phtalsäure, Terephtalsäure und Insolinsäure dagegen: $C_8H_6O_4$ und $C_9H_8O_4$ sind in ihrem Verhalten zu verschieden, als daß sich eine Homologie annehmen ließe.

Gummigutt.

Das Harz des Gummigutts wurde aus der Drogue so, wie das der Asa fötida dargestellt. Der alkoholische Auszug wurde abdestillirt und der Rückstand mit Wasser ausgefällt.

---

[1]) Annal. d. Chem. Bd. 125, S. 14.

Das chromgelbe Harz wurde in denselben Verhältnissen mit Kali verschmolzen. Hiebei entwickelt sich unter starkem Schäumen ein citronen- oder melissenartig riechender Dampf und löst man, wenn der Schaum einzusinken und kleinblasig zu werden beginnt, die Masse in Wasser auf und übersättigt sie mit verdünnter Schwefelsäure, so scheidet sich nur sehr wenig oder gar kein Harz mehr aus.

Die weitere Behandlung mit Äther war dieselbe wie früher. Zu bemerken ist, daß sich viel Essigsäure und wie es scheint auch Buttersäure bildet.

Der mit wenig Wasser versetzte, erwärmte, und so von dem Ätherrest befreite Rückstand von der Destillation ist sehr krystallisationsfähig. Die Krystalle bestehen entweder ganz aus Phloroglucin, oder es sind ihnen noch Krystalle einer zweiten Substanz von der Natur einer Säure beigemengt. Um die Auseinandersetzung abzukürzen wollen wir gleich vorausschicken, daß im ganzen vier Producte gebildet worden sind: Phloroglucin, eine durch Bleizucker nicht fällbare krystallisirte Säure, eine krystallisirbare und durch Bleizucker fällbare Säure und eine durch Bleizucker fällbare aber nicht krystallisirbare Säure.

Der beste Weg diese Substanzen zu trennen ist: Man löst den Rückstand von der Ätherdestillation in Wasser (hat sich sehr viel Phloroglucin ausgeschieden, so ist es gut dasselbe vorher zu entfernen, und für sich zu behandeln), sättigt mit Soda ab, und schüttelt wieder mit Äther aus. Dieser löst das Phloroglucin, von welchem aus einem Pfund Harz 6—8 Gramm. erhalten wurden. — Die davon befreite Flüssigkeit wird erwärmt um den Äther zu verjagen, dann wieder mit Schwefelsäure übersättigt und neuerdings mit Äther (etwa 5—6 Mal) ausgeschüttelt. Destillirt man nun den Äther ab, so krystallisirt gleich aus dem Destillationsrest ein Theil der Substanz.

Ohne die Krystalle zu trennen, löst man alles in Wasser, verjagt den Äther, und fällt die ausgekühlte Flüssigkeit mit Bleizucker aus.

Der Niederschlag ist weiss, voluminös und setzt sich käsig ab. Er enthält die zwei fällbaren Säuren, die davon ablaufende Flüssigkeit (*a*) die dritte, nicht fällbare. Man zersetzt den Bleiniederschlag mit Schwefelwasserstoff, und wäscht das Schwefelblei mit siedendem Wasser aus.

Eben so behandelt man die Flüssigkeit (*a*).

Die ablaufenden Filtrate werden eingedampft. Beide liefern Krystalle. Die aus der Flüssigkeit *a* erhaltenen schließen indeß noch etwas von der durch Blei fällbaren Säure ein, weil in der durch Fällung frei werdenden Essigsäure sich ein Theil des Bleisalzes löst. Man muß daher mit diesen Krystallen die Bleibehandlung wiederholen und kann den Niederschlag mit dem ersten vereinigen.

Die Säuren aus dem Bleisalze. In der bis zum dünnen Syrup abgedampften Lauge bilden sich nach mehrtägigem Stehen, meistens ziemlich reichlich, körnige Krystalle.

Man trennt sie von den Mutterlaugen durch Leinwand, spült sie mit kaltem Wasser ab, löst sie in siedendem und behandelt sie mit Thierkohle, bis sie vollständig farblos sind. Die gereinigte Substanz ist sehr krystallisationsfähig und bildet ziemlich dicke, kurze, säulenförmige Krystalle des rhombischen Systems, deren Flächen manchmal sattelförmig gekrümmt erscheinen.

Sie sind von stark saurer Reaction und eben solchem Geschmack verlieren bei 100° fast nichts an Gewicht, vertragen selbst eine Temperatur von 140—150° ohne Wasser abzugeben und müssen deßhalb als wasserfrei angesehen werden. Höher erhitzt schmelzen sie (bei etwa 160°) und erstarren dann wieder krystallinisch.

Die Analysen führen zur Formel $\Theta_9H_8\Theta_4$, die auch durch mehrere Salze controlirt ist.

I.	0·2886 Grm.	Subst. gab.	0·6356 Grm.	Kohlens. und	0·1254 Grm.	Wasser.
II.	0·2921 „	„ „	0·6464 „	„ „	0·1292 „	„
III.	0·2854 „	„ „	0·6254 „	„ „	0·1202 „	„

	$\Theta_9H_8\Theta_4$	I.	II.	III.
C	60·0	60·1	60·4	59·8
H	4·4	4·8	4·9	4·7

Ammoniumsalz. Eine ammoniakalische Lösung der Säure liefert beim Verdunsten farblose blättrige, sehr zerfließliche Krystalle.

Calciumsalz. Beim allmählichen Verdunsten einer mit Chlorcalcium versetzten Lösung des Ammoniumsalzes bilden sich kugelige Aggregate der Calciumverbindung, welche durch Umkrystallisiren gereinigt wurden.

0·3793 Grm. bei 120° getrock. Subst. gaben 0·6816 Grm. Kohlensäure und
0·1066 „ Wasser.
0·3177 „ „ „ „ „ „ 0·1940 „ schwefels. Kalk.
0·3705 „ lufttrock. Subst. verloren bei 120° 0·0528 „ Wasser.

	$C_9H_6\overset{''}{Ca}\Theta_4$		Gefunden.
C —	49·5	—	49·0
H —	2·8	—	3·1
Ca —	18·3	—	18·0

	Berechnet.		Gefunden.
$C_9H_6\overset{''}{Ca}\Theta_4$ —	—	—	—
$2H_2\Theta$ —	14·2	—	14·3

Ein an Metall ärmeres Salz entsteht durch Absättigen der freien Säure mit kohlensaurem Kalk. Es krystallisirt leichter als das vorige und ist im reinen Zustande wahrscheinlich das saure Salz der Säure. Die Analyse wies indessen einen etwas höheren Metallgehalt nach, der auf eine Beimischung des ersteren Salzes schließen ließ.

Baryumsalz. Aus der freien Säure entsteht durch Absättigen mit kohlensaurem Baryt dieses Salz, welches beim Eindampfen der Lösung in glänzenden Schüppchen anschießt. Es enthält 43·1 Proc. Baryum. $C_9H_6\overset{''}{Ba}\Theta_4$ verlangt 43·5 Proc.

Cadmiumsalz. Durch Sättigen der Säure mit kohlensaurem Cadmium erhalten. Warzenförmig vereinigte kurze Prismen.

Das Salz wird beim Trocknen gelb und verliert die letzten Antheile seines Krystallwassers außerordentlich langsam.

Es ist das saure Salz der Säure und entspricht der Formel:

$$C_9H_7Cd\Theta_4 + 2\tfrac{1}{2}H_2\Theta \text{ oder } \left.\begin{matrix} C_9H_6\overset{''}{Cd}\Theta_4 \\ C_9H_8\Theta_4 \end{matrix}\right\} + 5H_2\Theta$$

	Berechnet.		Gefunden.
Cd —	23·8	—	23·0
$H_2\Theta$ —	16·1	—	15·1

Die Differenzen zwischen den berechneten und gefundenen Zahlen rühren von der Schwierigkeit her das Salz durch Trocknen völlig wasserfrei zu erhalten, ohne daß es sich zersetzt.

Silbersalz. Es erscheint als weißer voluminöser Niederschlag beim Fällen einer Lösung des Ammoniumsalzes durch salpetersaures Silber. Es ist schwer löslich in kaltem Wasser und verändert sich am Lichte nicht. Nach dem Trocknen im Wasserbade gaben:

0·3330 Grm. Subst. 0·3309 Grm. Kohlensäure und 0·0530 Grm. Wasser.
0·4370 „ „ 0·2387 „ Silber.

	$C_9H_6Ag_2\Theta_4$		Gefunden.
C —	27·4	—	27·1
H —	1·5	—	1·8
Ag —	54·8	—	54·6

Alle diese Salze sind ohne Zuhilfenahme von Sauerstoff nur unvollständig verbrennlich.

Der gefundenen Formel $\Theta_6 H_8 \Theta_4$ entsprechen ausser der noch etwas fraglichen Insolinsäure noch zwei andere Säuren, welche erst in der letzten Zeit beschrieben worden sind, das ist die Camphrensäure Schwanert's (Annal. d. Chem. Bd. 123, S. 306) und die Uvitinsäure von Fink (Annal. d. Chem. Bd. 122, S. 185), welch' letztere aus der Brenztraubensäure entsteht.

Mit der ersteren Säure hat die unserige gar nichts verwandtes, einige Ähnlichkeit jedoch mit der zweiten.

Wir wollen ihr daher vorläufig den Namen Isuvitinsäure geben, um an ihre Isomerie mit der Uvitinsäure zu erinnern.

Und so wie neben der Uvitinsäure die amorphe Uvitonsäure entsteht, so findet sich neben unserer Säure eine zweite gleichfalls amorphe oder syrupöse Verbindung von saurem Charakter in den Mutterlaugen. Die Isuvitinsäure ist inzwischen nicht so schwer löslich, daß nicht kleine Mengen derselben auch noch darin vorhanden sein müßten und von diesen sie quantitativ zu trennen ist uns nicht gelungen.

Die näheren Verhältnisse der Isuvitinsäure zu ermitteln, soll den Gegenstand einer besonderen Arbeit bilden.

Daß zwischen ihr und der Uvitinsäure eine Beziehung besteht, ist aus einem anderen Grunde nicht unwahrscheinlich.

Die Uvitinsäure entsteht aus der Brenztraubensäure und neben unserer Isuvitinsäure findet sich gleichzeitig Brenzweinsäure.. Die von essigsaurem Blei nicht gefällte Säure ist nämlich Brenzweinsäure.

Die mit *a* bezeichnete von dem rohen Bleiniederschlage der vorigen Säuren abgelaufene Flüssigkeit, gibt mit Schwefelwasserstoff vom Blei befreit und eingedampft warzige concentrisch gruppirte Krystalle, die mit kaltem Wasser abgespült und umkrystallisirt wurden.

Sie waren ganz farblos, zeigten die Formen des monoklinoëdrischen Systems und bildeten in concentrirten Lösungen leicht kugelige Aggregate.

Reaction und Geschmack waren sauer und alle ihre Eigenschaften stimmten mit denen der Brenzweinsäure vollkommen überein. Sie wurden auch sorgfältig mit der aus der Weinsäure dargestellten

Säure verglichen. Ihre Menge ist beträchtlich und meist größer als die der Isuvitinsäure. Ein Pfund Gummiguttharz lieferte an 40 Gramm. Brenzweinsäure.

I.	0·2933 Grm. bei 100° getrock. Subst. gaben	0·4862 Grm.	Kohlensäure und
		0·1662 „	Wasser.
II.	0·3153 „ „ „ „ „ „	0·5216 „	Kohlensäure und
		0·1770 „	Wasser.

	$\Theta_5 H_8 \Theta_4$	I.	II.
C	45·5	45·2	45·1
H	6·1	6·3	6·2

Natriumsalz. Eine ansehnliche Quantität der Säure (30 Grm.) wurde mit Soda abgesättigt und die eingeengte Flüssigkeit der Krystallisation überlassen. Nach einigen Tagen war sie zu einem Haufwerk von breiten blättrigen Krystallen erstarrt, die von den Mutterlaugen abgepreßt und umkrystallisirt wurden. Leicht verwitterbar verliert das Salz bei 140° vollständig sein Krystallwasser.

I.	0·2367 Grm getrock. Subst. gaben	0·1910 Grm.	schwefels. Natron.
II.	0·2929 „ „ „ „	0·2357 „	„ „
III.	0·3857 „ lufttrock. Subst. verl.	0·1460 „	Wasser.
IV.	0·4719 „ „ „ „	0·1790 „	„

	$\Theta_5 H_6 Na_2 \Theta_4$	I.	II.
Na	26·1	26·1	26·2

	Berechnet.	III.	IV.
$\Theta_5 H_6 Na_2 \Theta_4$	—	—	—
$6H_2\Theta$	38·0	37·9	37·9

Calciumsalz. Eine concentrirte Lösung des Natriumsalzes mit Chlorcalcium vermischt, gibt Krystalldrusen des Calciumsalzes, welche unter dem Mikroskope als Bündel kurzer Prismen erscheinen.

0·2811 Grm. bei 140° getrock. Sebst. gaben 0·2268 Grm. schwefels. Kalk.
0·3582 „ lufttrock. Substanz verloren 0·0616 „ Wasser.

	$\Theta_5 H_6 \overset{\prime\prime}{Ca} \Theta_4$	Gefunden.
Ca	23·5	23·7

	Berechnet.	Gefunden.
$\Theta_5 H_6 \overset{\prime\prime}{Ca} \Theta_4$	—	—
$2H_2\Theta$	17·5	17·2

Silbersalz. Weißer schleimiger Niederschlag aus den Lösungen des Natriumsalzes und salpetersaurem Silber erzeugt.

Es wird am Lichte etwas grau.

0·4081 Grm. bei 100° getrock. Substanz gaben 0·2537 Grm. Silber.

$C_8H_6Ag_2O_4$				Gefunden.
Ag	—	62·4	—	62·2

Wir glauben kaum bemerken zu müssen, daß wir die Untersuchung des Gummigutt's damit nicht als abgeschlossen betrachten und werden sie durch Versuche ergänzen, die Bestandtheile desselben aufzufinden, deren Zersetzungsproducte wir so eben beschrieben haben.

Das mit so vielen Harzen gleichzeitige Vorkommen des Gummis, wonach man eigentliche Harze und Gummiharze unterscheidet, hat uns veranlaßt zu untersuchen, wie sich Gummi (und Zuckerarten) bei der Oxydation durch schmelzendes Kali verhalten und ob nicht außer den schon gekannten hiebei auftretenden Producten (Essigsäure, niedere Fettsäuren, Oxalsäure) noch einige von denen gebildet werden, welche wir bisher erhalten haben. Daraus hätte sich schließen lassen, daß solche Harze, außer jenem durch Alkohol abtrennbaren Antheil von Gummi, noch einen zweiten Antheil desselben enthalten, der in irgend einer Art mit ihnen chemisch verbunden sein könnte.

(Das Auftreten der gefundenen Essigsäure und anderer Fettsäuren allein würde für einen Gehalt daran nicht beweisend gewesen sein, da wir eben vorhin gezeigt haben, wie auch die Ferulasäure Essigsäure liefern kann.)

Es hätte dadurch auch physiologischer Seits eine Andeutung gewonnen werden können, daß eine Bildung von Harzen aus den gummi- und zuckerartigen Bestandtheilen der Pflanzen durch das Zwischenglied der sogenannten Gerbstoffe möglich sei, wie sie von Botanikern, zuletzt von Wiesner [1]) schon vermuthet worden ist.

---

[1]) Sitzungsberichte d. Wiener Akad. 52. Band, S. 129.

Von den bezüglichen Versuchen, die bis jetzt nur mit arabischem Gummi und Milchzucker ausgeführt wurden, sei diesmal nur so viel erwähnt, daß sich in der That aus der, mit Schwefelsäure abgesättigten Kalischmelze durch Äther ein Körper ausziehen läßt, der einige der Reactionen dieser Stoffe, eine intensiv grüne Färbung durch Eisenoxydsalze, das Braunwerden mit Alkalien an der Luft, die Fällbarkeit durch essigsaures Blei besitzt. Seine Menge war aber gering und krystallisirt wurde er nicht erhalten.

Bemerkenswerth wäre noch, daß bei diesem Verfahren Gummi und Zucker zu oxydiren, constant eine gewisse Menge Bernsteinsäure erhalten wird.

II. Über das Resorcin.

Von G. Malin.

De Luynes, der in letzter Zeit eine werthvolle Untersuchung über das Orcin veröffentlicht hat [1]), läßt es am Schlusse derselben unentschieden, ob die Oxyphensäure oder des Resorcin das wahre Homologe desselben sei. Für die Homologie des Resorcin's mit dem Orcin hatten sich Hlasiwetz und Barth gleich nach der Entdeckung dieses Körpers ausgesprochen, und ich habe auf Veranlassung des Ersteren weitere Beweise für diese Ansicht gesammelt, indem ich versuchte, ob das Resorcin wirklich so genau das chemische Verhalten des Orcins nachahmt, als es von einem homologen Körper erwartet werden kann.

Das ist in der That der Fall, und die zu beschreibenden Verbindungen mögen als Beweise hiefür dienen.

Über die Krystallform der Resorcins hatte Herr Prof. Reuss die Güte Einiges mitzutheilen.

Leider waren die Krystalle, wenn auch voluminös, doch nicht so gut ausgebildet, als es wünschenswerth gewesen wäre.

Das Krystallsystem dürfte triklinisch sein, und nach Dr. Schrauf's Messungen die nur sehr approximativ vorgenommen werden konnten, betragen die Winkel der Pinakoid-Flächen, und zwar:

$$a\ (100):\ b\ (010) = 85 - 70^\circ$$
$$a\ (100):\ b\ (001) = 70^\circ \text{ beiläufig.}$$

Die beobachteten Flächen wären nach dieser Voraussetzung etwa:

---

1) Annal. de Chimie et Physique Oct. 1865. S. 184. Im Auszug Annal. d. Chemie, Band 136, S. 72, Centralblatt 1865. Nr. 39 und 49.

$100 = \infty \bar{P} \infty$
$010 = \infty \breve{P} \infty$
$001 = 0 \, P$
$110 = \infty' P$
$210 = \infty \, \bar{P}_2$
$120 = \infty' \breve{P}_2$
$\overline{111} = 1 \, P$

Schwefelsaures Chinin-Resorcin. Die Verbindbarkeit mit dem Chinin theilt das Resorcin mit dem Orcin und Phloroglucin. Die Verbindungen sind sämmtlich krystallinisch, und das Orcinchinin erscheint nur dann amorph, wenn die Lösungen, aus denen es dargestellt wird, sehr concentrirt sind. Die Analyse dieses Körpers ist bereits mitgetheilt [1]). Das in derselben Weise durch Vermischen der Lösungen von Resorcin und schwefelsaurem Chinin (2:5) nach Zugabe einiger Tropfen Schwefelsäure zu der letzteren dargestellte schwefelsaure Chinin-Resorcin war in kleinen Nadeln krystallisirt, die mit kaltem Wasser abgespült, und aus heißem umkrystallisirt werden konnten. Die Analyse ergab:

0·3322 Grm. lufttrock. Subst. verloren bei 120° 0·0165 Grm. Wasser.
0·313 „ getrock. Subst. gaben 0·693 Grm. Kohlens. u. 0·170 Grm. Wasser.
0·362 „ „ „ „ 0·1607 „ schwefels. Baryt.

$\left.\begin{matrix} C_{20}H_{24}N_2O_2 \\ C_6H_6O_2 \end{matrix}\right\} SO_3$

			Gefunden.
C	60·7	—	60·4
H	5·8	—	6·0
SO_3	15·5	—	15·2

	Berechnet.	Gefunden.
$C_{26}H_{30}N_2O_4 . SO_3$	—	—
$1\frac{1}{2} H_2O$	4·9	4·9

Acetyl-Resorcin. Chloracetyl wirkt auf Resorcin schon in der Kälte ein, und löst es unter einer starken Salzsäure-Entwickelung zu einer öligen Flüssigkeit. Die Materialien befanden sich in einer Röhre, und die Reaction wurde bei 100° zu Ende geführt. Hierauf

[1]) Sitzungsberichte der kais. Akademie in Wien. Bd. 52, S. 85.
Es ergab sich für ihn die Formel:

$$\left.\begin{matrix} C_{20}H_{24}N_2O_2 \\ C_7H_8O_2 \end{matrix}\right\} SO_3 . \, 2 H_2O$$

wurde das Ganze in einer Schale auf dem Wasserbade erhitzt, und da es sich nicht krystallisationsfähig zeigte, durch Destillation gereinigt.

Die mittlere Partie des Destillats wurde analysirt. Sie war ein farb- und geruchloses, in Wasser unlösliches Öl, von brennend bitterem, hintennach süßlichem Geschmack. Die Analysen führten zur Formel des zweifach-acetylirten Resorcins:

0·2348 Grm. Subst. gaben 0·531 Grm. Kohlens. und 0·111 Grm. Wasser.
0·1859 „ „ „ 0·423 „ „ „ 0·093 „ „

$$\underbrace{\Theta_6 \begin{matrix} (\Theta_2 H_3 \Theta)_2 \\ H_4 \end{matrix} \Theta_2}$$

					Gefunden.
C	—	61·9	—	61·6	— 62·0
H	—	5·2	—	5·3	— 5·5

Benzoyl-Resorcin. Auch das Benzoylchlorid greift das Resorcin schon in der Kälte an. Beim gelinden Erwärmen löst sich Alles zu einer dicklichen Masse von rother Farbe. Nach dem Verjagen des überschüssigen Chlorids auf dem Wasserbade hinterbleibt ein zäher Rückstand, der, in heißem Weingeist gelöst, schnell Krystalle der Verbindung fallen läßt. Wiederholt aus Alkohol umkrystallisirt erscheinen sie als weiße, glänzende talkartige Schüppchen, die der Analyse zu Folge eine, der vorigen Verbindung entsprechende Constitution haben.

0·336 Grm. Subst. gaben 0·929 Grm. Kohlens. und 0·139 Grm. Wasser.

$$\underbrace{\Theta_6 \begin{matrix} (\Theta_7 H^5 \Theta)_2 \\ H_4 \end{matrix} \Theta_2}$$

				Gefunden.
C	—	75·5	—	75·4
H	—	4·4	—	4·6

Aus den Mutterlaugen dieser leicht krystallisirenden Verbindung wurden noch andere, blättchenartige Krystalle erhalten, die leichter löslich waren, und Monobenzoyl-Resorcin zu sein schienen. Sie waren, wie auch die vorige Verbindung unlöslich in Wasser.

0·3001 Grm. Subst. gaben 0·802 Grm. Kohlens. und 0·121 Grm. Wasser.

$$\underbrace{\Theta_6 \begin{Bmatrix} \Theta_7 H_5 \Theta \\ H_5 \end{Bmatrix} \Theta_2}$$

				Gefunden.
C	—	72·9	—	72·9
H	—	4·7	—	4·7

Resorcin und Succinylchlorür. Das Chlorür der Bernsteinsäure wirkt in der Wärme auf Resorcin gleichfalls energisch ein. Es bildet sich unter Salzsäureentwickelung ein rothbraunes, bis zum Undurchsichtigen gefärbtes dickliches Öl, aus welchem jedoch kein krystallisirtes Product isolirt werden konnte. Alkohol löste das Ganze mit dunkelrothbrauner Farbe, und Wasser fällte diese Lösung harzig. Dieses Harz ist ausgezeichnet durch den höchst intensiven grünen Dichroismus, den es in alkalischer Lösung selbst in kleinster Menge zeigt.

Die Gegenwart von etwas Phosphorchlorür kann die Wirkung des Succinylchlorürs auf das Resorcin ganz hintanhalten. Man bekömmt zwar eine Lösung, allein diese ist ungefärbt, und Äther, mit dem man sie schüttelt entzieht ihr fast die ganze Menge des angewandten Resorcins im unveränderten Zustande.

Resorcin und Phosphorsuperchlorid. Beim Zusammenschmelzen äquivalenter Gewichtsmengen von Resorcin und Phosphorsuperchlorid entwickeln sich viele weiße, uncondensirbare Dämpfe, es destillirt etwas Phosphoroxyd ab, und es hinterbleibt eine braune, aufgeblähte, halbverkohlte Masse.

Resorcin Ammoniak. Ganz in derselben Weise, wie nach de Luynes aus einer ätherischen mit Ammoniak behandelten Lösung des Orcins eine krystallisirte Ammoniakverbindung erhalten wird, bildet sich eine solche auch aus dem Resorcin. Leitet man in eine nicht zu verdünnte Lösung von Resorcin in wasserfreiem Äther trockenes Ammoniakgas, so trübt sich zuerst die Flüssigkeit, weiterhin scheiden sich ölige Tropfen aus, und bald darauf erstarren diese, und es bildet sich eine reichliche Krystallisation der Verbindung, die farblos ist.

(Um den Ammoniakgehalt zu bestimmen, wurden die, schnell aus der Flüssigkeit in eine Röhre gebrachten Krystalle durch einen Strom trocknen Ammoniakgases von Äther befreit, dann gewogen, durch Kochen mit Ätzlauge das Ammoniak entwickelt, in Salzsäure geleitet, und darin mit Platinchlorid in gewöhnlicher Weise bestimmt).

0·494 Grm. Subst. gaben 0·374 Grm. Platin.

	$C_6 H_6 O_2 . NH_3$	Gefunden.
NH_3	11·1	10·8

Das Resorcin-Ammoniak ist, an die Luft gebracht, sehr der Zersetzung unterworfen. Die Krystalle zerfließen, und färben sich grün, später indigblau.

Hierbei bildet sich ein, dem Orcein anologes Product, welches, wenn man eine solche Lösung der Krystalle mit etwas überschüssigem Ammoniak und einer Sodalösung mehrere Tage lang an einem warmen Orte in einem nur lose verschlossenen Kolben stehen läßt, durch Fällung mit Salzsäure in Form dunkler, rothbrauner Flocken, die getrocknet einen metallischen Glanz besitzen, erhalten werden kann. Säuren und Alkalien gegenüber zeigte es die Farbenerscheinungen des Lackmus-Farbstoffs.

Resorcin und Schwefelsäure. Eine, mit Orcin noch nicht dargestellte Verbindung des Resorcins mit Schwefelsäure entsteht sehr leicht, wenn man Resorcin etwa im vierfachen seines Gewichts englischer Schwefelsäure in einer Schale durch Erwärmen löst.

So wie die, etwas gefärbte Flüssigkeit wieder auskühlt, erstarrt sie zu einem Brei zerfließlicher Krystalle, die von dem Überschuß der Schwefelsäure nicht anders befreit werden konnten, als indem man das Ganze auf ein sorgfältig gereinigtes und abgeriebenes Backsteinstück brachte, und unter der Luftpumpe die Säure einsaugen ließ.

Die Verbindung reagirt und schmeckt sehr sauer, ist äußerst hygroskopisch, und wird in sehr großer Verdünnung noch von Eisenchlorid blutroth gefärbt. Basen zersetzen sie schnell, und Salze waren aus diesem Grunde nicht rein zu erhalten.

Die Analyse, von der, bei der Unmöglichkeit, die Substanz auf gewöhnliche Weise zu reinigen, nur annähernde Zahlen erwartet werden konnten, wies das ungewöhnliche Verhältniß von 1 Mol. Resorcin zu 4 Mol. Schwefelsäure nach.

0·640 Grm. Subst. gaben 0·351 Grm. Kohlens. und 0·181 Grm. Wasser.
0·5417 „ „ „ 1·0242 „ schwefels. Baryt.

	$\left.\begin{matrix} C_6H_6O_2 \\ 4SH_2O_4 \end{matrix}\right\}$	Gefunden.
C	— 14·3 —	14·9
H	— 2·8 —	3·1
SO_3	— 63·7 —	64·9

Resorcin und Salpetersäure. Resorcin unter einer Glocke den Dämpfen starker Salpetersäure ausgesetzt, zergeht allmählich zu

einer dunkelrothbraunen harzigen Masse. Diese ist in Wasser theilweise mit derselben Farbe löslich, deßgleichen in Alkohol und Äther.

Ammoniakdämpfe färben eine auf einer Porzellanschale durch Verdampfen der ätherischen Lösung erzeugte dünne Schichte der Substanz violettbraun.

In Krystallen war der Körper (wahrscheinlich ein nitrirtes Oxydationsproduct), der auf die von de Luynes beschriebene Weise gebildet war, nicht zu erhalten.

Erfolglos blieben die Versuche, durch trockene Destillation mit Kalk, durch Schmelzen mit Kali, durch Natrium amalgam durch unterchlorige Säure, und durch Jodwasserstoff Zersetzungsproducte aus dem Resorcin zu erhalten, die zur Beurtheilung seiner Constitution Anhaltspunkte hätten geben können.

Zum Schluß seien nur noch des Vergleichs wegen die erhaltenen Verbindungen mit denen das Orcins zusammengestellt:

$$\underbrace{C_6 H_6 O_2}_{\text{Resorcin.}} \qquad \underbrace{C_7 H_8 O_2}_{\text{Orcin.}}$$

$$\underbrace{\left.\begin{matrix} C_{10} H_{24} N_2 O_2 \\ C_6 H_6 O_2 \end{matrix}\right\} SO_3 + 1\tfrac{1}{2} H_2 O}_{\text{Schwefels. Chinin Resorcin.}} \qquad \underbrace{\left.\begin{matrix} C_{10} H_{24} N_2 O_2 \\ C_7 H_8 O_2 \end{matrix}\right\} SO_3 + 2H_2 O}_{\text{Schwefels. Chinin Orcin.}}$$

$$\underbrace{C_6 \begin{pmatrix} 2 (C_2 H_3 O) \\ H_4 \end{pmatrix} O_2}_{\text{Acetylresorcin.}} \qquad \underbrace{C_7 \begin{pmatrix} 2(C_2 H_3 O) \\ H_6 \end{pmatrix} O_2}_{\text{Acetylorcin.}}$$

" $\qquad \underbrace{C_7 \begin{pmatrix} 2 (C_4 H_7 O) \\ H_6 \end{pmatrix} O_2}_{\text{Butyrylorcin.}}$

$$\underbrace{C_6 \begin{pmatrix} 2 (C_7 H_5 O) \\ H_4 \end{pmatrix} O_2 \quad C_6 \begin{pmatrix} (C_7 H_5 O) \\ H_5 \end{pmatrix} O_2}_{\text{Benzoylresorcine.}} \qquad \underbrace{C_7 \begin{pmatrix} 2 (C_7 H_5 O) \\ H_6 \end{pmatrix} O_2}_{\text{Benzoyl Orcin.}}$$

$$\underbrace{C_6 \begin{pmatrix} H_3 \\ Br_3 \end{pmatrix} O_2}_{\text{Tribromresorcin.}} \qquad \underbrace{C_7 \begin{pmatrix} H_5 \\ Br_3 \end{pmatrix} O_2}_{\text{Tribromorcin.}}$$

" $\qquad \underbrace{C_7 \begin{pmatrix} H_5 \\ Cl_3 \end{pmatrix} O_2}_{\text{Trichlororcin.}}$

$\underbrace{C_6 H_6 O_2 . NH_3}$ $\underbrace{C_7 H_8 O_2 . NH_3 .}$

Resorcinammoniak. Orcinammoniak.

$\underbrace{\begin{matrix} C_6 H_6 O_2 \\ 4S H_2 O_4 \end{matrix}}$ „

Resorcinschwefelsäure.

De Luynes und G. Esparandieu beschäftigen sich gegenwärtig nach einer Mittheilung in den *Comptes rendues* (im Auszuge Centralblatt 1865, S. 1003, Zeitschrift für Chemie 1865, S. 702) mit der Untersuchung der Pyrogallussäure, und sie führen an, daß dieselbe mit Ammoniak, Chinin und Chloracetyl Producte gibt, ähnlich denen des Orcins.

Bezüglich der letzteren möge zu bemerken erlaubt sein, daß die Acetyl und Benzoylpyrogallussäure schon im Jahre 1858 im hiesigen Laboratorium von Nachbaur dargestellt und analysirt worden ist. (Ann. d. Ch. Bd. 107, S. 244.)

III. *Analyse der Salzsoole und Mutterlauge der k. k. Saline zu Hall in Tirol.*

Von L. Barth.

Die Veranlassung zur Analyse dieser Salzsoole gab ein Project, dieselbe zu therapeutischen Zwecken zu benützen und ein Soolenbad in Hall zu errichten.

1. Die Soole.

Dieselbe ist vollkommen klar und farblos, reagirt neutral und wird beim Kochen nicht getrübt. Ihr spec. Gewicht wurde bei 17° C. 1·20551 gefunden.

Die qualitative Analyse ergab:

Kali, Natron, Kalk, Magnesia, Chlor, Brom, Schwefelsäure, Kohlensäure. Ferner geringe Spuren von Rubidium, Cäsium [1]), Lithium, Eisen. Mangan und Jod sind nur in eingedampfter, auf den Concentrationsgrad der Mutterlauge gebrachter Soole nachzuweisen.

Quantitative Analyse.

1. Kalkbestimmung [2]). 314·36 Grm. Soole mit oxalsaurem Ammonium versetzt, gaben einen Niederschlag von oxalsaurem Cal-

---

[1]) Der Nachweis von Rubidium und Cäsium wurde nach der von Prof. Schrötter, Sitzungsb. d. kais. Akad. Bd. 44, S. 218 mitgetheilten Methode ausgeführt.

[2]) Da Schwefelammonium auch nach längerem Stehen keine Trübung oder auch nur dunklere Färbung hervorbrachte, so konnte gleich zur Bestimmung von Kalk und Magnesia geschritten werden.

cium, der 1·2078 Grm. nach dem Glühen wog und 0·2152 Proc. Kalk oder 0·1542 Proc. Calcium entsprach [1]).

2. Magnesiabestimmung. Die von oxalsaurem Kalk abgelaufene Flüssigkeit gab mit phosphorsaurem Natron und Ammoniak eine Fällung von phosphorsaurer Ammoniak-Talkerde, die nach dem Glühen 0·9614 Grm. wog. Dies entspricht 0·1102 Proc. Magnesia oder 0·0661 Proc. Magnesium.

3. Bestimmung der Alkalien. 54·934 Grm. mit oxalsaurem Ammoniak und Barythydrat auf bekannte Weise von Kalk und Magnesia befreiter Soole lieferten nach dem Glühen 14·0965 Grm. Chloralkalien, aus welchen 0·2536 Grm. Kaliumplatinchlorid (nebst den Spuren von Rubidium und Cäsium) erhalten wurde, entsprechend 0·1411 Proc. Chlorkalium oder 0·0739 Kalium, während der Rest 25·5200 Proc. Chlornatrium (nebst den Spuren von Chlorlithium) oder 10·0342 Proc. Natrium betrug.

4. Ammoniakbestimmung. 629·0 Grm. Soole wurden mit einer ausreichenden Menge Kalilauge versetzt und vom Gemische etwa die Hälfte abdestillirt. Das Destillat wurde in einer Vorlage, die eine gemessene Menge titrirter Schwefelsäure enthielt, aufgefangen. Durch Zurücktitriren der überschüssigen Schwefelsäure mit kohlensaurem Natron ergab sich die Menge des Ammoniaks, welches auf Chlorammonium berechnet 0·0813 Grm. = 0·0129 Proc. oder 0·0043 Proc. Ammonium entsprach.

5. Schwefelsäurebestimmung. 89·14 Grm. Soole, mit Salzsäure angesäuert und mit Chlorbaryum versetzt, gaben einen Niederschlag von 0·6643 Grm. schwefelsaurem Baryt = 0·2560 Proc. Schwefelsäure.

6. Brombestimmung. 1841·4 Grm. Soole wurden im Wasserbade zur Trockne gebracht und dann mehrmals mit absolutem Alkohol ausgezogen, die alkoholische Lösung zur Trockne gebracht, der Rückstand wieder in absolutem Alkohol aufgenommen und die Operation des Auflösens und Abdampfens so oft wiederholt, als der Alkohol noch einen Rückstand hinterließ. Sodann wurde in Wasser gelöst und die klare Flüssigkeit, die noch Chlorcalcium und Chlormagnesium enthielt, mit etwa ein Viertel der Menge von Silbersalpeter

---

[1]) Die mitgetheilten Zahlen sind immer das Mittel aus zwei oder drei nahezu vollständig übereinstimmenden Analysen.

versetzt, die zum vollständigen Ausfällen des Chlors und Broms nöthig gewesen wäre. Der Niederschlag wog 1·8743 Grm. 1·7472 Grm. desselben verloren durch Erhitzen im Chlorstrome 0·0409 Grm. an Gewicht, woraus sich die Menge des im Gesammtniederschlage enthaltenen Broms zu 0·0790 Grm. berechnet, d. i. in Proc. 0·0043.

7. Chlorbestimmung. 1·563 Grm. Soole gaben mit salpetersaurem Silber einen Niederschlag von 0·9982 Grm. Chlor- und Bromsilber, der nach Abzug des letzteren 0·9980 Grm. betrug, entsprechend einem Chlorgehalte von 15·7965 Proc.

8. Kohlensäurebestimmung. 314·36 Grm. Soole gaben beim Kochen für sich eine Kohlensäuremenge aus, die getrocknet und von Kalilauge absorbirt 0·0377 Grm. betrug = 0·0120 Proc. Diese Kohlensäuremenge wird nicht vermehrt, wenn man die Soole mit einem klaren Gemische von Ammoniak und Chlorcalcium fällt, den Niederschlag, der alle Kohlensäure als kohlensauren Kalk enthält, zersetzt, und die entweichende Kohlensäure in Kalilauge auffängt. Es ist demnach anzunehmen, daß die Kohlensäure als freie in der Soole gelöst war.

Werden die hier gewonnenen Resultate nach den Principien, welche Fresenius in seiner „quantitativen Analyse“ aufstellt, geordnet, so ergibt sich folgende Zusammensetzung der Soole in 100 Theilen:

Chlornatrium	25·5200
Chlorkalium	0·1411
Chlorammonium	0·0129
Chlormagnesium	0·2682
Brommagnesium	0·0050
Chlorcalcium	0·0708
Schwefels. Kalk	0·4358
Lithium, Rubidium, Cäsium, Eisen, Mangan, Jod	quantitativ nicht mehr bestimmbar.
Summe der fixen Bestandtheile	26·4538
freie Kohlensäure	0·0120
Wasser	73·5342
	100·0000

Das Gesammtgewicht des feuerbeständigen Rückstandes betrug 26·3673 Procent.

In neuester Zeit hat Prof. Than [1]) durch Versuche die Unhaltbarkeit der bisherigen Ansichten, welche bei der Berechnung der Resultate von Mineralwasser-Analysen maßgebend waren, gezeigt und gibt statt dessen nur den Procentgehalt an Elementarbestandtheilen, wie derselbe aus den directen Ergebnissen der Analyse folgt.

Dazu drückt er die relative Anzahl der Äquivalente derselben in Procenten aus und belegt diesen Ausdruck mit dem Namen „Procentische Formel".

Thut man dies im vorliegenden Falle, so hat man folgende Zusammensetzung der Soole:

in 100 Theilen Wasser		relative Anzahl der Äquivalente.		
Calcium	0·1542	Ca	1·71	100 Äq.
Magnesium	0·0661	Mg	1·22	
Natrium	10·0342	Na	96·60	
Kalium	0·0739	K	0·42	
Ammonium	0·0043	Am	0·05	
Chlor	15·7965	Cl	98·57	100 Äq.
Brom	0·0043	Br	0·01	
Schwefel (in den schwefelsauren Salzen)	0·1023	SO_4	1·42	
Sauerstoff (in den schwefelsauren Salzen)	0·2048			

2. Die Mutterlauge.

Sie ist klar, farblos, neutral und wird beim Erhitzen nicht getrübt. Ihr specifisches Gewicht wurde bei 17° C. zu 1·21394 — 1·21547 bestimmt. Die qualitative Analyse ergab dieselben Bestandtheile, die schon bei der Soole gefunden waren, nur konnten Jod, Kieselsäure und Mangan hier nachgewiesen werden und es fand sich auch eine Spur organische Substanz. Einer zuverlässigen Gewichtsbestimmung entzogen sich diese Substanzen durch ihre äußerst geringe Menge.

---

[1]) Sitzungsber. d. kais. Akad. Bd. 51, S. 347.

Die quantitative Analyse wurde auf dieselbe Weise wie bei der Soole ausgeführt, nur wurden die ganz geringen Spuren von Eisen und Mangan zuerst durch Schwefelammonium entfernt. (Die hiebei entstehende Trübung ist so gering, daß sie erst nach einiger Zeit überhaupt wahrgenommen werden kann.)

Auch hier sind die angeführten Zahlen Mittel aus zwei bis drei nahe übereinstimmenden Versuchen.

55·2 Grm. Lauge gaben 0·6005 Grm. kohlensauren Kalk = 0·6091 Proc. Kalk oder 0·4351 Proc. Calcium.

55·2 Grm. Lauge gaben 1·9289 Grm. pyrophosphorsaurer Magnesia oder in Procenten 1·2592 Magnesia = 0·7555 Proc. Magnesium.

55·2 Grm. Lauge gaben 12·3100 Grm. Chloralkalien, welche wieder 2·7980 Grm. Kaliumplatinchlorid lieferten. Daraus berechnen sich 1·5493 Proc. Chlorkalium oder 0·8121 Proc. Kalium. Für Chlornatrium bleiben somit 11·4548 Grm. oder 20·7514 Proc. Chlornatrium = 8·1585 Proc. Natrium.

633·8 Grm. Lauge gaben 0·2421 Grm. Chlorammoniun oder in Procenten 0·0382 Chlorammonium = 0·0128 Proc. Ammonium.

134·3 Grm. Lauge, wie früher eingedampft und mit Alkohol behandelt, gaben 2·5480 Grm. Chlor- und Bromsilber. 1·5139 Grm. von diesem Gemische verloren im Chlorstrome erhitzt 0·0533 Grm. an Gewicht.

Daraus berechnet sich die Menge von Brom im Gesammtniederschlage zu 0·1613 Grm. = 0·1201 Proc.

Bei Controlversuchen, die Brommenge nach der colorimetrischen Methode zu bestimmen, wurden statt 0·1201 Proc. constant 0·1490 bis 0·1501 Proc. Brom gefunden. Diese colorimetrischen Bestimmungen wurden genau in der von Fehling angegebenen Weise ausgeführt und gaben unter sich ausgezeichnet stimmende Resultate. Nicht dasselbe kann von jenen gesagt werden, welche nach der ersten Methode erhalten wurden. Die angeführte Zahl von 0·1201 war unter den bei mehreren Bestimmungen erhaltenen überhaupt die höchste und der Procentgehalt fiel bis auf 0·11 und 0·10. Es scheint diese Unsicherheit der Brombestimmung bei Gegenwart von größeren Mengen in Alkohol löslicher Chlormetalle von dem zu großen Chlorgehalte der zur Brombestimmung verwendeten Salzmasse abzuhängen und es empfiehlt sich die colorimetrische Methode daher namentlich

bei Soolen und Soolmutterlaugen als schneller und sicherer zum Ziele führend [1]).

1·4715 Grm. Lauge gaben einen Niederschlag von Chlor- und Bromsilber, der 0·9667 Grm. wog; nach Abzug des Bromsilbers betrug derselbe 0·9615 Grm. = 0·2379 Grm. Chlor oder 16·1672 Proc.

311·3 Grm. Lauge gaben 1·4282 Grm. schwefelsauren Baryt, entsprechend 0·1574 Proc. Schwefelsäure.

Auf die gewöhnliche Art geordnet, ergibt sich hieraus folgende Zusammensetzung der Mutterlauge in 100 Theilen:

Chlornatrium	20·7514
Chlorkalium	1·5493
Chlorammonium	0·0382
Chlormagnesium	2·9209
Brommagnesium	0·1725
Chlorcalcium	0·9890
Schwefels. Kalk	0·2676
Spuren von:	
Lithium	—
Rubidium	—
Cäsium	—
Eisen	—
Mangan	—
Kieselsäure	—
Jod	—
organ. Substanz	—
Summe	26·6789
Wasser	73·3211
	100·0000

Das Gesammtgewicht des feuerbeständigen Rückstandes betrug 26·5670 Proc.

Stellt man die Ergebnisse der Analyse nach Than zusammen, so hat man in 100 Theilen:

[1]) Bei der einfachen Soole war die Übereinstimmung der nach den verschiedenen Methoden erhaltenen Resultate ziemlich genau, ein Umstand, der die ausgesprochene Vermuthung, daß die Ungenauigkeit der Fällungsanalyse wesentlich von dem zu großen Gehalte an in Alkohol löslichen Chloriden herrühre, ebenfalls in hohem Grade wahrscheinlich macht.

directe Ergebnisse		relative Anzahl der Äquivalente.		
Calcium	0·4351	Ca	4·72	100 Äq.
Magnesium	0·7555	Mg	13·66	
Natrium	8·1585	Na	76·96	
Kalium	0·8121	K	4·51	
Ammonium	0·0128	Am	0·15	
Chlor	16·1672	Cl	98·74	100 Äq.
Brom	0·1500	Br	0·41	
Schwefel (in den schwefelsauren Salzen)	0·0630	SO_4	0·85	
Sauerstoff (in den schwefelsauren Salzen)	0·1259			

Die Haller Soole und Mutterlauge ist schon früher von den Herren v. Kripp, Hauptprobirer bei der k. k. Berg- und Salinen-Direction in Hall, und Apotheker Öllacher mit ganz ähnlichen Resultaten analysirt worden.

IV. Über die Einwirkung des Zinkäthyls auf Schwefelkohlenstoff.

Von **A. Graf Grabowski.**

In dem kürzlich von Kolbe herausgegebenen Buch: „das chemische Laboratorium in Marburg“ [1]) findet sich eine Notiz, daß Frankland durch Behandlung von Schwefelkohlenstoff mit Zinkäthyl eine Reihe kohlenstoffreicher Schwefelverbindungen erhalten hat, welche alle Eigenschaften der Mercaptane besitzen und deren Zusammensetzung durch die Formeln:

$$\left.\begin{matrix} C_2\left\{\begin{matrix} C_4H_5 \\ H \\ H \end{matrix}\right. \\ H \end{matrix}\right\} S_2 \quad \text{und} \quad \left.\begin{matrix} C_2\left\{\begin{matrix} C_4H_5 \\ C_4H_5 \\ H \end{matrix}\right. \\ H \end{matrix}\right\} S_2$$

auszudrücken seien.

Die Beobachtung von der eigenthümlichen Einwirkung des Zinkäthyls auf Schwefelkohlenstoff hatte inzwischen auch Herr Prof. Hlasiwetz schon im Winter 1863 gemacht und mich aufgefordert, das dabei entstehende Product zu untersuchen.

In seinem im Mai 1864 in der Wiener k. Akademie gehaltenen Vortrage ist denn auch der hierauf bezüglichen Versuche gedacht [2]), deren bisher gewonnene Resultate ich hier mittheile und die nur darum nicht weiter ausgedehnt wurden, weil Frankland's Untersuchung den Gegenstand möglicherweise schon erledigt haben konnte.

Man erkennt an der Farbenveränderung des Gemisches von Schwefelkohlenstoff und Zinkäthyl, daß diese beiden Verbindungen sofort auf einander reagiren.

---

[1]) Braunschweig bei Vieweg. 1865.

[2]) Almanach der Akademie. 1865. S. 276.

Die Flüssigkeit wird durch alle Nüancen des Rothbraun hindurch zuletzt ganz undurchsichtig; bald fängt sie an sich zu erwärmen und, überläßt man sie sich selbst, so stellt sich nun eine äusserst heftige Reaction ein, die von einem Kochen und einer Gasentwickelung begleitet ist, und damit endigt, daß eine harzartig aussehende, zerreibliche Masse von widerlichem Knoblauchgeruch sich bildet.

Man kann diese Reaction sehr mäßigen, wenn man eine ätherische Lösung des Zinkäthyls anwendet; sie vollendet sich dann sogar erst, wenn man zuletzt das Gemisch erwärmt. Allein sie kann bei gehöriger Vorsicht auch ohne Ätherzusatz so geleitet werden, daß man ohne Gefahr von Verlust des Productes sicher sein kann.

Man bringt in eine mit Kohlensäure gefüllte, etwa ein Meter lange, 15 Millim. weite, unten geschlossene Glasröhre zuerst das Zinkäthyl (25—30 Grm.) und läßt, während man mit Eis abkühlt, fast das doppelte Volumen an Schwefelkohlenstoff nachfließen.

Dies ist mehr als das Verhältniß gleicher Molekulargewichte verlangt und es soll durch diesen Überschuß nur vermieden sein, daß etwas Zinkäthyl unverbunden bleibt. Die Röhre wird hierauf mit einem Korke lose verschlossen.

Die braun gewordene Flüssigkeit geräth bald in ein gelindes Sieden, weiterhin in ein wallendes Kochen, welches man durch äußeres Abkühlen zu mäßigen suchen muß.

Ist die erste heftige Reaction vorüber, so läßt man die Röhre die Lufttemperatur annehmen, und hört auch bei dieser die Erscheinung, von welcher sie begleitet ist, auf, so erwärmt man das Gemisch durch warmes Wasser auf 50—60 Grad.

Nachdem es bei dieser Temperatur eine Zeit lang erhalten worden ist, kann die Röhre zugeschmolzen und zur Vollendung der Einwirkung in ein Bad mit siedendem Wasser gebracht werden.

Meist schon nach einer Stunde findet man, daß der Röhreninhalt größtentheils fest geworden ist und nur der überschüssig hinzugebrachte Schwefelkohlenstoff ihn noch durchnäßt.

Die abgekühlte Röhre wird dann vor der Lampe geöffnet. Es tritt ein Gas aus, welches brennbar ist, und außer etwas Kohlensäure, Schwefelwasserstoff und athmosphärische Luft, Schwefelkohlenstoffdampf und Elaylgas enthält, welches letztere seine Entstehung vielleicht nur einer Spur Feuchtigkeit verdankt.

Man stellt die oben abgesprengte Röhre neuerdings in das Wasserbad und verjagt den Schwefelkohlenstoff.

Nunmehr läßt sich die feste, braune, glänzend bröckliche Masse, welche sich gebildet hat, herausschütten und wägen.

Bei zwei Vesuchen ließ das Gewicht derselben schließen, daß die Reaction nach der Gleichung:

$$Є\,S_2 + (Є_2\,H_5)_2\,Zn = Є_5\,H_{10}\,S_2\,Zn$$

statt hatte.

Der Verlust betrug ungefähr 2 Procent.

Die Zusammensetzung dieser Zinkverbindung schien diese Deutung des Vorganges gleichfalls zu bestätigen, wenn man zugibt, daß die Zahlen nur annähernd sein können, da es nicht möglich ist die Verbindung durch Lösungsmittel zu reinigen oder in eine krystallisirte Form zu bringen.

0·528 Grm. Subst. gab. 0·5351 Grm. Kohlens. und 0·219 Grm. Wasser.
0·5281 „ „ „ 1·2001 „ schwefelsauren Baryt.[1])
0·5135 „ „ „ 0·2211 „ Zinkoxyd.

	$Є_5\,H_{10}\,S_2\,Zn$	
	Berechnet.	Gefunden.
C	30·1	27·6
H	5·0	4·6
S	32·2	31·2
Zn	32·7	34·6

Die Analysen einer Verbindung von dritter und vierter Bereitung gaben jedoch von denen der vorigen sehr abweichende Zahlen:

C	20·7	20·0	19·9
H	4·1	4·1	3·8
S	25·8	27·9	25·9
Zn	41·7	42·2	—

die aber wohl durch eine der Bereitung nach nicht zu umgehende Beimischung von Zinkoxyd erklärt werden können.

Diese Zinkverbindungen sind unlöslich in den gewöhnlichen Lösungsmitteln, Wasser, Alkohol und Äther; sie lösen sich kaum in

---

[1]) Die Schwefelbestimmungen wurden durch Glühen mit einem Gemisch von 8 Theilen kohlensaurem Natron und 1 Th. chlorsaurem Kali ausgeführt. Die sonst so treffliche Carius'sche Methode gab, trotzdem genau die gegebene Vorschrift (Annalen der Ch. Bd. 116, S. 14) befolgt wurde, um mehrere Procente geringere Zahlen.

Kalilauge und Ammoniak und werden von Säuren unter Schwefelwasserstoffentwickelung zersetzt.

Bei der trockenen Destillation erhält man ein flüchtiges, im rohen Zustande stark gefärbtes, penetrant nach Knoblauch riechendes Öl, während ein durch Kohle geschwärzter Rückstand von Schwefelzink in der Retorte bleibt.

Mit Salzsäure zersetzt scheidet sich ein Öl von demselben Geruch aus, welches, so wie das vorige, weiter untersucht wurde.

Die Zersetzung mit Salzsäure muß durch Wärme unterstützt werden; sie ist auch dann noch wegen des Zusammenballens der erweichten Verbindung schwierig vollständig zu bewerkstelligen. Das abgeschiedene, gelb gefärbte Öl wurde zuerst mit Wasser gewaschen, dann mit Chlorcalicum getrocknet und rectificirt.

Die ersten Partien des beim Rectificiren Übergehenden sind farblos, die späteren gelblich, die letzten ganz goldgelb gefärbt.

Ganz eben so verhält sich das durch trockene Destillation gewonnene Öl.

Der unbeständige Siedpunkt, der von 80—180° stieg, so wie die Analysen verschiedener Fractionen des Destillats zeigten, daß man es hier mit einem Gemenge zu thun hat, dessen Hauptbestandtheil jedoch die Verbindung $C_5H_{10}S$ ist, welche vornehmlich in der zwischen 130—180° abdestillirenden Partie gefunden wurde.

I.,	0·4038 Grm. Subst. gab.	0·8661 Grm. Kohlens. und	0·3634 Grm. Wasser.
II.,	0·3886 „ „ „	0·8363 „ „ „	0·3532 „ „
III.,	0·3902 „ „ „	0·8241 „ „ „	0·3442 „ „
IV.,	0·3832 „ „ „	0·8079 „ „ „	0·3518 „ „
V.,	0·3872 „ „ „	0·8974 „ schwefelsauren Baryt.	
VI.	0·305 „ „ „	0·7134 „ „ „	

	$C_5H_{10}S$ Berechnet.	Gefunden. I.	II.	III.	IV.
C	58·8	58·5	58·7	57·6	57·5
H	9·8	10·0	10·1	9·8	10·2
S	31·4	31·8	32·1	—	

I und II waren durch Zersetzung der Zinkverbindung mit Salzsäure, III und IV durch trockene Destillation derselben erhalten.

Die Dampfdichte von I und II, nach Dumas bestimmt, ergab sich zu 3·17, für III und IV zu 3·24; berechnet ist 3·53.

Die Partien von niedrigerem Siedpunkt gaben kleinere Gehalte von Kohlenstoff und Wasserstoff und einen höheren Betrag an Schwefel.

Ich muß es dahingestellt sein lassen, ob diese Differenzen von einer Beimischung der Verbindung $Ꞓ_2 H_8 Ꞩ$ herrühren, welche sich nach den Notizen von Kolbe über Frankland's Untersuchung gleichzeitig bilden soll, die durch Destillation zu isoliren mir übrigens nicht gelang.

Einfacher scheint es mir für die niedrigeren Zahlen, die ich gefunden habe, anzunehmen, die analysirten Partien enthielten noch Schwefelwasserstoff aufgelöst und es wären etwa folgende Gemische gewesen:

$4 (Ꞓ_5 H_{10} Ꞩ) + H_2 Ꞩ$

	Berechnet.	Gefunden.
C	54·3	55·6
H	9·5	9·3
S	36·2	34·5

$2 (Ꞓ_5 H_{10} Ꞩ) + H_2 Ꞩ$

	Berechnet.	Gefunden.	
C	50·4	50·9	51·0
H	9·2	9·7	9·9
S	40·4	41·1	40·5

Für die Formel $Ꞓ_5 H_{10} Ꞩ$ sprechen ferner zwei krystallisirte Verbindungen, die aus dem gereinigten Öl erhalten wurden.

Quecksilberverbindung. Sie wurde durch Vermischen warmer alkoholischer Lösungen von Quecksilberchlorid und Öl erhalten. Es fiel ein weißer, flockiger Niederschlag, und die davon schnell abfiltrirte Flüssigkeit gab, in einer Schale auf dem Wasserbade erwärmt, eine Ausscheidung schön irisirender Blättchen, die mit kaltem Alkohol gewaschen und unter der Luftpumpe getrocknet wurden.

Sie sind dann von silberartigem Glanz und schwachem Lauchgeruch.

I., 0·373 Grm. Subst. gab. 0·1245 Grm. Kohlens. und 0·067 Grm. Wasser.
II., 0·4758 „ „ „ 0·3124 „ Quecksilb. „ 0·2289 „ Chlorsilb.
III., 0·5442 „ „ „ 0·4362 „ schwefelsauren Baryt.

Diese Zahlen führen zu der Formel $Ꞓ_5 H_{10} Ꞩ . Hg Cl_2 . Hg Ꞩ$.

	Berechnet.	Gefunden.
C	9·9	9·1
H	1·7	2·0
Hg	66·2	65·7
Cl	11·6	11·9
S	10·6	11·0

Der amorphe Theil der Verbindung, der abfiltrirt wurde, enthielt: 66·3 Proc. Hg, 11·6 Proc. Cl, 12·2 Proc. S und scheint demnach dieselbe Zusammensetzung zu haben, wie der krystallisirte.

Silberverbindung. Warme alkoholische Lösungen von Silbernitrat und dem Öl geben beim Vermischen einen gelben Niederschlag, dessen Menge von der Concentration der Flüssigkeiten abhängt. Sind diese verdünnt, so ist seine Menge gering und der größte Theil der Verbindung befindet sich in der filtrirten Flüssigkeit, aus der er beim gelinden Verdunsten des Alkohols auf dem Wasserbade in Form einer flockigen, gelben, unter dem Mikroskop aus feinen Nadeln bestehenden Ausscheidung herausfällt. Die davon getrennten weingeistigen Mutterlaugen schwärzen sich beim weiteren Eindampfen unter Bildung von Schwefelsilber.

Die krystallisirte Verbindung wurde mit kaltem Weingeist gewaschen und in Vacuo getrocknet. Ein besonderer Versuch zeigte, daß sie keinen Schwefel enthielt. Für die übrigen Bestandtheile wurden Zahlen gefunden, die zu der Formel:

$$C_5 H_{10} O + Ag_2 O + N Ag O_3$$

führen.

I. 0·426 Grm. Subst. gab. 0·1902 Grm. Kohlens., 0·0767 Grm. Wasser und 0·2735 „ Silber.

II. 0·4293 „ „ „ 11·7 CC Stick. bei 710·6mm Barometerst. u. 9° C.

	Berechnet.	Gefunden.
C	12·3	12·2
H	2·0	2·0
N	2·9	3·1
Ag	64·4	64·2

Der als Niederschlag erhaltene amorphe Theil der Silberverbindung enthielt 63 Proc. Silber, also eine dem Silbergehalte des krystallinischen Salzes ziemlich nahe kommende Menge.

Das hier mitgetheilte Resultat weicht von dem, was Frankland bisher erhalten hat, darin ab, daß für das Hauptproduct der Einwirkung von Zinkäthyl auf Schwefelkohlenstoff die Formel $C_5 H_{10} S$ gefunden wurde, während dasselbe nach Frankland $C_5 H_{12} S$ wäre. Für dieses gibt er die Zusammensetzung:

$$\left.\begin{matrix} C \left\{\begin{matrix} C_2 H_5 \\ C_2 H_5 \\ H \end{matrix}\right. \\ H \end{matrix}\right\} S;$$

das ist die Formel eines Methylmercaptans, dessen intraradicaler Wasserstoff zum Theil durch Äthyl ersetzt ist.

Die Formel $C_5\,H_{10}\,S$ dagegen, welche ich gefunden habe, scheint, wenn der Vorgang so verläuft: $C\,S_2 + (C_2\,H_5)_2\,Zn = C_5\,H_{10}\,S.Zn\,S$.

$$C\begin{Bmatrix}C_2\,H_5\\C_2\,H_5\end{Bmatrix}S \text{ oder } \overset{IV}{C}\begin{Bmatrix}C_2\,H_5\\C_2\,H_5\\S\end{Bmatrix}$$

zu sein.

Wenn der Vorgang nach Frankland's Auffassung des Productes verliefe, so müßte er in der Gleichung

$$C\,S_2 + 2\,(C_4\,H_{10}\,Zn) = C_5\,H_{12}\,S_2\,Zn_2 + 2\,(C_2\,H_4)$$

seinen Ausdruck finden.

Dieselbe würde verlangen, daß ein Molekül Zinkäthyl, unter Abgabe von Äthylen ganz zersetzt würde und die Menge dieses Gases, die austritt, müßte demnach sehr beträchtlich sein.

Das ist sie inzwischen, wie ein directer Versuch, bei welchem das entwickelte Gas gemessen wurde, nicht. Von 6·3 Grm. mit dem doppelten seines Volums Schwefelkohlenstoff der Reaction unterworfenen Zinkäthyls konnten nur etwa 400 CC. Gas unter Quecksilber aufgefangen werden, welches kaum zur Hälfte aus Äthylen bestand.

Man erinnert sich, daß Rieth und Beilstein mittelst des Chloroforms und Zinkäthyls zum Amylen gelangt sind [1]); Chloroform und Schwefelkohlenstoff aber gehören demselben mechanischen Typus an und es wäre daher nicht auffallend, wenn sich der Kohlenstoff der beiden Verbindungen in derselben Weise mit Äthyl verbände und das gleiche Radical $C_5\,H_{10}$ lieferte, welches das des Amylens und zweiatomig wäre.

Inzwischen macht die Untersuchung Husemanns über das Äthylensulfür, $C_2\,H_4\,S$, und das Propylensulfur, $C_3\,H_6\,S$ [2]), welcher zufolge diese beiden Körper krystallisirte Verbindungen sind, es wahrscheinlich, daß auch ein Amylensulfur, $C_5\,H_{10}\,S$, in seinen physikalischen Eigenschaften sich diesen anschließen würde, und daß die erhaltene Verbindung nur isomer mit demselben ist.

---

1) Zeitschrift für Ch. und Ph. 1863, S. 195.

2) Annalen d. Ch. Bd. 126, S. 269; vergl. auch Craft's Abhandlung in Bd. 124, S. 110.

Schließlich sei nur noch bemerkt, daß auch Zinkmethyl und Schwefelkohlenstoff sich in ähnlicher Weise vereinigen; das Product wurde jedoch in, zu einer Untersuchung unzureichender Menge erhalten.

Sehr energisch ist ferner die Einwirkung des Zinkäthyls auf Senföl. Es bildet sich eine, der mit Schwefelkohlenstoff erhaltenen sehr ähnliche, braune, amorphe Zinkverbindung, die jedoch der Zersetzung und Isolirung des an das Schwefelzink gebundenen organischen Antheils große Schwierigkeiten entgegensetzt.

Die Analyse derselben führte vorläufig zu keiner annehmbaren Formel.

Es hätte sich nach den vorliegenden Thatsachen vermuthen lassen können, daß die Einwirkung des Zinkäthyls auf das Phenylmercaptan nach dem Schema

$$\Theta_4 H_{10} Zn + \underbrace{\Theta_6 H_6 S}_{\text{Phenylmercaptan}} = \Theta_{10} H_{16} \,.\, Zn S$$

verlauft. Könnte sich so die Verbindung $\Theta_{10} H_{16} Zn S$ bilden, so wäre weiter anzunehmen gewesen, daß man aus ihr durch Behandlung mit Säuren den dem Terpentinöl isomeren Kohlenwasserstoff $\Theta_{10} H_{16}$ hätte isoliren können.

Allein der Versuch zeigte, daß unter diesen Verhältnissen das Zinkäthyl zersetzt und unter Entwickelung von gasförmigen Producten nur die Zinkverbindung des Phenylmercaptans gebildet wird.

V. *Methode und Apparat zur Bestimmung der Dampfdichte.*

Von A. Graf Grabowski.

(Mit 1 Tafel.)

Die Gay-Lussac'sche Methode der Dampfdichtebestimmung für höhere Temperaturen anwendbar zu machen, ist von Natanson[1]) versucht worden, allein die vorgeschlagene Modification hat wohl wegen einiger Unbequemlichkeiten in der Ausführung des Versuches in der Praxis wenig Eingang gefunden. Ich glaube, daß der von mir construirte Apparat als zweckentsprechender anerkannt werden dürfte, da derselbe nicht nur die Dampfdichtebestimmungen für alle Temperaturen bis zum Siedpunkte des Quecksilbers auszuführen gestattet, sondern auch das ganze Verfahren vereinfacht und von vielen Fehlerquellen entweder gänzlich befreit, oder doch dieselben innerhalb enger Grenzen hält.

Da das specifische Gewicht der Dämpfe ihr Gewichtsverhältniß zur Luft bei gleichem Volumen ausdrückt, so dürfte dasselbe am einfachsten und genauesten dadurch erhalten werden, daß ein Volumen des zu untersuchenden Dampfes direct unter möglichst gleichen Verhältnissen der Temperatur und des Druckes mit einem Volumen Luft verglichen wird.

Kennt man das Gewicht P eines Volums Luft V und eben so ein Gewicht P' eines Körpers, dessen Dampf unter denselben Verhältnissen das Volum V' einnimmt, so wird das specifische Gewicht

$$S = \frac{P' . V}{P . V'}$$

sein. Stehen sie dabei nicht unter demselben Drucke, nämlich V unter dem Drucke H und V' unter dem Drucke H', so wird

$$S = \frac{P' . V . H}{P . V' . H'}$$

sein.

Der zu beschreibende Apparat erlaubt nun auf eine bequeme und einfache Weise bei jeder Untersuchung des specifischen Gewichtes

1) Annalen der Ch. und Ph. Bd. 98, S. 301.

diese Werthe für niedere und höhere Temperaturen festzustellen und macht aus dieser sowohl in der Ausführung selbst, als auch in der Berechnung des Resultates bisher ziemlich umständlichen Bestimmung ein verhältnißmäßig leichtes und wenig zeiteinnehmendes Experiment.

Nimmt man in Erwägung, daß die Gay-Lussac'sche Methode mit demselben Quantum Substanz eine ganze Reihe von Beobachtungen, also Dampfdichtebestimmungen, bei verschiedenen Temperaturen zu machen gestattet, und daß ferner auch nicht ganz reine Substanzen verhältnißmäßig doch ein genaueres Resultat als bei der Dumas'schen Methode geben müssen, so dürfte eine Vereinfachung des Verfahrens, so wie die Ausdehnung desselben auf höhere Temperaturen nicht ohne Nutzen sein.

Ein Blick auf die beigegebene Zeichnung läßt die Construction des Apparates leicht erkennen. Die beiden Röhren (Fig. 4 Vorder- und Fig. 5 Seitenansicht), deren jede auf der inneren Seite eine Volums-, auf der äußeren eine Längstheilung nach Millimetern besitzt, werden von einem Halter getragen, in dem aus Eisenblech gefertigten Ofen (Fig. 1) durch Gas, welches aus einem auf einem Stiel verschiebbaren Brenner (Fig. 10) strömt, erhitzt. (Er hat die Einrichtung gewöhnlicher Bunsen'scher Brenner, die auf einem halbringförmigen Rohr *V* aufgesetzt sind. Je zwei der oben etwas umgebogenen Kamine sind zusammengekoppelt. In der Zeichnung sind die letzteren zwei abgenommen und in Fig. 11 vergrößert dargestellt.

Der Ofen ist also eine Art Luftbad. Fig. 3 zeigt ihn im Durchschnitt. Der Raum *o* zwischen den Wänden *a, a* ist mit Asche ausgefüllt. Die vordere Beobachtungsspalte ist mit einem Glasstreifen verschlossen; in der hinteren kann der Brenner auf und ab bewegt werden, wie Fig. 3 zeigt.

Die innere Wand *b* des Ofens, innerhalb deren sich die Röhren befinden, ist, um das Ablesen zu erleichtern, mit Kalk ausgeweißt. Der Boden des Ofens (Fig. 2) hat einige Ausschnitte *c, c, c, c* für den Luftwechsel. Das Ganze ruht auf einem festen eisernen Dreifuße *e*.

Was die Größenverhältnisse anbetrifft, so zeigen Fig. 1—5, 10 und 11 den Ofen, die Röhren und den Brenner in $1/5$ der natürlichen Größe; der Ofen hat eine Höhe von $50^{cm.}$ bei $18^{cm.}$ für den äußeren Durchschnitt und $7^{cm.}$ für den des Luftbades *b*. Die Röhren *f* und *g*

sind ganz gleich weit, im Durchmesser von etwa 1·8^cm.^, bei einer Länge von 50^cm.^ für *f* und 49^cm.^ für *g* zu nehmen.

Fig. 6—9 stellen in natürlicher Größe im Profil und Grundrisse den seiner Bestimmung entsprechend geformten Eisenblock *i*, die beiden Spangen *l*, *l* und den diese drei Stücke verbindenden 75^cm.^ langen viereckigen Eisenstock *k* dar.

Die längere, für die Luft bestimmte Röhre *f* wird auf gewöhnliche Weise mit Quecksilber gefüllt und in die Schale *s*, in die man zuvor etwa 6^cm.^ hoch Quecksilber gegossen hat, aufgestellt. Möglichst luftfrei wird nun die kürzere, für die Substanz bestimmte Röhre *g* bis auf etwa 1^cm.^ mit Quecksilber gefüllt, das die gewogene Substanz enthaltende Glaskügelchen [1]) hineingelegt und ein fester, durchbohrter Kork *h* darauf gesteckt.

Derselbe ist, was seine Dimensionen anbetrifft, so genommen, daß durch den herausstehenden Theil desselben die Länge der beiden Röhren, wie aus der Zeichnung ersichtlich ist, ausgeglichen wird. Beim Hineindrücken des Korks wird das Substanzkügelchen in das Quecksilber luftfrei getaucht und steigt beim Aufstellen der Röhre in deren oberen Theil [2]). Sie wird nun in die Schale gesetzt und mit Quecksilber abgesperrt.

Jetzt wird der Eisenstab *k*, an dem man die beiden Doppelspangen *l*, *l* möglichst hoch geschoben, mit der unteren Spitze in ein in der Mitte der Schale *s* sich befindendes Grübchen eingesetzt, die beiden Röhren auf dem Block *i* in die für sie bestimmten Vertiefungen *m*, *m* gebracht, die beiden Spangen auf sie geschoben und die eine ziemlich unten, die andere oben mit dem Schräubchen an den Stab

---

[1]) Bei der angegebenen Dimension der Röhren sind je nach der Flüchtigkeit der Substanz und je nach der Temperatur, bis zu der man gehen will, 30 bis 100 Milligrammen Substanzgewicht zu nehmen. Die Glaskügelchen selbst werden zweckmäßig an beiden Enden mit Röhrchen versehen geblasen; letztere vor der Spirituslampe dicht neben dem Kügelchen zu Haarröhrchen ausgezogen, gewogen, mit der flüssigen Substanz, mittelst Hinaufsaugens gefüllt und vor der Glasblaselampe die Haarröhrchen kurz abgeschmolzen. Die abgeschmolzenen Röhrchen, aus denen zuvor die verbliebene Substanz verjagt, sammt dem gefüllten Kügelchen zurückgewogen.

[2]) Die Substanzröhre, bei der es darauf ankommt sie ganz luftfrei mit Quecksilber zu füllen, so wie es hier angegeben ist, vor dem Umkehren in das Sperrquecksilber mit einem durchbohrten Korke, statt wie gewöhnlich mit dem Finger zu verschließen, ist ein Kunstgriff, durch den man den beabsichtigten Zweck am leichtesten erreicht.

befestigt, wodurch die Röhren einen vollständig festen und sicheren Stand erhalten.

An dem oberen Spangenschräubchen hängt man ein möglichst kurzes Thermometer, wenn man nicht weit über 300° C. zu erhitzen gedenkt, an, und ungefähr wissen will, bei welcher Temperatur die Dampfdichtebestimmungen gemacht worden [1]. Sonst leistet die Luftröhre zugleich den Dienst eines Luftthermometers.

Nachdem der Dreifuß *e* so gestellt worden, daß die Schale *s* sammt dem die Röhren tragenden Gestell in dessen Mitte zu stehen kommt, wird der Ofen darüber geschoben, so daß der Eisenstab *k* mit seiner Spitze durch die dazu bestimmte Öffnung *u* heraustritt und ersterer auf dem Dreifuß *e* zu ruhen kommt. Die Schale *s* wird nun sammt den Röhren, wenn es nothwendig ist, mittelst untergelegter Brettchen um so viel höher gestellt, als das obere Knie des Eisenstabes *k* es erlaubt; zugleich werden durch Verschieben der Schale die Röhren in eine vollständig senkrechte Lage gebracht.

Der Gasbrenner, der zuvor in den Ofen so gestellt worden, daß sein Stiel aus der hinteren Spalte hervorragt (Fig. 3), wird auf seinen Halter gesetzt und so hoch festgeschraubt, daß seine Flamme etwa 5$^{cm.}$ unterhalb der Röhren den Ofen bespült. Um letzteren vor der Abkühlung mehr zu schützen, wird eine durchlöcherte Blechplatte heraufgelegt, so wie auch der Schieber *d*, so viel der Stiel des Brenners es erlaubt, heruntergelassen.

Man stellt sich jetzt vor der Beobachtungsspalte und dreht mit der Hand ab und zu den die Röhren tragenden Eisenstab, damit sie gleichmäßig erhitzt werden. Um bequem mit der Hand hineinlangen zu können, muß ein Zwischenraum von etwa 6$^{cm.}$ zwischen dem Oberrand der Schale und dem Ring des Dreifußes gelassen werden.

---

[1] Will man die Temperatur genauer bestimmen, so steckt man in jede Röhre ein kurzes, von 100° C. anfangendes, von 5° zu 5° getheiltes, dem Volum nach bekanntes Thermometer, das mittelst einer Spange, an der eine Feder genietet ist, in dem oberen Theile der Röhre festgehalten wird. Indem ich in jede Röhre mehrere Thermometer in verschiedenen Höhen so befestiget habe, habe ich mich überzeugen können, daß in gleichen Höhen eine ganz gleiche Temperatur in den Röhren (die man, um sie gleichmäßig zu erhitzen, während des Versuches mittelst des Stiels ihres Halters öfters dreht) erzielt wird; während in verschiedenen Höhen merkliche Differenzen sich beobachten ließen. Eine solche Temperaturdifferenz in verschiedenen Höhen kann aber auf die Richtigkeit der Methode von keinem Einfluß sein.

Bald sieht man das Glaskügelchen platzen und die Dämpfe der Substanz die Quecksilbersäule herunterdrücken. In dem Maße, als man mit dam Gasbrenner tiefer rückt, wobei jedoch die Flamme stets unter dem Niveau des Quecksilbers das Luftbad *b* bespülen muß, nehmen die Dämpfe ein größeres Volum ein. Hat die Substanz bereits vollständig die Dampfform angenommen, so fängt man an die Luft in die für sie bestimmte Röhre *f* hineinzulassen, was ganz leicht mittelst des Fig. 12 in der Hälfte der natürlichen Größe dargestellten kleinen Apparates ausführbar ist.

r ist ein, etwa 1·5$^{cm.}$ weites und 4$^{cm.}$ langes Kautschukrohr, das an beiden Enden mit gutschließenden Korken versehen ist, in die ihrerseits von der einen Seite ein enges, in eine umgebogene Spitze ausgezogenes Glasröhrchen *p*, von der anderen ein eben solches, kürzeres, gerades *q*, auf das ein Kautschukröhrchen *t* genau paßt, stecken.

Fährt man mit der Glasröhre *p* von unten in die Luftröhre und drückt mit der einen Hand das Kautschukrohr *r* zusammen, während man mit der anderen das Kautschukrohr *t* fest zusammenpreßt, so wird die in der Röhre *r* enthaltene Luft in die Luftröhre übergeführt. Hört der Druck auf die beiden Kautschukröhren auf, so tritt äußere Luft in sie hinein, die man wieder in die Luftröhre hineinpreßt, was man so lange wiederholt, bis das Luftvolum möglichst gleich dem Dampfvolum ist [1]). Dieses ist leicht zu erzielen, da man es in seiner Gewalt hat nicht über ein Zehntel CC. Luft auf einmal hineinzulassen [2]).

Man kann nun anfangen, die Volumverhältnisse der Substanzdämpfe und der Luft zu notiren. Da man möglichst gleichzeitig beide Volumina zu bestimmen hat, so muß man diese Röhren so stellen, daß die Volumscalen neben einander zu stehen kommen; so wie vor jeder Ablösung die Röhren nebst ihrem Gestell einige Male herumgedreht werden müssen, um die Gleichmäßigkeit der Temperatur in beiden zu sichern.

---

[1]) Es wird weiter gezeigt werden, daß die Dampfdichtebestimmungen je genauer dieses erzielt, desto correcter werden.

[2]) Will man getrockneter Luft sich bedienen, so verbindet man die Kautschukröhre *t* mit einem Gasometer, der dieselbe enthält. Zweckmäßig würde auch der Hlasiwetz'sche Apparat zum Überführen bestimmter Gasvolumina (Annalen, Bd. 97, S. 241) gebraucht werden können.

Nach jeder Volumsnotirung wird auch die Höhe der Quecksilbersäule, unter deren Druck sie stehen, bestimmt, indem an der Millimeterscala die Höhe der Säule über dem Niveau in der Schale abgelesen und vermerkt wird.

Unter Vergrößerung oder Verminderung der Temperatur mittelst Regulirung der Gasflamme wird eine Reihe Volumsnotirungen gemacht und nach dem Auslöschen der Flamme der herrschende Barometerstand verzeichnet.

Man besitzt nun alle zur Bestimmung des specifischen Gewichtes nothwendigen Data, außer dem des Gewichtes der verwendeten Luft, welches man erst, nachdem dieselbe die Umgebungstemperatur angenommen, berechnet.

Um die Abkühlung zu beschleunigen, wird der Ofen abgenommen; die Röhren werden mittelst einer Klemme in ihrer senkrechten Lage erhalten.

Hat die zum Versuch verwendete Luft und das absperrende Quecksilber die Umgebungstemperatur angenommen, so wird das Volum der Luft, die Höhe der Quecksilbersäule über dem Niveau in der Schale, so wie der herrschende Barometerstand, falls derselbe sich verändert haben sollte, notirt und die Dampfdichte in folgender Weise berechnet [1]).

Wir hatten:

$$S = \frac{P' . V . H}{P . V' . H'}.$$

Von diesen sechs Größen werden P', V und V' direct bestimmt. Um P (Gewicht der verwendeten Luft) zu finden, läßt man die abgesperrte Luft, wie oben angegeben, die Umgebungstemperatur annehmen, bestimmt ihre Temperatur und den Druck, unter dem sie steht

[1]) Nach dem Erkalten der Substanzröhre kann man sehen, ob das Quecksilber ganz luftleer war und den durch die Luftblase entstehenden Fehler, der nur, wenn sehr wenig Substanz zum Versuch genommen worden, von Belang sein dürfte, corrigiren, indem man das Volum der Luftblase bei der beobachteten Temperatur vom Dampfvolum abzieht. Hat die Substanz eine höhere Temperatur ohne Zersetzung nicht ertragen, so könnten die Zersetzungsproducte, falls sie sich beim Sinken der Temperatur nicht wieder vereiniget hätten, nach dem Erkalten gemessen und untersucht werden. Nähme man Röhren von über 760mm. Länge, so würde man, wie Wanklyn jüngst vorgeschlagen (Centralblatt 1865, S. 918), Dampfdichtebestimmungen bei sehr vermindertem Drucke auszuführen im Stande sein.

(letzteres, indem man die auf 0° reducirte Quecksilbersäule, über der sie steht, von dem auf 0° reducirten herrschenden Barometerstande abzieht) und berechnet das Gewicht eines CC. Luft unter diesen Verhältnissen [1]); multiplicirt man diesen Ausdruck mit der gemessenen Anzahl CC., so erhält man P.

Die Größen H und H' endlich erhält man durch Subtraction der Quecksilbersäulen h und h', unter derem Druck die Luft und die untersuchte Substanz bei jeder Notirung gestanden und die man unmittelbar an der Millimeterscala einer jeden Röhre abgelesen, von dem herrschenden Barometerstande.

Da es nun auf das Verhältniß $\frac{h}{h'}$ ankommt, so müßte, wenn der Unterschied zwischen den beiden Säulen groß wäre, eine Correctur wegen des Temperaturunterschiedes des Quecksilbers, jedoch nicht für die ganzen Säulen, sondern nur für den Theil $h-h'$ (wenn $h > h'$) angebracht werden. Da man es aber fast vollständig in seiner Gewalt hat, h und h' während des Experiments sehr nahe gleichzustellen und, wenn der Höhenunterschied der beiden Quecksilbersäulen 10 Millim. beträgt, bei der Berechnung der Dampfdichte die Vernachlässigung der Correctur für den Temperaturunterschied dieser Säule auch bei höheren Temperaturen wegen der Kleinheit des Ausdehnungscoëfficienten des Quecksilbers einen Fehler von nur etwa $^1/_{1000}$ im Schlußresultate ausmacht, so dürfte derselbe wohl unberücksichtigt gelassen werden.

---

[1]) 1 CC. Luft $= \frac{1 \cdot 293187\ (B_0 - H_0)}{760.\ (1 + 0 \cdot 003665\ .\ t^0)}$ Milligrmm. Die folgende Tabelle enthält für die Temperaturen von 10 bis 25° C. den Werth $\frac{1 \cdot 293187}{760\ .\ (1 + 0 \cdot 003665\ .\ t^0)}$, wodurch die Rechnung wesentlich vereinfacht wird, indem der der Temperatur entsprechende Werth aus der Tabelle nur mit $B_0 - H_0$ zu multipliciren ist, um das Gewicht eines CC. Luft unter diesen Verhältnissen der Temperatur und des Druckes, unter denen er gemessen, zu erhalten.

t^0	Coëfficient.	t^0	Coëfficient.	t^0	Coëfficient.	t^0	Coëfficient.
10	0·001641	14	0·001619	18	0·001596	22	0·001575
11	0·001636	15	0·001613	19	0·001591	23	0·001569
12	0·001630	16	0·091607	20	0·001585	24	0·001564
13	0·001624	17	0·001602	21	0·001580	25	0·001559

Man hat also nur die direct abgelesenen Quecksilbersäulen h und h' vom corrigirten oder nicht corrigirten herrschenden Barometerstande (B) abzuziehen und erhält:

$$B - h = H \text{ und } B - h' = H'$$ [1]).

Hat man die Quecksilbersäulen h und h' ganz gleich hergestellt, so ist auch $H = H'$ und, insofern die beiden Röhren gleich weit sind, auch $V = V'$, mithin $\frac{V.H}{V'.H'} = 1$; folglich, da $S = \frac{P'.V.H}{P.V'.H'}$ ist, in diesem Falle $S = \frac{P'}{P}$ und es muß diese Dampfdichtebestimmung, wenn man richtig die Substanz gewogen und die Volumen abgelesen, ganz genau ausfallen. Gelingt es auch nicht immer, das die vollkommene Genauigkeit bedingende Verhältniß herzustellen, so hat man es jedenfalls in seiner Gewalt, den Fehler in sehr engen Grenzen zu halten.

Wie man wohl am übersichtlichsten und zweckmäßigsten die Notirungen aufschreiben und zusammenstellen dürfte, ist aus folgendem Beispiel ersichtlich.

Dampfdichtebestimmung des Xylylalkohols.

Substanzgewicht $P' = 36 \cdot 2$ Milligrammen.

Auf 0° corrigirter Barometerstand $B = 710 \cdot 0$ Millim.

Notirungstabelle.

T^o	Luftröhre.			Substanzröhre.			$\frac{V.H}{V'.H'}$	$\times \frac{P'}{P}$	$= S$	Bemerkungen.
	V	h	$\overbrace{B-h}^{H}$	V'	h'	$\overbrace{B-h'}^{B'}$				
220	26·0	356	354	25·7	357	353	1·015	4·151	4·213	
230	26·3	355	355	26·1	356	354	1·011	„	4·197	
240	26·7	353	357	26·4	354	356	1·014	„	4·209	
250	27·2	351	359	26·9	352	358	1·014	„	4·209	
260	27·6	350	360	27·3	351	359	1·014	„	4·209	
270	28·0	348	362	27·7	349	361	1·014	„	4·209	
280	28·5	346	364	28·2	348	362	1·016	„	4·217	
290	28·8	345	365	28·6	346	364	1·010	„	4·193	
280	28·4	346	364	28·2	348	362	1·013	„	4·205	
270	28·0	348	362	27·8	349	361	1·010	„	4·193	
260	27·7	349	361	27·3	351	359	1·020	„	4·234	
250	27·2	351	359	26·8	353	357	1·021	„	4·238	

[1]) Da der Ausdruck $\frac{P'}{P}$ für alle Notirungen derselbe bleibt und nur $\frac{V.H}{V'.H'}$ für jede wechselt, so verwendet man zweckmäßig die Zeit, während welcher die Substanz-

Erkaltetes Luftvolum 17·1 CC. bei 17° C. und 391·6 Millim. 0° reducirten Quecksilberstand in der Röhre.

Barometerstand	710·0 Millim.
Quecksilberstand in der Röhre . . .	391·6 „
Druck . . .	318·4 Millim.

Entsprechender Coëfficient aus der Tabelle für diesen Dr und für 17° C. = 0·510.

Gewicht der Luft: P = 17·1 × 0·510 = 8·721 Milligrm.

Hieraus $\frac{P'}{P}$ = 4·151.

Gefundenes specifisches Gewicht im Mittel von 12 Notirunge 4·211.

Theoretisches specifisches Gewicht: 4·215.

Es mögen hier noch die Resultate mehrerer mit dem beschrieb nen Apparate ausgeführter Dampfdichtebestimmungen folgen:

1. Phenylalkohol; gefunden: 3·202, 3·226, 3·237, 3·228, 3·24 3·239, 3·236, 3·233, 3·231. Im Mittel: 3·230.

Theoretisches specifisches Gewicht: 3·248.

2. Benzol; gefunden: 2·672, 2·675, 2·672, 2·683, 2·690, 2·689 2·678, 2·675. Im Mittel: 2·679.

Theoretisches specifisches Gewicht: 2·695.

3. Benzaldehyd; gefunden: 3·653, 3·649, 3·654, 3·660, 3·657, 3·659, 3·655, 3·655, 3·658, 3·657. Im Mittel: 3·656.

Theoretisches specifisches Gewicht: 3·662.

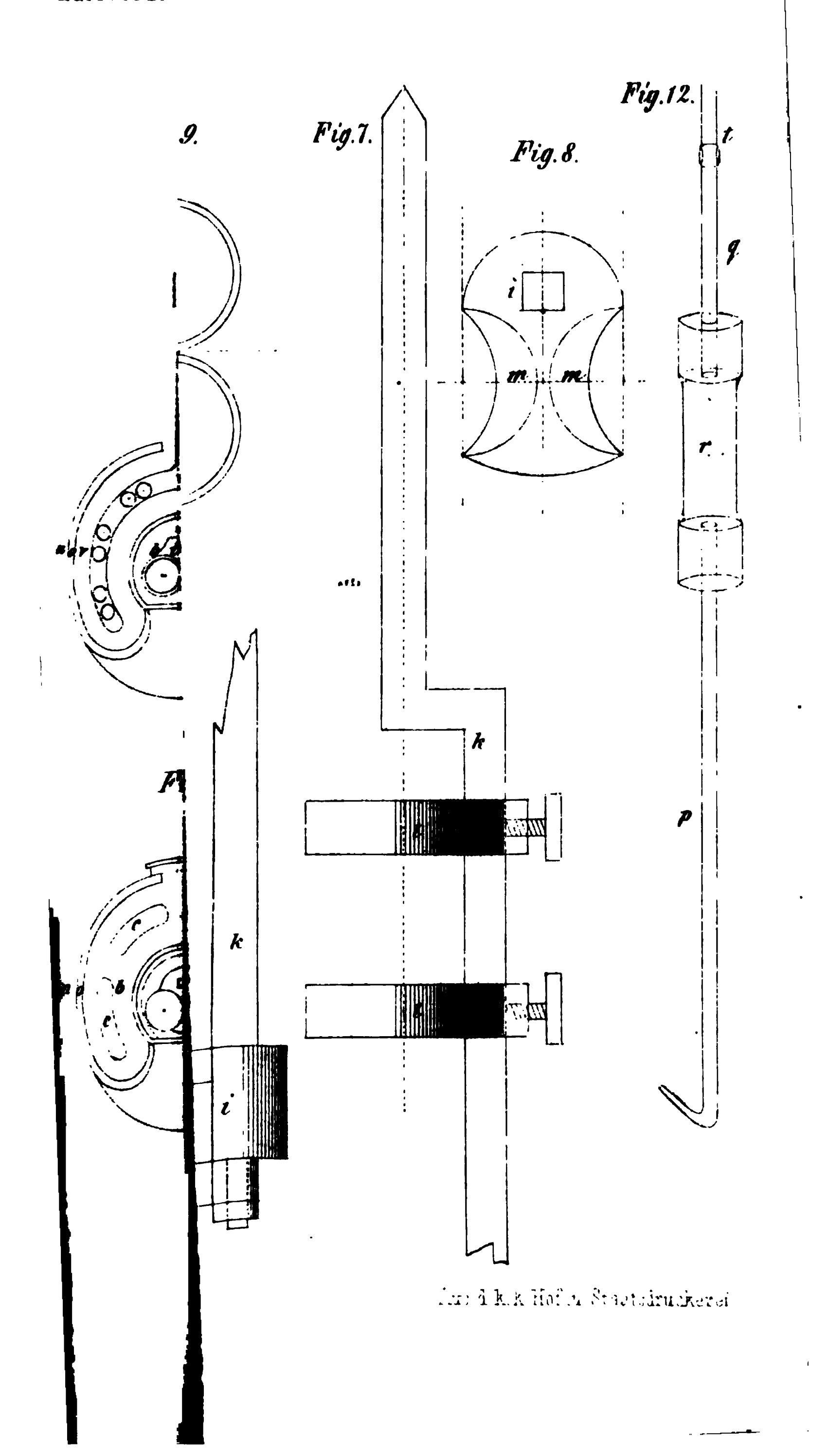
Selbstverständlich kann diese Methode nur für die Dampfdichtebestimmungen solcher Substanzen gebraucht werden, die durch Quecksilber nicht zersetzt werden.

Die Dumas'sche Methode, die für diese Körper ausschließlich dienen muß, dürfte von mehreren Correcturen und den damit verbundenen umständlichen Berechnungen dadurch befreit werden können, daß man den mit trockener Luft gefüllten Ballon im Ölbade auf eine bestimmte Temperatur erhitzt, zuschmilzt, nach der Erkaltung wiegt und dasselbe mit dem mit Dampf gefüllten Ballon thut.

---

röhre die Umgebungstemperatur annimmt, um letzteren Werth für jede Notirung auszurechnen, der dann mit dem Werthe $\frac{P'}{P}$ zu multipliciren ist.

Grabowski.



Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei

Kennt man die Capacität des Ballons und daraus sein luftleeres Gewicht (G_0) und zieht dieses von dem Gewichte des mit Luft gefüllten Ballons (G) und von dem des mit Dampf gefüllten (G') ab, so erhält man, in der Voraussetzung, daß der Barometerstand sich während des Versuches nicht wesentlich verändert hat, das specifische Gewicht der untersuchten Substanz aus der einfachen Gleichung:

$$S = \frac{G' - G_0}{G - G_0}.$$

III. SITZUNG VOM 18. JÄNNER 1866.

Herr Regierungsrath A. Ritt. v. Ettingshausen im Vorsitze.

Die königl. ungarische Hofkanzlei übersendet, mit Note vom 9. Jänner l. J., die durch die Theiß-Regulirungs-Baubehörden zusammengestellten tabellarischen Ausweise über die an der Theiß in den Jahren 1860/1—1864/5 beobachteten Eisverhältnisse.

Herr Prof. Dr. R. Kner übergibt die zweite Fortsetzung der „Ichthyologischen Notizen" von Herrn Dr. Fr. Steindachner.

Herr Dr. J. Frischauf, Assistent der k. k. Wiener Sternwarte, legt eine Abhandlung: „Bahnbestimmung des Planeten (67) Asia" vor.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Astronomische Nachrichten. Nr. 1566—1567. Altona, 1866; 4°.

Batka, Joh. B., Monographie der Cassien-Gruppe *Senna*. Prag, 1866; 4°.

Canestrini, Giovanni, Archivio per la Zoologia, l' Anatomia e la Fisiologia. Vol. III, Fasc. 2. Aprile 1865. Modena; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXII. Nr. 1. Paris, 1866; 4°.

Cosmos. 2e Série. XVe Année, 3e Volume, 2e Livraison. Paris, 1866; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXVII. Jahrg. Nr. 3. Wien, 1866; 8°.

Istituto, R., tecnico di Palermo: Giornale di scienze naturali ed economiche. Vol. I, Fasc. 2. Palermo, 1865; 4°.

Lotos. XV. Jahrgang. December 1865. Prag; 8°.

Reader. Nr. 159, Vol. VII. London, 1866; Folio.

Reichenbach, K. Freih. v., Ein zehnter und eilfter Versuch über Sensitivität und Od. 8°.

Société Impériale de Médecine de Constantinople: Gazette médicale d'orient. IXe Année, Nr. 8—9. Constantinople, 1865; 4°.

Society, The Royal Geographical, of London: Proceedings. Vol. X. Nr. 1. London, 1865; 8°.

Wiener medezin. Wochenschrift. XVI. Jahrgang. Nr. 4—5. Wien, 1866; 4°.

Bahnbestimmung des Planeten (67) Asia.

Von **Dr. Johann Frischauf,**
Assistent der k. k. Sternwarte.

Im XLV. Bde. der Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften habe ich eine Bahnbestimmung dieses Planeten aus den Beobachtungen der ersten Erscheinung, welche im Jahre 1861 stattfand, mitgetheilt. Diese Bestimmung führte zu nachstehenden Elementen:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Epoche 1862, Jänner 0 mittlere Berl. Zeit}\\ M = \quad 7^\circ 19' 35''4 \\ \left.\begin{array}{l}\Pi = 306\ 18\ 47\cdot9 \\ \Omega = 202\ 40\ 10\cdot1\end{array}\right\}\text{ mittl. Äquin. 1862·0} \\ i = \quad 5\ 59\ 27\cdot3 \\ \varphi = \quad 10\ 39\ \ 8\cdot2 \\ \mu = 942''3430 \\ \log a = 0\cdot3838650\end{array}\right\} \quad \text{(I)}$$

Für die an demselben Orte angegebene Oppositions-Ephemeride für das Jahr 1862, welche nach den obigen Elementen berechnet wurde, erhielt ich aus 15 Beobachtungen nach der Methode der kleinsten Quadrate, folgende Correction:

$$\overbrace{}^{\text{Beobachtung - Rechnung.}}$$
$$d\alpha = -\ 49^s296 + 0^s\ 1760\,t + 0^s\ 00409\,t^2$$
$$d\delta = -\ 104''\ 37 - 0''\ 306\,t + 0''\ 0158\,t^2,$$

dabei bedeutet t die Anzahl der Tage, welche seit 1862 Dec. 1·5 verflossen sind. Für $t = 0$ erhält man also folgende Correction:

Datum	$d\alpha$	$d\delta$
Dec. 1·5	-49^s30	$-1'44''4.$

Diese Correction an das entsprechende Datum der Ephemeride angebracht, gibt folgenden Normalort:

Datum mittlere Berl. Zeit	Mittlere Rect.	Mittlere Decl.	Mittleres Äquin.
1862 Dec. 1·5	55°26'59"1	+13°25'47"9	1862·0.

Mit Zuziehung der Normalorte aus der ersten Erscheinung vom April 18·5, Juli 15·0 und Juli 31·0 erhält man folgende vier, auf das mittlere Äquinoctium 1862·0 bezogene Positionen:

	Datum mittere Berl. Zeit	Mittlere Länge	Mittlere Breite
I	1861 April 18·5	239° 0' 5"3	+4° 2'38"4
II	„ Juli 15·0	227 44 8·1	+6 43 27·1
III	„ „ 31·0	230 47 31·3	+6 29 44·3
IV	1862 Dec. 1·5	56 18 27·2	—6 4 30·4

Nun wurden für den ersten und vierten Ort aus den Elementen (I) genährte Werthe für die Logarithmen der Distanzen der Asia von der Erde berechnet, eine zweite Hypothese für dieselben Größen wurde durch Vermehrung des Logarithmus der Entfernung des vierten Ortes um 5000 Einheiten der siebenten Decimale, und eine dritte Hypothese durch Vermehrung des Logarithmus der Entfernung des ersten Ortes um 3000 Einheiten der siebenten Decimale erhalten. Mit diesen drei Hypothesen der Logarithmen der Distanzen des Planeten von der Erde und den zugehörigen beobachteten Längen und Breiten des ersten und vierten Ortes wurden drei Elementensysteme berechnet, und aus den zugehörigen Darstellungen der geocentrischen Positionen des zweiten und dritten Ortes die wahrscheinlichsten Werthe der Logarithmen der Distanzen bestimmt. Die aus diesen Größen gerechneten Elemente sind folgende:

Epoche 1862, Dec. 1·5 mittlere Berl. Zeit.

$$
\left.\begin{array}{l}
M = 95^\circ\ 4'\ 5''1 \\
\Pi = 306\ 18\ \ 6\cdot3 \\
\Omega = 202\ 40\ 42\cdot0 \\
i = 5\ 59\ 33\cdot0 \\
\varphi = 10\ 37\ 42\cdot4 \\
\mu = 941''9796 \\
\log a = 0\cdot3839767
\end{array}\right\} \quad \text{(II)}
$$

(Π und Ω: mittl. Äquin. 1862·0)

Die vier Normalorte werden dargestellt:

			Beobachtung-Rechnung	
			$d\lambda \cos\beta$	$d\beta$
I	1861 April	18·5	0"0	0"0
II	„ Juli	15·0	— 0·5	+ 4·9
III	„ „	31·0	— 0·1	— 4·2
IV	1862 Dec.	1·5	0·0	0·0

Mit den Elementen (II) wurde die im Berliner astronomischen Jahrbuche (Jahrgang 1867) mitgetheilte Jahres- und Oppositions-ephemeride für das Jahr 1864 berechnet.

Durch das anhaltend trübe Wetter und durch den Umstand, daß der Planet nahe im Aphelium nur von der zwölften Größe war, gelangen in dieser Opposition nur wenige Beobachtungen.

Als ich eine neue Verbesserung der Bahn unternahm, war mir nur folgende Notiz des Herrn Directors J. Watson bekannt:

Correction der Ephemeride Asia:

März 1 $d\alpha = -33"4$. $d\delta = +2'20"$.

Aus diesen Angaben wurde folgender Ort gebildet, welcher bereits auf das mittlere Äquinoctium 1862·0 bezogen ist:

Datum mittlere Berl. Zeit	Mittlere Länge	Mittlere Breite
V 1864 März 1·5	144°55'50"2	—7°10'55"2.

Dieser Ort, zur Bestimmung der wahrscheinlichsten Werthe der Logarithmen der Distanzen des ersten und vierten Normalortes noch zugezogen, führte zu folgendem Elementensysteme:

Epoche 1862, Dec. 1·5 mittlere Berl. Zeit

$$\left.\begin{array}{l} M = 94^\circ 58' 25"8 \\ \Pi = 306\ 20\ 39\cdot2 \\ \Omega = 202\ 41\ 15\cdot6 \end{array}\right\} \text{mittl. Äquin. } 1862\cdot0 \quad \text{(III)}$$

$$\begin{array}{l} i = 5\ 59\ 42\cdot6 \\ \varphi = 10\ 39\ 4\cdot3 \\ \mu = 941"3613 \\ \log a = 0\cdot3841668 \end{array}$$

Mit diesen Elementen wurden nun die Störungen des Planeten Jupiter auf die Asia berechnet. Bei dieser Rechnung benützte ich die in den astronomischen Nachrichten angegebenen Hülfstafeln zur Berechnung der speciellen Störungen.

Die numerischen Werthe der Störungen der Eklipticalcoordinaten, in Einheiten der siebenten Decimale ausgedrückt, und bezogen auf 1862 Dec. 9·0 als Osculationspunkt, sind folgende:

Datum			ξ	η	ζ
1861	März	29	+ 9216	−13070	+1424
„	Mai	8	9935	10866	1231
„	Juni	17	10099	8415	998
„	Juli	27	9638	5959	746
„	Sept.	5	8609	3767	504
„	Oct.	15	7185	2046	296
„	Nov.	24	5611	888	143
1862	Jänner	3	4129	− 248	+ 47
„	Febr.	12	2892	+ 14	− 2
„	März	24	1952	66	17
„	Mai	3	1276	40	17
„	Juni	12	801	+ 6	11
„	Juli	22	466	− 11	6
„	August	31	234	12	− 2
„	Oct.	10	84	6	0
„	Nov.	19	+ 9	− 1	0
„	Dec.	9	0	0	0
„	Dec.	29	+ 9	− 1	0
1863	Febr.	7	84	6	0
„	März	19	230	15	+ 1
„	April	28	444	30	3
„	Juni	7	723	53	8
„	Juli	17	1062	95	16
„	August	26	1459	168	30
„	Oct.	5	1921	291	52
„	Nov.	14	2459	487	85
„	Dec.	24	3098	778	133
1864	Febr.	2	3871	1189	201
„	März	13	4835	1739	291
„	April	22	6060	2435	407
„	Juni	1	7638	3264	552
„	Juli	11	9676	4184	724
„	August	20	12295	5105	917
„	Sept.	29	15667	6163	1120
„	Nov.	8	19694	6254	1309
„	Dec.	18	24556	5944	1450
1865	Jänner	27	+30038	− 4533	+1492

Aus dieser Tafel ergeben sich durch Interpolation für die fünf Orte folgende Störungswerthe:

	Datum	ξ	η	ζ
I	1861 April 18·5	+ 9649	−11987	+ 1331
II	„ Juli 15·0	+ 9840	− 6681	+ 822
III	„ „ 31·0	+ 9557	− 5726	+ 721
IV	1862 Dec. 1·5	0	0	0
V	1864 März 1·5	+ 4534	− 1566	+ 262

oder in Länge und Breite

	Datum	Gestörter — ellipt. Ort $\Delta\lambda$	$\Delta\beta$
I	1861 April 18·5	+ 3' 42"6	+ 14"6
II	„ Juli 15·0	+ 2 47·2	+ 14·3
III	„ „ 31·0	+ 2 22·7	+ 11·4
IV	1862 Dec. 1·5	0·0	0·0
V	1864 März 1·5	− 14·7	− 3·6

Hieraus ergeben sich folgende elliptische Orte:

	Datum mittlere Berliner Zeit	Mittlere Länge	Mittlere Breite	
I	1861 April 18·5	238°56'22"7	+ 4° 2'23"8	mittl. Äquin. 1862·0
II	„ Juli 15·0	227 41 35·9	+ 6 43 12·8	
III	„ „ 31·0	230 45 22·9	+ 6 29 41·2	
IV	1862 Dec. 1·5	56 18 27·2	− 6 4 30·4	
V	1864 März 1·5	145 8 8·5	− 7 10 13·6	

Durch die Methode der Variation der Logarithmen der Distanzen wurde nun eine Bahn bestimmt, welche durch den ersten und vierten Ort geht und den übrigen sich möglichst anschließt. Diese Bestimmung gab folgende Elemente, welche für Dec. 9 osculiren:

$$\left.\begin{array}{rl} \multicolumn{2}{l}{\text{Epoche 1862, Dec. 1·5 mittlere Berl. Zeit}} \\ M = & 95° \; 3' 10"79 \\ \Pi = & 306 \; 16 \; 5·92 + 50"226\, t \\ \Omega = & 202 \; 40 \; 45·87 + 52·422\, t \\ i = & 5 \; 59 \; 39·58 - 0·412\, t \\ \varphi = & 10 \; 39 \; 14·04 \\ \mu = & 941"6269 \\ \log a = & 0·3840851 \end{array}\right\} \quad \text{(IV)}$$

wo t die Anzahl der Jahre bedeutet, welche seit 1862·0 verflossen sind.

Die obigen fünf Orte werden durch diese Elemente dargestellt, im Sinne Beobachtung-Rechnung:

	Datum mittlere Berl. Zeit	$d\lambda \cos\beta$	$d\beta$
I	1861 April 18·5	0"0	0"0
II	„ Juli 15·0	− 3·9	+ 4·6
III	„ „ 31·0	+ 4·6	− 7·4
IV	1862 Dec. 1·5	0·0	0·0
V	1864 März 1·5	+ 0·5	− 1·3

Für die heliocentrischen Coordinaten, auf den Äquator von 1862·0 als xy-Ebene bezogen, erhält man folgende Ausdrücke:

$$x = [0\cdot3788397] \sin(E + 36°37'57''32) - 0\cdot2639142$$
$$y = [0\cdot3600106] \sin(E + 304°56'29''44) + 0\cdot3471889$$
$$z = [9\cdot8720992] \sin(E + 312°45'22''37) + 0\cdot1011167.$$

Mit diesen Elementen und den obigen Störungswerthen wurden die Oppositions-Ephemeriden für die erste, zweite und dritte Erscheinung gerechnet, und die Beobachtungen mit den correspondirenden Angaben der Ephemeriden verglichen.

Erste Erscheinung. 1861.

Ephemeride für 12ʰ mittlere Berliner Zeit.

Datum	Scheinb. Rect.	Scheinb. Decl.	Log Δ	Aberr. Zeit.
April 17	15ʰ 51ᵐ 11ˢ24	− 16° 5' 39"2	0·1304	11ᵐ 5ˢ9
„ 18	50 45·15	16 0 4·5		11 1·9
„ 19	50 17·36	15 54 23·8	0·1251	10 57·8
„ 20	49 47·88	48 37·0		54·0
„ 21	49 16·72	42 44·4	0·1200	50·2
„ 22	48 43·92	36 45·8		46·5
„ 23	48 9·53	30 41·8	0·1151	42·8
„ 24	47 33·57	24 32·5		39·4
„ 25	46 56·09	18 18·3	0·1105	36·1
„ 26	46 17·11	11 59·3		32·9
„ 27	45 36·69	15 5 35·7	0·1061	29·7
„ 28	44 54·86	14 59 7·5		26·7
„ 29	44 11·70	52 35·4	0·1020	23·7
„ 30	15 43 27·24	− 14 45 59·6		10 21·0

Datum		Scheinb. Rect.	Scheinb. Decl.	Log Δ	Aberr. Zeit.
Mai	1	15ʰ42ᵐ41ˢ52	— 14°39'20"6	0·0982	10ᵐ18ˢ3
„	2	41 54·63	32 38·5		15·8
„	3	15 41 6·57	14 25 53·8	0·0947	10 13·3
Juli	13	15 7 59·44	— 10 36 4·9	0·1616	11 55·5
„	14	8 28·33	38 48·0		11 59·6
„	15	8 58·95	41 39·6	0·1666	12 3·8
„	16	9 31·30	44 39·3		8·0
„	17	10 5·37	47 47·4	0·1716	12·1
„	18	10 41·16	51 3·4		16·3
„	19	11 18·62	54 27·2	0·1766	20·6
„	20	11 57·75	57 58·4		25·0
„	21	12 38·53	11 1 36·7	0·1816	29·2
„	22	13 20·97	5 21·8		33·6
„	23	14 5·00	9 13·6	0·1866	37·9
„	24	14 50·63	13 12·1		42·3
„	25	15 37·83	17 17·0	0·1916	46·6
„	26	16 26·55	21 28·1		51·0
„	27	17 16·80	25 45·3	0·1965	55·4
„	28	18 8·60	30 8·5		12 59·8
„	29	19 1·90	34 37·2	0·2015	13 4·3
„	30	19 56·72	39 11·3		8·7
„	31	20 53·00	43 50·5	0·2065	13·4
Aug.	1	21 50·74	48 34·7		17·9
„	2	15 22 49·88	— 11 53 23·5	0·2114	13 22·4

Vergleichung der Beobachtungen.

Nr.	Datum		Beobachtungsort	Beobachtung - Rechnung dα	dδ
1	April	17	Madras	— 0ˢ54	—
2	„	„	„	— 0·32	— 5"9
3	„	18	„	— 0·02	+ 2·0
4	„	19	„	— 0·01	+ 0·2
5	„	20	„	— 0·43	+ 0·5
6	„	„	„	— 0·26	+ 1·6
7	„	21	„	— 0·12	+ 1·0
8	„	23	„	— 0·43	— 5·1
9	„	„	„	— 0·20	+ 0·8
10	„	28	„	+ 0·35	— 2·2
11	„	„	„	— 0·01	— 3·9
12	„	29	„	+ 0·33	— 5·0

Nr.	Datum	Beobachtungsort	Beobachtung - Rechnung $d\alpha$	$d\delta$
13	April 29	Madras	— 0ˢ55	— 10″6
14	„ 30	„	— 0·53	— 1·2
15	Mai 1	„	— 0·09	+ 0·9
16	„ „	„	— 0·40	+ 5·8
17	„ 2	„	+ 0·11	— 0·2
18	„ „	„	+ 0·12	— 0·7
19	„ 3	„	+ 0·16	— 3·3
20	„ „	„	+ 0·23	+ 0·8
21	Juli 13	Berlin	+ 0·15	+ 3·0
22	„ 14	„	— 0·42	+ 3·9
23	„ 16	„	— 0·15	+ 3·8
24	„ 29	„	+ 0·41	+ 0·1
25	August 1	„	— 0·25	— 0·4

Bei der Vergleichung der Berliner Beobachtungen wurden die neuen Bestimmungen der Positionen der Vergleichsterne benützt, ausserdem wurde ein kleiner Reductionsfehler in der Beobachtung vom Juli 29 in Rectascension beseitiget.

Aus den Beobachtungen 1—20 und 21—25 wurden folgende Mittelwerthe der Correctionen erhalten:

Datum	$d\alpha$	$d\delta$
1861 April 25·5	— 0ˢ13	— 1″3
„ Juli 21·5	— 0·05	+ 2·1

Diese Correctionen an die berechneten Orte angebracht, geben folgende zwei auf das mittlere Äquinoctium 1862·0 bezogene Normalorte:

Datum mittlere Berl. Zeit	Mittlere Rect.	Mittlere Decl.
1861 April 25·5	236°44′19″1	— 15°18′21″3
„ Juli 21·5	228 9 41·8	— 11 1 34·3

Zweite Erscheinung. 1862.

Ephemeride für 12ʰ mittlere Berliner Zeit.

Datum	Scheinb. Rect.	Scheinb. Decl.	Log Δ	Aberr. Zeit
Nov. 12	4ʰ 1ᵐ 1ˢ54	+ 14°59′ 6″4	0·1840	12ᵐ33ˢ3
„ 13	4 0 1·03	53 44·7		33·3

Datum		Scheinb. Rect.	Scheinb. Dec.	Log Δ	Aberr. Zeit.
Nov.	14	3ʰ59ᵐ 0ˢ05	+ 14°48'24"2	0·1840	12ᵐ33ˢ3
„	15	57 58·71	43 5·3		33·6
„	16	56 57·04	37 48·4	0·1843	33·9
„	17	55 55·19	32 33·7		34·4
„	18	54 53·20	27 21·6	0·1849	35·0
„	19	53 51·16	22 12·5		35·8
„	20	52 49·13	17 6·5	0·1859	36·7
„	21	51 47·25	12 4·1		37·8
„	22	50 45·56	7 5·5	0·1872	39·0
„	23	49 44·14	14 2 11·0		40·4
„	24	48 43·08	13 57 21·1	0·1888	41·8
„	25	47 42·47	52 35·6		43·4
„	26	46 42·35	47 55·2	0·1907	45·1
„	27	45 42·85	43 20·2		47·0
„	28	44 43·98	38 51·	0·1929	49 0
„	29	43 45·86	34 27·5		51·2
„	30	42 48·53	30 10·2	0·1955	53·5
Dec.	1	41 52·06	25 59·3		56·0
„	2	40 56·50	21 54·7	0·1983	12 58·5
„	3	40 1·93	17 56·7		13 1·2
„	4	39 8·40	14 5·9	0·2014	4·0
„	5	38 15·97	10 22·4		7·0
„	6	37 24·68	6 46·2	0·2047	10·1
„	7	36 34·56	13 3 17·5		13·4
„	8	35 45·68	12 59 56·4	0·2083	16·7
„	9	34 58·09	56 43·4		20·3
„	10	34 11·81	53 38·4	0·2122	23·9
„	11	33 26·90	50 41·4		27·7
„	12	32 43·39	47 52·8	0·2163	31·6
„	13	32 1·34	45 12·6		35·6
„	14	31 20·75	42 41·1	0·2207	39·7
„	15	30 41·66	40 18·1		44·0
„	16	30 4·10	38 3·8	0·2252	48·3
„	17	29 28·12	35 58·3		52·8
„	18	28 53·73	34 1·6	0·2299	13 57·3
„	19	28 20·95	32 13·7		14 2·0
„	20	27 49·82	30 34·7	0·2348	6·7
„	21	27 20·35	29 4·3		11·6
„	22	3 26 52·55	+ 12 27 42·8	0·2398	14 16·6

Vergleichung der Beobachtungen.

Nr.	Datum	Beobachtungsort	Beobachtungs-Rechnung dα	dδ
26	Nov. 13	Berlin	− 0ˢ16	+ 0"7
27	14	„	0·00	+ 2·6
28	18	„	+ 0·11	+ 1·4
29	21	Bilk	− 0·04	+ 2·8
30	„	Berlin	+ 0·15	− 0·7
31	23	„	− 0·03	+ 0·6
32	30	„	+ 0·01	+ 1·1
33	Dec. 1	„	− 0·17	− 0·2
34	10	Liverpool	+ 0·15	− 1·4
35	„	„	+ 0·05	− 1·9
36	„	„	− 0·11	− 1·5
37	11	„	+ 0·12	+ 0·2
38	„	„	− 0·26	+ 1·3
39	17	„	− 0·17	− 3·4
40	„	„	− 0·42	− 3·2
41	„	„	− 0·39	− 3·7
42	22	Berlin	+ 0·07	− 2·3

Als Correction der Ephemeride erhält man (die Unterschiede desselben Beobachtungstages zu einem Mittel vereiniget) folgenden Mittelwerth:

Datum	dα	dδ
Dec. 2·5	− 0ˢ04	+ 0"1

Hieraus ergibt sich folgender auf das mittlere Äquinoctium 1862·0 bezogener Normalort:

Datum mittere Berl. Zeit	Mittlere Rect.	Mittlere Decl.
Dec. 2·5	55°13'5"2	+ 13°21'42"7

Dritte Erscheinung. 1864.

Um die im Berliner astronomischen Jahrbuche, Jahrgang 1864, angegebenen Sonnencoordinaten benützen zu können, ohne neue Äquatorialconstante, welche sich auf das mittlere Äquinoctium 1864·0 beziehen, rechnen zu müssen; entwickelte ich mir die Reduction der Äquatorial-Coordinaten vom Äquinoctium 1862·0 auf das Äquinoctium 1864·0.

Dieses geschieht auf folgende Art:

Es seien

$$x_0,\ y_0,\ z_0$$

die Coordinaten bezogen auf Ekliptik zur Zeit t

$$x',\ y',\ z'$$

die Coordinaten bezogen auf die Ekliptik zur Zeit $t+\tau$, so ist (Astronomische Nachrichten Nr. 1417) für das Intervall von 1860 bis 1870 mit hinreichender Genauigkeit:

$$\begin{aligned} x' &= x_0 - 0\cdot30\tau^2 x_0 - 2435\cdot7\tau y_0 - 2\cdot9\tau z_0 \\ y' &= y_0 + 2435\cdot7\tau x_0 - 0\cdot30\tau^2 y_0 - 23\cdot5\tau z_0 \\ z' &= z_0 + 2\cdot9\tau x_0 - 23\cdot5\tau y_0 \end{aligned}$$

wo die Unterschiede $x'-x_0$, $y'-y_0$, $z'-z_0$ in Einheiten der siebenten Decimalstelle ausgedrückt sind.

Sind ferner

$$x,\ y,\ z$$

die Äquatorialcoordinaten des Planeten bezogen auf das mittlere Äquinoctium zur Zeit t

$$x+\Delta x,\ y+\Delta y,\ z+\Delta z$$

dieselben Größen bezogen auf das Äquinoctium zur Zeit $t+\tau$, so ist:

$$\begin{aligned} x &= x_0 \\ y &= y_0 \cos e_0 - z_0 \sin e_0 \\ z &= y_0 \sin e_0 + z_0 \cos e_0. \end{aligned}$$

Aus diesen Gleichungen folgt:

$$\begin{aligned} \Delta x &= x' - x_0 \\ \Delta y &= \cos e_0\,(y'-y_0) - \sin e_0\,(z'-z_0) - z\,de \\ \Delta z &= \sin e_0\,(y'-y_0) + \cos e_0\,(z'-z_0) + y\,de \end{aligned}$$

Substituirt man für $x'-x_0$, $y'-y_0$, $z'-z_0$ die obigen Werthe, für $\frac{de}{dt} = -22\cdot5$, ebenfalls in Einheiten der siebenten Decimalstelle ausgedrückt, so erhält man für die Größen Δx, Δy, Δz folgende Ausdrücke:

$$\Delta x = -0\cdot30\tau^2 x - 2233\cdot3\tau y - 972\cdot3\tau z$$
$$\Delta y = +2233\cdot3\tau x - 0\cdot25\tau^2 y - 0\cdot11\tau^2 z - \tau z$$
$$\Delta z = +972\cdot3\tau x - 0\cdot11\tau^2 y - 0\cdot05\tau^2 z + \tau y.$$

Ephemeride für 12ʰ mittlere Berliner Zeit.

Datum		Scheinb. Rect.	Scheinb. Decl.	Log Δ	Aberr. Zeit
Febr.	10	9ʰ57ᵐ29ˢ40	+ 4°23'42"7	0·2679	15ᵐ14ˢ0
„	11	56 34·56	29 12·1		12·6
„	12	55 39·38	34 47·8	0·2667	11·3
„	13	54 43·96	40 29·2		10·2
„	14	53 48·35	46 16·1	0·2657	9·2
„	15	52 52·63	52 7·8		8·4
„	16	51 56·82	58 4·2	0·2650	7·7
„	17	51 0·98	5 4 4·9		7·2
„	18	50 5·18	10 9·5	0·2645	6·8
„	19	49 9·50	16 17·5		6·6
„	20	48 13·98	22 28·7	0·2644	6·5
„	21	47 18·69	28 42·9		6·6
„	22	46 23·69	34 59·5	0·2645	6·8
„	23	45 29·05	41 18·1		7·1
„	24	44 34·82	47 38·5	0·2649	7·6
„	25	43 41·04	54 0·3		8·3
„	26	42 47·76	6 0 23·1	0·2656	9·1
„	27	41 55·06	6 46·3		10·0
„	28	41 2·98	13 9·8	0·2666	11·1
„	29	40 11·59	19 33·4		12·3
März	1	39 20·96	25 56·5	0·2678	13·7
„	2	38 31·11	32 39·6		15·2
„	3	37 42·10	38 39·6	0·2693	16·8
„	4	36 54·00	44 59·1		18·6
„	5	36 6·85	51 16·5	0·2710	20·5
„	6	35 20·70	57 31·7		22·6
„	7	34 35·58	7 3 44·4	0·2730	24·7
„	8	33 51·57	9 54·2		27·0
„	9	9 33 8·73	+ 7 16 0·5	0·2752	15 29·4

Vergleichung der Beobachtungen.

Nr.	Datum	Beobachtungsort	Beobachtung - Rechnung $d\alpha$	$d\delta$
43	Febr. 13	Leiden	— 0ˢ50	— 5"2
44	März 1	Ann-Arbor	— 0·48	— 1·2
45	„ 2	Leiden	— 0·34	— 0·9

Nr.	Datum	Beobachtungsort	Beobachtung - Rechnung $d\alpha$	$d\delta$
46	März 2	Ann-Arbor	— 0ˢ53	— 1ʺ4
47	„ 8	Josephstadt	— 0·18	...
48	„ 8	„	— 0·18	+ 0·4

Für die Bildung eines Normalortes erhält man, wenn die beiden *AR* Josephstadt zusammen das Gewicht = 1 erhalten:

Datum	$d\alpha$	$d\delta$
März 1·5	— 0ˢ41	—1ʺ7,

wodurch folgender auf das mittlere Äquinoctium 1862·0 bezogener Normalort erhalten wird:

Datum mittlere Berl. Zeit	Mittlere Rect.	Mittlere Decl.
März 1·5	144°48'12ʺ4	+ 6°26'38ʺ0.

Vierte Erscheinung. 1865.

Da die Störungen am Ende des Jahres 1864 wegen der Annäherung Jupiters an Asia unregelmäßig zu werden begannen, anderseits die Daten in den erwähnten Hülfstafeln von 1865 an sich auf die Ekliptik für das Jahr 1870 beziehen, so wurde eine Übertragung des Osculationspunktes auf den 7. Jänner 1865 unternommen. Für dieses Datum erhält man aus den Elementen (IV) und den obigen Störungen folgende Angaben:

$$x_0 = -1\cdot7291713\,,\quad y_0 = -1\cdot5163035\,,\quad z_0 = +0\cdot0768981$$
$$\xi = +0\cdot0027233\,,\quad \eta = -0\cdot0005403\,,\quad \zeta = +0\cdot0001484$$
$$x = -1\cdot7264480\,,\quad y = -1\cdot5168438\,,\quad z = +0\cdot0770465$$

$$\frac{dx_0}{dt} = +0\cdot0090854\cdot28,\quad \frac{dy_0}{dt} = -0.0071635\cdot12,\quad \frac{dz_0}{dt} = +0\cdot0010618\cdot79$$
$$\frac{d\xi}{dt} = +0\cdot0000137\cdot36,\quad \frac{d\eta}{dt} = +0\cdot0000034\cdot68,\quad \frac{d\zeta}{dt} = +0\cdot0000001\cdot12$$
$$\frac{dx}{dt} = +0\cdot0090991\cdot64,\quad \frac{dy}{dt} = -0\cdot0071600\cdot44,\quad \frac{dz}{dt} = +0\cdot0010619\cdot91,$$

welche sich auf die Ekliptik 1862·0 und das mittlere Äquinoctium 1862·0 beziehen.

Hieraus ergeben sich nach den Formeln des Berliner Jahrbuches Jahrgang 1858 folgende Elemente, welche für 1865 Jänner 7 osculiren und sich auf das mittlere Äquinoctium 1862·0 + t beziehen:

Epoche 1865, Jänner 7·0 mittl. Berl. Zeit.

$$\left.\begin{array}{rcl} M &=& 296^\circ\ 2'\ 13''98 \\ \Pi &=& 306\ \ 5\ 35\cdot37 + 50''226\,t \\ \Omega &=& 202\ 40\ 50\cdot83 + 52\cdot422\,t \\ i &=& 5\ 59\ 37\cdot10 - 0\cdot412\,t \\ \varphi &=& 10\ 39\ 58\cdot55 \\ \mu &=& 914''4909 \\ \log a &=& 0\cdot3841270 \end{array}\right\} \quad (V)$$

Die Werthe der Störungen der Elemente von 1862 Dec. 9 bis 1865 Jänner 7 sind folgende:

$$\begin{array}{rcl} \Delta L &=& +\ \ 3'\ 33''98 \\ \Delta M &=& +\ 14\ \ 4\cdot53 \\ \Delta\Pi &=& -\ 10\ 30\cdot55 \\ \Delta\Omega &=& +\ \ 4\cdot96 \\ \Delta i &=& -\ \ 2\cdot48 \\ \Delta\varphi &=& +\ \ 44\cdot51 \\ \Delta\mu &=& -\ \ 0''1360 \\ \Delta \log a &=& +\ 0\cdot0000419 \end{array}$$

Aus den Elementen (V) ergeben sich folgende Werthe der Äquatorialconstanten, bezogen auf das mittlere Äquinoctium 1865·0:

$$\begin{aligned} x &= [0\cdot3788517] \sin (E + 36^\circ 29' 58''48) - 0\cdot2633985 \\ y &= [0\cdot3600579] \sin (E + 304^\circ 48' 22''96) + 0\cdot3481967 \\ z &= [9\cdot8722152] \sin (E + 312^\circ 37' 57''95) + 0\cdot1014612 \end{aligned}$$

Die Berechnung der neuen Elemente aus den Coordinaten und deren Geschwindigkeiten nach den Formeln des Berliner Jahrbuches, Jahrgang 1858, ist zwar eine directe, hat aber, wie bereits an dem angeführten Orte bemerkt wurde, den Nachtheil, daß die neuen Elemente mit den kleinen Unterschieden behaftet sind, „welche von der unvermeidlichen, nicht völligen, sondern nur bis zu einer halben Einheit der letzten Decimale gehenden Strenge der Logarithmen herrühren." Diese Unsicherheit wird aber vermieden, wenn man statt der neuen osculirenden Elemente den Betrag der

Störungen der Elemente aus den Störungen der Coordinaten und deren Geschwindigkeiten bestimmt.

Um die hierher gehörigen Formeln zu entwickeln, so sollen mit

$$L_0,\ M_0,\ a_0 \ldots . \qquad (\odot)$$

die Größen für den Osculationspunkt t_0, hingegen mit

$$L = L_0 + \Delta L,\ M = M_0 + \Delta M,\ a = a_0 + \Delta a \ldots . \qquad (©)$$

dieselben Größen, aber bezogen auf das Osculationsdatum t bezeichnet werden.

Sind nun

$$x_0,\ y_0,\ z_0;\ \frac{dx_0}{dt},\ \frac{dy_0}{dt},\ \frac{dz_0}{dt}$$

die Coordinaten und Geschwindigkeiten des Planeten zur Zeit t, gerechnet aus den Elementen $(\odot)$, ferner

$$\xi,\ \eta,\ \zeta;\ \frac{d\xi}{dt},\ \frac{d\eta}{dt},\ \frac{d\zeta}{dt}$$

die Störungen dieser Größen von t_0 bis t, und

$$x,\ y,\ z;\ \frac{dx}{dt},\ \frac{dy}{dt},\ \frac{dz}{dt}$$

die Coordinaten und Geschwindigkeiten des Planeten zur Zeit t, gerechnet aus den Elementen (©); so ist offenbar:

$$x = x_0 + \xi,\quad y = y_0 + \eta,\quad z = z_0 + \zeta$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx_0}{dt} + \frac{d\xi}{dt},\quad \frac{dy}{dt} = \frac{dy_0}{dt} + \frac{d\eta}{dt},\quad \frac{dz}{dt} = \frac{dz_0}{dt} + \frac{d\zeta}{dt}.$$

Aus den Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} x &= r\,(\cos u \cos \Omega - \sin u \sin \Omega \cos i) \\ y &= r\,(\cos u \sin \Omega + \sin u \cos \Omega \cos i) \\ z &= r \sin u \sin i \end{aligned}\right\} \qquad (A)$$

folgt, mit Berücksichtigung, daß

$$\frac{dv}{dt} = \frac{k\sqrt{p}}{r^2},\quad \frac{dr}{dt} = \frac{k}{\sqrt{p}}\, e \sin v$$

ist:

$$k\sqrt{p}\cos i = x\frac{dy}{dt} - y\frac{dx}{dt}$$

$$k\sqrt{p}\sin\Omega\sin i = y\frac{dz}{dt} - z\frac{dy}{dt}$$

$$k\sqrt{p}\cos\Omega\sin i = x\frac{dz}{dt} - z\frac{dx}{dt}$$

Setzt man statt $x, y, z, \frac{dx}{dt}\ldots$ ihre Werthe, und setzt Kürze halber

$$N = \xi\frac{dy_0}{dt} - \eta\frac{dx_0}{dt} + x\frac{d\eta}{dt} - y\frac{d\xi}{dt}$$

$$O = \eta\frac{dz_0}{dt} - \zeta\frac{dy_0}{dt} + y\frac{d\zeta}{dt} - z\frac{d\eta}{dt}$$

$$P = \xi\frac{dz_0}{dt} - \zeta\frac{dx_0}{dt} + x\frac{d\zeta}{dt} - z\frac{d\xi}{dt}$$

so wird

$$\left.\begin{aligned} k\sqrt{p}\cos i &= k\sqrt{p_0}\cos i_0 + N \quad &(1)\\ k\sqrt{p}\sin\Omega\sin i &= k\sqrt{p_0}\sin\Omega_0\sin i_0 + O \quad &(2)\\ k\sqrt{p}\cos\Omega\sin i &= k\sqrt{p_0}\cos\Omega_0\sin i_0 + P \quad &(3)\end{aligned}\right\}$$

Wird (2) mit $\cos\Omega_0$ (3) mit $-\sin\Omega_0$ multiplicirt, und werden die Producte addirt; hingegen (2) mit $\sin\Omega_0$, (3) mit $\cos\Omega_0$ multiplicirt, und addirt man ebenfalls die Producte; so erhält man:

$$k\sqrt{p}\sin i\sin(\Omega-\Omega_0) = O\cos\Omega_0 - P\sin\Omega_0$$

$$k\sqrt{p}\sin i\cos(\Omega-\Omega_0) = k\sqrt{p_0}\sin i_0 + O\sin\Omega_0 + P\cos\Omega_0$$

Aus diesen Gleichungen erhält man durch Division:

$$\operatorname{tang}(\Omega-\Omega_0) = \frac{O\cos\Omega_0 - P\sin\Omega_0}{k\sqrt{p_0}\sin i_0 + O\sin\Omega_0 + P\cos\Omega_0} \qquad (I)$$

Quadrirt und addirt man die Gleichungen (1), (2), (3), so wird

$$k^2(p-p_0) = 2k\sqrt{p_0}(N\cos i_0 + O\sin\Omega_0\sin i_0 + P\cos\Omega_0\sin i_0) + N^2 + O^2 + P^2 \qquad (II)$$

Ferner ist

$$k^2p(\sin i^2 - \sin i_0^2) = k^2p \sin i^2 - k^2p \sin i_0^2 = k^2p \sin i^2 - k^2p_0 \sin i_0^2$$
$$- \sin i_0^2 k^2(p-p^0)$$

oder mit Beiziehung von (2) und (3)

$$k^2p(\sin i^2 - \sin i_0^2) = 2k\sqrt{p_0}(O \sin \Omega_0 \sin i_0 + P \cos \Omega_0 \sin i_0)$$
$$+ O^2 + P^2 - \sin i_0^2 k^2(p-p_0),$$

daraus folgt

$$\sin(i-i_0) = \frac{2k\sqrt{p_0}(O \sin \Omega_0 \sin i_0 + P \cos \Omega_0 \sin i_0) - \sin i_0^2 k^2(p-p_0) + O^2 + P^2}{k^2p \sin(i+i_0)} \quad (I$$

Die Gleichungen (I), (II), (III) lassen sich durch Einführung von Hülfsgrößen auf bequemere Formen bringen. Setzt man

$$O = h \cos H, \quad P = h \sin H,$$

so wird

$$\tang \Delta\Omega = \frac{h \cos(H+\Omega_0)}{k\sqrt{p_0} \sin i_0 + h \sin(H+\Omega_0)} \quad ($$

$$k^2\Delta p = 2k\sqrt{p_0}[N \cos i_0 + h \sin(H+\Omega_0) \sin i_0] + N^2 + O^2 + P^2 \quad (I$$

$$\sin \Delta i = \frac{2k\sqrt{p_0}h \sin(H+\Omega_0) \sin i_0 - \sin i_0^2 k^2\Delta p + O^2 + P^2}{k^2p \sin(2i_0+\Delta i)} \quad (II$$

Aus den Gleichungen

$$r^2 = (x_0+\xi)^2 + (y_0+\eta)^2 + (z_0+\zeta)^2$$
$$r_0^2 = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2$$

folgt

$$\Delta r = \frac{(x_0+\frac{1}{2}\xi)\xi + (y_0+\frac{1}{2}\eta)\eta + (z_0+\frac{1}{2}\zeta)\zeta}{(r_0+\frac{1}{2}\Delta r)}$$

Aus den Gleichungen (A) erhält man

$$r \sin u \cos i = -x \sin \Omega + y \cos \Omega$$
$$r \cos u = x \cos \Omega + y \sin \Omega$$

Es ist daher, mit Berücksichtigung, daß

$$r \cos u_0 = r_0 \cos u_0 + \Delta r \cos u_0 = x_0 \cos \Omega_0 + y_0 \sin \Omega_0 + \Delta r \cos u_0,$$
$$r(\cos u - \cos u_0) = x_0(\cos \Omega - \cos \Omega_0) + y_0(\sin \Omega - \sin \Omega_0)$$
$$+ \xi \cos \Omega + \eta \sin \Omega - \Delta r \cos u_0,$$

mithin

$$2\sin\frac{\Delta u}{2}=\left\{2\sin\frac{\Delta\Omega}{2}\left[x_0\sin\left(\Omega_0+\frac{\Delta\Omega}{2}\right)-y_0\cos\left(\Omega_0+\frac{\Delta\Omega}{2}\right)\right]\right.$$

$$\left.+\Delta r\cos u_0\,(\xi\cos\Omega+\eta-\sin\Omega)\right\}\frac{1}{r\sin\left(u_0+\frac{\Delta u}{2}\right)}$$

Der Factor von $2\sin\frac{\Delta\Omega}{2}$ läßt sich ersetzen durch

$$-r_0\sin u_0\cos i_0\cos\frac{\Delta\Omega}{2}+r_0\cos u_0\sin\frac{\Delta\Omega}{2}$$

Es ist also

$$2\sin\frac{\Delta u}{2}=\frac{-r_0\sin u_0\cos i_0\sin\Delta\Omega+2r_0\cos u_0\sin\frac{\Delta\Omega^2}{2}}{r\sin\left(u_0+\frac{\Delta u}{2}\right)}$$
$$+\frac{\Delta r\cos u_0-(\xi\cos\Omega+\eta\sin\Omega)}{r\sin\left(u_0+\frac{\Delta u}{2}\right)}.\qquad\text{(IV)}$$

Bedeutet c die Lineargeschwindigkeit, so ist

$$c^2=\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz}{dt}\right)^2$$

$$c_0^2=\left(\frac{dx_0}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy_0}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz_0}{dt}\right)^2$$

also

$$\frac{c^2-c_0^2}{2}=\frac{d\xi}{dt}\left(\frac{dx_0}{dt}+\frac{1}{2}\frac{d\xi}{dt}\right)+\frac{d\eta}{dt}\left(\frac{dy_0}{dt}+\frac{1}{2}\frac{d\eta}{dt}\right)+\frac{d\zeta}{dt}\left(\frac{dz_0}{dt}+\frac{1}{2}\frac{d\zeta}{dt}\right)$$

Substituirt man ferner aus (A) in c^2 die Werthe für

$$\frac{dx}{dt},\quad\frac{dy}{dt},\quad\frac{dz}{dt},$$

so wird

$$\frac{1}{a}=\frac{2}{r}-\frac{c^2}{k^2},$$

daraus folgt

$$\frac{1}{a_0}-\frac{1}{a}=\frac{\Delta a}{a_0(a_0+\Delta a)}=\frac{2\Delta r}{r_0 r}+\frac{(c^2-c_0^2)}{k^2}$$

$$\frac{\Delta a}{a_0}=2\left(\frac{\Delta r}{r_0 r}+\frac{c^2-c_0^2}{2k^2}\right)(a_0+\Delta a)$$

Setzt man

$$T = 2a_0\left(\frac{\Delta r}{r_0 r} + \frac{c^2 - c_0^2}{2k^2}\right),$$

so wird

$$\frac{\Delta a}{a_0} = T + T\frac{\Delta a}{a_0}. \qquad \text{(V)}$$

Aus

$$p = a - ae^2$$
$$p_0 = a_0 - a_0 e_0^2$$

folgt

$$p - p_0 = a - a_0 - (ae^2 - a_0 e_0^2)$$

oder

$$\Delta p = \Delta a - a(e^2 - e_0^2) - \Delta a e_0^2$$
$$e = \sin\varphi$$
$$e_0 = \sin\varphi_0$$
$$a(\sin\varphi^2 - \sin\varphi_0^2) = \Delta a \cos\varphi_0^2 - \Delta p$$

$$\left.\begin{aligned} \sin\Delta\varphi &= \frac{\Delta a\cos\varphi_0^2 - \Delta p}{a\sin(2\varphi_0 + \Delta\varphi)} \\ \Delta e &= 2\cos\left(\varphi_0 + \frac{\Delta\varphi}{2}\right).\sin\frac{\Delta\varphi}{2} \end{aligned}\right\}. \qquad \text{(VI)}$$

Bestimmungen von $\Delta\Pi$ und ΔM. Es ist

$$e\cos v = \frac{p}{r} - 1$$
$$e_0\cos v_0 = \frac{p_0}{r_0} - 1$$
$$e\cos v_0 = e_0\cos v_0 + \Delta e\cos v_0$$
$$e(\cos v_0 - \cos v) = \frac{p_0}{r_0} - \frac{p}{r} + \Delta e\cos v_0,$$

daher

$$2\sin\frac{\Delta v}{2} = \frac{\frac{p_0\Delta r - r_0\Delta p}{rr_0} + \cos v_0\Delta e}{e\sin\left(v_0 + \frac{\Delta v}{2}\right)}. \qquad \text{(VII)}$$

Aus Δu und Δv erhält man

$$\Delta(\Pi - \Omega) = \Delta u - \Delta v.$$

Ferner ist

$$a\cos E = ae + r\cos v$$
$$a_0\cos E_0 = a_0 e_0 + r_0\cos v_0$$
$$a\cos E_0 = a_0\cos E_0 + \Delta a\cos E_0$$
$$a(\cos E_0 - \cos E) = (a_0 e_0 + r_0\cos v_0) - (ae + r\cos v) + \Delta a\cos E_0.$$

woraus man erhält

$$2 \sin \frac{\Delta E}{2} = \frac{r_0 \cos v_0 \frac{\Delta a}{a_0} - \cos v \Delta r - a_0 \Delta e + 2 r_0 \sin\left(v_0 + \frac{\Delta v}{2}\right) \sin \frac{\Delta v}{2}}{a \sin\left(E_0 + \frac{\Delta E}{2}\right)} \qquad \text{(VIII)}$$

Ferner ist

$$M = E - e \sin E$$

$$M_0 = E_0 - e_0 \sin E_0,$$

daher

$$M - M_0 = E - E_0 - e_0 (\sin E - \sin E_0) - \Delta e \sin E$$

oder

$$\Delta M = \Delta E - 2 e_0 \cos\left(E_0 + \frac{\Delta E}{2}\right) \sin \frac{\Delta E}{2} - \Delta e \sin E. \qquad \text{(IX)}$$

Das Element μ kann man entweder direct aus a finden, oder auch auf folgende Art:

$$\mu + \Delta\mu = k(a_0 + \Delta a)^{-\frac{3}{2}} = \mu_0 \left(1 + \frac{\Delta a}{a_0}\right)^{-\frac{3}{2}}.$$

Setzt man

$$\frac{\Delta a}{2 a_0} = q,$$

so wird

$$\Delta\mu = -f \mu_0 \frac{\Delta a}{2 a_0}, \qquad \text{(X)}$$

wo

$$f = 3\left(1 - \frac{5}{2} q + \frac{5.7}{2.3} q^2 - \frac{5.7.9}{2.3.4} q^3 + \ldots\right),$$

also genau dieselbe Größe ist, wie im Berliner Jahrbuche für 1858.

Aus der an diesem Orte mitgetheilten Tafel erhält man mit dem Argumente $q = \frac{\Delta a}{2 a_0}$ den Werth von $\log f$.

Hat man den Werth Δv bestimmt, so kann man die Größe M (die mittlere Anomalie der neuen Epoche) auch auf folgende Art mit aller Genauigkeit erhalten:

Man rechne E_0 und v_0 nach den Formeln:

$$E_0 = M_0 + e_0 \sin E_0$$

$$\sin \tfrac{1}{2}(v_0 - E_0) = \sin \tfrac{1}{2}\varphi_0 \sin E_0 \sqrt{\frac{a_0}{r_0}},$$

wo

$$\frac{a_0}{r_0} = \frac{1}{1 - e_0 \cos E_0}.$$

Nach diesen Formeln lassen sich E_0 und v_0 mit aller Schärfe berechnen.

Hierauf ergibt sich aus

$$v = v_0 + \Delta v$$

$$\sin \tfrac{1}{2}(v - E) = \sin \tfrac{1}{2}\varphi \sin v \sqrt{\frac{r}{p}}$$

der Werth von E.

Aus E folgt

$$M = E - e \sin E,$$

wodurch dann sämmtliche neue Elemente bekannt sind.

Die Gleichungen (III), (IV),.... zur Bestimmung der Größen Δi, Δu,..... enthalten diese Unbekannten auch auf der rechten Seite, doch hat die praktische Berechnung der Störungen der Elemente nach den obigen Formeln keine Schwierigkeit; um z. B. Δi zu bestimmen, berechne man in (III') den Zähler, und setze anfänglich im Nenner $\Delta i = 0$. Man erhält auf diese Art einen genäherten Werth von Δi.

Dieser Werth in $\sin(2i_0 + \Delta i)$ substituirt, gibt einen genaueren Werth des Nenners: also auch einen genaueren Werth von Δi.

Diese Rechnung wird so oft wiederholt, bis man zwei gleiche Werthe von Δi erhält. In der Regel wird eine einmalige Wiederholung genügen, denn eine solche berücksichtiget in Strenge die Störungen zweiter Ordnung.

Stellt man die Formeln zusammen, so erhält man, wenn statt der Tangenten und Sinuse der kleinen Winkel die Bögen gesetzt werden, folgende Ausdrücke:

$$N = \xi \frac{dy_0}{dt} - \eta \frac{dx_0}{dt} + x \frac{d\eta}{dt} - y \frac{d\xi}{dt}$$

$$O = \eta \frac{dz_0}{dt} - \zeta \frac{dy_0}{dt} + y \frac{d\zeta}{dt} - z \frac{d\eta}{dt}$$

$$P = \xi \frac{dz_0}{dt} - \zeta \frac{dx_0}{dt} + x \frac{d\zeta}{dt} - z \frac{d\xi}{dt}$$

$$O = h \cos H$$

$$P = h \sin H$$

$$\Delta\Omega = \frac{h \cos(H+\Omega_0)}{\sin 1'' \left[k\sqrt{p_0} \sin i_0 + h \sin(H+\Omega_0)\right]}$$

$$k^2\Delta p = 2k\sqrt{p_0}\left[N \cos i_0 + h \sin(H+\Omega_0) \sin i_0\right] + N^2 + O^2 + P^2$$

$$\Delta i = \frac{2k\sqrt{p_0}\, h \sin(H+\Omega_0) \sin i_0 - \sin i_0^2 k^2 \Delta p + O^2 + P^2}{\sin 1'' k^2 p \sin(2i_0 + \Delta i)}$$

$$\Delta r = \frac{(x_0 + \tfrac{1}{2}\xi)\xi + (y_0 + \tfrac{1}{2}\eta)\eta + (z_0 + \tfrac{1}{2}\zeta)\zeta}{(r_0 + \tfrac{1}{2}\Delta r)}$$

$$\Delta u = \frac{-r_0 \sin u_0 \cos i_0 \Delta\Omega + \tfrac{1}{2} r_0 \cos u_0 \Delta\Omega^2 . \sin 1''}{r \sin\left(u_0 + \frac{\Delta u}{2}\right)}$$

$$+ \frac{\cos u_0 \Delta r - (\xi \cos \Omega + \eta \sin \Omega)}{\sin 1'' r \sin\left(u_0 + \frac{\Delta u}{2}\right)}$$

$$\frac{c^2 - c_0^2}{2} = \frac{d\xi}{dt}\left(\frac{dx_0}{dt} + \frac{1}{2}\frac{d\xi}{dt}\right) + \frac{d\eta}{dt}\left(\frac{dy_0}{dt} + \frac{1}{2}\frac{d\eta}{dt}\right) + \frac{d\zeta}{dt}\left(\frac{dz_0}{dt} + \frac{1}{2}\frac{d\zeta}{dt}\right)$$

$$T = 2a_0\left(\frac{\Delta r}{r_0 r} + \frac{c^2 - c_0^2}{2k^2}\right)$$

$$\frac{\Delta a}{a_0} = T + T\frac{\Delta a}{a_0}$$

$$\log a = \log a_0 + \log\left(1 + \frac{\Delta a}{a_0}\right)$$

$$\Delta\varphi = \frac{\cos \varphi_0^2 \Delta a - \Delta p}{\sin 1'' . a \sin(2\varphi_0 + \Delta\varphi)}$$

$$\Delta e = \cos\left(\varphi_0 + \frac{\Delta\varphi}{2}\right)\Delta\varphi$$

$$\Delta v = \frac{p_0 \frac{\Delta r}{r_0 r . \sin 1''} - \frac{\Delta p}{r \sin 1''} + \cos v_0 \Delta e}{e \sin\left(v_0 + \frac{\Delta v}{2}\right)}$$

$$\Delta\Pi - \Delta\Omega = \Delta u - \Delta v$$

$$\Delta E = \frac{\frac{r_0 \cos v_0}{\sin 1''}\frac{\Delta a}{a_0} - \frac{\cos v \Delta r}{\sin 1''} - a_0 \Delta e + r_0 \sin\left(v_0 + \frac{\Delta v}{2}\right)\Delta r}{a \sin\left(E_0 + \frac{\Delta E}{2}\right)}$$

$$\Delta M = \Delta E - e_0 \cos\left(E_0 + \frac{\Delta E}{2}\right)\Delta E - \sin E \Delta e$$

$$\Delta\mu = -f\mu_0 \frac{\Delta a}{2a_0} ,$$

wo der Factor log f. mit dem Argumente $q = \frac{\Delta a}{2a_0}$ aus der im Berliner Jahrbuche für 1858 angegebenen Tafel entnommen wird.

Anmerkung 1. Sollte Δv größer als 1° ausfallen, so füge man zu dem nach der obigen Formel berechneten Werthe von Δv noch die Correction

$$+ 0"0457[\Delta v]^2$$

hinzu; wo $[\Delta v]$ der Werth Δv ist, in Theilen des Grades ausgedrückt. Substituirt man den unverbesserten Werth von Δv in die Gleichung für ΔE, so hat man dem hieraus erhaltenen Werthe von ΔE noch die Correction

$$+ 0"0457[\Delta E]^2$$

hinzuzufügen, wo wieder $[\Delta E]$ in Theilen des Grades ausgedrückt ist.

Anmerkung 2. Wegen der Kleinheit von $\Delta\Omega$ wird man im Ausdrucke von Δu das Glied

$$2r_0 \cos u_0 \sin \frac{\Delta\Omega^2}{2}$$

in der Regel vernachlässigen können, eben so wird man häufig statt des Coëfficienten

$$\frac{r_0 \sin u_0}{r \sin\left(u_0 + \frac{\Delta u}{2}\right)}$$

die Einheit setzen können. In diesem Falle erhält man zur Bestimmung von Δu die Gleichung

$$\Delta u = -\cos i_0 \Delta\Omega + \frac{\cos u_0 \Delta r - (\xi \cos\Omega + \eta \sin\Omega)}{\sin 1'' r \sin\left(u_0 + \frac{\Delta u}{2}\right)} .$$

Bei der ersten Annäherung wird diese Vernachlässigung immer erlaubt sein, bei der zweiten Näherung wird man blos die Correction dieses Factors von der Einheit berücksichtigen.

Berechnet man nach diesen Formeln die Störungen der Asia-Elemente von 1862 Dec. 9 bis 1865 Jänner 7, so erhält man folgende Werthe:

$$\begin{aligned}
\Delta L &= + \ \ 3'33''81 \\
\Delta M &= + 14 \ \ 6\cdot39 \\
\Delta \Pi &= - 10 \ 32\cdot58 \\
\Delta \Omega &= + \ \ \ \ 4\cdot83 \\
\Delta i &= - \ \ \ \ 2\cdot46 \\
\Delta \varphi &= + \ \ \ 44\cdot55 \\
\Delta \mu &= - \ 0''1382 \\
\Delta \log a &= + \ 0\cdot0000425.
\end{aligned}$$

Vergleicht man diese Angaben mit den früheren, so erhält man folgende Unterschiede:

Rechn. II. — Rechn. I.

$$\begin{aligned}
d\Delta L &= - \ 0''17 \\
d\Delta M &= + \ 1\cdot86 \\
d\Delta \Pi &= - \ 2\cdot03 \\
d\Delta \Omega &= - \ 0\cdot13 \\
d\Delta i &= + \ 0\cdot02 \\
d\Delta \varphi &= + \ 0\cdot04 \\
d\Delta \mu &= - \ 0''0022 \\
d\Delta \log a &= + \ 0\cdot0000006.
\end{aligned}$$

Die etwas größeren Unterschiede bei den Elementen M und Π haben einen gerinen Einfluß, da sie bei nahezu gleicher Größe von entgegengesetztem Zeichen sind; so daß aus dem Elemente L der Unterschied aus den beiden Rechnungen nahezu verschwindet. Vermöge der Natur des Problems wird ein kleiner Fehler in der Berechnung der einen der Größen M oder Π, bei mäßiger Excentricität, einen nahezu gleichen aber entgegengesetzten Fehler in der andern Größe hervorbringen.

Zur Berechnung der Ephemeride der vierten Erscheinung ermittelte ich die Störungen, welche die Coordinaten der Asia, von 1865 Jänner 7 an, durch Jupiter und Saturn erlitten. Die numerischen Werthe der Störungen der Eklipticalcoordinaten, berechnet mit Benützung der in den astronomischen Nachrichten angegebenen Hülfstafeln, und bezogen auf die Ekliptik 1870·0, sind folgende:

Datum			ξ	η	ζ
1864	Dec.	18	+ 6	— 26	0
1865	Jänner	7	0	0	0
„	„	27	+ 6	— 27	0
„	März	8	38	260	7
„	April	17	61	768	23
„	Mai	27	+ 31	1621	48
„	Juli	6	— 60	2902	64
„	August	15	— 119	— 4706	— 48

Mit Hilfe dieser Störungstafel und den Elementen (V) erhält man nachstehende Oppositionsephemeride für die vierte Erscheinung:

Ephemeride für 12^h mittlere Berliner Zeit.

Datum	Scheinb. Rect.	Scheinb. Decl.	log Δ	Aberr. Zeit
Juni 9	$18^h 54^m 1^s 64$	— 12°10'48"7	0·0292	$8^m 47^s 5$
„ 10	53 27·02	7 8·2		44·9
„ 11	52 50·82	3 35·3	0·0249	42·3
„ 12	52 13·06	12 0 10·2		39·9
„ 13	51 33·83	11 56 53·0	0·0210	37·6
„ 14	50 53·16	53 44·0		35·4
„ 15	50 11·11	50 43·4	0·0173	33·2
„ 16	49 27·74	47 51·4		31·2
„ 17	48 43·11	45 8·0	0·0139	29·2
„ 18	47 57·28	42 33·6		27·4
„ 19	47 10·33	40 8·2	0·0109	25·6
„ 20	46 22·32	37 52·0		24·0
„ 21	45 33·32	35 45·1	0·0081	22·5
„ 22	44 43·48	33 47·6		21·1
„ 23	43 52·84	31 59·5	0·0058	19·8
„ 24	43 1·49	30 21·0		18·6
„ 25	42 9·53	28 51·9	0·0039	17·6
„ 26	41 17·08	27 32·7		16·6
„ 27	40 24·19	26 23·2	0·0023	15·8
„ 28	39 30·96	25 23·3		15·0
„ 29	38 37·49	24 33·2	0·0010	14·4
„ 30	37 43·87	23 52·9		13·8
Juli 1	36 50·19	23 22·3	0·0002	13·4
„ 2	35 56·55	23 1·3		13·0
„ 3	35 3·05	22 49·9	9·9998	12·9
„ 4	34 9·78	22 48·3		12·7
„ 5	18 33 16·81	— 11 22 56·3	9·9997	8 12·8

Datum	Scheinb. Rect.	Scheinb. Decl.	log Δ	Aberr.-Zeit
Juli 6	18h 32m 24s 23	− 11°23' 13"7		8m 13s 0
„ 7	31 32·13	23 40·6	0·0000	13·2
„ 8	30 40·62	24 16·6		13·5
„ 9	29 49·75	25 2·1	0·0007	14·0
„ 10	28 59·62	25 57·0		14·6
„ 11	28 10·31	27 1·7	0·0017	15·2
„ 12	27 21·90	28 14·4		16·1
„ 13	26 34·47	29 36·0	0·0031	17·0
„ 14	25 48·08	31 6·1		17·9
„ 15	18 25 2·91	− 11 32 44·8	0·0049	8 18·8

Vergleichung der Beobachtungen.

Nr.	Datum	Beobachtungsort		Beob.—Rechn. $d\alpha$	$d\delta$
49	Juni 20	Paris		+ 5s54	+ 8"2
50	„ 20	Wien		5·58	12·9
51	„ 22	Paris		5·86	11·0
52	„ 23	Wien		5·71	11·9
53	„ 23	„		6·04	10·1
54	„ 29	„		6·26	11·8
55	Juli 3	„	M. B.	5·62	—
56	„ 3	„		5·98	5·8
57	„ 4	„	M. B.	5·71	13·7
58	„ 11	„		5·95	8·7
59	„ 11	„		6·02	11·4
60	„ 11	„		5·73	16·2
61	„ 11	„		5·81	15·6
62	„ 11	„		+ 5·81	+ 12·3

Aus diesen Unterschieden ergibt sich folgender Mittelwerth:

Datum	$d\alpha$	$d\delta$
Juli 3·5	+ 5s83	+ 11"5.

und damit folgender auf das mittlere Äquinoctium 1865·0 bezogener Normalort:

Datum mittlere Berl. Zeit	Mittlere Rect.	Mittlere Decl.
Juli 3·5	278°46'39"1	−11°22'49"1.

Aus den vier ersten Erscheinungen erhalten wir daher folgende fünf Normalorte:

	Datum mittlere Berl. Zeit	Mittlere Rect.	Mittlere Decl.	Zahl d. Beob.
I	1861 April 25·5	236°44'19"1	− 15°18'21"3	20
II	„ Juli 21·5	228 9 41·8	− 11 1 34·5	5
III	1862 Dec. 2·5	55 13 5·2	+ 13 21 42·7	17
IV	1864 März 1·5	144 48 12·4	+ 6 26 38·0	6·5
V	1865 Juli 3·5	278 46 39·1	− 11 22 49·1	14·13

Das Äquinoctium ist bei den Orten I—IV das mittlere von 1862·0, hingegen für den Ort V das von 1865·0.

Da die Sonnenörter in den Berliner astronomischen Jahrbüchern erst vom Jahrgange 1863, nach den neuen Sonnentafeln von Hansen und Olufsen mitgetheilt sind; so wurden für die drei ersten Normalorte die Sonnenorte aus diesen Tafeln entlehnt.

Aus diesen Tafeln erhält man folgende Angaben:

	Datum	Scheinbare Länge	Breite	log R
I	1861 April 25·5	35°41'29"4	− 0"28	0·0029789
II	„ Juli 21·5	119 4 30·7	+ 0·49	0·0068220
III	1862 Dec. 2·5	250 35 16·6	+ 0·55	9·9936159.

Die Unterschiede zwischen diesen Werthen und den correspondirenden Angaben der Berliner Jahrbücher sind folgende:

	$d\lambda$	$d \log R$
I	+ 2"1	− 22
II	+ 2·1	− 21
III	+ 3·7	− 19.

Nach Powalky würde man folgende Correctionen erhalten

	$d\lambda$	$d \log R$
I	+ 1"8	− 20
II	+ 1·9	− 19
III	+ 4·2	− 19.

Mit Benützung dieser Größen erhält man für die fünf Normalorte folgendes Fehlertableau:

	Datum	$d\alpha$	$d\delta$
I	1861 April 25·5	— 1″0	— 1″6
II	„ Juli 21·5	— 1·2	+ 1·6
III	1862 Dec. 2·5	+ 1·7	+ 0·1
IV	1864 März 1·5	— 6·7	— 1·7
V	1865 Juli 3·5	+87·4	+11·5.

Für diese Orte wurden die Differentialausdrücke der Elemente aufgestellt. Die Ableitung der Formeln, nach welchen dieselben berechnet wurden, will ich in Kürze mittheilen.

Es seien Ω_0, i_0 und u_0 Knoten, Neigung und Argument der Breite auf den Äquator bezogen, so erhält man für die Äquatorialcoordinaten folgende Ausdrücke:

$$x = r(\cos u_0 \cos \Omega_0 - \sin u_0 \sin \Omega_0 \cos i_0)$$
$$y = r(\cos u_0 \sin \Omega_0 + \sin u_0 \cos \Omega_0 \cos i_0)$$
$$z = r \sin u_0 \sin i_0.$$

Daraus folgt:

$$\frac{dx}{d\Omega_0} = -y \quad , \quad \frac{dy}{d\Omega_0} = x \quad . \quad \frac{dz}{d\Omega_0} = 0.$$

Setzt man

$$\begin{aligned} \sin a \sin A &= \cos \Omega_0 \\ \sin a \cos A &= -\sin \Omega_0 \cos i_0 \\ \cos a &= \sin \Omega_0 \sin i_0 \\ \sin b \sin B &= \sin \Omega_0 \\ \sin b \cos B &= \cos \Omega_0 \cos i_0 \\ \cos b &= -\cos \Omega_0 \sin i_0 \end{aligned}$$

so wird

$$x = r \sin a \sin (A + u_0)$$
$$y = r \sin b \sin (B + u_0)$$
$$z = r \sin i_0 \sin u_0$$

$$\frac{dx}{d\omega_0} = x \cot (A + u_0)$$

$$\frac{dy}{d\omega_0} = y \cot (B + u_0)$$

$$\frac{dz}{d\omega_0} = z \cot u_0$$

wo

$$\omega_0 = \Pi_0 - \Omega_0$$

$$\frac{dx}{di_0} = r \cos a \sin u_0$$

$$\frac{dy}{di_0} = r \cos b \sin u_0$$

$$\frac{dz}{di_0} = r \cos i_0 \sin u_0.$$

Drückt man die Coordinaten durch die excentrische Anomalie aus, so erhält man folgende Ausdrücke:

$$x = l \sin (L + E) + \lambda$$
$$y = l' \sin (L' + E) + \lambda'$$
$$z = l'' \sin (L'' + E) + \lambda''$$

Aus der ersten Gleichung folgt:

$$x = \sin E\, l \cos L + \cos E\, l \sin L + \lambda$$

$$dx = \frac{x}{a} da + a \sin E d\left(\frac{l \cos L}{a}\right) + a \cos E d\left(\frac{l \sin L}{a}\right) + l \cos (L+E)\, dE + d\left(\frac{\lambda}{a}\right).$$

Ist M_0 die mittlere Anomalie der Epoche, so ist

$$M_0 + \mu t = E - e \sin E,$$

daher

$$dE = \frac{a}{r} (dM_0 + t d\mu + \cos \varphi \sin E d\varphi).$$

Ferner folgt aus

$$\mu = \frac{k}{a^{\frac{3}{2}}},$$

$$da = -\frac{2a}{3\mu} d\mu.$$

Zwischen den beiden Formen der Coordinaten findet folgender Zusammenhang statt; ist:

$$kr \sin(v+K) = l \sin(L+E) + \lambda,$$

so ist

$$l \sin L = ak \sin K$$

$$l \cos L = ak \cos\varphi \cos K$$

$$\lambda = -eak \sin K = -el \sin L.$$

Es wird daher:

$$\frac{dx}{d\mu} = -\frac{2}{3\mu} x + t \frac{a}{r} l \cos(L+E)$$

$$\frac{dx}{dM_0} = \frac{a}{r} l \cos(L+E)$$

$$\frac{dx}{d\varphi} = -\operatorname{tang}\varphi\, l \cos L \sin E + \frac{a}{r} l \cos(L+E) \cos\varphi \sin E + \lambda \cot\varphi.$$

Ganz analoge Werthe erhält man für die Größen y und z. Durch Substitution der Werthe von dx, dy, dz in die Ausdrücke:

$$\cos\delta\, d\alpha = -\frac{\sin\alpha}{\Delta} dx + \frac{\cos\alpha}{\Delta} dy$$

$$d\delta = -\frac{\cos\alpha}{\Delta} \sin\delta\, dx - \frac{\sin\alpha}{\Delta} \sin\delta\, dy + \frac{\cos\delta}{\Delta} dz$$

erhält man die gesuchten Differentialformeln für die Änderung des geocentrischen Ortes durch die Änderungen der Elemente.

Für die fünf obigen Normalorte erhält man nach diesen Formeln folgende Werthe:

Für $\cos\delta\, d\alpha$

	dM_0	$d\mu'$	$d\varphi$	$d\omega_0$	$d\Omega_0$	$di_0 =$
+ 1·9956	− 1·1233	− 3·3903	+ 1·7039	+ 1·6619	− 0·1937	− 1·0
+ 1·5024	− 0·8357	− 2·4466	+ 1·2155	+ 1·1644	− 0·2393	− 1·2
+ 1·4387	− 0·0186	+ 2·8545	+ 1·5875	+ 1·5349	− 0·2136	+ 1·7
+ 1·0454	+ 0·4524	− 0·9861	+ 1·4502	+ 1·4983	+ 0·1588	− 6·7
+ 2·8562	+ 2·6884	−1·9860	+ 1·9970	+ 1·9148	+ 0·1660	+85·7

Für $d\delta$

	dM_0	$d\mu'$	$d\varphi$	$d\omega_0$	$d\Omega_0$	$di_0 =$
− 0·2720	+ 0·1577	+ 0·4802	− 0·2377	+ 0·0797	− 1·4217	− 1·6
− 0·1955	+ 0·1256	+ 0·4267	− 0·1727	− 0·1146	− 1·3421	+ 1·6
+ 0·2132	− 0·0141	+ 0·4297	+ 0·2212	+ 0·0318	+ 1·4838	+ 0·1
− 0·3068	− 0·1414	+ 0·3308	− 0·4203	+ 0·0187	+ 0·5558	− 1·7
+ 0·2789	+ 0·2933	+ 0·0450	+ 0·1806	− 0·0144	− 1·8950	+11·5

Dabei ist

$$d\mu' = 1000\ d\mu.$$

Aus diesen zehn Bedingungsgleichungen ergeben sich folgende Normalgleichungen:

$$+ 17\cdot8898\ dM_0 + 4\cdot6827\ d\mu' - 13\cdot2493\ d\varphi + 15\cdot0556\ d\omega_0 + 14\cdot3072\ d\Omega_0 - 0\cdot1464\ di_0 - 240\cdot32 = 0$$
$$+ 4\cdot6827\ dM_0 + 9\cdot5398\ d\mu' + 0\cdot1041\ d\varphi + 3\cdot1156\ d\omega_0 + 2\cdot9479\ d\Omega_0 - 0\cdot1084\ di_0 - 233\cdot03 = 0$$
$$- 13\cdot2493\ dM_0 + 0\cdot1041\ d\mu' + 31\cdot2535\ d\varphi - 9\cdot8389\ d\omega_0 - 9\cdot3740\ d\Omega_0 - 0\cdot3728\ di_0 + 152\cdot57 = 0$$
$$+ 15\cdot0556\ dM_0 + 3\cdot1156\ d\mu' - 9\cdot8389\ d\varphi + 13\cdot3366\ d\omega_0 + 12\cdot6791\ d\Omega_0 - 0\cdot0760\ di_0 - 164\cdot03 = 0$$
$$+ 14\cdot3072\ dM_0 + 2\cdot9479\ d\mu' - 9\cdot3740\ d\varphi + 12\cdot6791\ d\omega_0 + 12\cdot4061\ d\Omega_0 - 0\cdot2472\ di_0 - 153\cdot11 = 0$$
$$- 0\cdot1464\ dM_0 - 0\cdot1084\ d\mu' - 0\cdot3728\ d\varphi - 0\cdot0760\ d\omega_0 - 0\cdot2472\ d\Omega_0 + 10\cdot1170\ di_0 + 9\cdot18 = 0.$$

Aus diesen Gleichungen ergeben sich für die Unbekannten folgende Werthe:

$$dM_0 = + 43''47$$
$$d\mu = + 0\cdot01572$$
$$d\varphi = + 0\cdot98$$
$$d\omega_0 = - 33\cdot17$$
$$d\Omega_0 = - 6\cdot90$$
$$di_0 = - 0\cdot49.$$

Zur Umwandlung der Änderungen der Äquatorialelemente in Änderungen der Eklipticalelemente dienen die Ausdrücke:

$$d\Omega = - 2\cdot5804\ d\Omega_0 + 4\cdot7391\ di_0$$
$$d\sigma = - 3\cdot5170\ d\Omega_0 + 4\cdot7132\ di_0$$
$$di = - 0\cdot1535\ d\Omega_0 - 0\cdot8689\ di_0$$
$$d\omega = d\omega_0 - d\sigma.$$

Es ist daher

$$d\omega = - 55''13$$
$$d\Omega = + 15\cdot48$$
$$di = + 1\cdot49.$$

Werden diese Correctionen an die Elemente (IV) angebracht, so erhält man folgendes Elementensystem:

Epoche 1862, Dec. 1·5 mittlere Berl. Zeit.
Osculation 1862, Dec. 9·0

$$\left.\begin{array}{rl} M = & 95^\circ\ 3'\ 54''26 \\ \Pi = & 306\ 15\ 26\cdot27 \\ \Omega = & 202\ 41\ \ 1\cdot35 \\ i = & 5\ 59\ 41\cdot07 \\ \varphi = & 10\ 39\ 15\cdot02 \\ \mu = & 941''64262 \\ \log a = & 0\cdot3840803 \end{array}\right\} \text{(VI)} \qquad \Pi, \Omega, i: \text{ Äquin. } 1862\cdot0$$

Die Elemente (V) hingegen geben, wenn man an sie die obigen Correctionen anbringt, folgendes Elementensystem:

Epoche 1865, Jänner 7·0 mittlere Berl. Zeit.
Osculation 1865, Jänner 7·0

$$\left.\begin{array}{rl} M = & 296^\circ\ 2'\ 57''45 \\ \Pi = & 306\ \ 4\ 55\cdot72 \\ \Omega = & 202\ 41\ \ 6\cdot31 \\ i = & 5\ 59\ 38\cdot59 \\ \varphi = & 10\ 39\ 59\cdot53 \\ \mu = & 941''50662 \\ \log a = & 0\cdot3841222 \end{array}\right\} \text{(VII)} \qquad \Pi, \Omega, i: \text{ Äquinoctium } 1862\cdot0$$

Die Normalorte werden durch die Elemente (VI) und (VII), übereinstimmend aus directer Rechnung und Differentialformeln, dargestellt:

	Datum			$\cos\delta d\alpha$	$d\delta$
I	1861	April	25·5	+ 0''8	— 0''8
II	„	Juli	21·5	— 2·7	+ 0·5
III	1862	Dec.	2·5	— 0·6	— 1·1
IV	1864	März	1·5	+ 0·2	0·0
V	1865	Juli	3·5	+ 0·5	— 0·3

Die Summe der Fehlerquadrate betrug vor der Ausgleichung 7534·98, nach der Ausgleichung beträgt sie 10·68.

Ungeachtet dieser ganz befriedigenden Darstellung stellte ich mich mit dem Resultate dieser Ausgleichung nicht zufrieden, sondern begann eine Wiederholung der Störungsrechnungen von 1861 März 29 bis 1865 Jänner 27. Ich hielt eine solche Wiederholung für

nöthig, weil einerseits die früheren Störungen mit den noch ungenauen Elementen (III) berechnet wurden, anderseits die Störungen des Planeten Saturn für diesen Zeitraum nicht berücksichtiget waren. Die numerischen Werthe dieser verbesserten Jupiter- und Saturnstörungen bezogen auf die Ekliptik 1860·0 sind folgende:

Datum			ξ	η	ζ
1861	März	29	+ 9797	− 14028	+1533
„	Mai	8	10578	11650	1313
„	Juni	17	10736	9015	1061
„	Juli	27	10232	6386	791
„	Sept.	5	9125	4046	533
„	Oct.	15	7601	2216	311
„	Nov.	24	5927	982	149
1862	Jänner	3	4350	303	+ 47
„	Febr.	12	3042	− 25	− 3
„	März	24	2051	+ 34	19
„	Mai	3	1341	+ 11	18
„	Juni	12	832	− 16	12
„	Juli	22	491	26	8
„	August	31	246	20	2
„	Oct.	10	88	9	− 1
„	Nov.	19	+ 10	− 1	0
„	Dec.	9	0	0	0
„	„	29	+ 10	− 1	0
1863	Febr.	7	87	9	+ 1
„	März	19	240	24	1
„	April	28	463	49	4
„	Juni	7	752	87	9
„	Juli	17	1102	150	19
„	August	26	1512	251	35
„	Octob.	5	1988	411	61
„	Nov.	14	2542	654	99
„	Dec.	24	3200	1003	154
1864	Febr.	2	4000	1484	230
„	März	13	4997	2113	331
„	April	22	6265	2895	460
„	Juni	1	7896	3815	619
„	Juli	11	9999	4822	807
„	August	20	12692	5821	1016
„	Sept.	29	16084	6648	1233
„	Nov.	8	20243	7070	1434
„	Dec.	18	25151	6756	1582
1865	Jänner	27	+ 30631	− 5331	+1626

Für die Berechnung neuer osculirender Elemente erhält man folgende Angaben, geltend für 1865, Jänner 7·0 mittlere Berl. Zeit:

$$\xi = +\ 27843\cdot1\ , \quad \eta = -\ 6194\cdot3\ , \quad \zeta = +\ 1620\cdot5$$

$$\frac{d\xi}{dt} = +\ 137\cdot407\ , \quad \frac{d\eta}{dt} = +\ 35\cdot321\ , \quad \frac{d\zeta}{dt} = +\ 1\cdot180.$$

Diese Größen sind auf die Ekliptik 1862·0 bezogen, und ausgedrückt in Einheiten der siebenten Decimale.

Damit ergeben sich nach meinen Formeln folgende Werthe der Störungen der Elemente:

$$\begin{aligned} \Delta L &= +\ \ 3'26''62 \\ \Delta M &= +\ 14\ \ 6\cdot84 \\ \Delta\Pi &= -\ 10\ 40\cdot23 \\ \Delta\Omega &= +\ \ \ \ 2\cdot84 \\ \Delta i &= -\ \ \ \ 2\cdot11 \\ \Delta\varphi &= +\ \ \ 36\cdot59 \\ \Delta\mu &= -\ 0''13788 \\ \Delta \log a &= +\ 0\cdot0000424\cdot0 \end{aligned}$$

Diese Störungen, mit ihren Zeichen an die Elemente (VI) angebracht, geben folgendes Elementensystem:

Epoche 1865, Jänner 7·0 mittl. Berl. Zeit.
Osculation 1865, Jänner 7·0

$$\left.\begin{aligned} M &= 296^\circ\ 3'11''81 \\ \left.\begin{aligned} \Pi &= 306\ \ 4\ 46\cdot04 \\ \Omega &= 202\ 41\ \ 4\cdot19 \\ i &= \ \ 5\ 59\ 38\cdot96 \end{aligned}\right\} & \text{Äquin. } 1862\cdot0 \\ \varphi &= \ 10\ 39\ 51\cdot61 \\ \mu &= 941''50474 \\ \log a &= 0\cdot3841227 \end{aligned}\right\} \text{(VIII)}$$

Zur Controle berechnete ich mit diesen Elementen für die Epoche die Coordinaten und deren Geschwindigkeiten, und verglich letztere Größen mit den Angaben aus den Elementen (VI) und den zugehörigen Störungen. Für die Normalorte I, II und IV werden die verbesserten Störungswerthe bezogen auf den Äquator 1862·0:

	ξ	η	ζ
I	+ 10390	− 11955	− 3675
II	+ 10339	− 6509	− 1922
IV	+ 4687	− 1883	− 478

Während der Wiederholung der Störungsrechnungen erhielt ich noch vier Washingtoner und zwölf Leidener Meridianbeobachtungen der Asia aus der letzten Erscheinung. Die Vergleichung dieser Beobachtungen mit der obigen Ephemeride gab folgende Unterschiede:

Nr.	Datum	Beobachtungsort	Beob. — Rechn. $d\alpha$	Beob. — Rechn. $d\delta$
63	Juli 5	Washington	+ 6ˢ05	+ 8″8
64	„ 6	„	6·27	9·6
65	„ 13	„	5·82	9·6
66	„ 14	„	5·69	(28·6)
Mittel:	Juli 10	„	5·96	9·3
67	Juni 20	Leiden	5·79	11·0
68	„ 21	„	6·00	11·5
69	„ 22	„	6·01	11·4
70	„ 24	„	5·83	14·5
71	„ 28	„	5·97	11·5
72	Juli 2	„	5·78	11·4
73	„ 3	„	5·90	13·3
74	„ 4	„	5·98	11·9
75	„ 5	„	5·84	11·9
76	„ 7	„	5·84	11·4
77	„ 8	„	5·84	10·8
78	„ 12	„	6·06	11·7
Mittel:	Juli 1	„	+ 5·90	+ 11·9

Mit Zuziehung dieser Angaben erhält man für die Correction der Ephemeride, wenn die Leidener Beobachtungen das doppelte Gewicht erhalten, folgenden Mittelwerth:

Datum	$d\alpha$	$d\delta$
Juli 3·5	+ 5ˢ88	+ 11″6,

und damit folgenden Normalort, welcher auf das mittlere Äquinoctium 1865·0 bezogen ist:

Datum mittlere Berl. Zeit	Mittlere Rect.	Mittlere Decl.
1865 Juli 3·5	278°46′39″9	—11°22′49″0

Die Vergleichung der Normalorte, mit Berücksichtigung der verbesserten Störungswerthe, gibt folgende Darstellung:

Datum	$\cos\delta\, d\alpha$	$d\delta$
I 1861 April 25·5	$-$ 14ʺ5	$+$ 1ʺ6
II „ Juli 21·5	$-$ 12·9	$+$ 2·5
III 1862 Dec. 2·5	$-$ 0·6	$-$ 1·1
IV 1864 März 1·5	$-$ 1·9	$+$ 0·6
V 1865 Juli 3·5	$-$ 0·7	$+$ 0·5

Für diese Größen werden die bekannten Glieder der Normalgleichungen

$$[an] = +54\cdot52,\quad [bn] = -25\cdot01,\quad [cn] = -83\cdot88,$$
$$[dn] = +46\cdot73,\quad [en] = +44\cdot40,\quad [fn] = +\ 2\cdot27.$$

Mit Rücksicht auf diese letzteren Größen geben die Normalgleichungen folgende Correctionen:

$$\begin{aligned} dM_0 &= -\ 4''62 \\ d\mu &= +\ 0\cdot00426 \\ d\varphi &= +\ 1\cdot22 \\ d\omega &= +\ 2\cdot90 \\ d\Omega &= -\ 1\cdot29 \\ di &= +\ 0\cdot13 \end{aligned}$$

Werden diese Correctionen an die Elemente (VI) und (VIII) angebracht, so erhält man folgende definitive Elemente:

Epoche 1862, Dec. 1·5 mittlere Berliner Zeit.
Osculation 1862, Dec. 9·0

$$\left.\begin{aligned} M &= 95^\circ\ 3'\ 49''64 \\ \Pi &= 306\ 15\ 27\cdot88 + 50''226\,t \\ \Omega &= 202\ 41\ \ 0\cdot06 + 52\cdot422\,t \\ i &= 5\ 59\ 41\cdot20 - \ 0\cdot412\,t \\ \varphi &= 10\ 39\ 16\cdot24 \\ \mu &= 941''64688 \\ \log a &= 0\cdot3840790 \end{aligned}\right\}\ \text{(IX)}$$

Epoche 1865, Jänner 7·0 mittlere Berliner Zeit.
Osculation 1865, Jänner 7·0

$$\left.\begin{aligned} M &= 296^\circ\ 3'\ \ 7''19 \\ \Pi &= 306\ \ 4\ 47\cdot65 + 50''226\,t \\ \Omega &= 202\ 41\ \ 2\cdot90 + 52\cdot422\,t \\ i &= 5\ 59\ 39\cdot09 - \ 0\cdot412\,t \\ \varphi &= 10\ 39\ 52\cdot83 \\ \mu &= 941''50900 \\ \log a &= 0\cdot3841214 \end{aligned}\right\}\ \text{(X)}$$

Das Äquinoctium, auf welches diese Elemente bezogen sind, ist das mittlere $1862{\cdot}0 + t$.

Die Elemente (IX) und (X) stellen die fünf Normalpositionen, aus denen sie abgeleitet wurden, auf folgende Art dar:

	Datum	$\cos\delta\, d\alpha$	$d\delta$
I	1861 April 25·5	+ 0"8	− 0"8
II	„ Juli 21·5	− 1·4	+ 0·6
III	1862 Dec. 2·5	0·0	− 0·6
IV	1864 März 1·5	− 0·1	+ 0·1
V	1865 Juli 3·5	+ 0·3	− 0·1

Die Summe der Fehlerquadrate beträgt 4·08.

Um der lästigen und dabei oft wiederkehrenden Berechnung der Äquatorialconstanten zu entgehen, ermittelte ich mir die Differentialausdrücke dieser Größen, ausgedrückt durch die Änderungen der Elemente. Diese Berechnung geschah nach folgenden Formeln, deren Ableitung der Kürze halber ich nur andeuten will.

Sind x, y, z die rechtwinkligen Äquivalentcoordinaten des Planeten, so kann man dieselben durch folgende Formen ausdrücken:

$$x = r \sin a \sin(A + v)$$
$$y = r \sin b \sin(B + v)$$
$$z = r \sin c \sin(C + v),$$

wo

$$A = \mathfrak{A} + \Pi - \Omega$$
$$B = \mathfrak{B} + \Pi - \Omega$$
$$C = \mathfrak{C} + \Pi - \Omega$$

ist,

$$x = l \sin(L + E) + \lambda$$
$$y = l' \sin(L' + E) + \lambda'$$
$$z = l'' \sin(L'' + E) + \lambda''$$

Die Größen $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, ... werden erhalten, durch

$$\begin{aligned}
\sin a \sin \mathfrak{A} &= \cos \Omega \\
\sin a \cos \mathfrak{A} &= -\sin \Omega \cos i \\
\cos a &= \sin \Omega \sin i \\
\sin b \sin \mathfrak{B} &= \cos e \sin \Omega \\
\sin b \cos \mathfrak{B} &= \cos e \cos \Omega \cos i - \sin e \sin i \\
\cos b &= -\sin e \cos i - \cos e \cos \Omega \sin i \\
\sin c \sin \mathfrak{C} &= \sin e \sin \Omega \\
\sin c \cos \mathfrak{C} &= \sin e \cos \Omega \cos i + \cos e \sin i \\
\cos c &= \cos e \cos i - \sin e \cos \Omega \sin i
\end{aligned}$$

Zur bequemeren Berechnung von

$$\sin b \cos \mathfrak{B} \text{ und } \sin c \cos \mathfrak{C}$$

setze man

$$\tang \Psi = \frac{\tang i}{\cos \Omega},$$

so wird

$$\sin b \cos \mathfrak{B} = \frac{\sin i}{\sin \Psi} \cos(\Psi + e)$$

$$\sin c \cos \mathfrak{C} = \frac{\sin i}{\sin \Psi} \sin(\Psi + e).$$

Durch Differentiation von $\cot \mathfrak{A}$, $\cot \mathfrak{B}$, $\cot \mathfrak{C}$; $\cos a$, $\cos b$, $\cos c$ erhält man folgende Differentialformeln:

$$d\mathfrak{A} = \frac{\cos i}{\sin a^2} d\Omega - \frac{\cos a \cos \Omega}{\sin a^2} di$$

$$d\mathfrak{B} = \frac{\cos c \cos e}{\sin b^2} d\Omega - \frac{\cos b \sin b \sin \mathfrak{B}}{\sin b^2} di + \frac{\cos a}{\sin b^2} de$$

$$d\mathfrak{C} = -\frac{\cos b \sin e}{\sin c^2} d\Omega - \frac{\cos c \sin c \sin \mathfrak{C}}{\sin c^2} di + \frac{\cos a}{\sin c^2} de$$

$$d \log . \text{nat} . \sin a = -\frac{\cos a \cos \Omega}{\sin a^2} \sin i \, d\Omega + \frac{\cos a \sin a \cos \mathfrak{A}}{\sin a^2} di$$

$$d\log.\text{nat}.\sin b = -\frac{\cos a\cos b\cos e}{\sin b^2}d\Omega + \frac{\cos b\sin b\cos\mathfrak{B}}{\sin b^2}di$$

$$+\frac{\cos i}{\cos\chi}\cdot\frac{\cos b\cos(\chi+e)}{\sin b^2}de$$

$$d\log.\text{nat}.\sin c = -\frac{\cos a\cos c\sin e}{\sin c^2}d\Omega + \frac{\cos c\sin c\cos\mathfrak{C}}{\sin c^2}di$$

$$+\frac{\cos i}{\cos\chi}\cdot\frac{\cos c\sin(\chi+e)}{\sin c^2}de,$$

wo

$$\tang\chi = \tang i\cos\Omega.$$

Durch Multiplication mit dem Modul m des gemeinen Logarithmensystemes, erhält man aus den natürlichen Logarithmen die gemeinen. Dabei ist

$$\log m = 9\cdot63778.$$

Ist ferner

$$kr\sin(K+v) = l\sin(L+E) + \lambda,$$

so ist

$$d\log l = d\log a + d\log k + \tfrac{1}{2}m\tang\varphi\sin\varphi\sin 2L dK - m\tang\varphi\cos L^2 d\varphi$$

$$dL = \frac{1-\sin\varphi^2\sin L^2}{\cos\varphi}dK + \frac{1}{2}\tang\varphi\sin 2L\,d\varphi$$

$$d\lambda = \frac{\lambda}{m}(d\log a + d\log k) - \tang\varphi\, l\cos L dK - \cos\varphi\, l\sin L d\varphi.$$

Substituirt man in diese Formeln die Elemente der Asia, so erhält man folgende Ausdrücke für die Änderungen der Äquatorialconstanten der Asia:

$$d\mathfrak{A} = +\ 0\cdot9961\ d\Omega - 0\cdot037\ di$$
$$d\mathfrak{B} = +\ 0\cdot9632\ d\Omega - 0\cdot120\ di - 0\cdot045\ de$$
$$d\mathfrak{C} = +\ 1\cdot2725\ d\Omega + 1\cdot520\ di - 0\cdot419\ de$$

$$d\log\sin a = -\ 0\cdot0819\ d\Omega - 0\cdot327\ di$$
$$d\log\sin b = -\ 0\cdot2847\ d\Omega + 6\cdot315\ di - 6\cdot798\ de$$
$$d\log\sin c = +\ 3\cdot3410\ d\Omega - 56\cdot043\ di + 63\cdot984\ de$$

$$dL = +1 \cdot 0048\, dA + 0 \cdot 090\, d\varphi$$
$$dL' = +0 \cdot 9932\, dB - 0 \cdot 088\, d\varphi$$
$$dL'' = +0 \cdot 9980\, dC - 0 \cdot 094\, d\varphi$$

$$d\log l = d\log a + d\log\sin a + 0 \cdot 3510\, dA - 2 \cdot 563\, d\varphi$$
$$d\log l' = d\log a + d\log\sin b - 0 \cdot 3440\, dB - 1 \cdot 292\, d\varphi$$
$$d\log l'' = d\log a + d\log\sin c - 0 \cdot 3656\, dC - 1 \cdot 820\, d\varphi$$

$$d\lambda = -0 \cdot 606\, (d\log a + d\log\sin a) - 17 \cdot 560\, dA - 67 \cdot 80\, d\varphi$$
$$d\lambda' = +0 \cdot 802\, (d\log a + d\log\sin b) - 11 \cdot 940\, dB + 89 \cdot 62\, d\varphi$$
$$d\lambda'' = +0 \cdot 234\, (d\log a + d\log\sin c) - 4 \cdot 608\, dC + 26 \cdot 11\, d\varphi,$$

dabei sind in den Gleichungen für $d\log\sin a, \ldots d\log l, \ldots d\lambda, \ldots$ die Werthe von $d\Omega$, $di, \ldots dC$, $d\varphi$ in Secunden zu substituiren, um die Größen $d\log\sin a, \ldots.$ in Einheiten der siebenten Decimale zu erhalten.

Mit diesen Formeln ist man sowohl im Stande die Correctionen der Elemente zu berücksichtigen, als auch den Einfluß der Präcession in Rechnung zu ziehen. Praktisch dürfte es jedoch bequemer sein, beide Operationen zu trennen, und die jährlichen Veränderungen der Constanten durch die Elemente Ω, i, a und e besonders zu rechnen.

Mit den jährlichen Änderungen

$$d\Omega = +52''422$$
$$di = -0 \cdot 412$$
$$d\omega = -2 \cdot 196$$
$$de = -0 \cdot 465$$

erhält man folgende Ausdrücke für die Constanten der Äquatorialcoordinaten der Asia, bezogen auf das mittlere Äquinoctium $1866 \cdot 0 + t$:

$$A = 36^\circ\ 1'26''18 + 50''037\, t$$
$$B = 305\ 16\ 32 \cdot 87 + 48 \cdot 366\, t$$
$$C = 313\ \ 8\ 13 \cdot 18 + 64 \cdot 050\, t$$

$$\log\sin a = 9 \cdot 9996459 - 4 \cdot 2\, t$$
$$\log\sin b = 9 \cdot 9784257 - 13 \cdot 3\, t$$
$$\log\sin c = 9 \cdot 4916028 + 168 \cdot 6\, t$$

$$L = 36°30'\ 0''16 + 50''277\ t$$
$$L' = 304\ 48\ 23·41 + 48·037\ t$$
$$L'' = 312\ 38\ 21·11 + 63·922\ t$$

$$\log l = 0·3788475 + 13·4\ t$$
$$\log l' = 0·3600524 - 29·3\ t$$
$$\log l'' = 9·8722193 + 145·2\ t$$

$$\lambda = -\ 0·2633601 - 880·5\ t$$
$$\lambda' = +\ 0·3481406 - 584·0\ t$$
$$\lambda'' = +\ 0·1014367 - 255·1\ t$$

wobei die Incremente von $d\log\sin a, \ldots d\log l, \ldots d\lambda, \ldots$ in Einheiten der siebenten Decimale erhalten werden.

Mit den Elementen (X) wurden die Störungen der Asia durch Jupiter und Saturn berechnet. Wegen der Nähe Jupiters konnte das frühere Intervall von 40 Tagen nicht recht beibehalten werden, es wurden daher die Störungen in dem Intervalle von 20 Tagen berechnet.

Die numerischen Werthe der zweiten Differentialquotienten der Störungen der rechtwinkeligen Coordinaten, bezogen auf die Ekliptik 1870·0, und für 1865 Jänner 7·0 osculirend; sind in Einheiten der siebenten Decimale folgende:

Datum	$400\frac{d^2\xi}{dt^2}$	$400\frac{d^2\eta}{dt^2}$	$400\frac{d^2\zeta}{dt^2}$
1864 Dec. 18	+ 12·43	− 48·54	− 0·19
1865 Jänner 7	11·15	53·27	0·82
„ „ 27	8·60	57·93	1·51
„ Febr. 16	+ 4·49	62·66	2·17
„ März 8	− 1·21	68·43	2·63
„ „ 28	7·91	75·37	2·70
„ April 17	14·34	84·23	2·17
„ Mai 7	18·67	95·27	− 0·85
„ „ 27	18·33	107·96	+ 1·40
„ Juni 16	− 10·92	121·25	4·52
„ Juli 6	+ 5·35	132·60	8·27
„ „ 26	30·83	138·98	12·20
„ August 15	+ 64·02	−136·93	+ 15·81

Datum	$400\frac{d^2\xi}{dt^2}$	$400\frac{d^2\eta}{dt^2}$	$400\frac{d^2\zeta}{dt^2}$
1865 Sept. 4	+101·46	−123·63	+ 18·52
„ „ 24	138·37	97·66	19·79
„ Oct. 14	169·39	59·78	19·45
„ Nov. 3	190·51	− 12·98	17·52
„ „ 23	196·79	+ 39·58	14·08
„ Dec. 13	188·90	91·87	9·72
1866 Jänner 2	167·27	139·47	4·91
„ „ 22	134·42	178·71	+ 0·13
„ Febr. 11	93·75	207·21	− 4·20
„ März 3	48·98	224·00	7·80
„ „ 23	+ 3·60	229·42	10·49
„ April 12	− 39·58	224·60	12·24
„ Mai 2	78·24	211·27	13·12
„ „ 22	111·64	191·38	13·17
„ Juni 11	138·54	166·91	12·56
„ Juli 1	158·95	139·52	11·45
„ „ 21	173·08	110·80	9·96
„ August 10	181·41	81·95	8·22
„ „ 30	184·57	53·98	6·35
„ Sept. 19	183·24	27·55	4·44
„ Oct. 9	178·12	+ 3·17	2·54
„ „ 29	169·86	− 18·83	− 0·75
„ Nov. 18	159·11	38·25	+ 0·92
„ Dec. 8	146·40	55·01	2·44
„ „ 28	−132·24	− 69·08	+ 3·76

Aus diesen Zahlen erhält man durch die mechanische Quadratur folgende Integrale:

Datum	ξ	η	ζ
1865 Jänner 7	0	0	0
„ „ 27	+ 5	− 27	− 1
„ Febr. 16	19	113	3
„ März 8	37	261	7
„ „ 28	54	477	13
„ April 17	63	770	23
„ Mai 7	57	1146	35
„ „ 27	+ 34	1618	47
„ Juni 16	− 8	2198	58
„ Juli 6	59	2899	64
„ „ 26	105	3733	62
„ August 15	− 119	− 4704	− 48

Datum			ξ	η	ζ
1865	Sept.	4	− 68	− 5812	− 18
„	„	24	+ 84	7042	+ 31
„	Oct.	14	374	8370	99
„	Nov.	3	832	9754	186
„	„	23	1480	11153	291
„	Dec.	13	2322	12511	409
1866	Jänner	2	3354	13779	538
„	„	22	4551	14907	671
„	Febr.	11	5882	5858	804
„	März	3	7306	16602	934
„	„	23	8780	17124	1055
„	April	12	10257	17417	1166
„	Mai	2	11695	17486	1265
„	„	22	13055	17344	1351
„	Juni	11	14304	17011	1424
„	Juli	1	15415	16511	1485
„	„	21	16368	15873	1533
„	August	10	17148	15123	1572
„	„	30	17747	14291	1603
„	Sept.	19	18162	13406	1628
„	Oct.	9	18394	12492	1648
„	„	29	18448	11575	1665
„	Nov.	18	18332	10678	1682
„	Dec.	8	18058	9817	1699
„	„	28	17637	9011	1719
1867	Jänner	17	+ 17084	− 8275	−1743

Mit Hülfe dieser Störungstafel und den Elementen (X) erhält man nachstehende Oppositions-Ephemeride für die fünfte Erscheinung.

Ephemeride für 12ʰ mittlere Berliner Zeit.

Datum	Scheinb. Rect.		Scheinb. Decl.		log Δ	Aberr.-Zeit
1866 Dec. 2	5ʰ 43ᵐ 23ˢ39		+15°30′33″6		0·2377	14ᵐ12ˢ6
		−60·18		−2′18″2		
„ 3	42 23·21		28 15·4		2373	11·7
		60·90		2 15·0		
„ 4	41 22·31		26 0·4		2369	10·9
		61·53		2 12·1		
„ 5	40 20·78		23 48·3		2366	10·3
		62·08		2 8·8		
„ 6	5 39 18·70		15 21 39·5		0·2363	14 9·8
		62·56		2 5·4		

Datum	Scheinb. Rect.		Scheinb. Decl.		log Δ	Aberr.-Zeit
		−62ˢ56		−2′ 5″4		
1866 Dec. 7	5ʰ38ᵐ16ˢ14		+15°19′34″1		0·2361	14ᵐ 9ˢ5
		62·97		2 1·9		
„ 8	37 13·17		17 32·2		2360	9·3
		63·31		1 58·5		
„ 9	36 9·86		15 33·7		2360	9·3
		63·56		1 54·9		
„ 10	35 6·30		13 38·8		2360	9·3
		63·75		1 51·1		
„ 11	34 2·55		11 47·7		2362	9·5
		63·85		1 47·4		
„ 12	32 58·70		10 0·3		2364	9·9
		63·87		1 43·6		
„ 13	31 54·83		8 16·7		2367	10·4
		63·82		1 39·5		
„ 14	30 51·01		6 37·2		2370	11·1
		63·71		1 35·7		
☍ „ 15	29 47·30		5 1·5		2374	11·9
		63 52		1 31·5		
„ 16	28 43·78		3 30·0		2379	12·9
		63·24		1 27·5		
„ 17	27 40·54		2 2·5		2385	14·0
		62·92		1 23·2		
„ 18	26 37·62		0 39·3		2391	15·3
		62·50		1 19·1		
„ 19	25 35·12		14 59 20·2		2398	16·7
		62·03		1 14·6		
„ 20	24 33·09		58 5·6		2406	18·2
		61·49		1 10·4		
„ 21	23 31·60		56 55·2		2415	19·9
		60·90		1 5·8		
„ 22	22 30·70		55 49·4		2424	21·7
		60·23		1 1·3		
„ 23	21 30·47		54 48·1		2434	23·7
		59·49		0 56·6		
„ 24	20 30·98		53 51·5		2445	25·8
		58·72		0 52·2		
„ 25	19 32·26		52 59·3		2457	28·1
		57·86		0 47·5		
„ 26	18 34·40		52 11·8		2468	30·5
		56·95		0 42·9		
„ 27	17 37·45		51 28·9		2481	33·0
		56·00		0 38·1		
„ 28	16 41·45		50 50·8		2494	35·7
		55·01		0 33·4		
„ 29	15 46·44		50 17·4		2508	38·5
		53·85		0 28·5		
„ 30	14 52·59		49 48·9		2522	41·5
		52·74		0 23·8		
„ 31	13 59·85		49 25·1		2537	44·6
		51·59		0 18·9		
1867 Jan. 1	13 8·26		49 6·2		2553	47·8
		50·34		0 14·1		
„ 2	5 12 17·92		14 48 52·1		0·2569	14 51·1
		49·05		0 9·1		

Datum	Scheinb. Rect.		Scheinb. Decl.		log Δ	Aberr.-Zeit
		−49ˢ05		−0′ 9″1		
1867 Jan. 3	5ʰ11ᵐ28ˢ87		+14°48′43″0		0·2586	14ᵐ54ˢ6
		47·73		−0 4·3		
„ 4	10 41·14		48 38·7		2603	58·2
		46·38		+0 0·6		
„ 5	9 54·76		48 39·3		2621	15 1·9
		44·97		0 5·3		
„ 6	9 9·79		48 44·6		2640	5·7
		43·53		0 10·2		
„ 7	8 26·26		48 54·8		2659	9·7
		42·05		0 15·0		
„ 8	7 44·21		49 9·8		2678	13·8
		40·54		0 19·8		
„ 9	7 3·67		49 29·6		2698	18·0
		39·00		0 24·6		
„ 10	6 24·67		49 54·2		2719	22·3
		37·44		0 29·3		
„ 11	5 47·23		50 23·5		2740	26·8
		35·86		0 34·0		
„ 12	5 11·37		50 57·5		2761	31·3
		34·25		0 38·6		
„ 13	4 37·12		51 36·1		2783	36·0
		32·62		0 43·3		
„ 14	4 4·50		52·19·4		2805	40·7
		30·98		0 48·0		
„ 15	3 33·52		53 7·4		2827	45·6
		29·32		0 52·7		
„ 16	5 3 4·20		+14 54 0·1		0·2850	15 50·5

(67) ☍ ☉ December 14, 21ʰ0ᵐ

Lichtstärke = 0·55.

Aus den Größen-Schätzungen in den vier ersten Erscheinungen ergaben sich folgende Werthe der mittleren Oppositions-Helligkeit:

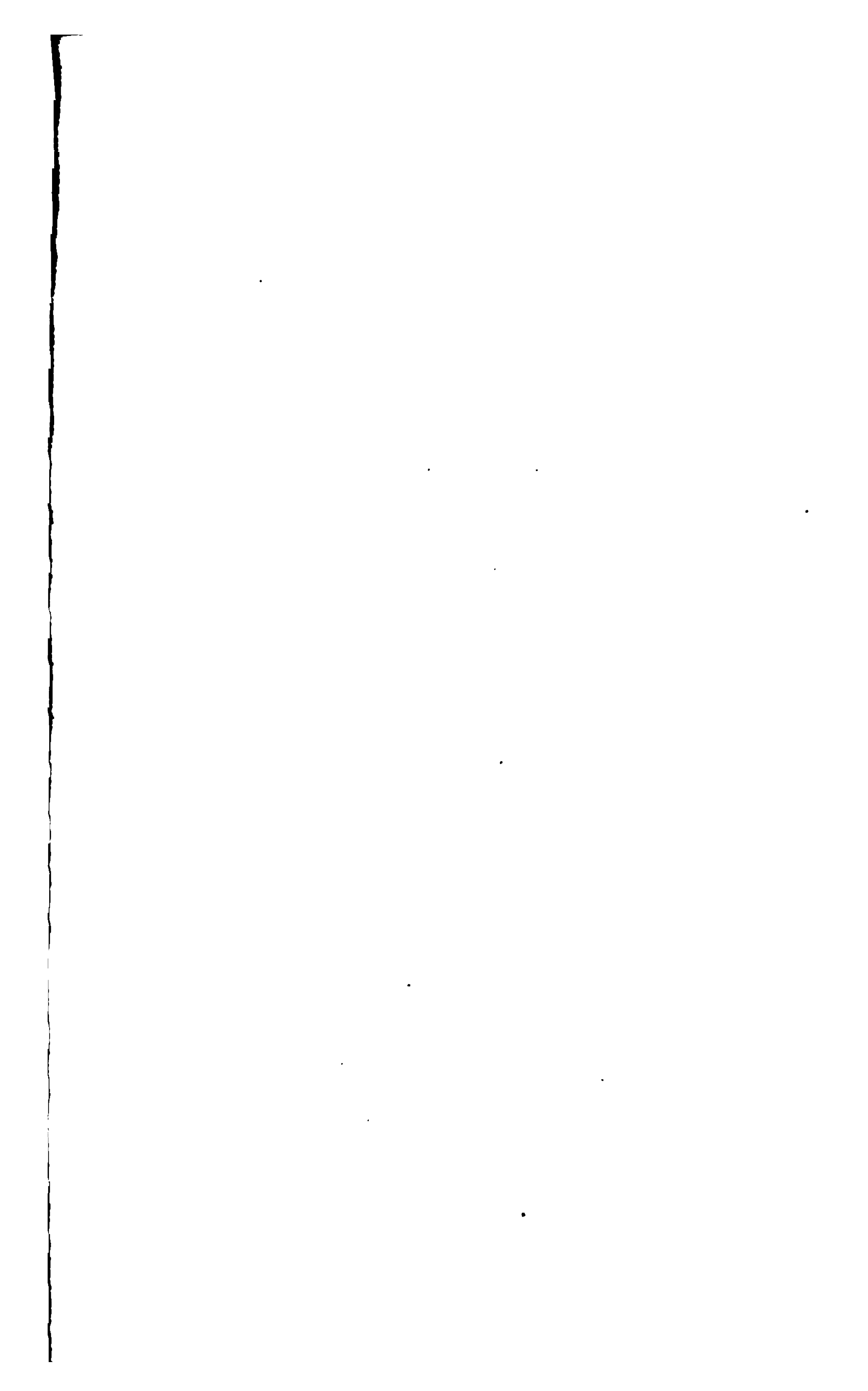
I	1861	11·2	Größe
II	1862	10·7	„
III	1864	11·1	„
IV	1865	11·1	„

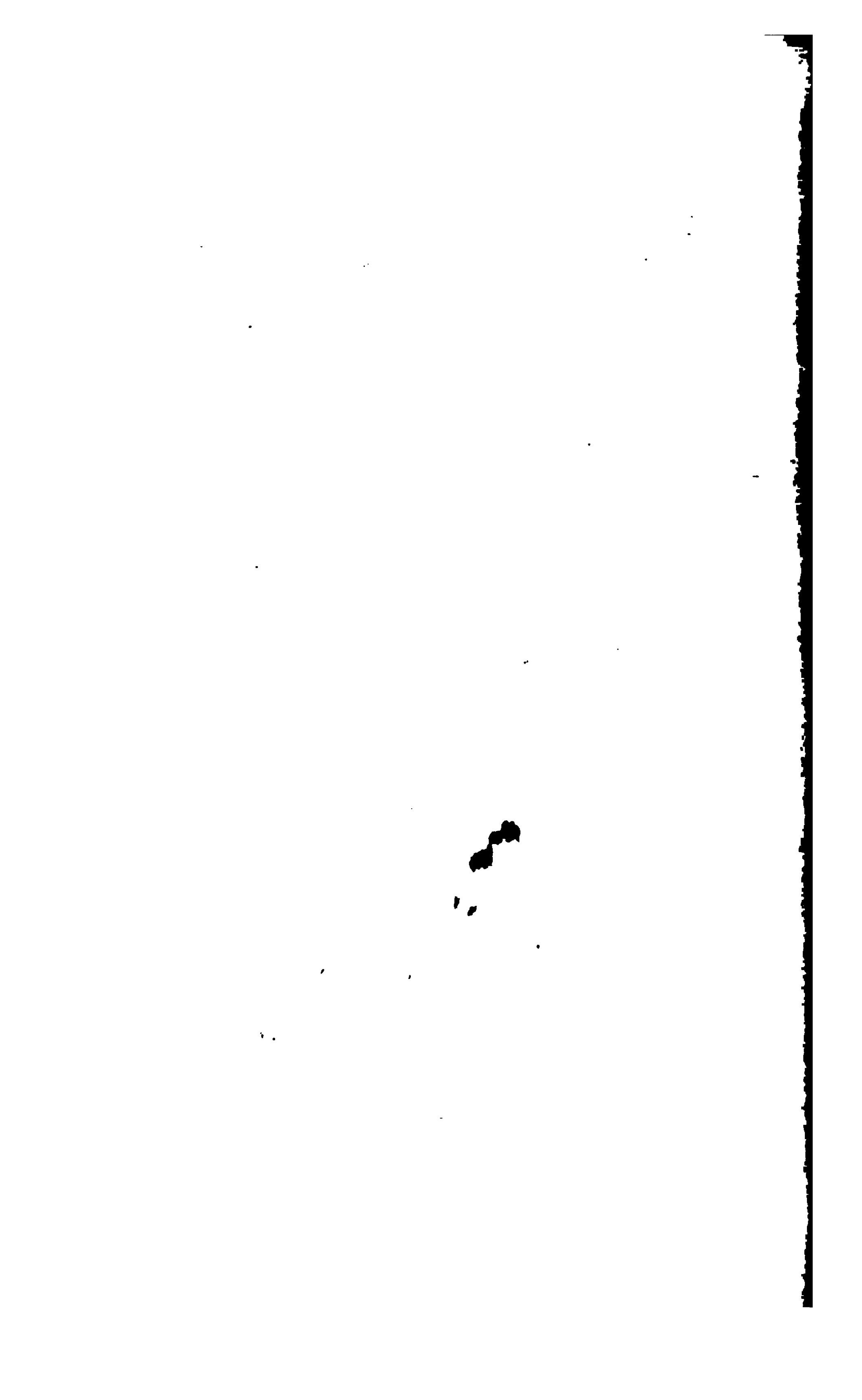
Hieraus ergibt sich die mittlere Oppositions-Helligkeit:

M = 11·03 Größe,

und damit die Helligkeit der Asia in der fünften Erscheinung:

Helligkeit = 11·7 Größe.





Die jedem Fachmanne bekannten, bei der raschen Entwickelung der Wissenschaft von Jahr zu Jahr sich steigernden Unzukömmlichkeiten, welche mit der cumulativen Herausgabe von Abhandlungen verbunden sind, die sich auf sämmtliche naturwissenschaftliche Fächer beziehen, haben die mathematisch-naturwissenschaftliche Classe der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften bestimmt, ihre Sitzungsberichte in zwei gesonderten Abtheilungen erscheinen zu lassen.

Die **erste Abtheilung** enthält die Abhandlungen aus der Mineralogie, Botanik, Zoologie, Anatomie, Geologie und Paläontologie; die **zweite Abtheilung** die aus der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

Von jeder dieser Abtheilungen erscheint jeden Monat mit Ausnahme von August und September ein Heft, welches drei Sitzungen umfasst. Der Jahrgang enthält somit zehn Hefte.

Dem Berichte über jede Sitzung geht eine vollständige Übersicht aller in derselben vorgelegten Abhandlungen voran, selbst wenn diese nicht zur Aufnahme in die Schriften der Akademie bestimmt werden.

Der Preis des Jahrganges beträgt für eine Abtheilung 12 Gulden ö. W.

Von allen grösseren Abhandlungen kommen Separatabdrücke in den Buchhandel und sind durch die akademische Buchhandlung Karl Gerold's Sohn zu beziehen.



SITZUNGSBERICHTE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LIII. BAND. II. HEFT.

Jahrgang 1866. — Februar.

(Mit 1 Tafel.)

ZWEITE ABTHEILUNG.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN, BUCHHÄNDLER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1866.

INHALT.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LIII. BAND.

ZWEITE ABTHEILUNG.

2.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

IV. SITZUNG VOM 1. FEBRUAR 1866.

Herr Regierungsrath A. Ritter v. Ettingshausen im Vorsitze.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Das Verhalten der prismatischen Farben zu einander", von Herrn J. Kudelka, Professor der Physik zu Linz;

„Die Sonne und ihr Verhalten zu den übrigen Himmelskörpern des Universums", von Herrn Marcus Mihalinez zu New-Orleans.

Herr Dr. Aug. Vogl überreicht eine Abhandlung: „Über das Vorkommen von Gerb- und verwandten Stoffen in unterirdischen Pflanzentheilen".

Herr Dr. S. Stricker legt eine Abhandlung „über contractile Körper in der Milch der Wöchnerin" vor.

Herr Dr. G. Tschermak übergibt eine Abhandlung, betitelt: „Der Alloklas und der sogenannte Glaukodot von Orawicza".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie der Wissenschaften, königl. bayer.: Sitzungsberichte. 1865. II. Bd., Heft 1—2. München; 8°.

Annalen der Chemie und Pharmacie von Wöhler, Liebig und Kopp. N. R. Band LX, Heft 1—2. Leipzig und Heidelberg, 1865; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 4. Jahrg. Nr. 2. Wien, 1866; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1568—1569. Altona, 1866; 4°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXII, Nr. 2—3. Paris, 1866; 4°.

Cosmos. 2e Série. XVe Année, 3e Volume, 3e—4e Livraisons. Paris, 1866; 8°.

Gesellschaft, Physikalisch-ökonomische, zu Königsberg: Schriften. V. Jahrgang, 1864. II. Abtheilung; VI. Jahrg. 1865. I. Abtheilung. Königsberg; 4°.

— Provincial Utrecht'sche, für Künste und Wissenschaften: Verslag van het Verhandelde. 1862—1865. — Aanteekeningen. 1862—1864. Utrecht; 8°. — Knappert, B., Bijdragen tot de Ontwikkelings-Geschiedenis der Zoetwater-Planariën. Utrecht, 1865; 4°. — Harting, P., L'appareil épisternal des oiseaux. Utrecht, 1864; 4°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXVII. Jahrgang. Nr. 4 bis 5. Wien, 1866; 8°.

Jahrbuch, Neues, für Pharmacie und verwandte Fächer von Vorwerk. Bd. XXIV, Heft 2—4. Speyer, 1865; 8°.

Land- und forstwirthschaftliche Zeitung. XVI. Jahrgang, Nr. 1—3. Wien, 1866; 4°.

Lund, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1864—1865. 8°, 4° et Folio.

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. Jahrgang 1865. XII. Heft. Gotha; 4°.

Moniteur scientifique. 218° Livraison. Tome VIII°, Année 1866. Paris; 4°.

Observatoire physique central de Russie: Annales. Par A. T. Kupffer. Année 1862. — Correspondance météorologique pour l'année 1863. St. Pétersbourg, 1865; 4°.

Osservatorio, R., di Palermo: Bullettino meteorologico. Nr. 11. Novembre 1865. Folio.

Reader. Nr. 160—161, Vol. VII. London, 1866; Folio.

Reichenbach, K. Frh. v., Über Sensitivität und Od. XII—XIV. 8°.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Jahrbuch. 1865. XV. Bd., Nr. 4. Wien; 4°.

Reise der österreichischen Fregatte Novara um die Erde. Zoologischer Theil. Fische. II. Abtheilung von R. Kner. Wien, 1865; 4°.

Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève: Mémoires. Tome XVIII, 1re Partie. Genève, Paris, Bâle, 1865; 4°.

Society, The Royal, of London: Transactions. Vol. 154, Part 3; Vol. 155, Part 1. London, 1865; 4°. — Proceedings. Vol. XIII.

Nr. 70; Vol. XIV. Nr. 71—77. London, 1864—1865; 8°. — List of Members. 30th November, 1864; 4°.

Wiener medizin. Wochenschrift. XVI. Jahrgang. Nr. 6—9. Wien, 1866; 4°.

Würzburg, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1864/5. 8°, 4° & Folio.

Zeitschrift für Chemie, herausgegeben von H. Hübner. VIII. Jahrgang. N. F. Band I, Heft 19, 20, 23. Göttingen, 1865; 8°.

— des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins. XVII. Jahrgang, 12. Heft. Wien, 1865; 4°.

Über die chemische Beschaffenheit der Lößablagerungen bei Wien.

Von **Bergrath Karl Ritter v. Hauer.**

(Vorgelegt in der Sitzung vom 11. Jänner 1866.)

Ein guter Theil der Stadt und Vorstädte von Wien hat Löß zum Untergrunde. Außerdem findet sich auch in der näheren und ferneren Umgebung Wiens dieses Gebilde aus der Diluvialzeit in weit ausgedehnten, und eine Mächtigkeit bis 20 Klafter erreichenden Schichten abgelagert, so daß auf seiner Constitution für große Strecken der Erfolg der Bodencultur basirt. Nach allen dem knüpft sich mindestens local ein näheres Interesse daran, die chemische Zusammensetzung dieser, ihrem Äußeren nach sehr homogenen Erdmassen kennen zu lernen.

Die Gleichförmigkeit im äußeren Ansehen der Lößablagerungen an verschiedenen Localitäten ist um so bemerkenswerther, da dieselben doch sehr verschiedenen geognostischen Unterlagen aufruhen.

Nach der ihn gut charakterisirenden Beschreibung von Cžižek [1]) ist der Löß oder Diluviallehm „ein lichtgelber, selten grauer, etwas sandiger feiner Lehm mit kaum bemerkbaren kleinen Glimmerschuppen, von geringer Dichtigkeit und stets ohne Schichtung. Er enthält viele Theilchen von kohlensaurem Kalk, die als weißer Staub oft kleine Höhlungen und wurmartige Gänge in demselben ausfüllen. Von letzterem ist er stellenweise mehrere Klafter tief dicht durchlöchert.

Sehr charakteristisch ist bekanntlich auch für den Löß, wenn in reinem Zustande, seine Neigung in senkrechten Wänden abzustürzen. Man sieht ihn so nach Suess [2]) im unmittelbaren Rayon von Wien vorzüglich in einem Theile der Belvederegruben, am Erdberg, an der Währinger-Linie u. s. w.

---

[1]) Erläuterungen zur geognostischen Karte der Umgebungen Wiens von Johann Cžižek. Wien 1849. S. 12.

[2]) Der Boden der Stadt Wien von Eduard Suess. Wien 1862. S. 69.

Die Lößablagerungen in der Umgegend Wiens werden von den Geologen als der Schlamm eines großen süßen Binnensees betrachtet, während man sie früher als das Reibungsproduct mächtiger Gletscher ansah, zwei Hypothesen, die übrigens einander nicht ausschließen. Die letztere suchte ihre Bestätigung darin, daß die zahlreichen Schnecken, welche im Löß vorkommen, noch gegenwärtig in der Nähe von Gletschern leben [1]).

Bischof parallelisirt die Lößablagerungen im Rheinthal mit den schlammigen Absätzen des Rheines im Bodensee, wie sie noch gegenwärtig von diesem Flusse aufgehäuft werden [2]).

Jedenfalls repräsentirt der Löß ein Product zerstörter und durch Auslaugung wie Verwitterung metamorphosirter Gebirgsmassen, welches theilweise an gewissen Punkten durch Gewässer zusammengetragen wurde, theilweise wohl aber auch noch jenen Unterlagen aufruhen möchte, aus deren partieller Umwandlung er hervorging. Er erscheint bei näherer Betrachtung als ein Gemenge von Thon mit Fragmenten und Geschieben von krystallinischen und sedimentären Gebirgsarten, welches, abgesehen von eingebetteten größeren Schotterlagen, ziemlich homogen ist. Einen Gemengtheil enthält indessen der Löß, dessen Form darauf hindeutet, daß er als eine secundäre Bildung in demselben zu betrachten sei; es sind dies die wurmförmigen, so wie auch knolligen Kalkconcretionen. Außer dem kohlensauren Kalk, welcher als feiner Sand oder in größeren Bruchstücken zugegen ist, und sich als Product eines zertrümmerten Gesteines erkennen läßt, findet sich nämlich auch solcher in größeren und kleineren nierenförmigen Concretioneu darin, die den von kalkhältigen Wässern gebildeten Stalaktiten gleichen und nach dem Abschlämmen der staubförmigen Hauptmasse des Lößes zurückbleiben.

Es wäre denkbar, daß diese Kalknieren wirklich durch spätere Infiltration kalkhältiger Wässer im Löß gebildet worden seien; dieser Ansicht entgegen spricht aber ihre Zusammensetzung, da sie aus thonigem Kalk bestehen, während gerade der nachweisbar durch Infiltration gebildete kohlensaure Kalk stets sehr rein ist. Es dürfte daher der in der Lößmasse bereits enthaltene Kalk das Material zu ihrer

---

[1]) Am o. a. O.

[2]) Lehrbuch der chemischen und physikalischen Geologie. II. Bd. S. 1582.

Bildung geliefert haben, denn durch Vermittlung des einsickernden Wassers kann immerhin derselbe an gewissen Stellen mehr concentrirt worden sein. Die in Rede stehenden Concretionen unterscheiden sich eben von der übrigen Masse des Lößes darin, daß sie viel kalkreicher sind. Ihre Zusammensetzung nähert sich, wie im folgenden gezeigt werden wird, jener der hydraulischen Kalke.

Diese Verhältnisse erforderten unmittelbar eine nähere Erörterung, weil sie maßgebend sind für die Beurtheilung der analytischen Resultate.

Aus dem Gesagten geht nämlich hervor, daß der kohlensaure Kalk seiner Menge nach durchaus nicht so gleichförmig in der Masse des Lößes vertheilt ist, wie die übrigen Gemengtheile. Je nach der Quantität und Größe solcher Kalkknollen, die sich in einer für die Untersuchung entlehnten Probe befinden, erscheint natürlich auch das quantitative Verhältniß der übrigen Bestandtheile wesentlich geändert. Wenn dagegen Proben der Lößmasse mit verdünnten Säuren extrahirt werden, so ergibt sich, daß die Zusammensetzung des von den kohlensauren Erden befreiten Rückstandes so gleichförmig ist, als dies nur immer von einer durch Wasser zusammengetragenen, feinkörnigen oder schlammigen Masse, die endlich nur ein mechanisches Gemenge repräsentirt, erwartet werden kann.

So weit bisher Untersuchungen von Lößvorkommen vorliegen, unterscheiden sie sich auch nur hauptsächlich durch den Gehalt an kohlensaurem Kalk und Magnesia von einander, deren Menge wechselnd kleine Spuren bis über ein Drittel der Gesammtmasse beträgt [1]).

Die zur nachstehenden Analyse verwendete Probe ist vom Wienerberge entlehnt.

Ein Pfund dem Schlämmprocesse unterworfen gab:

86·3 Procent abschlämmbare Theile,
13·7 „ Rückstand.

Der letztere besteht aus feinem und gröberem Quarzsande, aus den wurm- und nierenförmigen Kalkconcretionen, aus Bruchstücken und Geschieben von Kalkstein, Mergel, Brauneisenstein, thonigem

[1]) Der Löß von Ebelsberg in Oberösterreich hinterläßt beim Schlämmen einen sandigen Rückstand von nur 1·1 Proc. Der abgeschlämmte Theil besteht vorwiegend aus kohlensaurem Kalk. Jahrb. d. k. k. geol. Reichsanst. XV. Bd. S. 172.

Eisenstein, aus feinen weißen Glimmerblättchen und aus einzelnen größeren Geschieben mehrerer der angeführten Gemengtheile

Für die analytische Untersuchung wurde ein größeres Quantum des ungeschlämmten Lößes an der Luft getrocknet, fein zerrieben und daraus die einzelnen Proben genommen. Die nachstehenden Daten dürften daher ein ziemlich getreues Bild der mittleren Zusammensetzung geben.

Eine Partie wurde nach Bestimmung des Glühverlustes bei hoher Temperatur, in welcher auch die Kohlensäure vollständig ausgetrieben wurde, mit Alkali aufgeschlossen. Zur Bestimmung der Schwefelsäure und des Chlorgehaltes wurden je 100 Gramm mit Wasser ausgekocht. Die erhaltene Menge von Chlorsilber aus diesem Quantum war indessen nicht wägbar. Zur Ermittlung des Gehaltes an Phosphorsäure wurden 100 Gramm der Substanz mit Salpetersäure extrahirt und im Filtrat die Phosphorsäure mit molybdänsaurem Ammoniak abgeschieden. Zur Bestimmung der Alkalien wurden 4 Gramm mit reinem kohlensauren Kalk aufgeschlossen [1]).

Diese Bestimmung wurde, da eben der Alkaligehalt als von besonderer Wichtigkeit erscheint, nochmals wiederholt und ein mit dem ersten Versuche sehr nahe übereinstimmendes Resultat erhalten.

Die Ergebnisse dieser Operationen sind die folgenden:

---

[1]) Reiner gebrannter Kalk läßt sich als vortreffliches Aufschließmittel empfehlen. Die Freimachung der Alkalien geht rasch und sehr vollständig vor sich. Der Aufschluß ist, wenn die zu zerlegende Substanz sehr fein zerrieben und innig mit Kalk gemengt wurde, meist schon erfolgt bevor die Masse schlackig geworden ist. Das durchgeglühte, gesinterte Pulver aus dem Tiegel geschüttet und mit heißer concentrirter Salzsäure behandelt, gelatinirt sogleich. Ich habe in neuerer Zeit die verschiedenartigsten Silicate, namentlich auch schwer zerlegbare, wie Thonschiefer, Trachyte etc. in dieser Weise mit Leichtigkeit aufgeschlossen. Die Operation geht schneller vor sich als bei der Anwendung von Fluorammonium. Es ist vortheilhaft, das Glühen des Gemenges nicht so weit zu treiben, daß eine Schlacke entsteht, weil diese durch Säuren nachher schwieriger zersetzt wird als die nur gesinterte Masse. Wenn in dem aufzuschließenden Gestein viel freier Quarz zugegen ist, so bleibt dieser als Sand zurück; allein aus dem Quarz ist eben kein Alkali frei zu machen. In allen Fällen erkennt man leicht, ob die Aufschließung vollständig war, es erübrigt nämlich nach der Behandlung mit Säuren dann ein weißer Rückstand. Deville hat bekanntlich kohlensauren Kalk zum Aufschließen vorgeschlagen, allein er leistet weit nicht dasselbe, da durch den Verlust der Kohlensäure die Masse locker wird.

100 Theile des lufttrockenen ungeschlämmten Lößes enthielten

18·84	Theile	Glühverlust (Wasser und Kohlensäure),
48·54	„	Kieselerde,
11·43	„	Thonerde.
3·80	„	Eisenoxyd.
Spur		Manganoxydul [1]),
13·44	„	Kalk,
0·36	„	Magnesia,
0·02	„	Schwefelsäure,
Spur		Chlor,
0·018	„	Phosphorsäure.
1·06	„	Kali,
2·10	„	Natron.
99·608.		

Durch verdünnte Säuren ließen sich

23·21 Procent kohlensaurer Kalk und

0·74 „ kohlensaure Magnesia

ausziehen. Der im obigen angegebene Glühverlust von 18·84 Pct. besteht daher aus:

10·63 Kohlensäure und

8·21 Wasser.

0·42 Pct. Kalk und 0·02 Pct. Magnesia sind in den Silicaten enthalten. Die Menge des Gypses aus der Schwefelsäure berechnet beträgt 0·03 Pct.

Berechnet man die Zusammensetzung der Masse nach Abzug des Wassers und der kohlensauren Erden, welche die der Quantität nach veränderlichsten Bestandtheile bilden, auf 100 Theile, so ergibt sich folgendes Verhältniß:

71·99	Kieselsäure,
16·96	Thonerde,
5·63	Eisenoxyd,
0·65	Kalkerde,
0·02	Magnesia,
0·03	Schwefelsäure,
0·02	Phosphorsäure,
1·57	Kali,
3·11	Natron.

[1]) Das Vorhandensein einer äußerst geringen Menge Mangans läßt sich aus einigen grünlichen Flecken der mit Alkalien geschmolzenen Masse erkennen.

Zum Vergleiche mit der vorliegenden Analyse sind im Folgenden die Ergebnisse der Untersuchungen anderer Lößablagerungen angeführt, und zwar ebenfalls nach Abzug des Wassers und der kohlensauren Erden.

I. Löß auf dem Wege von Oberdollendorf nach Heisterbach. Untersucht von Kjerulf.

II. Löß, welcher unter dem vorigen liegt. Untersucht von Gustav Bischof.

III. Löß auf der Straße von Bonn nach Ippendorf. Untersucht von Albrecht Bischof [1]).

IV. Löß von Pitten in Niederösterreich. Untersucht von Rudolph v. Hauer [2]).

	I.	II.	III.	IV.
Kieselsäure	79·53	78·61	81·04	51·78
Thonerde	13·45	15·26	9·75	21·38
Eisenoxyd	4·81		6·67	8·19
Kalkerde	0·02	—	—	4·48
Magnesia	0·06	0·91	0·27	3·60
Kali	1·50	3·33	2·27	6·13
Natron	1·14			2·40
Schwefelsäure	—	—	—	2·01
Phosphorsäure	—	—	—	Spur

I. Enthielt 20·16 Pct. kohlensauren Kalk und 4·21 kohlensaure Magnesia.

II. Enthielt gar keine Carbonate.

III. Enthielt 17·63 Pct. kohlensauren Kalk und 3·02 kohlensaure Magnesia.

IV. Enthielt 31·8 Pct. kohlensauren Kalk und 8·9 kohlensaure Magnesia. Dieser Löß wurde wahrscheinlich im geschlämmten Zustande untersucht, daher der Kieselerdegehalt verhältnißmäßig so niedrig erscheint.

Der Wiener Löß schmilzt schon bei guter Rothgluth zu einer grünen glasigen Schlacke zusammen; daraus verfertigte Ziegel vertragen daher nur einen mäßigen Brand. Von welchem großen Vortheile derselbe dagegen für die Bodencultur ist, ergibt sich unmittelbar aus seiner Zusammensetzung. In dieser Richtung verdient noch

---

[1]) Die Analysen I, II und III aus Bischof's Lehrbuch. a. o. a. O.

[2]) Jahrb. d. k. k. geol. Reichsanst. III. Bd. 4. Abschnitt. S. 118.

hervorgehoben zu werden, daß ein guter Theil der Alkalien darin als aufgeschlossen für die Vegetation zu betrachten ist. In einem mit sehr verdünnter Säure erhaltenem Auszuge wurde nahe ein Procent Kali-Natron gefunden. Aus der Zusammensetzung des Lößes schliesses zu wollen, welche specifische Gebirgsarten das Material zu seiner Bildung geliefert haben, erscheint schwierig. Bischof versuchte nachzuweisen, daß Thon- und Glimmerschiefer die Gesteinsarten seien, aus welchen der Löß im Rheinthal entstand, gestützt auf die Analogie in der Zusammensetzung beider, wenn man von dem Gehalte an Carbonaten im Löß abstrahirt. Er vergleicht ihn ferner mit dem Absatze des Rheins im Bodensee. Eine ähnliche Parallele ergibt sich, wenn man die Zusammensetzung unseres Lößes mit jener des viel älteren Wiener Tegels vergleicht, wie die folgenden Analysen ergeben.

Gehalt in 100 Theilen:

	des Süßwassertegels von Inzersdorf bei Wien.	des marinen Tegels [1] von Baden bei Wien.
Kieselerde	64·29	67·26
Thonerde	16·89	16·38
Eisenoxydul	9·77	9·36
Kalkerde	0·37	0·15
Kali	1·14	2·45
Natron	6·58	3·66
Schwefelsäure	0·93	0·71

Die Art der Bildung des Wiener Tegels ist wohl eine ähnliche wie die des Lößes. Es geht also daraus nur hervor, daß überhaupt alle derlei Producte, welche durch Auswaschung und Verwitterung von Gebirgsgesteinen entstehen, eine ziemlich analoge Zusammensetzung haben dürften, wenn auch das ursprüngliche Materiale, aus welchem sie entstanden sind, nicht das gleiche war. Faßt man den Effect der Processe (der Verwitterung und Auslaugung, der natürlichen Schlämmung etc.) in's Auge, durch welche derartige Ablagerungen gebildet werden, so kann es nicht Wunder nehmen, aus ungleichen Gesteinen ähnliche Producte hervorgehen zu sehen. Das Endresultat derselben muß stets eine Trennung der schwerlöslichen

[1] Diese beiden Analysen wurden neuerlichst von Dr. Erwin von Sommaruga in meinem Laboratorium ausgeführt. In beiden Analysen sind die Mengen des Wassers und der kohlensauren Erden in Abzug gebracht.

Bestandtheile von den leicht löslichen und eine Concentrirung der ersteren sein. Alle schlammigen Absätze und Aufhäufungen der Gewässer enthalten daher stets vorwiegend Thon und Quarzsand mit einem sehr wechselnden Gehalte an Alkali und Carbonaten. Die ausgedehnte und massenhafte Verbreitung der Lößablagerungen macht es andererseits geradezu unzweifelhaft, daß sie trotz ihrer ähnlichen Zusammensetzung aus sehr verschiedenen Gebirgsarten gebildet worden sein müssen.

Noch erübrigt die Analyse der früher erwähnten Kalk-Concretionen im Löß anzuführen, welche durch Schlämmen isolirt werden können.

100 Theile enthielten:

17·07 unlöslichen Thon,
2·81 lösliche Thonerde mit etwas Eisenoxyd,
80·12 kohlensauren Kalk.

Diese Concretionen repräsentiren somit die Bildung einer Art Mergel in der Masse des Lößes und aus seinen Bestandtheilen; ein secundärer Proceß, bei dem wohl auch moleculare Bewegung eine Rolle spielte.

Über das Vorkommen von Gerb- und verwandten Stoffen in unterirdischen Pflanzentheilen.

Von Dr. August Vogl.

Die sogenannten Gerbstoffe gehören zu den häufigsten chemischen Verbindungen, welche im Pflanzenreiche auftreten. In früherer Zeit, als für den Lebensproceß der Pflanze ganz werthlose Producte angesehen, und deßhalb wenig gewürdigt [1], haben sie in neuerer und neuester Zeit, an der Hand einer besseren Untersuchungsmethode, durch eine Reihe tüchtiger Forscher eine eingehendere Behandlung erfahren. Die hiebei gemachten Beobachtungen führten fast allgemein zu dem Resultate, daß die Gerbstoffe keineswegs als aus dem Lebensprocesse der Pflanze ausgeschiedene Verbindungen zu betrachten seien, sondern daß sie im Gegentheile in diesem eine allerdings noch nicht näher erkannte, jedenfalls aber wichtige Rolle spielen.

Die bisher publicirten Arbeiten beschäftigen sich fast durchaus nur mit dem Vorkommen der Gerbstoffe in oberirdischen Pflanzentheilen. Nach der Angabe aller Forscher finden sich dieselben stets nur im gelösten Zustande im Inhalte der Pflanzenzellen. Vor Kurzem hat jedoch Th. Hartig [2] auf das Vorkommen geformter Gerbstoffkörper in Holzpflanzen aufmerksam gemacht und für dieselben, ihrer Analogie mit dem Stärkmehl wegen, die Bezeichnung Gerbmehl eingeführt.

In vorliegender Arbeit habe ich es versucht mit Hilfe der bisher bekannt gewordenen mikrochemischen Untersuchungsmethoden das Vorkommen der Gerb- und verwandten Stoffe in unterirdischen Pflanzentheilen einer näheren Prüfung zu unterziehen.

Der mikrochemische Nachweis der Gerbstoffe stützt sich vor Allem auf ihr bekanntes Verhalten zu Eisensalzlösungen, mit denen sie grüne oder blaue Färbungen geben.

---

[1] Vergl. Schleiden, Grundzüge der wissenschaftl. Botanik. Edit. 3. 1849. I. pag. 199 und Schacht, Die Pflanzenzelle 1852, pag. 46.

[2] Botan. Zeitung. 1865. Nr. 7 und Nr. 30.

Da die meisten dieser Stoffe in Wasser löslich sind, so ist es nothwendig, um möglichst klare Resultate zu erzielen, die zu untersuchenden Schnitte in einem Tropfen eines fetten Öles am Objectträger zu suspendiren und dann die bestimmte Eisensalzlösung (Eisenchlorid, schwefelsaures Eisenoxydul, essigsaures Eisenoxyd) tropfenweise zuzusetzen.

Zum Studium der Vertheilung der Gerbstoffe im Gewebe der Pflanzen, ist es sehr vortheilhaft, die zu untersuchenden Pflanzentheile in einer concentrirten Eisensalzlösung durch mehrere Tage lang maceriren zu lassen. Aus den so behandelten und hierauf getrockneten Theilen werden dann feine Schnitte angefertigt, die man unter Öl oder Wasser mikroskopisch prüft.

Bei Stengeln, Wurzeln u. s. w. befördert man das Eindringen der Eisensalzlösung dadurch, daß man dieselben der Länge nach halbirt.

Als Macerationsflüssigkeit wendet Hartig [1]) eine wässerige Lösung von Eisenchlorür oder Eisenvitriol, Trécul [2]) letztere an.

Nach Sachs [3]), welcher das Auftreten der Gerbstoffe bei der Keimung mehrerer Pflanzen einer sorgfältigen Untersuchung unterzog, färben sich dieselben durch Kalilauge bei Luftzutritt roth, gelbroth oder braunroth.

Sanio [4]) gibt als Reagens auf Gerbstoff das Chlorzinkjod an, welches denselben rosenroth färbt. Nach seiner Angabe eignet sich dieses Mittel besonders gut, um geringe Mengen von Gerbstoff nachzuweisen; die Färbung mit Eisenchlorid bleibt zuweilen aus, jene mit Chlorzinkjod niemals.

Später [5]) wendet derselbe Forscher zum Nachweise der Gerbstoffe zweifach-chromsaures Kali an, womit dieselben eine compacte, im durchfallenden Lichte intensiv rothbraune Verbindung bilden. Halbirte Aststücke werden durch mehrere Tage in eine mäßig concentrirte Lösung dieses Salzes gelegt; man findet dann in den betreffenden Zellen entweder eine compacte Masse oder rothbraune Kügelchen.

---

[1]) Botan. Zeitung. 1865. Nr. 30.
[2]) Compt. rend. 1865. Mai. pag. 1035.
[3]) Sitzungsberichte der kais. Akad. 1859, Bd. 36. Nr. 13.
[4]) Botan. Zeitung. 1860. Nr. 23.
[5]) Botan. Zeitung. 1863. Nr. 3.

Nach Hartig besitzt das Gerbmehl außer der Grün- oder Blaufärbung durch Eisensalze noch folgende Eigenschaften: Es ist in Wasser löslich (Unterschied vom Stärkmehl), nimmt Farbstoffe nicht auf (Unterschied vom Zellkerne etc.), färbt sich durch Kupferoxyd-Ammoniak schmutzig-blutroth, durch salpetersaures Quecksilberoxyd-oxydul so wie durch Kalilauge rosenroth, durch Jodalkohol oder Jodglycerin blau, wie das Stärkmehl (Unterschied vom Klebermehl).

Nach allem dem fehlt es uns an mikrochemischen Kennzeichen der Gerbstoffe nicht und wenn ich mich auch bald überzeugte, daß die von der Einwirkung der Eisensalze herrührenden Erscheinungen die zuverlässigsten sind, um diese Stoffe auch da noch zu erkennen, wo sie in geringer Menge im Pflanzengewebe auftreten, so glaubte ich gut zu thun, auch die übrigen Mittel anzuwenden, theils der Vollständigkeit wegen, theils um einige, wenn auch minder gesicherte Aufschlüsse über jene Verbindungen zu erhalten, welche die Gerbstoffe zumal im Inhalte der betreffenden Pflanzenzellen begleiten; die geringe Kenntniß dieser Stoffe und ihre schwankende Determinirung von Seite der chemischen Forschung wird mich entschuldigen, wenn ich bei den meisten untersuchten Pflanzentheilen alle Erscheinungen ausführlich anführe, welche die Anwendung der verschiedenen Reagentien darbot.

Wo es thunlich war, habe ich stets den frischen Pflanzentheil mit dem getrockneten vergleichend untersucht.

Die gewonnenen Resultate, welche ich schließlich mittheile, sind allerdings in vielfacher Hinsicht mangelhaft und zwar vorzüglich aus dem Grunde, weil ich vor der Hand den verschiedenen Entwickelungsphasen der betreffenden Pflanzentheile nicht die genügende, und für zuverlässige Schlüsse nothwendige Rücksicht schenken konnte; doch hoffe ich in einer späteren Arbeit die hier gelassenen Lücken, wenigstens theilweise ausfüllen zu können.

Im frischen Zustande ist die vielköpfige, gewöhnlich nur wenig ästige Wurzel von *Symphytum officinale* Lin. saftig und fleischig, außen schwarzbraun, innen grauweiß; Schnitt- und Bruchflächen werden an der Luft rasch gelbbraun, später braun. Getrocknet, schrumpft sie sehr ein, wird hart und spröde, außen groblängsrunzlig, schwarzbraun bis schwarz, innen mehr weniger weiß.

Sie schmeckt auffallend schleimig, mit etwas herbem und süßlichem Beigeschmack.

Der Querschnitt, im Wasser stark aufquellend, zeigt eine dünne, kaum 1/2 Linie breite reinweiße Rinde und einen grauweißen undeutlich strahligen Holzkörper; Jodsolution färbt ihn gelbbraun.

Die äußersten Schichten der Wurzel werden von einem Periderm gebildet, das an verschiedenen Stellen des Umfanges eine verschieden starke Entwickelung zeigt und aus den äußersten verkorkten abgestorbenen Zellenlagen der Mittelrinde zusammengesetzt ist. Seine Zellen sind braunwandig, weit, schlaff, tangential gestreckt (R = 0·005; T = 0·025‴) und nicht radial gereiht. Ähnliche jedoch nicht verkorkte Zellen bilden den übrigen Theil der Mittelrinde.

Die Innenrinde, doppelt so breit als die Mittelrinde, besteht aus radial gereihten, am Querschnitte polygonalen oder fast quadratischen, dünnwandigen Zellen (R = 0·010‴; T = 0·015‴). Jedem Holzbündel entspricht ein in die Innenrinde convex vorspringendes Bündel äußerst feiner, mit sehr schön siebförmig getüpfelten Querwänden versehener Siebröhren. Ein schmaler Streifen von Cambiumzellen trennt die Rinde vom Holzkörper.

Dieser besteht aus wenigen, weit von einander abstehenden, im Kreise gestellten Holzbündeln. Jedes Holzbündel enthält am Cambiumringe einige wenige dicht beisammenstehende weiträumige Spiroiden, begleitet von wenigen engen dünnwandigen Parenchymzellen; dahinter folgen dann in radialen Reihen weit abstehende vereinzelte oder zu 2—3 gruppirte, weniger weite Spiroiden. Alles übrige Gewebe des Holzkörpers zwischen seinen Bündeln und zwischen den Gefäßen gleicht jenem der Innenrinde; gegen das Wurzelcentrum wird dasselbe unregelmäßiger, seine Zellen weiter, meist braunwandig; in der Mitte selbst stehen einige weite Spiralgefäße.

Im obersten Theile der Hauptwurzel und des Wurzelstockes ist durch Schwund des centralen Gewebes eine Höhlung entstanden.

Am Längenschnitte erscheinen sämmtliche Zellen kurzcylindrisch und mit Ausnahme der äusseren Rindenpartien in gleicher Höhe an einander gefügt (L = 0·025—0·035‴); nur im innersten Theile der Innenrinde sind sie etwas länger. Die Spiroiden sind kurzgliedrig, gekrümmt; die Glieder so lang, wie die umgebenden Parenchymzellen.

Betrachtet man feine Schnitte durch die frische Wurzel unter Öl, so findet man in allen Zellen, mit Ausnahme der luftführenden Spiroiden und der Korkzellen, einen farblosen Saft, welcher auf

Zusatz von Eisenchloridlösung sich sogleich olivengrün oder schwarzblau färbt.

Kalilauge gibt ihm eine citronengelbe Farbe; an der Luft wird er rasch rothbraun, weßhalb auch die Schnitt- und Bruchflächen der frischen Wurzel diese Farbe annehmen.

Die Zellwandungen sind, mit Ausnahme der äussersten Rindenschichten, farblos; schon im kalten Wasser, noch mehr aber im heißen Wasser, und in verdünnten Säuren oder Alkalien quellen sie auf. Durch Kochen im Wasser lassen sich die Zellen sehr leicht isoliren; ihre primären Zellwände (die Intercellularsubstanz) werden hiebei gelöst. Noch leichter geschieht dieses durch verdünnte Säuren und Alkalien, durch deren Einwirkung sogar ein Theil der Zellen vollkommen aufgelöst wird. Durch Wasser, selbst durch kochendes, ist mir dieses niemals gelungen, weßhalb ich der Angabe, daß die Zellwände hier aus Bassorin bestehen, welcher Stoff zwei Drittel der ganzen Wurzelmasse ausmachen soll (vgl. Wigand, Pharmacognosie 1863, pag. 43) nicht beistimmen kann. Ich glaube vielmehr, daß hier die Zellwände vorzugsweise aus Pectinstoffen und da, obwohl schwierig und sehr langsam durch Chlorzinkjod eine Blaufärbung derselben erfolgt, überdies aus Zellstoff bestehen, ein Verhältniß, wie man es bei so vielen unterirdischen Pflanzentheilen findet (*Radix Taraxaci, Gentianae, Belladonnae, Saponariae* etc.).

Betrachtet man Tangentialschnitte der getrockneten Wurzel unter Öl, so sieht man in jeder Zelle einen homogenen weißen, von der geschrumpften und gefalteten Zellwand retrahirten Schlauch oder Klumpen, der sich leicht in toto aus der Zellenhöhlung herausheben läßt. Bei einigen Wurzelstücken waren in demselben einige relativ große runde farblose Körner eingebettet, bei anderen Wurzeln dagegen, von demselben Standorte, fehlten diese Körner ganz.

Setzt man den in Öl suspendirten Schnittblättchen einen Tropfen Eisenchloridsolution zu, so werden die Inhaltsklumpen sofort oliven-, später braun- grün oder tiefblau; die Körner darin bleiben aber ungefärbt. Legt man das Schnittblättchen direct in einen Tropfen einer Eisensalzlösung, so färben sich die Klumpen sofort grün, später bräunlich, wobei sie allmählich aufquellen; die Körner werden nicht verändert. Durch Jodsolution färben sich diese letzteren violett, die Schläuche rauchgrau mit peripherischer farbloser Schicht,

welche scharf begrenzt erscheint und die violetten Körner eingebettet enthält. In vielen Zellen trifft man nach dieser Behandlung außerhalb der Schläuche im Zellraume eine spärliche goldgelbe körnig-klumpige Masse, wie sie in den Cambiumzellen den alleinigen Zelleninhalt bildet.

Betrachtet man Schnittblättchen unter Wasser, so findet man in den Zellen keine Spur der oben beschriebenen Schläuche, sondern entweder nur spärlichen feinkörnigen, durch Jodsolution goldgelb werdenden Inhalt oder nur durch Jod sich violett färbende Körner. In Jodsolution direct betrachtet sind die Schläuche fast spurlos verschwunden, man findet in den Zellen nur spärliche feinkörnige goldgelbe Massen mit oder ohne violette Körner. Diese Körner sind meist einfach, kuglig, seltener componirt zu zwei, drei und mehreren; sie besitzen so ziemlich alle eine gleiche Größe (nur wenige sind kleiner) und einen schmalen farblosen Außenrand. Läßt man die Jodsolution langsam einwirken, so übersieht man leicht die stattfindende Lösung der Schläuche nach vorausgehender Entfaltung und Aufquellung. Die Zellwände erscheinen hiebei weiß, gequollen; die Wände der Spiroiden gelb.

Chlorzinkjod färbt die Schläuche gelblich und macht sie hyalin; die Zellwände quellen stark auf und bläuen sich sehr allmählich. In Chlorcalcium quellen die Schläuche zu weißen homogenen Massen auf, die sich endlich lösen; die frei gewordenen Körner werden durch Jod violett, die Reste der Schläuche blaßgelb gefärbt.

In Glycerin expandiren sich die Zellwände; die Inhaltsschläuche schmelzen und lassen die Körner zurück.

In verdünnter Schwefelsäure erscheinen die Schläuche aufgequollen, gelblich; die Stelle der Körner nehmen gelbumsäumte farblose Vacuolen ein; läßt man Jodsolution zutreten, so werden die Schläuche stärker gelblich, die Vucuolen hie und da blaßviolett; im Gesichtsfelde und außerhalb der Schläuche im Zellenraume zeigen sich blaue Flocken; die Vacuolen sind von einem doppelt contourirten gelben Hofe umgeben.

Ähnlich wirkt Salzsäure und salpetersaures Quecksilberoxyd, nur färbt erstere die Schläuche nicht gelblich und löst die Zellenwände; das letztere färbt die Schläuche gelbbraun.

Essigsäure wirkt rasch lösend auf die Schläuche.

Kalilauge und Ätzammoniak lösen die letzteren mit schön gelber Farbe, gleichzeitig, jedoch langsamer auch die Körner. Bei langsamer Einwirkung sieht man wie diese unter Hervortreten von Schichtung allmählich aufquellen; hiebei platzt ein oder das andere Korn und läßt aus dem Innenraume in zähem Flusse eine weiße homogene Masse heraustreten. Durch Zusatz von Alkohol oder Jodtinctur kann man die ausgedehnten Körner als runde glatte oder faltige Bläschen mit gelber Hülle darstellen. Setzt man den durch Ätzkali ausgedehnten Körnern Alkohol und verdünnte Schwefelsäure zu, so erscheinen sie als leere eingeschrumpfte Bläschen mit weinrother bis rothbrauner Hülle.

Auch die Inhaltsschläuche lassen sich als hohle Gebilde darstellen, wenn man sie mit verdünnter Schwefelsäure und Chlorzinkjod und hierauf mit Jodalkohol behandelt. Sie stellen sich dann dar als goldgelbe leere, contrahirte gefaltete Schläuche, worin die blaßgelben Bläschen stecken, die noch hie und da einen spärlichen blaßvioletten oder blauen Inhalt führen. Die so behandelten Inhaltsmassen gewähren einen ungemein schönen und höchst belehrenden Anblick, besonders dann, wenn man sie am Objectträger rollen läßt.

In Kupferoxydammoniak quellen Schläuche und Zellwände ungeheuer auf und entziehen sich der Beobachtung; die Körner werden zu gefalteten hohlen Formen von weißer Farbe.

Chromsäure löst Schläuche und Körner; setzt man, bevor noch vollkommene Lösung eingetreten ist, Alkohol zu, so lassen sich beide als hohle Gebilde darstellen; die Bläschen (Körner) zeigen hie und da in ihrem Innern Molecularkörnchen in lebhafter Bewegung.

Läßt man der Länge nach halbirte Wurzelstücke durch mehrere Tage in einer Lösung von doppeltchromsaurem Kali liegen und untersucht dann Schnitte aus ihnen, so findet man die Inhaltsschläuche blaßbraun gefärbt, die Körner und die Zellwände farblos. Zusatz von Chlorzinkjod färbt die letzteren gelblich, die Schläuche rothbraun mit gelbbraunem Saume, die Körner darin violett; durch Jod und Schwefelsäure werden Zellwände und Körner schön blau, die Schläuche gelb; die ersteren erscheinen hiebei fein porös. In concentrirter Schwefelsäure nehmen die Schläuche eine blaßgelbe Farbe an und quellen so wie die darin eingebetteten Körner auf. Die Quellung der letzteren ist aber bedeutender als jene der Schläuche, deßhalb treten sie papillenartig über die Oberfläche der Schläuche

hervor. Setzt man nun Jodsolution zu, so färben sich die Schläuche und die zu Blasen ausgedehnten Körnerhüllen gelb; letztere zeigen eine doppelte Contour und umschließen nicht selten eine blaßviolette Flüssigkeit. Im Gesichtsfelde treten zahlreiche blaue Flocken auf.

Legt man Schnittblättchen zuerst in Jodsolution und dann in concentrirte Schwefelsäure, so stellen sich die Inhaltsmassen der Zellen als contrahirte goldgelbe Schläuche dar, worin die dunkelvioletten gelbbraun umsäumten Körner eingelagert sind.

Durch mehrere Wochen in concentrirtem Alkohol liegen gelassene Wurzelstücke zeigten unter Alkohol in den Zellen eine homogene flüssige Masse; eingetrocknet, gelbliche glasige Klumpen mit oder ohne Körner, die gleich den kaum unterscheidbaren Zellwänden am Querschnitte faltig waren. Eisenchlorid entfaltete sofort die Zellen, ihre farblosen Wandungen wurden sichtbar und umgaben graugrüne homogene Schläuche (mit oder ohne Körner). Tangentialschnitte zeigten deutlich, daß jeder Schlauch eine farblose Außenschicht besaß, innerhalb welcher häufig ein zweiter blau gefärbter Schlauch eingeschlossen war. In Wasser lösten sich die Schläuche, die Wandungen und Körnchen erschienen gelblich. Bei langsamer Einwirkung des Wassers zerfielen die Schläuche in ihrem Innern in moleculare Körnchen und erhielten dadurch ein graues Aussehen, die Körner waren von der grauen feinkörnigen Masse leicht bedeckt, liegen also innerhalb der Schläuche. Stärkerer Wasserzusatz löste die Schläuche derart, daß sie sich wie zusammengefaltete Blasen von innen nach außen entfalteten und ziemlich lange eine gelbliche Außenhülle unterscheiden ließen, die sich schließlich auch löste.

Zusatz von Eisenchlorid bewirkte einen feinkörnigen schmutziggrünen Niederschlag unter dem Deckglase. Manche Körner verhielten sich zu Wasser gerade so wie die Schläuche, die übrigbleibenden färbten sich durch Jodsolution violett mit goldgelber Hülle. Häufig sah man, wie sich das violette Korn aus der gelben Hülle herausschälte.

Die bisher mitgetheilten Erscheinungen, welche der Zellinhalt der Schwarzwurz nach Behandlung mit verschiedenen Agentien bietet, werden uns erlauben, einen Schluß auf seine chemische Natur zu ziehen. In der lebenden Parenchymzelle stellt derselbe eine farblose homogene Flüssigkeit dar, in welcher bei gewissen Wurzeln körnige Bildungen vorkommen. Eingetrocknet bildet er homogene

glasige Klumpen oder Schläuche, welche in Wasser, organischen Säuren und Ätzalkalien sich lösen, in letzteren mit schön gelber Farbe, und welche durch Eisensalzlösungen grün bis tiefblau, durch doppeltchromsaures Kali braun gefärbt werden bis auf eine äußerste Schichte, welche farblos bleibt und der Einwirkung der Lösungsmittel längere Zeit widersteht.

Durch starken Alkohol verdichtet sich die Flüssigkeit ohne ihre Löslichkeit in Wasser zu verlieren; die Lösung erfolgt dann von innen nach außen. Die innerhalb der Schläuche, und zwar fast durchaus in derer peripherischen Schicht eingebetteten Körner sind zum geringeren Theile in Wasser löslich, zum größeren Theile jedoch in Wasser unlöslich; alle besitzen eine Hülle, welche sich ganz wie die Hülle der Inhaltsschläuche verhält, während das eigentliche Korn alle Eigenschaften des Amylums zeigt.

In Berg's pharmac. Waarenkunde Ed. II. 1857, pag. 21 heißt es von *Radix Symphyti:* Das Parenchym der Rinde, zumal aber in den Markstrahlen enthält sehr viel Pflanzenschleim, aber kein Amylum; so daß sich die Wurzel durch Jod nur braun färbt. Sie enthält Pflanzenschleim, Asparagin, Zucker, Gerb- und Gallussäure. Nach C. Schmidt enthalten die Zellen der Wurzel Stärkekörner und in Zucker überführbaren Schleim.

Mit diesen Resultaten der chemischen Analyse stimmen die oben mitgetheilten mikrochemischen Erscheinungen recht wohl überein. Der wesentlichste Inhalt aller Parenchymzellen wird von einem Gerbstoff (oder einer glycosiden Substanz) wahrscheinlich in inniger Mengung mit Pflanzenschleim gebildet, welcher letzterer überdies vorzüglich in der Peripherie zu einer förmlichen Schicht sich ansammelt und so gleichsam eine Hülle um den übrigen Zelleninhalt bildet. In dieser Schleimschicht sind auch die Amylumkörner eingebettet, welche eine deutliche Hülle besitzen, die wenigstens zum Theile ebenfalls aus Schleim zu bestehen scheint. Interessant ist die Thatsache, daß manche dieser Körner ganz so wie die Schläuche im Wasser zerfallen und sich lösen, eine Erscheinung, welche ich an den Stärkekörnern sonst ganz gleichenden Bildungen zahlreicher anderer unterirdischer Pflanzentheile zu beobachten Gelegenheit hatte. Entweder ist hier die Amylumsubstanz in kaltem Wasser löslich oder diese Körner bestehen ganz aus einem dem Amylum sehr nahe stehenden Schleime.

Die in manchen Zellen beobachtete begrenzte Blaufärbung der Inhaltsmasse durch Eisensalzlösungen dürfte dahin zu deuten sein, daß hier zwei Gerbstoffsubstanzen innerhalb einer und derselben Zelle vorkommen. Die in den Parenchymzellen nur spärlich, in den Cambiumzellen dagegen als ausschließlicher Inhalt vorkommende feinkörnige, in Wasser nur theilweise lösliche, durch Jodsolution goldgelb sich färbende Masse dürfte endlich zum großen Theile dem Asparagin ($C_8 H_{16} N_4 O_6 + 2 HO$) angehören.

Sehr ähnlich verhält sich der Inhalt der Parenchymzellen in der Wurzel und dem Wurzelstocke von *Krameria triandra* R. et P. (*Radix Ratanhae*) [1].

Unter Öl findet man hier in jeder Zelle einen röthlich-gelben homogenen faltigen Schlauch, welcher farblose Körner einschließt. In Eisensalzlösungen zerfallen die Schläuche sogleich in feine blaue Körnchen, wobei jedoch die peripherische Schicht stark aufgequollen, hyalin erscheint und die farblosen Körner eingebettet enthält. Einzelne der letzteren verhalten sich in Eisensalzlösungen wie die Schläuche, indem sie in eine blaue feinkörnige Masse zerfallen, die von einem farblosen hyalinen Hof umgeben ist. In Wasser und verdünntem Alkohol lösen sich die Schläuche; Jodsolution färbt die Körner violett bis auf einen feinen gelben Randsaum. Zusatz von Eisenchloridlösung färbt die Zellwände schmutzig-gelbgrün und läßt im Gesichtsfelde einen flockigen schwarzblauen Niederschlag erscheinen.

Kalilauge löst den ganzen Inhalt mit gelber oder rothbrauner Farbe und färbt die Zellwände gelb; auf Zusatz von Jodsolution und verdünnter Schwefelsäure werden letztere hellgelb, während in den Zellen und im Gesichtsfelde blaue Flocken schwimmen.

Kupferoxyd-Ammoniak löst die Schläuche mit rothbrauner Farbe; die Körner quellen stark auf und werden weiß; einzelne werden gelb, rothbraun oder schwach rosenroth gefärbt. Die Zellwände erscheinen intensiv gelb oder rothbraun.

In Chlorzinkjod färben sich die Schläuche gelblich, zerfallen jedoch bald in eine graue feinkörnige Masse. Die Körner werden

[1] Den Bau derselben beschreibt O. Berg l. c. pag. 66 ff. Abbildung in dessen Anat. Atlas zur phamac. Waarenk. Berlin, 1863, Taf. V.

unter starkem Aufquellen blau mit äußerster blässerer Schicht, die sich entfaltet, öffnet und einen tiefblauen Kern heraustreten läßt.

Die Körner sind theils einfach, rund, rundlich-viereckig, oft mit kleinem gelblichen Fortsatz, farblos, 0·001—0·005 Lin. im Durchmesser, in einzelnen Wurzelstücken flaschenförmig oder ganz unregelmäßig, größer, 0·005—0·008 Lin. im Durchmesser; theils componirt zu 2—3.

Auch in der *Krameria*-Wurzel bildet ein Gerbstoff, gemengt mit Schleim und einem Chromogen den wesentlichsten Inhalt der Parenchymzellen. Doch ist hier der Gerbstoff nicht allein formlos, in der frischen Pflanze unzweifelhaft als Zellflüssigkeit vorhanden, sondern er bildet einen Theil der beschriebenen Körner, welche sich durch Löslichkeit in Wasser, Färbung durch Eisensalzlösungen, so wie durch Kupferoxyd-Ammoniak von den übrigen alle Eigenschaften des Stärkmehls zeigenden Körnern unterscheiden und Hartig's Gerbmehlkörnchen darstellen.

Auf die Beziehung dieser Bildungen zum Stärkmehl werde ich später ausführlich zu sprechen kommen.

Der Wurzelstock von *Polygonum Bistorta* Lin. (*Radix Bistortae*) ist meist *S*-förmig gekrümmt, am unteren Ende abgestorben (abgebissen), am oberen Ende mit den Resten oberirdischer Stengel und Blattstiele versehen. Von oben nach unten ist er flachgedrückt (die obere Fläche nierenförmig vertieft, die untere convex), außen braunroth, quergeringelt, schuppig, mit zahlreichen dünnen ästigen Nebenwurzeln und langen gegliederten Stolonen besetzt, am Querschnitte weiß, fleischig, rasch fleischroth, dann rothbraun werdend.

Der Querschnitt des unteren Endes ist kreisrund und zeigt einen einfachen Kreis brauner Gefäßbündel; jener des oberen Endes ist nierenförmig; beide reagiren deutlich sauer.

Getrocknet wird der Wurzelstock hart, brüchig, mehlig, am Bruche röthlich. Der im Handel vorkommende ist außen braun und glatt, von allen Anhängen (Nebenwurzeln, Stolonen, Schuppen) befreit.

In den rundlichen dünnwandigen Zellen der Mittelrinde und des Markes des frischen Wurzelstockes findet sich als Inhalt eine trübliche schleimige feinkörnige Flüssigkeit mit zahlreichen farblosen einfachen, meist länglichen, eiförmigen, ellipsoidischen, birnförmigen, stabförmigen Körnern von 0·003 Lin. im Durchmesser.

Betrachtet man dünne Schnitte unter Glycerin, dem man einen Tropfen einer Eisensalzlösung zugesetzt hatte, so sieht man, daß der flüssige Zellinhalt eine blaue Farbe annimmt; in gewissen, zu netzförmigen Complexen verbundenen Parenchymzellen färben sich außerdem die darin suspendirten Körner blau, in den übrigen Zellen bleiben diese farblos oder nur einzelne nehmen eine blaue Farbe an. Die Zellwände bleiben farblos, dagegen färbt sich eine feine innerste Auskleidung derselben, welche den Zelleninhalt schlauchförmig umgibt, ebenfalls blau.

In Wasser suspendirte Schnitte lassen auf Zusatz von Eisenvitriollösung einen feinkörnigen indigoblauen Niederschlag innerhalb und außerhalb der Zellen erkennen. Man sieht deutlich, namentlich an den aus den Zellen herausgefallenen Körnern, daß viele derselben in eine blaue feinkörnige Masse zerfallen.

Unter Jodsolution trifft man in allen Zellen blos violette oder blaue Körner neben spärlichem feinkörnigen goldgelben Inhalt an. Die Zellwände erscheinen dünn, blaßgelblich.

In Kalilauge färbt sich der Schnitt schön guttigelb; unter dem Mikroskope sieht man den Inhalt gelöst; Zusatz von Chlorzinkjod oder Jodalkohol färbt den Zellinhalt blutroth. In den Zellen bemerkt man die blutroth gefärbten ausgedehnten Hüllen der Körner. Die Zellwände sind ungeheuer aufgequollen, geschichtet, farblos.

Salpetersaures Quecksilberoxyd färbt alle Zellwände gelblich oder gelbbraun, den Zellinhalt tiefbraun; Cuoxam letzteren tief rothbraun. Läßt man halbirte Stücke des Wurzelstockes durch mehrere Tage in einer Eisenchloridlösung maceriren, so nehmen sie fast durchaus eine schwarze Farbe an. Der frische Querschnitt erscheint dann indigblau. In den Zellen sieht man unter Öl einen blauen Schlauch oder Klumpen, der je nach den Zellen farblose oder blaue Körner einschließt. In Wasser lösen sich die Schläuche und blauen Körner sofort, überdies aber auch viele der farblosen. Zusatz von Kalilauge färbt die blauen Zellwände rothbraun.

Nach Stenhouse enthält der Wurzelstock von *Polygonum Bistorta* Eichengerbsäure und Gallussäure neben Amylum. Den mitgetheilten Reactionserscheinungen gemäß, ist der Gerbstoff hier in allen Zellen als Flüssigkeit enthalten, außerdem aber geformt in dem Stärkmehle vollkommen analogen Körnern in gewissen netzförmig im Parenchym vertheilten Zellen und endlich; wie es scheint, auch als

zellwandbildendes Element. Die in den übrigen Parenchymzellen neben flüssigem Gerbstoff vorkommenden Körner sind zweifellos Stärkmehlkörner bis auf jene, welche in Wasser sich lösen und möglicherweise aus Pflanzenschleim bestehen.

Dünne Schnitte aus der Wurzel des Granatbaumes [1] (*Punica Granatum* Lin.) unter Öl betrachtet, zeigen in allen Elementarorganen der Rinde, mit Ausnahme des Korks, der Stein- und Krystallzellen, des Cambiforms und des Cambiums farblose, einer braunen bröckligen Masse eingelagerte Körner von 0·0006—0·0018 Linien im Durchmesser.

Die Zellwände erscheinen gelblich, in den äußeren Rindenpartien stärker als in den inneren. Zusatz von Eisensalzlösung bewirkt eine Blaufärbung des Zellinhaltes.

Unter Wasser sind die Zellwände gelb, aufgequollen, der Zellinhalt ist in Lösung begriffen, so daß schließlich in den Zellen nur spärliche Molecularkörnchen zurückbleiben.

In Kalilauge färbt sich der Schnitt sofort schön gelb, dann allmählich gelbroth bis rothbraun; diese Färbung rührt von der Lösung des Zellinhaltes her; im Gesichtsfelde treten gelbe Flocken auf. Die Zellwände färben sich gelb bis rothbraun, die Intercellularsubstanz ist stark aufgequollen, röthlich-gelb.

In Ätzammoniak dehnt und entfaltet sich das Schnittblättchen und nimmt eine schön gelbe Farbe an. Der Zellinhalt löst sich bis auf spärliche Molecularkörnchen vollkommen auf; die Zellwände werden blaßgelb. Setzt man Jod und Schwefelsäure zu, so nehmen die letzteren eine schön blaue Farbe an. Eine gleiche Färbung bewirkt Chlorzinkjod unter starkem Aufquellen der Zellmembranen, während die Intercellularsubstanz nicht aufquillt und farblos bleibt.

In einem Tropfen Eisenvitriollösung färben sich die Schnitte sofort schön indigblau. In allen Zellen der Rinde, mit Ausnahme der oben bezeichneten, erscheinen kleine, ellipsoidische, abgerundet dreieckige oder eiförmige, tief blaue Körnchen, die sich allmählich mit blauen Flocken lösen, während im Gesichtsfelde blaue feinkörnige Streifen auftreten. Die Zellenwände färben sich nicht blau. Läßt man Kalilauge einwirken, so werden die noch nicht ge-

---

[1] Die anatomische Darstellung der Wurzelrinde bei Berg l. c. Taf. XL.

lösten Körnchen braunroth und lösen sich zum Theil mit braunrother Farbe; die Zellenwände färben sich bräunlich-gelb.

In Jodsolution erscheint der Zellinhalt, wie in Wasser, größtentheils gelöst, nur in einzelnen Zellen der Mittelrinde finden sich spärliche blaue Körnchen; ein gleicher Inhalt tritt in vielen Zellen des Bastparenchyms und im Holzparenchyme auf. Die Zellwände der Rinde sind blaßgelb, jene des Holzes goldgelb; in vielen Spiroiden machen sich blaßgelbe Füllzellen bemerklich.

In verdünntem Alkohol löst sich der Zellinhalt zum größten Theil; setzt man Eisenvitriol zu, so erscheint im Gesichtsfelde ein feinkörniger blauer Niederschlag; die innerste Zellhautschicht ist indigblau gefärbt.

Kocht man dünne Schnitte in Alkohol, so färben sie sich gelblich; die Intercellularsubstanz erscheint farblos, die Zellwände gelblich, beide färben sich durch verdünnte Schwefelsäure und Cochenilleauszug weinroth.

Essigsäure wirkt wie Ammoniak lösend auf den Zellinhalt, die Zellwände sind aber farblos.

In verdünnter Schwefelsäure quellen die Zellwände stark auf, werden hyalin und beim Erwärmen löst sich die primäre Zellmembran (Intercellularsubstanz), die Korkzellen werden blaßbraun; auf Zusatz von Chlorzinkjod färben sich die dünn gewordenen Zellwände blau, die Reste der Intercellularsubstanz blaßblau. Der Inhalt der Mittelrindezellen zieht sich als graugelber Schlauch in toto von der Zellwand ab; Jodalkohol färbt ihn gelbbraun, zum Theil schwarzblau.

Den angegebenen Reactionserscheinungen gemäß, bildet ein Gerbstoff den wesentlichsten Inhalt in den meisten Gewebs-Elementen der Granatwurzel, namentlich ist die Rinde reich daran, im Holzkörper ist er auf die Markstrahlen und das Holzparenchym beschränkt. Dieser Gerbstoff tritt hier theils als Gerbmehl neben spärlichem Amylum, also geformt, theils formlos, als eine die körnigen Bildungen umschließende braune Masse auf. Als letztere allein findet er sich in einzelnen Parenchym- und in den Cambiformzellen.

Der Gerbstoff scheint hier mit einem Farbstoffe harzartiger Natur im Zusammenhange zu stehen.

Außer als Zellinhalt tritt er aber auch als zellwandbildendes Element in der Granatwurzel, und zwar in den Korkzellen

derselben auf. Diese Zellen sind von der Fläche gesehen, polygonal, in radialer Richtung zusammengedrückt, und auf ihrer Innenwand mit einer farblosen, glasigen, von Porencanälen durchsetzten Verdickungsmasse versehen. Letztere zeigt nach Behandlung mit Salzsäure einen deutlichen Schichtenbau und nimmt durch Eisensalzlösungen eine indigblaue Farbe an.

Auch die innerste Auskleidung aller gerbstoffführenden Zellen scheint, der oben angeführten Erscheinung nach Behandlung mit Alkohol und Eisenvitriol gemäß, wesentlich aus Gerbstoff zu bestehen.

Die Granatwurzel gehört also zu den sehr gerbstoffreichen Pflanzentheilen. In der That weisen alle Analysen derselben einen ansehnlichen Gehalt an Gerbstoff nach. So fand Wackenroder darin 21·92 Pct., Cenedella 10·4 Pct. Gerbstoff neben 4·0 Gallussäure. Nach Stenhouse fehlt Gallussäure, es findet sich vielmehr in der Granatwurzel ein eigenthümlicher Gerbstoff, der unter anderen mit essigsaurem Eisen einen purpurrothen Niederschlag geben soll. Die mikrochemische Anwendung dieses Mittels gab mir jedoch stets nur eine schwarzblaue Färbung.

In der Wurzel von *Poeonia officinalis* Lin. erscheinen unter Öl sämmtliche Zellwände (bis auf jene des Periderms, der Steinzellen und Spiroiden) farblos; eben so der Zellinhalt. — Setzt man einen Tropfen Eisenvitriol zu, so sieht man, daß einzelne Zellen sofort blau werden; es ist zunächst eine feinkörnige, graue Inhaltsmasse und ein sie umschließender Innenschlauch, welche diese Farbe annehmen; später bläuen sich auch die in ersteren eingebetteten einfachen oder zu 2—3 componirten Körner und zwar bald alle, welche in einer Zelle enthalten sind, bald nur mehr weniger zahlreiche. Es gehören hieher die Zellen der äußersten Schicht der Mittelrinde, tangentiale Zellreihen der übrigen Mittelrinde, vereinzelte Zellen der Innenrinde, die Markstrahlzellen, uud zerstreut stehende Zellen des Markes. In den übrigen, zwischen diesen Gerbstoffzellen liegenden Gewebselementen färbt sich nur die feinkörnige Grundmasse blau, die Körner bleiben farblos. Zuweilen sieht man aus den Zellen herausgefallene, die Körner umschließende Klumpen, welche in das Bereich der Eisensalzlösung kommend, sofort unter Blaufärbung in Molecularkörnchen zerfallen.

In Wasser lösen sich die Körner der Gerbstoffzellen, eben so in Eisenvitriollösung, wobei sie unter Blaufärbung in Molecular-

körnchen zerfallen; aber auch viele der übrigen, nicht durch Eisensalze sich blau färbenden Körnchen sind in Wasser löslich. Man sieht dieses besonders deutlich an Schnitten, die man aus einem in Eisenvitriol macerirten Stücke angefertigt hatte. Ein derartig behandeltes Wurzelstück ist schwarz, an frischen Schnittflächen indigblau. Die Zellwände und der Inhalt der oben bezeichneten Zellen sind blau gefärbt; die Körner der übrigen Zellen sind farblos geblieben. Läßt man nun einen Tropfen Wasser einwirken, so überzeugt man sich leicht von der stattfindenden Lösung vieler der farblos gebliebenen Körner.

Jodsolution färbt die Körner aller Zellen violett; Chlorzinkjod blau unter starkem Aufquellen und schließlicher Lösung.

Die Pfingstrosenwurzel ist also sehr reich an Gerbstoff. Mit Ausnahme der verholzten und verkorkten Elemente scheint er zunächst in allen übrigen Zellen als Hauptbestandtheil der Grundmasse (Protoplasma) aufzutreten; er bildet in gewissen (oben näher bezeichneten) Zellen als Gerbmehl den Hauptinhalt und betheiligt sich endlich auch an der Zusammensetzung der Zellwand. Nächst dem Gerbstoff tritt als vorwaltender Bestandtheil des Zellinhaltes Stärkmehl auf. Morin fand in dieser Wurzel außer Stärkmehl und Gerbstoff noch Fett, Gummi, Zucker und eine stickstoffhaltige Materie. Fett konnte ich nirgends mikroskopisch nachweisen; der Zucker dürfte einer anderen Vegetationsperiode angehören, die oben beschriebenen, in Eisensalzlösungen unverändert gebliebenen, in Wasser löslichen Körner könnten möglicherweise aus Gummi bestehen.

Der Wurzelstock von *Saxifraga crassifolia* Lin. (*Megasea crassifolia* Haw.) besitzt getrocknet am Querschnitte eine blaßrosenrothe Farbe und ist sehr mehlig. Alle Zellen sind mit einfachen länglichen, eiförmigen, seltener runden opaken Körnern, die häufig an einem Ende kurz bespitzt sind, gefüllt. In Wasser lösen sich viele derselben sofort unter körnigem Zerfall auf, einige werden hohl, indem sich nur der Inhalt löst und durch die Hülle nach außen diffundirt. Setzt man Eisenvitriollösung zu, so färben sich viele wunderschön blau, zunächst die in Lösung begriffenen sehr intensiv; gleichzeitig werden auch die bis dahin farblosen Zellwände blau; im Gesichtsfelde treten reichlich blaue Flocken auf. Jodsolution färbt alle Körner violett.

Ein prachtvolles Bild gewährt ein feiner Schnitt aus dem in Eisenchlorid macerirten Wurzelstocke. Alle Zellwände sind schön

blau, wie nach Behandlung mit Jod und Schwefelsäure, fast durchaus blau gefärbte Körner einschließend. In verdünntem Alkohol lösen sich die Körner zum Theil auf; durch Clorzinkjod zerfallen sie in ihrem Innern in eine feinkörnige grau- bis rothbraune Masse, welche deutlich von einer farblosen Hülle umschlossen ist. Zusatz von Jodsolution zeigt in ihrer Umgebung eine blaue streifige Flüssigkeit, die Hülle erscheint faltig, ausgebuchtet, zackig, violett. Unter Öl sieht man in den Zellen (oder aus ihnen herausgefallen und im Gesichtsfelde sich herumtreibend) rundliche farblose oder blaßröthliche Klumpen, vollgepfropft von Körnern, welche Vacuolen gleich, den Klumpen das Aussehen von mit Keimkörnern gefüllten Infusorien geben. Auf Zusatz von Eisenvitriol zerfallen diese Klumpen sofort unter Blaufärbung in Molecularkörnchen; ein gleiches thun auch die meisten Körner, oder dieselben färben sich bloß tiefblau ohne zu zerfallen.

Chlorzinkjod und salpetersaures Quecksilberoxyd färbt die Inhaltsklumpen rothbraun; Kalilauge löst sie mit derselben Farbe.

Der Wurzelstock von *Saxifraga crassifolia* gehört nach dem Mitgetheilten zu den gerbstoffreichsten. Der Gerbstoff bildet hier nicht blos den fast ausschließlichen Zellinhalt, als Gerbmehl Hartig's, sondern er betheiligt sich auch hier unzweifelhaft an der Zusammensetzung der Zellwandung. Im frischen Wurzelstocke tritt eine farblose etwas schleimige Flüssigkeit, welche die Gerbmehlkörner enthält und durch ihre Blaufärbung mit Eisensalzlösungen als eine Gerbstofflösung sich kundgibt, auf. Im getrockneten Zustande stellt sie die oben beschriebenen Inhaltsklumpen dar. Die Gerbmehlkörnchen scheinen, wie die beschriebenen Reactionserscheinungen zeigen, eine Hülle zu besitzen, die wesentlich aus Amylum besteht und einen von dieser umschlossenen Inhalt, der ein Gemenge von Stärkesubstanz und Gerbstoff darstellen dürfte.

Eben so gerbstoffreich sind auch die übrigen Theile dieser Pflanze [1]).

In den Parenchymzellen der Wurzel von *Sanguisorba officinalis* Lin. erscheinen unter Öl gelbe und farblose Inhaltsklumpen

---

[1]) *Folia chartam nigro maculant per exsiccationem.* Dec. Prodr. IV, pag. 87.

und aus den Zellen herausgefallene derartige Massen, welche den eingetrockneten Zellinhalt in toto darstellen; sie umschließen runde farblose Körner gleich Vucuolen, welche sich durch Jodsolution violett färben. In Wasser lösen sich die Schläuche sowohl wie die meisten Körner, letztere, indem sie von innen nach außen körnig zerfallen; ihre Hülle widersteht lange. Zusatz von Eisenvitriol färbt die aus dem Zerfall der Körner und Schläuche stammende feinkörnige Masse, so wie die nicht gelösten Körner sofort indigblau; nur wenige der letzteren bleiben ungefärbt.

Setzt man zu dem in Öl suspendirten Schnittblättchen Eisenvitriol zu, so zerfallen unter der Einwirkung dieses Mittels die Inhaltsklumpen und Körner unter Vacuolenbildung mit blauer, oft anfangs mit violetter Farbe. Die Zellwände färben sich ebenfalls indigblau, selbst die primären (die Intercellularsubstanz). Verdünnter Alkohol löst die Inhaltsklumpen.

Der Gerbstoff tritt hier als fast ausschließlicher Inhalt in allen Zellen der Rinde, der Markstrahlen und des Markes auf; am reichlichsten findet er sich in den äußersten Schichten der Mittelrinde, in tangentialen Schichten der Innenrinde und in den Markstrahlen abgelagert. Außerdem geht er in die Zusammensetzung der Zellwand ein. Neben Gerbmehlkörnern kommen in manchen Zellen auch Stärkmehlkörner vor.

Ganz ähnliche Verhältnisse zeigt der Wurzelstock von *Alchemilla vulgaris* Lin. Die Zellwände werden hier durch Eisensalze schön oliven- oder blaugrün, durch Kalilauge und salpetersaures Queeksilberoxyd rothbraun gefärbt. Die in den Zellen vorkommenden componirten, durch Jodsolution sich violett (bis auf eine farblose Hülle) färbenden Körner, welche sonst alle Eigenschaften der ähnlichen Körner von *Sanguisorba officinalis* haben, werden in Kalilauge in ihrem Innern fein granulös, ziegelroth, während ihre Hülle farblos bleibt; in salpetersaurem Quecksilber dehnt sich letztere als farbloser Schlauch ungeheuer aus, während ihr Inhalt in gelbe und gelbbraune Körnchen und Stäbchen zerfällt.

In den langgestreckten Elementen der Innenrinde findet sich statt des körnigen ein formloser, durch Eisensalze sich bläuender Inhalt.

Ähnliche Verhältnisse zeigt auch der Wurzelstock von *Spiraea Aruncus* Lin., von *Spiraea filipendula* Lin. und *Potentilla recta*

Lin., doch ist hier die Zahl der mit Stärkmehlkörnchen gefüllten Zellen im Parenchym der Rinde und des Markes eine ungleich größere und die Gerbstoffzellen sind auf netzförmig verbundene Complexe der beiden eben genannten Gewebssysteme, so wie auf die Markstrahlen beschränkt.

Die Rhabarberwurzel *(Radix Rhei Moscovitici)* zeigt unter Öl in den Markstrahl- und den angrenzenden Zellen entweder farblose Klumpen oder einen gelben Schlauch oder mehrere gelbe klumpige Massen, oder aber eckige und rundliche gelbe Körner. Zusatz von Eisenvitriol färbt die Schläuche und Klumpen anfangs grün, dann tiefblau und löst sie zugleich unter Vacuolenbildung; wobei in den Zellen bald blaue, oft ein gelbes oder grünes Bläschen umgebende, bald farblose Körner zurückbleiben. In Wasser lösen sich die Schläuche und viele Körner sofort zu feinkörnigen Massen. In Glycerin lösen sich erstere nach und nach mit gelber Farbe vollkommen auf; die Markstrahlzellen treten, ihres Inhaltes entledigt, als rundliche Zellen deutlich hervor. Die an die Markstrahlen anstossenden langgestreckten Zellen (der Gefäßbündel) sind mit farblosen, durch Jodsolution sich violett färbenden Körnern oder mit großen Krystalldrusen gefüllt. Setzt man nun Eisenvitriol zu, so färben sich alle Zellwände grün, dann von den farblosen Körnern fast in jeder Zelle einige wenige meist gruppenweise beisammen stehende tiefblau; alle werden opak.

Sehr schön lassen sich die Verhältnisse übersehen bei gleichzeitiger Anwendung von Glycerin und Eisenvitriol. Hier löst das Glycerin, während das Eisen gleichzeitig färbt. Man sieht da, daß die Markstrahlzellen einen mit tiefblau gefärbten Körnchen gefüllten Schlauch enthalten; indem sich ersterer löst, werden die letzteren frei; dieselben sind oft partiell grünlich gefärbt und gewöhnlich zu mehreren aggregirt. Ihre Größe stimmt mit jener der Amylumkörnchen der benachbarten Zellen überein.

Unter Alkohol erscheinen in den Markstrahlzellen innerhalb hellgelber Schläuche rothbraune Körnchen oder Bläschen; alles löst sich allmählich mit gelber Farbe, zumal sehr rasch bei Zusatz eines Wassertropfens. Eisenvitriol färbt dann einen feinkörnigen oder flockigen Niederschlag schwarzblau.

In Jodsolution werden die gelben Schläuche in Klumpen voller Bläschen oder Vaucolen verwandelt, zum Theil lösen sie sich,

sich harzartig ziehend; die in Eisenvitriol farblosen Körner werden violett oder blau; manche lösen sich mit schön blauer Farbe, andere sind von einer gelben Masse umschlossen. Setzt man Eisenvitriol zu, so färben sich entweder die Vacuolen (Bläschen) blau, oder blos die Hüllen derselben, so daß mehrere derartige Bläschen aggregirt ein blaues Netzwerk mit farblosen Maschen geben; oder es erscheinen blaue Körner innerhalb eines grüngelben Schlauches. Kalilauge färbt die Körner und Bläschen rothbraun und löst sie mit gelbbrauner Farbe auf.

Diese Verhältnisse sprechen dafür, daß die bekannten harzartigen Stoffe der Rhabarberwurzel einem Gerbstoffe ihren Ursprung verdanken und daß anderseits dieser zum Stärkmehle in einer ähnlichen Beziehung stehe.

Der Wurzelstock von *Menyanthes trifoliata* Lin. zeigt nach der Maceration in Eisenchlorid in allen Parenchymzellen neben wenigen Stärkmehlkörnchen olivengrüne Körner von der Größe und Gestalt der ersteren in eine feinkörnige olivengrüne Masse eingebettet.

Der Wurzelstock von *Rubia tinctorum* Lin. enthält nach derselben Behandlung in allen Zellen der Rinde, mit Ausnahme des Periderms, contrahirte schwarzblaue Schläuche und Körner, in den Markstrahlen und Holzparenchymzellen tiefblaue Körner. Auf Zusatz von Kalilauge lösen sich die Inhaltsklumpen und Körner mit purpurrother Farbe; die Zellwände, selbst die primären nehmen dieselbe Farbe an.

Es scheinen hier die bekannten Farbstoffe des Krapps zu den Gerbstoffen in einer innigen Beziehung zu stehen und außer im Zellinhalt auch in den Zellwänden vorzukommen.

In den Knollen von *Corydalis bulbosa* Hall. findet man nach der Maceration in Eisenchlorid in den Parenchymzellen neben einfachen Amylumkörnern einzelne olivengrüne Körner, welche mit den ersteren einer feinkörnigen graugrünen Masse eingebettet sind. Letztere bildet den ausschließlichen Inhalt in den Cambiumzellen. Nach der Behandlung mit Kalilauge erscheinen die Zellwände und ein Netzwerk in jeder Zelle gelbbraun gefärbt.

Hier ist also der Gerbstoff untergeordnet; er bildet vorzüglich nur in gelöster Form die Grundmasse des Zellinhalts, in welcher die Amylumkörnchen eingebettet liegen. Ähnliche Verhältnisse zeigen

nach gleicher Behandlung die unterirdischen Theile nachstehender Pflanzen:

Atropa Belladonna Lin. Zellwände gelblich grün; nach Zusatz von Kalilauge strohgelb.

Valeriana officinalis Lin. Zellwände gelblich, durch Kalilauge strohgelb (besonders reichlich ist der Gerbstoff hier zu finden im Periderm und Collenchym der Rinde, im Cambium und Markcylinder).

Mirabilis Jalapa Lin. Zellwände gelblich; durch Kalilauge röthlichgelb (der Gerbstoff besonders reichlich unter dem Periderm in mehreren Zellschichten, und im Cambium).

Periploca graeca Lin. Zellwände gelblich; durch Kalilauge rothbraun, fast purpurn.

Ruta graveolens Lin., *Asclepias syriaca* Lin., *Veratrum album* Lin., *Glycyrrhiza glabra* Lin., *Phytolacca decandra* Lin., *Berberis vulgaris* Lin., *Cochlearia Armoracia* Lin., *Polypodium aureum* Lin.

In sämmtlichen der Gerbstoff sehr spärlich; die Zellwände gerbstofflos.

Neben Stärkmehl und fettem Öl findet sich Gerbstoff im Wurzelstocke von *Aspidium filix mas* Sw., von *Gratiola officinalis* Lin., *Helleborus niger* und *viridis* Lin.

Im Wurzelstocke von *Aspidium filix mas* Sw. erscheinen bei Behandlung mit Eisensalzen alle Parenchymzellwände olivengrün; in den Zellen sind Amylumkörnchen in eine feinkörnige schwarzgraue Masse eingebettet. In den dickwandigen Parenchymzellen, so wie in den Cambiumzellen findet sich nur eine homogene schwarzgrüne Masse. Die Zellwände der ersteren sind grünlich, jene der Cambiumzellen und Spiroiden farblos, der ölige Stoff in vielen Zellen erscheint schmutzig gelblich, harzartig, glasig.

Der Wurzelstock von *Gratiola officinalis* Lin. zeigt in allen Zellen der Rinde und der Markstrahlen neben Stärkmehl und einem gelblichen Öle farblose, durch Eisensalze sich bläuende Körner; in den Siebröhren und einzelnen Spiroiden formlose, dieselbe Reaction gebende Massen.

In den Parenchymzellen des Wurzelstockes von *Helleborus niger* und *viridis* Lin. sind Stärkmehlkörnchen und Öltropfen von einer feinkörnigen, durch Eisensalze graugrün sich färbenden Grundmasse eingeschlossen.

In vielen unterirdischen Pflanzentheilen kommt der Gerbstoff als Lösung vor, nicht begleitet von geformten anderweitigen Bestandtheilen des Zellinhalts.

Der getrocknete Wurzelstock von *Iris Pseudo-Acorus* Lin. (gegenwärtig fast allgemein fälschlich als *Radix Bistortae* im Handel vorkommend) ist am Querschnitte blaß-, rosen- oder fleischroth, in Eisensalzen macerirt blaugrün oder braungrün.

Unter Öl zeigt sich in jeder Parenchymzelle ein weißer oder blaßrosenrother faltiger, glasiger Klumpen, der sich auf Zusatz von Eisenchlorid wunderschön tiefblau färbt, zugleich aber in Molecularkörnchen zerfällt. In Wasser und verdünntem Alkohol ist er löslich (farblos), nicht in absolutem Alkohol; Jodsolution löst ihn ohne jede Färbung bis auf spärliche gelbe Flocken, eben so Chlorzinkjod und salpetersaures Quecksilber mit gelber Farbe. Kalilauge löst den Inhaltsklumpen mit gelblicher Farbe, wobei in einzelnen Zellen kleine Öltröpfchen auftreten. Versetzt man ein mit verdünntem Alkohol behandeltes Schnittblättchen mit Eisenchlorid, so färbt sich die innerste Auskleidung der Zelle schön blau.

Die in Eisenchloridlösung macerirten Stücke zeigen in den Zellen blaue, grüne und olivenbraune Inhaltsklumpen, welche in Wasser sich nicht lösen und durch Kalilauge eine schön rothbraune Farbe annehmen. Es ist wohl keinem Zweifel unterworfen, daß hier der Gerbstoff in gelöster Form den vorwaltendsten Bestandtheil des Zellinhaltes bildet.

In der Wurzel von *Artemisia vulgaris* Lin. erscheinen nach der Behandlung mit Eisenchlorid in den Zellen homogene schwarzgrüne Massen, besonders reichlich in den äußeren Zellreihen der Mittelrinde, an der Grenze der Mittel- und Innenrinde in einer Zellschicht und in den Cambiumzellen. Durch Einwirkung von Kalilauge färbt sich der Zelleninhalt bräunlich. Im Holze kommt kein Gerbstoff vor.

Es bildet hier der Gerbstoff die äußere Schicht des Zellinhaltes, der nachweisbar wesentlich aus Inulin besteht, denn, läßt man nach dem Vorgange von Sachs (Bot. Zeitung, 1864. Nr. 12) Wurzelstücke des Beifußes wochenlang in conc. Alkohol liegen, so findet man in den Zellen reichlich die so charakteristischen Inulin-Sphärokrystalle. Dieselben zeigen ganz das Aussehen jener, die man aus dem Stengel von *Helianthus tuberosus* und aus den Knollen

von *Dahlia variabilis* bei gleicher Behandlung erhält, nur sind sie im Allgemeinen nicht so groß.

Ganz gleich verhält sich der Wurzelstock von *Inula Helenium* Lin.

Ganz ähnliche Verhältnisse zeigt der Gerbstoff in anderen inulinhältigen unterirdischen Pflanzentheilen, obwohl ich in denselben keine Sphärokrystalle nachweisen konnte, der Zellinhalt zeigte sich vielmehr hier nach der Maceration in conc. Alkohol als ein homogener, farbloser Klumpen, ohne alle Andeutung krystallinischer Structur, jedoch mit sonst allen Eigenschaften des Inulins. Hieher gehören: die Wurzel von *Anacyclus Pyrethrum* Lin., *Taraxacum officinale* Wigg., *Cichorium Intybus* Linn. etc.

In der Wurzel von *Carlina acaulis* Lin. färbt sich merkwürdigerweise der Zelleninhalt durch Chlorzinkjod bläulich.

In der Wurzel von *Polygala Senega* Lin. scheint der Gerbstoff in gleicher Weise mit Saponin im Zelleninhalte vorzukommen.

Im Wurzelstocke von *Petasites officinalis* Mönch. sind nach der Maceration in Eisenchlorid die Zellwände gefaltet, blaßgelb; in jeder Zelle findet sich eine retrahirte schwarzgrüne, formlose Masse; der Balsam in den Balsamgängen ist schwarzgrün oder wunderschön blaugrün.

Es ist sehr wahrscheinlich, daß hier der Balsam in naher Beziehung zu einem Gerbstoffe stehe.

In den Wurzelstöcken und Wurzeln der *Gentiana*-Arten (*Gentiana Asclepiadea* Lin., *G. pannonica* Jacq., *G. cruciata* Lin., *G. lutea* Lin. etc.) findet sich nach der Maceration derselben in Eisensalzlösungen innerhalb der gefalteten blaßgelben Zellwände eine contrahirte oliven- bis schwarzgrüne formlose Masse, am reichlichsten im Collenchym und Cambium. —

Die mitgetheilten Untersuchungen führen zu nachstehenden Resultaten:

Gerbstoffe können in allen Gewebsschichten unterirdischer Pflanzentheile vorkommen, im Periderm (*Punica Granatum, Valeriana*), in der Mittel- und Innenrinde (bei allen untersuchten Pflanzen), im Cambium (*Valeriana, Artemisia*), im Holze (im Holzparenchym und in den Markstrahlen von *Punica Granatum*, in den Markstrahlen von Rosaceen) und im Marke (bei den meisten untersuchten Pflanzen).

Am reichlichsten finden sie sich in der Mittelrinde abgelagert. Vorzüglich sind es die parenchymatischen Zellen, in denen Gerbstoffe ihre Ablagerungsstätten finden (Mittelrinde, Bastparenchym, Markstrahlen, Holzparenchym, Mark), häufig genug indeß sind auch die langgestreckten Elementarorgane der Innenrinde damit versehen (z. B. bei Rosaceen). Bald sind diese Stoffe gleichmäßig in allen parenchymatischen Zellen zu treffen (*Symphytum, Krameria, Iris Pseudo-Acorus*), bald ist ihr reichlicheres Vorkommen auf bestimmte, entweder im Gewebe zerstreute (*Poeonia*) oder zu netzförmigen Complexen verbundene Zellen (*Spiraea, Polygonum Bistorta*) oder auf Zellschichten (*Sanguisorba, Artemisia*) beschränkt [1]).

In den bei weitem meisten Fällen tritt der Gerbstoff blos als Zelleninhalt in den betreffenden Gewebs-Elementen auf; in einigen Fällen findet er sich jedoch auch in der Zellwand.

Als Zelleninhalt kommt er bald formlos, bald geformt vor. In ersterer Beziehung ist er wohl stets als Lösung im Inhalte der Zellen enthalten, in letzterer Beziehung bildet er das, was Hartig als Gerbmehl bezeichnet.

Diese beiden Vorkommnisse combiniren sich in den betreffenden Pflanzentheilen, den mitgetheilten Untersuchungen gemäß, in folgender Art:

a) Der Gerbstoff findet sich in allen Zellen blos als Lösung ohne alle körnigen Bildungen:

α. Der Quantität nach überwiegend über alle anderen ebenfalls gelösten Bestandtheile (Schleim u. s. w.). *Iris Pseudo-Acorus, Symphytum* (zum Theil).

β. Der Quantität noch untergeordnet, den Inulin-Inhalt umgebend (*Artemisia* und andere Compositen).

b) Der Gerbstoff findet sich sowohl geformt als formlos:

1. Als Lösung α neben Gerbmehl und Stärkmehl in allen Zellen (*Krameria, Saxifraga*), β neben Gerbmehl in Zell-

---

[1]) Die besondere Gruppirung der Gerbstoffzellen beschreibt Sachs (l. c.) in den Keimen verschiedener Pflanzen, Hartig (Botan. Zeit. 1865, Nr. 30) in den Eichentrieben, Trécul in den Leguminosen (Compt. rend. 1865, Jänner, pag. 225) und Rosaceen (Compt. rend. 1865, Mai, pag. 1035).

complexen, in den übrigen Zellen neben Stärkmehl (*Polygonum Bistorta, Sanguisorba*).

2. Als **Bestandtheil einer feinkörnigen Grundmasse** (Protoplasma):

γ. neben vorwiegendem Gerbmehl, und untergeordnetem Stärkmehl (*Punica, Poeonia*);

δ. neben vorwiegendem Stärkmehl und untergeordnetem Gerbmehl (*Corydalis, Valeriana* u. s. w.);

ε. neben Stärkmehl, fettem Öl und wenig Gerbmehl (*Aspidium filix mas, Helleborus*).

In **getrockneten** Pflanzentheilen stellt die als Zellinhalt auftretende Gerbstofflösung einen meist farblosen, zuweilen jedoch röthlich oder bräunlich gefärbten glasigen **Klumpen** dar, welcher in seiner Peripherie schlauchförmig verdichtet zu sein scheint und entweder durchaus homogen ist (*Symphytum, Iris Pseudo-Acorus*) oder aber körnige Bildungen einschließt (*Krameria, Saxifraga, Symphytum*).

Diese glasigen Inhaltsklumpen stellen offenbar **Hartig's** „amorphes Tannin“ dar, wie er es aus der Winterrinde der meisten Holzarten beschreibt, und dessen Ursprung er aus der Verschmelzung von früher körnigem Tannin ableitet [1]).

Das **Gerbmehl**, so weit ich es in unterirdischen Pflanzentheilen zu beobachten Gelegenheit hatte, bildet stets Körner, deren Form und Größe mit dem fast niemals fehlenden Stärkmehle desselben Pflanzentheiles vollkommen übereinstimmt. Diese Gerbmehlkörner sind in der Regel direct in kaltem Wasser löslich, durch Jodsolution färben sie sich wie die Stärkmehlkörner violett oder blau, zuweilen lösen sie sich hiebei; Eisensalzlösungen geben ihnen eine blaue oder grüne Farbe, und wirken zugleich gewöhnlich lösend auf sie ein; Kalilauge löst sie mit gelber, gelbbrauner, zuweilen rother Farbe; ähnlich wie Kalilauge, doch häufig weniger energisch wirkt Ätzammoniak. Chlorzinkjod, Kupferoxydammoniak und salpersaures Quecksilberoxydoxydul geben meist gelbe, gelbbraune oder rothbraune Färbungen. Charakteristische Reactionen erhielt ich durch diese drei Mittel nicht.

---

1) Botan. Zeitung 1865, Nr. 7.

In den bei weitem meisten Fällen läßt sich an den Gerbstoffkörnern eine vom eigentlichen Inhaltskerne stofflich verschiedene Hülle unterscheiden, welche jedoch nicht in allen Pflanzen dieselbe Zusammensetzung zu besitzen scheint (*Krameria*, *Saxifraga* u. s. w.).

Die nie fehlende Blaufärbung durch Jod, der Umstand, daß häufig die Stärkmehlkörner eine deutliche mehr weniger dicke Gerbstoffhülle besitzen (*Spiraea*) und die Thatsache, daß sehr oft mitten unter den Gerbstoffkörnern, welche eine Zelle füllen, einzelne unzweifelhafte Stärkekörner vorkommen, oder daß umgekehrt mitten unter den letzteren Gerbstoffkörner angetroffen werden, möchte wohl dafür sprechen, daß wir es hier mit Umwandlungsproducten des Stärkmehls in Gerbstoffkörner zu thun haben. Die Jodreaction des Gerbmehls für sich könnte dahin gedeutet werden, daß seine Körner nicht aus Gerbstoff allein, sondern aus einem Gemenge von Gerb- und Stärkestoff bestehen. Dafür spricht auch das beschriebene Verhalten vieler dieser Körner bei der lösenden Einwirkung von Jodsolution, Chlorzinkjod und einer Eisensalzlösung (*Saxifraga crassifolia*, *Poeonia* u. s. w.).

Hartig, welcher anfangs eine Umwandlung des Stärkmehls in Gerbmehl annahm, ist neuerdings davon abgekommen, durch die Beobachtung veranlaßt, daß schon in den jüngsten Eichentrieben sich diejenigen Zellen, welche später Gerbmehl führen, durch Eisensalze als solche erkennen lassen. Das Gerbmehl stellt sich nach seiner Ansicht in genetischer Beziehung gleichberechtigt neben Stärkmehl und Chlorophyll als fixirter organisirter Reservestoff.

Von dem ursprünglichen Vorkommen des Gerbstoffes innerhalb der Zellmembranen habe ich mich bei mehreren unterirdischen Pflanzentheilen überzeugt, so namentlich bei *Saxifraga crassifolia* und *Sanguisorba officinalis*, und zwar ist es nicht blos die innerste Zellwandschicht, welche sich als gerbstoffhaltig manifestirt, sondern auch die eigentliche und in einigen Fällen sogar die primäre Zellmembran. Ob sich hier der Gerbstoff an den Aufbaue der Zellwand betheiligt, ob er insbesondere ein Umwandlungsproduct anderer zellwandbildenden Elemente darstellt, oder aber als bloßes Infiltrat auftritt, läßt sich vor der Hand nicht entscheiden, nur der beschriebenen sonderbaren Verdickungsmasse in den Korkzellen der Granatwurzel möchte ich die zuerst ausgesprochene Deutung geben und sie

als Analogie der von Hartig [1]) beobachteten und beschriebenen durch Eisensalze sich blau färbenden Verdickungsschichten in gewissen Zellen kräftiger Wurzelschößlinge von *Rubus* ansehen.

Verzeichniss der untersuchten Pflanzenarten.

Alchemilla vulgaris.
Anacyclus Pyrethrum.
Artemisia vulgaris.
Asclepias syriaca.
Aspidium filix mas.
Atropa Belladonna.
Berberis vulgaris.
Carlina acaulis.
Cichorium Intybus.
Cochlearia Armoracia.
Corydalis bulbosa.
Dahlia variabilis.
Gentiana Asclepiadea.
„ *cruciata.*
„ *lutea.*
„ *pannonica.*
Glycyrrhiza glabra.
Gratiola officinalis.
Helianthus tuberosus.
Helleborus niger.
„ *viridis.*
Inula Helenium.
Iris Pseudo-Acorus.
Krameria triandra.
Menyanthes trifoliata.
Mirabilis Jalapa.
Periploca graeca.
Petasites officinalis.
Phytolacca decandra.

---

[1]) Entwicklungsgeschichte des Pflanzenkeimes 1858, pag. 38.

Paeonia officinalis.
Polygala Senega.
Polygonum Bistorta.
Polypodium aureum.
Potentilla recta.
Punica Granatum.
Rheum sp.
Rubia tinctorum.
Ruta graveolens.
Sanguisorba officinalis.
Saxifraga crassifolia.
Spiraea Aruncus.
" *filipendula.*
Symphytum officinale.
Taraxacum officinale.
Valeriana officinalis.
Veratrum album.

Über contractile Körper in der Milch der Wöchnerin.

Von Dr. S. Stricker.

Wenn man die Milch von Wöchnerinnen frisch und auf einem bis 40° C. erwärmten Objecttische untersucht, so findet man nicht selten Colostrumkörper, welche eine ziemlich unregelmäßige Begrenzung zeigen. Wenn man eines von diesen in Sicht nimmt und es längere Zeit betrachtet, so ergibt es sich bald, daß die Form desselben sich allmählich ändert. So sah ich, zum Beispiele, ein Körperchen aus der platt elliptischen Form in ein plattes Dreieck, und von diesem in die kugelige Form übergehen; dann sah ich ein kartenherzförmiges Körperchen erst seine Einschnürung verlieren, dann die Spitze allmählich breiter und länger werden, so daß man glauben konnte, es hänge dem Körperchen ein Klumpen von Fettkügelchen ganz lose an, dann aber sah ich den Fortsatz wieder einziehen und das ganze Körperchen zu einem scharf contourirten kugeligen Gebilde umgestalten. Der Übergang aus einer Form in die andere nimmt mehrere Minuten in Anspruch, so daß man die Bewegung, im Vergleiche mit der eines farblosen Blutkörperchens als sehr träge bezeichnen muß.

Bekanntlich findet man in der Milch der Wöchnerinnen außer den scharf begrenzten Colostrumkörpern noch anscheinend ganz lose zusammenhängende und sehr unregelmäßig begrenzte Haufen von Fettkügelchen. Ich habe solche Haufen zu wiederholten Malen und immer längere Zeit beobachtet, ohne eine Veränderung derselben wahrzunehmen. Einmal indessen, als ich einem jüngeren Collegen demonstriren wollte, daß ein solcher Haufen unverändert bleibe, sammelte sich derselbe in einer Zeit von 10 Minuten zu einem scharf begrenzten Colostrumkörper. Bei einer Anzahl von Beobachtungen sah ich ferner während der Formveränderungen von Colostrumkörperchen Fettkügelchen aus der Mitte allmählich der Oberfläche näher rücken, dann über die Oberfläche heraustreten und endlich das Körperchen verlassen.

Nach diesen Erfahrungen ist uns der Schluß gestattet, daß das Colostrumkörperchen einen Zellenleib hat, welcher an der Oberfläche nicht erhärtet ist. Die Kräfte, welche an diesem Zellenleibe als Bewegung zur Erscheinung kommen, dürften nach dem, was wir über die Leistungen contractiler Gebilde wissen, als nicht geringe angenommen werden, wenn wir bedenken, welcher relativ große Widerstand, wegen der Anwesenheit des Fettes bei jeder Formveränderung überwunden werden muß.

Wir dürfen also aus den vorherrschend sichtbaren Fettkügelchen und aus der Trägheit der Bewegungen nicht schließen, daß der Zellenleib des Colostrumkörpers seinen Lebenseigenschaften nach auf einer niedrigeren Stufe stehe als etwa der Zellenleib eines farblosen Blutkörperchens. Wir können also auch aus dem, was die directe Beobachtung eines lebenden Colostrumkörpers lehrt, keinen Anhaltspunkt für die Annahme finden, daß es einem Zerfalle entgegengehe. Wenn abgestorbene Körperchen auf dem Objectträger zerfallen, so sind wir deßwegen noch nicht berechtigt daraus einen Schluß zu ziehen auf Vorgänge im Leben. Es ist schon an einem anderen Orte [1]) hervorgehoben worden, daß Embryonalzellen auf dem Objectträger sehr leicht zerfallen, und doch wissen wir daß ein solcher Vorgang im lebenden Embryo nicht stattfindet. Die Annahme, daß Zellen in der Brustdrüse zerfallen, konnte nur so lange geduldet werden, als man keinen anderen Erklärungsgrund hatte für das Freiwerden der Milchkügelchen. Da wir nun wissen, daß ein Colostrumkörper ein Milchkügelchen ausstoßen kann, fällt die Nothwendigkeit fort einen Zerfall anzunehmen, den man im Leben niemals beobachtet hat.

Wenn die Milchkügelchen wirklich durch einen Zerfall von Zellen frei würden, dann müßten wir daran zweifeln, daß die Brustdrüse eine Drüse sei. Denn die Drüsenzellen secerniren auf Anregung von den Nerven aus, was unter der erwähnten Annahme wenigstens für einen großen Theil der Zellen der Brustdrüse nicht anwendbar wäre.

Wenn die Milchkügelchen ferner nur durch einen Zerfall von Zellen frei würden, dann müßten wir uns mehr oder weniger vollständig denjenigen Pathologen anschließen, welche sagen, daß die Zelle in der Fettmetamorphose untergehe. Der Untergang einer Zelle

[1]) Leidesdorf und Stricker, Sitzungsb. LII.

ist aber wieder kein Vorgang welcher in das Schema der Functionen einer Drüsenzelle paßt, und mithin wäre die Erzeugung von Fett in der Brustdrüse durchaus nicht als eine Secretion aufzufassen. Es gehört aber keine reiche ärztliche Erfahrung dazu um zu wissen, daß die Milch in ganz eminenter Weise unter dem Einflusse von Nerven erzeugt wird. Jede nachhaltige gemüthliche Aufregung ist bekanntlich für die Menge der abgeschiedenen Milch gar nicht gleichgültig, und das Verhalten der Säuglinge läßt wohl daran denken, daß darunter auch die chemische Zusammensetzung leidet. Wenn uns also unsere gegenwärtigen Erfahrungen über die Colostrumkörper nicht zu Gebote stünden, müßten wir Anstand nehmen, uns die Fabel von dem Zerplatzen oder Zerfallen von Fettkörnchenzellen, und von dem Zerreißen von Hüllen, welche niemand gesehen hat, ruhig aufbürden zu lassen.

Nachdem wir aber wissen, daß ein lebendes Colostrumkörperchen ein Fettkügelchen ausstoßen kann, und nachdem nicht daran gezweifelt wird, daß die Colostrumkörper entweder abgestoßene Enchymzellen der Drüse, oder Theilproducte solcher Zellen sind, haben wir gewiß keine Ursache neben einem erwiesenen durchaus verständlichen physiologischen Processe, einen unerwiesenen und wie man wohl sagen darf unphysiologischen Vorgang anzunehmen.

Ein verständlicher und unserem jetzigen Wissen über die Natur der Drüsen entsprechender Proceß ist es aber, wenn die Enchymzellen der Milchdrüse die Producte, welche sie erzeugen, ausstoßen, ohne dabei ihr Leben einzubüßen. Es mag uns dabei leicht fallen anzunehmen, daß diese Enchymzellen neben dem Fette auch die übrigen Verbindungen der Milch secerniren, nur daß wir die gelösten Bestandtheile nicht sehen, während das ungelöste Fett vorherrschend sichtbbar ist.

Eine aufmerksame Untersuchung der Milch von Wöchnerinnen, welche sich am ersten bis dritten Tage nach der Entbindung befanden, lehrte mich, daß außer den Colostrumkörpern und den Milchkügelchen noch andere Elemente sichtbar sind. Es sind dies kleine, äußerst zart contourirte, farblose Körperchen, welche manchesmal eine Andeutung von einem Kerne zeigen, manchesmal fein granulirt sind, und manchesmal endlich vollständig homogen erscheinen. Die

Masse eines solchen Körperchens dürfte durchschnittlich der eines rothen menschlichen Blutkörperchens gleichkommen. Bei einer Temperatur von 40° C. zeigen nun diese Körperchen eine relativ sehr lebhafte Form- und Ortsveränderung.

Es ist den Fachleuten hinlänglich bekannt, daß man zur Beobachtung von Formveränderungen eines ruhigen Objectes bedarf. Ich wählte daher am liebsten die Milch von einer Drüse, an welcher der Säugling längere Zeit getrunken hatte, weil ich dann weniger fettreiche Tropfen bekam, dessen Elemente unter dem Deckglase leichter zur Ruhe gelangten. Ich stellte ferner meine Untersuchungen im Gebärhause an, weil ich die letzterwähnten Körperchen nicht bei jeder Wöchnerin fand, und es daher wünschenswerth war über ein größeres Materiale zu verfügen.

Bei zweien von zehn Wöchnerinnen waren die Körperchen sehr zahlreich, bei zweien fand ich gar keine, und bei den übrigen sechs nur spärlich.

Wenn wir einmal wissen, daß die Colostrumkörper Fettkügelchen ausstoßen können, dann kommt jedenfalls die Frage in Betracht, ob wir in den homogenen aber sicherlich organisirten Körperchen nicht den Zellenleib von Colostrumkörpern vor uns haben, welch ihre Secretionsproducte und vielleicht auch den Kern mit ausgestoßen haben.

Möglich ist diese Frage durch weitere Beobachtungen direct zu beantworten, und es läßt sich erwarten, daß wir durch ihre Lösung einen interessanten Beitrag für die Erkenntniß der Sectionszellen erlangen.

V. SITZUNG VOM 8. FEBRUAR 1866.

Herr Regierungsrath Ritter v. Ettingshausen im Vorsitze.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Pflanzenphänologische Untersuchungen" von dem c. M. Herrn Vice-Director K. Fritsch;

„Erfolge der Bestrebungen, den Elektromagnetismus als Triebkraft nutzbar zu machen" von Herrn J. P. Wagner zu Frankfurt a/M.;

„Beweis, daß es eine unendlich große Classe ausführbarer gleichförmig beschleunigter Bewegungen gibt, für welche das vermeintlich allgemeine Gesetz $S = \frac{1}{2} G T^2$ keine Geltung hat", von Herrn Lambert v. West.

Ferner liest der Secretär ein an ihn gerichtetes Schreiben des Herrn Lewis M. Rutherfurd aus New-York bezüglich der in einer früheren Sitzung vorgelegten Photographien des Mondes und des Sonnenspectrums.

Herr Prof. Dr. Aug. Em. Reuss überreicht eine für die Denkschriften bestimmte Abhandlung: „Die Bryozoen, Anthozoen und Spongiarien des braunen Jura von Balin bei Krakau".

Herr Ludw. Boltzmann legt eine Abhandlung: „Über die mechanische Bedeutung des zweiten Hauptsatzes der Wärmetheorie" vor.

Herr Bergrath Karl Ritt. v. Hauer übergibt eine Abhandlung: „Über das Verhältniß, in welchem sich isomorphe Salze in Lösungen ersetzen".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Apotheker-Verein, Allgem. österr.: Zeitschrift. 4. Jahrg. Nr. 3. Wien, 1866; 8°.

Archief, Nederlandsch, voor Genees-en Natuurkunde. I. Deel, 4e Aflev.; II. Deel. 1e Aflev. Utrecht, 1865; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1570. Altona, 1866; 4°.

Basel, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus d. J. 1865. 4⁰.

Bibliothèque Universelle de Genève: Archives des sciences physiques et naturelles. N. P. Tome XXIV[e], Nr. 93—95. Genève, Lausanne & Neuchatel, 1865; 8⁰.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXII. Nr. 4. Paris, 1866; 4⁰.

Cosmos. 2[e] Serie. XV[e] Année, 3[e] Volume, 5[e] Livraison. Paris, 1866; 8⁰.

Gesellschaft, Deutsche geologische: Zeitschrift. XVII. Band, 2. Heft. Berlin, 1865; 8⁰.

— Physikalisch-medicinische: Würzburger medicinische Zeitschrift. VI. Band, 6. Heft. Würzburg, 1865; 8⁰. — Würzburger naturwissenschaftliche Zeitschrift. VI. Band, 1. Heft. Würzburg, 1865; 8⁰.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXVII. Jahrg. Nr. 6 Wien, 1866; 8⁰.

Giessen, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus den Jahren 1863—1865. 8⁰, 4⁰ & Folio.

Grunert, Joh. Aug., Archiv der Mathematik und Physik. XLIV. Theil, 2. & 3. Heft. Greifswald, 1865; 8⁰.

Istituto tecnico di Ancona: Bullettino meteorologico dell' Osservatorio. No. 11. Novembre, 1865. Fol.

Jahresbericht über die Fortschritte der Chemie etc. von H. Will. Für 1864. II. Heft. Giessen, 1865; 8⁰.

Land- und forstwirthsch. Zeitung. XVI. Jahrg. Nr. 4. Wien, 1866; 4⁰.

Observations météorologiques faites à Nijne-Taguilsk. Année 1863. Paris, 1864; gr. 8⁰.

Radcliffe Observatory: Astronomical and Meteorological Observations made in the Year 1862. Vol. XXII. Oxford, 1865; 8⁰.

Reader. Nr. 162, Vol. VII. London, 1866; Folio.

Reichenbach, K. Frh. von. Über Sensitivität und Od. XV. 8⁰.

Reichsforstverein, österr.: Monatsschrift für Forstwesen. XV. Band. Jahrg. 1865. December-Heft. Wien, 1865; 8⁰.

Société des Sciences naturelles du Grand-Duché de Luxembourg. Tome VIII[e], Année 1865. Luxembourg; 8⁰.

- géologique de France: Bulletin. 2[e] Série. Tome XXII[e], Feuilles 17—26. Paris, 1864 à 1865; 8⁰.

Stur, Dionys, Vorkommen obersilurischer Petrefacte am Erzberg und in dessen Umgebung bei Eisenerz in Steiermark. (Jahrbuch der k. k. geolog. Reichsanstalt. XV. Bd.) Wien, 1865; gr. 8°.

Thomson, C. G, Skandinaviens Coleoptera. Tom. VII, Häftet 1 & 2. Lund, 1865; 8°.

Verein für Landeskunde von Nieder-Österreich: Blätter für Landeskunde von Nieder-Österreich. I. Jahrgang. Nr. 7—18. Wien, 1865; 8°.

Wiener medizin. Wochenschrift. XVI. Jahrgang. Nr. 10—11. Wien, 1866; 4°.

Wochen-Blatt der k. k. steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. XV. Jahrg. Nr. 6. Graz, 1866; 4°.

Zürich, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften von Ostern 1864 bis Michaelis 1865. 8° 4°.

Aus einem Schreiben des Herrn Lewis M. Rutherfurd an Prof. Schrötter [1]

New-York den 20. November 1865.

. . . .

Um die Photographie des Mondes zu erhalten, wurde bei meinen ersten Versuchen die Collodium-Platte in den Focus des Objectives [2] gestellt und dann mittelst Vergrößerungs-Linsen von verschiedenen Constructionen, die jedoch in der Regel die Form einer achromatischen Convex-Concav-Linse hatten, vergrößert.

Ich griff zu diesem Vergrößerungsmittel in der Hoffnung, daß die körnige Beschaffenheit des Originals bei dem vergrößerten Bilde verhältnißmäßig weniger störend sein werde.

Der Vortheil, den dieses Verfahren gewährte, war jedoch nicht so groß, daß dadurch die Nachtheile einer langen Expositionszeit, welche wegen Vergrößerung des Bildes nöthig wurde, aufgewogen worden wären.

Ich habe daher den einfachen Weg eingeschlagen, das Bild des Mondes im Focus des Objectivs meines Teleskops aufzunehmen, wo es einen Durchmesser von nahe 1·5 Zoll hat.

---

[1] Das folgende Schreiben ist die Antwort, welche Herr Rutherfurd auf mehrere Fragen, die ich hinsichtlich der Anfertigung seiner in der Sitzung vom 13. Juli 1865 vorgelegten Photographien des Mondes und des Sonnenspectrums an ihn gerichtet hatte, zu ertheilen so gefällig war.

[2] Es bezieht sich dies auf das von Herrn Rutherfurd verfertigte, für die chemisch wirksamen Strahlen corrigirte Objectiv von $11\frac{1}{4}$ Zoll Durchmesser, von dem in Nr. XVIII des „Anzeigers" für 1865, 2. Jahrg., bereits die Rede war. Es ist jedoch hier zu berichtigen, daß es nicht, wie dort angegeben, heißen soll „die Focaldistanz sei um $\frac{1}{10}$ Zoll kürzer zu machen" etc., sondern, „die Focaldistanz der Combination einer Crownglaslinse von gegebener Focallänge ist um $\frac{1}{10}$ kürzer, wenn dieselbe für die Photographie corrigirt ist, als wenn sie zum Sehen dienen soll."
Schrötter.

Von diesem Negativ wurde auf dem gewöhnlichen Wege mittelst einer Camera ein Positiv von ungefähr derselben Größe auf Glas erhalten. Dieses Positiv diente nun dazu, ein vergrößertes Negativ entweder mit einer Kugel-Linse von Harrison oder mit einer Landschafts-Linse von Fitz von 3 Zoll Focal-Distanz zu erhalten, indem das Sonnenlicht mittelst eines Heliostaten durch einen dreifachen achromatischen Condensator, welchen ich für diesen Zweck construirte, geleitet wurde. Mittelst dieses Apparates kann ein großes Negativ bei einer Expositionszeit von einer Secunde erhalten werden.

Ich bin oft gefragt worden, wie ich mit einem für das Auge völlig unbrauchbaren Objectiv im Stande war, die richtige Focal-Distanz zu finden? Dies geschah einfach durch Versuche, indem ich durch Aufnahme mehrerer Bilder den Platz ermittelte, an welchem dieselben am Besten ausfielen, und dann immer genau an diesen die Platte stellte.

Ich gelangte auf diesem Wege zu einer weit schärferen Einstellung, als dies durch das Auge möglich wäre. Dieses Organ ist nämlich von der Natur mit einem großen Accommodations-Vermögen für die verschiedensten Umstände der Beleuchtung und für verschiedene Focal-Distanzen ausgerüstet, so daß mit einem großen, gut corrigirten Teleskop nicht zwei Personen sich bestimmt über denselben Focus entscheiden würden.

Die Photographie läßt keine solche Accomodation zu, verlangt aber eine absolute Einstellung des Focus um die besten Resultate zu geben. Ich habe durch viele Versuche gefunden, daß in einer hellen Nacht bei meinem photographischen Refractor eine Verstellung von $^1/_{100}$ Zoll von dem wahren Focus, am Bilde schon bemerkt wurde, während eine Verstellung von $^3/_{100}$ Zoll die Schärfe des Bildes gänzlich beeinträchtigte.

Mit einem gewöhnlichen Objectiv von den nämlichen Dimensionen, 11$^1/_4$ Zoll Öffnung und 14 Fuß Focal-Länge, welches hinsichtlich seiner Schärfe mindestens eben so gut, wenn nicht besser ist als das photographische, ist man bei genauester Einstellung und starker Vergrößerung kaum im Stande eine Änderung in der Focal-Distanz um eine so kleine Größe wie $^1/_{100}$ Zoll wahrzunehmen. Der einzige Übelstand bei dieser Art der Einstellung ist der, daß es nöthig ist, sie von Zeit zu Zeit zu wiederholen, um den Wirkungen der Verlängerung oder Zusammenziehung des Teleskoprohres, welche durch

den Feuchtigkeitszustand der Luft im Observatorium verursacht wird, zu entgehen. Ich fand, daß mein Rohr im Winter nahezu um $^1/_{10}$ Zoll länger ist als im Sommer, was zeigt, daß der hygrometrische Zustand der Atmosphäre einen weit größeren Einfluß als die Temperatur auf das Holz übt, aus welchem mein Fernrohr verfertigt ist, nämlich Fichtenholz belegt mit Mahagony.

In Bezug auf die Photographien des Sonnenspectrums bemerke ich, daß sie mit dem Spectroskop aufgenommen wurden, das ich im Am. Jour. of science and arts, Bd. XXXIX. März 1865 beschrieben habe.

Es ist mit einem Teleskop von gewöhnlicher Construction versehen, und hat 2 Prismen von 60° mit Schwefelkohlenstoff gefüllt. Nur die Negativs der äußersten ultra-violetten Strahlen wurden mit einem Glasprisma von 60° und zwei von 45° erhalten.

Die Original-Negativs hatten ungefähr die halbe Größe der Abdrücke und wurden auf die gewöhnliche Weise mit der Camera vergrößert. Zur Focal-Adjustirung diente eine polirte Glasplatte, die sich an der Stelle des gewöhnlichen matten Glases befand, und auf der feine Diamantmarken eingravirt waren, welche als Objecte dienten, um darauf ein Ocular einzustellen, das an dem Kasten der Camera befestigt war. Auf diese Weise vermied ich die Undeutlichkeit und den Lichtverlust, den ein mattes Glas verursacht[1]). Diesen Weg habe ich immer eingeschlagen, wenn ich scharfe Bilder in einer Camera erhalten wollte.

Meine Photographien reichen von nahe der G-Linie bis zur H-Linie und umfassen das ganze Spectrum, welches genügende chemische Strahlen enthält, um die Collodium-Platte bei der gegebenen Disposition und Ausdehnung des Bildes, für die ich mich entschieden hatte, zu afficiren.

Mit einem einzigen Prisma, einer weiteren Spalte und einer geringeren Vergrößerung hätte ein umfassenderes Spectrum erhalten werden können, aber nur mit Aufopferung mehrerer noch wichtigerer Eigenschaften desselben. Ich habe mich aber überzeugt, daß Roth, Orang, Gelb und ein Theil vom Grün keine Wirkung auf das Collodium ausüben, dessen ich mich bediente; ich erhielt von

---

[1]) Wenn das Bild und die feinen Linien zugleich durch das Ocular scharf gesehen werden, ist die Platte richtig eingestellt. Schrötter.

diesem Theile des Spectrums selbst bei der weitesten Spalte und der längsten Expositionszeit kein Bild. Hiebei ist jedoch zu bemerken, daß ich mich des gewöhnlich im Handel vorkommenden Collodiums bediente, welches mit einem Gemenge von Jodiden und Bromiden empfindlich gemacht ist.

. . . .

Lewis M. Rutherfurd.

Den 20. November 1865.

Über die mechanische Bedeutung des zweiten Hauptsatzes der Wärmetheorie.

Von **Ludwig Boltzmann.**

Bereits längst ist die Identität des ersten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie mit dem Princip der lebendigen Kräfte bekannt; dagegen nimmt der zweite Hauptsatz eine eigenthümliche exceptionelle Stellung ein und wird sein Beweis auf hie und da nicht einmal sichern, keinesfalls aber klar vor Augen liegenden Umwegen geführt.

Es soll nun der Zweck dieser Abhandlung sein, einen rein analytischen, vollkommen allgemeinen Beweis des zweiten Hauptsatzes der Wärmetheorie zu liefern, so wie den ihm entsprechenden Satz der Mechanik aufzufinden.

I. Bestimmung des Begriffes der Temperatur.

Zunächst ist uns hiezu die Bestimmung eines Hauptbegriffes der gesammten Wärmelehre nöthig, der bis jetzt noch nicht mit Schärfe und Einstimmigkeit definirt wurde, nämlich des Begriffes der Temperatur. Wir werden hiebei offenbar am meisten im Geiste der mechanischen Theorie der Wärme verfahren, wenn wir zuerst die experimentelle Definition der Temperatur aufstellen und dann untersuchen, welche Function der die Molecülarbewegung bestimmenden Größen derartige Eigenschaften besitzt, um als Repräsentant dessen gelten zu können, was sich uns in der Natur als Temperatur kundgibt. Es ist aber das erste und nothwendigste Bestimmungsstück der Temperatur, daß beliebige Körper von gleicher Temperatur, mit einander in Berührung gebracht, sich keine Wärme, also keine lebendige Kraft der Atombewegungen mittheilen und wir haben die Bedingungen aufzusuchen, die zu diesem Gleichgewicht der Wärme erforderlich sind. Zu diesem Zwecke betrachten wir zwei beliebige sich berührende Körper, die aus Atomen bestehen sollen, zwischen denen

Kräfte thätig sind, deren Intensität ganz allgemein eine Function der Entfernung zweier Atome sei. Außerdem soll die Berührung so geschehen, daß sie weder mit einer Verdichtung noch Verdünnung des einen oder anderen Körpers verbunden ist, indem solche jedesmal Temperaturänderungen erzeugen und dadurch das Gleichgewicht der Wärme stören würde, mit anderen Worten, es soll der Druck nach allen Richtungen gleich sein. Unterziehen wir nun speciell die Wechselwirkung eines Atoms des ersten Körpers mit der Masse m und der Geschwindigkeit c, so wie eines Atoms des zweiten Körpers mit der Masse M und der Geschwindigkeit C der Betrachtung. Wir setzen voraus, daß die Geschwindigkeiten der übrigen Atome bereits so gewählt seien, daß sie von den Atomen m und M durchschnittlich weder lebendige Kraft aufnehmen, noch an sie abgeben, so wie auch daß sie die Projection der progressiven Bewegung des gemeinsamen Schwerpunktes beider Atome auf eine beliebige Richtung im Durchschnitt nicht ändern, was in der That stattfinden muß, wenn eine Stabilität des Zustandes beider Körper in unserem Sinne vorhanden sein soll. (Für den Fall, daß beide Körper ruhen, ist die mittlere Bewegung des Schwerpunktes $=0$; es ist jedoch nicht nöthig, diese Beschränkung einzuführen.) Suchen wir nun die Bedingung dafür, daß das Atom m auch von M im Durchschnitt keine lebendige Kraft erhält; daß also auch zwischen ihnen Gleichgewicht der Wärme stattfindet. Es folgt aus unseren Annahmen, daß nach einer gewissen Zeit, deren Anfang und Ende mit t_1 und t_2 bezeichnet werden soll, die Summe der lebendigen Kräfte beider Atome, so wie die Bewegung des gemeinsamen Schwerpunktes nach einer beliebigen Richtung wieder dieselben Werthe annehmen werden; daß also, wenn wir mit v und V die Geschwindigkeiten nach dieser Zeit, mit φ und Φ die Winkel der Geschwindigkeiten c und C mit einer vorläufig noch willkürlich im Raume gelegenen Geraden G, mit ϑ und Θ die Winkel der durch die Richtungen von c und C und die Gerade G gelegten Ebenen mit einer ebenfalls willkürlich durch G gelegten Ebene, endlich mit φ', Φ', ϑ' und Θ' die entsprechenden auf den Zustand nach der Zeit t_2-t_1 bezüglichen Winkel bezeichnen, folgende Gleichungen gelten:

$$\frac{mv^2}{2}+\frac{MV^2}{2}=\frac{mc^2}{2}+\frac{MC^2}{2} \tag{1^a}$$

$$mv\cos\varphi'+MV\cos\Phi'=mc\cos\varphi+MC\cos\Phi \tag{1^b}$$

$$\left.\begin{array}{l} mv \sin\varphi' \cos\vartheta' + MV \sin\Phi' \cos\Theta' = mc \sin\varphi \cos\vartheta + MC \sin\Phi \cos\Theta \\ mv \sin\varphi' \sin\vartheta' + MV \sin\Phi' \sin\Theta' = mc \sin\varphi \sin\vartheta + MC \sin\Phi \sin\Theta \end{array}\right\} \quad (2)$$

Wir wollen nun die Lage der Geraden G so wählen, daß

$$\left.\begin{array}{l} mv \sin\varphi' \cos\vartheta' = mc \sin\varphi \cos\vartheta \\ \text{und} \\ mv \sin\varphi' \sin\vartheta' = mc \sin\varphi \sin\vartheta \end{array}\right\} . \quad (3)$$

wird; wir haben alsdann wegen der Gleichungen (2) auch

$$\left.\begin{array}{l} MV \sin\Phi' \cos\Theta' = MC \sin\Phi \cos\Theta \\ MV \sin\Phi' \sin\Theta' = MC \sin\Phi \sin\Theta \end{array}\right\} . \quad (4)$$

Diese Bedingung wird erfüllt, indem wir uns alle Kräfte, die auf m gewirkt haben, mit den Zeitdifferentialen, während welcher sie wirkten, multiplicirt, an einem beliebigen Punkt des Raumes angebracht denken, und die Richtung der Resultirenden aller dieser Kräfte als Richtung der Geraden G annehmen. Wenn daher X, Y und Z die in einem Augenblick auf m in den Richtungen der Coordinatenaxen wirksamen Kräfte sind, so ist G die Resultante der ebenfalls nach den Coordinatenaxen wirkend gedachten drei Kräfte:

$$\int_{t_1}^{t_2} X dt, \quad \int_{t_1}^{t_2} Y dt, \quad \int_{t_1}^{t_2} Z dt.$$

Alsdann folgt, wenn man die Gleichungen (3) quadrirt und addirt und schließlich durch $2m$ dividirt

$$\frac{mv^2}{2} \sin^2\varphi' = \frac{mc^2}{2} \sin^2\varphi; \quad (5)$$

eben so geben die Gleichungen (4):

$$\frac{MV^2}{2} \sin^2\Phi' = \frac{MC^2}{2} \sin^2\Phi. \quad (6)$$

Mit Berücksichtigung der neuen Gleichungen (5) und (6) verwandelt sich (1^a) in:

$$\frac{mv^2 \cos^2\varphi'}{2} + \frac{MV^2 \cos^2\Phi'}{2} = \frac{mc^2 \cos^2\varphi}{2} + \frac{MC^2 \cos^2\Phi}{2}; \quad (7)$$

und kann die dem Atom m zugeführte lebendige Kraft

$$l = \frac{mv^2}{2} - \frac{mc^2}{2}$$

auch ausgedrückt werden durch

$$l = \frac{mv^2 \cos^2\varphi'}{2} - \frac{mc^2 \cos^2\varphi}{2}. \tag{8}$$

Eliminirt man nun aus den Gleichungen (7) und (1^b) einmal V, dann v, so erhält man für v und V folgende aus der Theorie des Stoßes bekannte Systeme von Bestimmungsgleichungen:

$$v \cos\varphi' = c \cos\varphi$$
$$V \cos\Phi' = C \cos\Phi$$

und

$$v \cos\varphi' = \frac{2MC \cos\Phi + (m-M) c \cos\varphi}{m+M}$$

$$V \cos\Phi' = \frac{2mc \cos\varphi + (M-m) C \cos\Phi}{m+M}.$$

Das erste System gibt die Werthe vor der Zeit $t_2 - t_1$ und würde, falls es auch nach dieser Zeit gültig wäre, doch $l = 0$ liefern, daher das Wärmegleichgewicht nicht stören; der Werth von v des zweiten Systems jedoch in Gleichung (8) substituirt, gibt:

$$l = \frac{2mM}{(m+M)^2}\left[MC^2 \cos^2\Phi - mc^2 \cos^2\varphi + (m-M)cC \cos\varphi \cos\Phi\right]. \tag{9}$$

Nachdem m und M die Geschwindigkeiten v und V erhalten haben, wird der eben beschriebene Proceß von neuem beginnen, wobei nun v und V die Rolle von c und C übernehmen und so fort bis ins Unendliche. Es fragt sich, wann die an m mitgetheilte lebendige Kraft im Mittel $= 0$ sein wird. Zuerst besprechen wir die Winkel φ und Φ; offenbar besteht bei der Mannigfaltigkeit der auf m wirkenden Kräfte und der Willkürlichkeit der Bewegungsrichtung der Atome (denn von regelmäßigen Bewegungen ist hier nicht die Rede, da sich selbe nach andern von ihrer Natur abhängigen Gesetzen fortpflanzen würden) keine diese Winkel bestimmende Relation; es wird daher wohl die einzig sachgemäße Annahme sein, daß für die

Geschwindigkeiten c und C jede beliebige Richtung im Raume bei einer gewissen Richtung von G gleich wahrscheinlich ist. Eine einfache Betrachtung lehrt, daß man alsdann das Mittel l' der mitgetheilten lebendigen Kraft bezüglich aller möglichen Richtungen findet, indem man den in Gleichung (9) gegebenen Werth von l mit $\frac{\sin\varphi d\varphi}{2}$ multiplicirt und bezüglich φ von 0 bis π integrirt; dasselbe gilt von Φ. Führt man die Integrationen wirklich aus, so erhält man:

$$l' = \frac{4mM}{3(m+M)^2}\left(\frac{MC^2}{2} - \frac{mc^2}{2}\right).$$

Ferner werden die Zeitmomente, in denen der erste der besprochenen Processe aufhört und der zweite beginnt, oder der zweite aufhört und der dritte beginnt u. s. f. für jede Größe von

$$\frac{mc^2}{2} + \frac{MC^2}{2},$$

so wie jede Geschwindigkeit und Geschwindigkeitsrichtung des beiden Atomen gemeinsamen Schwerpunktes, durch die man immer den Beginn der Processe charakterisiren mag, im Allgemeinen derart im ganzen Verlauf der Zeit vertheilt sein, dass eine Geschwindigkeit um so öfter von einem solchen Moment getroffen wird, je häufiger sie vorkommt und durch je längere Zeit sie andauert, oder umgekehrt: die verschiedenen Geschwindigkeiten entstehen eben dadurch, daß dem Atom unregelmäßig bald lebendige Kraft mitgetheilt, bald wieder entzogen wird und das Verhältniß der Zeit, während welcher eine gewisse Geschwindigkeit stattfindet, zur ganzen Zeit wird daher um so größer sein, nach je mehr Processen diese Geschwindigkeit wiederkehrt. Indem wir daher mit diesem Verhältniß den jeder Geschwindigkeit entsprechenden Werth l' multipliciren und bezüglich aller Geschwindigkeiten integriren, erhalten wir den Mittelwerth von l' mit Rücksicht auf den Wechsel der Geschwindigkeiten; bezeichnen wir ihn mit L, so ist

$$L = \frac{4mM}{3(m+M)^2}\left(\frac{\int\frac{MC^2}{2}dt}{\int dt} - \frac{\int\frac{mc^2}{2}dt}{\int dt}\right), \qquad (10)$$

wobei blos jene Geschwindigkeiten mitzuzählen sind, für die

$$\frac{mc^2}{2} + \frac{MC^2}{2},$$

so wie die Geschwindigkeit des gemeinsamen Schwerpunktes bestimmte, oder, wenn man will, zwischen zwei unendlich nahen Grenzen liegende Werthe besitzen. Da es jedoch gleichgiltig ist, welchen Werth ich hiezu auswähle, so muß L für jeden beliebigen verschwinden, wenn Gleichheit der Temperatur stattfinden soll; es muß daher auch unabhängig von $\frac{mc^2}{2}+\frac{MC^2}{2}$ und der Bewegung des Schwerpunktes:

$$\frac{\int \frac{MC^2}{2}\,dt}{\int dt}=\frac{\int \frac{mc^2}{2}\,dt}{\int dt}$$

sein, wo die Integrale rechts und links nicht nothwendig zwischen denselben, wohl aber zwischen solchen Grenzen genommen werden müssen, daß man unabhängig von jeder Zufälligkeit die mittleren lebendigen Kräfte erhält. Es ist somit die Temperatur eine Function der mittleren lebendigen Kraft eines Atoms. Wir können nun diese Function so bestimmen, daß

1. zu gleichen Temperaturerhöhungen desselben Körpers um so genauer gleiche Wärmemengen erforderlich sind, je mehr es erlaubt ist von der durch die Wärme dabei geleisteten Arbeit abzusehen; es ist unmittelbar klar, daß alsdann die Temperatur

$$T=A\frac{\int \frac{mc^2}{2}\,dt}{\int dt}+B \tag{11}$$

gesetzt werden muß.

2. daß die übergehende Wärmemenge der Temperaturdifferenz proportional ist. Die Formel (10) scheint dafür zu sprechen, daß T alsdann ebenfalls die Form (11) bekäme; um sie jedoch strenge beweisend zu machen, müssten noch complicirte Untersuchungen angestellt werden, die wir aber, da die angeführte Thatsache nicht einmal experimentell allgemein nachgewiesen ist, ja Clausius sogar für Gase ein anderes Gesetz der Wärmeleitung fand, hier unterlassen wollen; jedenfalls liefert jedoch die Gleichung (10), falls man den in (11) gegebenen Werth für T gelten läßt, den Beweis, daß durch Leitung die Wärme immer vom wärmeren zum kälteren Körper übergeht.

3. daß bei absoluten Gasen die Ausdehnung oder besser das Product aus Druck und Volum der (absoluten) Temperatur propor-

tional ist. Da dieses Product bekanntlich der mittleren lebendigen Kraft der fortschreitenden Bewegung der Molecüle proportional ist, so würde auch hieraus die Form (11) mit $B = 0$ für die absolute Temperatur folgen, wenn nachgewiesen wäre, daß die mittlere lebendige Kraft der progressiven Bewegung der Molecüle der mittleren lebendigen Kraft der Atome proportional sein muß.

Dies soll im folgenden versucht werden.

II. Relation zwischen der mittleren lebendigen Kraft der fortschreitenden Bewegung der Molecüle und der mittleren lebendigen Kraft der Atome.

Wir wollen, um diese Relation aufzufinden, ganz denselben Weg, wie bei der vorigen Deduction einschlagen, indem wir die unregelmäßige Mittheilung lebendiger Kraft auf elastische Stöße zurückzuführen suchen. Es bestehe das Gasmolecül aus mehreren Atomen mit den Massen m, m_1, m_2.. und den Geschwindigkeiten c, c_1, c_2.. Wir betrachten, wie früher, die Einwirkung des Atoms m auf irgend ein fremdes M, sei es von den übrigen Gasmolecülen, sei es von den das Gas umschließenden festen oder flüssigen Körpern. Das betrachtete Molecül sei anfangs außerhalb der Wirkungssphäre von M, gelange mit dem M enthaltenden Molecül zum Zusammenstoß und entferne sich schließlich wieder aus dessen Wirkungssphäre. Wir wollen nun so lange abwarten, bis (vielleicht nach verschiedenen anderen Zusammenstößen) m_1, m_2.. ganz dieselben Geschwindigkeiten und Geschwindigkeitsrichtungen wie anfangs erhalten, während für m und M folgende Gleichungen gelten, deren Bedeutung aus dem Früheren bekannt ist:

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{MV^2}{2} = \frac{mc^2}{2} + \frac{MC^2}{2}$$

$$mv \cos \varphi' + MV \cos \Phi' = mc \cos \varphi + MC \cos \Phi$$

$$mv \cos \chi' + MV \cos \mathrm{X}' = mc \cos \chi + MC \cos \mathrm{X}$$

$$mv \cos \psi' + MV \cos \Psi' = mc \cos \psi + MC \cos \Psi,$$

wo wiederum v und V die Geschwindigkeiten am Ende der betrachteten Zeit, φ, Φ, φ' und Φ' die Winkel der Geschwindigkeiten c, C, v und V mit der ganz wie vorhin bezüglich m und M gewählten Geraden

G; χ, X, χ' und X', so wie ψ, Ψ, ψ' und Ψ aber die Winkel derselben Geschwindigkeiten mit zwei, sowohl unter einander als auch auf G senkrechten Geraden sind. Die entsprechenden auf m_1, m_2 .. bezüglichen Größen werden wir mit dem respectiven Index 1, 2.. bezeichnen. Man erhält wie früher die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} v\cos\varphi' &= \frac{2MC\cos\Phi+(m-M)c\cos\varphi}{m+M} \\ v\cos\chi' &= c\cos\chi \\ v\cos\psi' &= c\cos\psi \end{aligned}\right\}. \qquad (1$$

Es handelt sich nun um den Zuwachs λ, den die lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung des Schwerpunktes des Moleculs nach der betrachteten Zeit erfährt. Zunächst ist, wenn ξ, η, ζ und ξ', η', ζ' die Projectionen der Geschwindigkeiten des Schwerpunktes vor und nach der betrachteten Zeit auf die Richtung G, so wie auf beide darauf senkrechten Richtungen bezeichnen:

$$\lambda = \frac{m+m_1+m_2\,..}{2}(\xi'^2+\eta'^2+\zeta'^2-\xi^2-\eta^2-\zeta^2). \qquad (1$$

Ferner ergibt sich, wenn man mit $\Sigma\alpha_k$ eine Summe bezeichnet, in der dem α der Reihe nach die Indices 1, 2.. zu geben sind:

$$\xi = \frac{mc\cos\varphi+\Sigma m_k c_k\cos\varphi_k}{m+\Sigma m_k},$$

$$\eta = \frac{mc\cos\chi+\Sigma m_k c_k\cos\chi_k}{m+\Sigma m_k},$$

$$\zeta = \frac{mc\cos\psi+\Sigma m_k c_k\cos\psi_k}{m+\Sigma m_k};$$

daher:

$$\xi^2+\eta^2+\zeta^2 = \frac{1}{(m+\Sigma m_k)^2}\left\{\begin{aligned} &m^2c^2+\Sigma m_k^2 c_k^2+2mc\cos\varphi\Sigma m_k c_k\cos\varphi_k+ \\ &+2\Sigma\Sigma m_k c_k\cos\varphi_k m_l c_l\cos\varphi_l\,... \end{aligned}\right. \qquad (14)$$

es folgen noch die Glieder, die χ und ψ statt φ enthalten.

Die Bedeutung der Doppelsumme ist klar. Substituirt man ferner in die den Ausdrücken für ξ, η, ζ analogen Werthe für ξ', η', ζ', die in den Gleichungen (12) gegebenen Werthe, so folgt:

$$\xi' = \frac{m[2MC\cos\Phi + (m-M)c\cos\varphi] + (m+M)\Sigma m_k c_k \cos\varphi_k}{(m+M)(m+\Sigma m_k)}$$

$$\eta' = \eta; \quad \zeta' = \zeta;$$

daher endlich nach Gleichung (13):

$$\lambda = \frac{m^2[2M^2C^2\cos^2\Phi + 2M(m-M)cC\cos\varphi\cos\Phi - 2mMc^2\cos^2\varphi]}{(m+M)^2(m+\Sigma m_k)}$$
$$+ \frac{2mM(C\cos\Phi - c\cos\varphi)\Sigma m_k c_k \cos\varphi_k}{(m+M)(m+\Sigma m_k)}. \quad (15)$$

m und M sind hier ganz zufällig gewählte Atome; wir können daher, wie früher, annehmen, daß die Richtungen ihrer Geschwindigkeiten bei der gewählten Summe ihrer lebendigen Kräfte und Bewegung ihres Schwerpunktes weder von einander noch von der Richtung G abhängig sind, daß sich also G gegenüber den Richtungen von c und C wie eine willkürlich im Raum gezogene Gerade verhält. Wir werden daher den Mittelwerth bezüglich aller Φ finden, indem wir mit $\frac{\sin\Phi d\Phi}{2}$ multipliciren und zwischen 0 und π integriren; in gleicher Weise tragen wir der Willkürlichkeit von φ in allen von $\varphi_1, \varphi_2 ..$ unabhängigen Gliedern Rechnung. Anders jedoch verhält es sich mit $\varphi_1, \varphi_2 ..$; es wäre nämlich möglich, daß die Winkel der Geschwindigkeiten der übrigen Atome des Molecüls mit der beliebigen Geraden G in gewisser Weise von φ abhängig wären und es braucht, wenn wir mit $f(\varphi, \varphi_k)d\varphi d\varphi_k$ die Wahrscheinlichkeit, daß φ zwischen den Grenzen φ und $\varphi + d\varphi$, φ_k aber zwischen den Grenzen φ_k und $\varphi_k + d\varphi_k$ liegt, nicht nothwendig

$$f(\varphi, \varphi_k)d\varphi d\varphi_k = \frac{\sin\varphi \sin\varphi_k d\varphi d\varphi_k}{4}$$

zu sein. Wir haben daher das letzte Glied der Formel (15) mit $f(\varphi, \varphi_k)d\varphi d\varphi_k$ unter dem Summenzeichen zu multipliciren und zweimal zwischen 0 und π zu integriren, was in Verbindung mit den früher erwähnten Integrationen den Mittelwerth

$$\lambda' = \frac{4m^2M}{3(m+M)^2(m+\Sigma m_k)}\left(\frac{MC^2}{2} - \frac{mc^2}{2}\right)$$
$$- \frac{2M}{(m+M)(m+\Sigma m_k)}\int_0^\pi\int_0^\pi mc\cos\varphi\, \Sigma m_k c_k \cos\varphi_k f(\varphi,\varphi_k)\, d\varphi d\varphi_k$$

liefert. Nimmt man hier, vollkommen wie es bei l' geschah, das Mittel der Geschwindigkeiten bezüglich ihrer Veränderlichkeit mit der Zeit, so erhält man als Durchschnittswerth der Vermehrung der lebendigen Kraft der fortschreitenden Bewegung des Molecüls:

$$\Lambda = \frac{4m^2M}{3(m+M)^2(m+\Sigma m_k)}\left(\frac{\int \frac{MC^2}{2}\,dt}{\int dt} - \frac{\int \frac{mc^2}{2}\,dt}{\int dt}\right)$$

$$-\frac{2M}{(m+M)(m+\Sigma m_k)}\,\frac{\int\int_0^\pi\int_0^\pi mc\cos\varphi\,\Sigma m_k c_k\cos\varphi_k f(\varphi,\varphi_k)\,d\varphi\,d\varphi_k\,dt}{\int dt},$$

wo das Integral bezüglich der Zeit wieder über ein hinlänglich großes, im Übrigen aber willkürliches Intervall zu erstrecken ist. Soll sich nun das Gas in einem stationären Zustande befinden, so daß bei den Molecülarstößen durchschnittlich weder lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegungen in lebendige Kraft der Bewegungen der Atome im Molecül, die die Bewegung des Schwerpunktes nicht afficiren (Schwingungen um mit den Molecülen fortschreitende Gleichgewichtslagen oder Molecülarrotationen), noch umgekehrt verwandelt wird, so muß

$$\Lambda = 0$$

sein. Berücksichtigt man außerdem die als Bedingung des Wärmegleichgewichtes zwischen $M, m, m_1 \ldots$ gefundenen Gleichungen:

$$\frac{\int \frac{MC^2}{2}\,dt}{\int dt} = \frac{\int \frac{mc^2}{2}\,dt}{\int dt} = \frac{\int \frac{m_1c_1^2}{2}\,dt}{\int dt} \ldots, \qquad (16)$$

so erhält man die Bedingung:

$$\frac{\int\int_0^\pi\int_0^\pi mc\cos\varphi\,\Sigma m_k c_k\cos\varphi_k f(\varphi,\varphi_k)\,d\varphi\,d\varphi_k\,dt}{\int dt} = 0, \qquad (17)$$

mit deren Hülfe man leicht die mittlere lebendige Kraft der fortschreitenden Melecülarbewegung P bestimmt. Nimmt man nämlich von den in Gleichung (14) für $\xi^2+\eta^2+\zeta^2$ gegebenen Werthen in der bereits bekannten Weise das Mittel und multiplicirt mit

$$\frac{m+\Sigma m_k}{2},$$

so erhält man

$$P=\frac{1}{m+\Sigma m_k}\left\{\begin{array}{l}\dfrac{m\int\frac{mc^2}{2}dt}{\int dt}+\dfrac{\Sigma m_k\int\frac{m_k c_k^2}{2}dt}{\int dt}+\\ +\dfrac{\int\int_0^\pi\int_0^\pi mc\cos\varphi\Sigma m_k c_k\cos\varphi_k f(\varphi,\varphi_k)d\varphi d\varphi_k dt}{\int dt}\\ +\dfrac{\int\int_0^\pi\int_0^\pi\Sigma\Sigma m_k m_l c_k\cos\varphi_k c_l\cos\varphi_l f(\varphi_k,\varphi_l)d\varphi_k d\varphi_l dt}{\int dt}\\ \vdots\end{array}\right.$$

wo wieder die entsprechenden Glieder mit χ und ψ zu ergänzen sind. Hier fällt die zweite Reihe in Folge Gleichung (17) aus; ferner überzeugt man sich leicht, wenn man dieselben Schlüsse wie auf m auch auf m_1, m_2.. anwendet, daß die dritte Reihe ebenfalls gleich 0 ist. Überdies haben wir bereits erinnert, daß sich G gegen φ wie eine willkürlich gezogene Gerade verhält; die Folge davon ist, daß die Gleichung (17) auch für alle anderen Geraden, daher auch, wenn man χ und ψ statt φ setzt, gültig bleibt und alle folgenden Reihen im Ausdruck für P ebenfalls verschwinden. Die erste aber geht unter Berücksichtigung der Gleichungen (16) über in:

$$\frac{m\int\frac{mc^2}{2}dt}{\int dt}+\frac{\Sigma m_k\int\frac{mc^2}{2}dt}{\int dt}$$

und man erhält daher, durch $m+\Sigma m_k$ weg dividirend, den einfachen Ausdruck:

$$P=\frac{\int\frac{mc^2}{2}dt}{\int dt},$$

d. h. die mittlere lebendige Kraft der progressiven Bewegung eines Molecüls ist gleich der mittleren lebendigen Kraft eines Atoms.

Da nun der Ausdruck pv (das Product aus Druck und Volum) bei permanenten Gasen der ersteren proportional ist, so folgt, daß er es auch der letzteren ist und daher zur Erfüllung der Gleichung:

$$pv = T\,\text{const.}$$

erforderlich ist, daß die Temperatur der mittleren lebendigen Kraft eines Atoms proportional gesetzt werde.

Es sei hier noch kurz bemerkt, daß, falls man annimmt, der Winkel der Geschwindigkeit eines Atoms mit einer beliebigen Geraden sei gänzlich unabhängig von dem Winkel der Geschwindigkeiten der übrigen Atome desselben Moleculs mit derselben Geraden, die Bedingung (17) erfüllt ist.

Denn es wird dann:

$$f(\varphi, \varphi_k) = \frac{\sin\varphi \sin\varphi_k}{4}$$

und

$$\frac{\int\int_0^\pi\int_0^\pi c\cos\varphi c_k\cos\varphi_k f(\varphi, \varphi_k)\, d\varphi d\varphi_k dt}{\int dt}$$

$$= \frac{\int cc_k dt . \int_0^\pi d\cos{}^2\varphi \int_0^\pi d\cos{}^2\varphi_k}{16\int dt} = 0$$

und es scheint nicht unwahrscheinlich, daß die obige Annahme in der Natur wirklich statt hat; wenigstens ist hiermit bewiesen, daß im Falle ihrer Gültigkeit fortschreitende Bewegung und innere Bewegung der Molecüle sich das Gleichgewicht halten und es ist nicht recht einzusehen, weßhalb diese Unabhängigkeit der Bewegungsrichtungen der Atome sonst gestört werden sollte.

III. Begründung des Ampère'schen, Dulong-Petit'schen und Neumann'schen Gesetzes für Gase.

Wir wollen den eben für P gefundenen Ausdruck zur Ableitung einiger die Theorie der Gase betreffenden Relationen benützen, die, wenn sie auch dem vorgesetzten Zwecke dieser Abhandlung nicht förderlich sind, sich doch natürlich an das Vorhergehende anschließen. Wir nehmen an, das Gas enthalte N Molecüle, jedes Molecül aber sei aus a Atomen des ersten der das Gas bildenden Grundstoffe mit den Massen m und mittleren lebendigen Kräften $\frac{mc^2}{2}$, ferner aus a_1 Atomen des zweiten Grundstoffes mit den Massen m_1 und lebendigen Kräften $\frac{m_1 c_1^2}{2}$ u. s. f. im Ganzen aus n Atomen zusam-

mengesetzt. Es ist hier zum ersten Male nothwendig, von dem im Gase vorhandenen Äther zu abstrahiren, während in allem frühern die Atome eben so gut Äther- als Körperatome sein konnten. Alsdann ist das Product aus Druck und Volum des Gases

$$pv = \frac{2NP}{3} = \frac{Nmc^2}{3} \tag{18}$$

nach einer von Krönig, Rankine und Clausius abgeleiteten Formel. Die Temperatur ist, wenn man den Proportionalitätsfactor A der Einfachheit wegen $= 1$ setzt, wie wir es in der Folge immer thun werden:

$$T = \frac{mc^2}{2}; \tag{19}$$

dividirt man (18) durch (19), so ergibt sich:

$$\frac{pv}{T} = \frac{2N}{3}$$

d. h. die Anzahl der Molecüle ist in beliebigen Gasen, für gleiche Werthe von $\frac{pv}{T}$ gleich, das Ampère'sche Gesetz.

Ferner ist die gesammte im Gase enthaltene lebendige Kraft, welche, wenn wir die Wärme in Arbeiteinheiten messen, zugleich die Wärmemenge darstellt:

$$Q = N\left(\frac{amc^2}{2} + \frac{a_1 m_1 c_1^2}{2} + \frac{a_2 m_2 c_2^2}{2} \ldots\right) = \frac{Nnmc^2}{2}.$$

Führen wir daher dem Gase die Wärmemenge ΔQ bei constantem Volum zu und bezeichnen die Veränderungen aller Größen mit dem Zeichen Δ, so wird

$$\Delta Q = Nnm\Delta\frac{c^2}{2},$$

$$\Delta T = m\Delta\frac{c^2}{2};$$

daher die Wärmecapacität bezogen auf die Volumseinheit bei constantem Volum

$$\gamma = \frac{\Delta Q}{v\Delta T} = \frac{Nn}{v} = \frac{3p}{2T}.n.$$

γ ist also constant und da wir voraussetzen, daß die Volumseinheiten bei gleicher Temperatur und gleichem Drucke genommen wurden, proportional der Anzahl der Atome im Molecül, daher nach dem vorigen Gesetze proportional der Summe der Volume der einfachen Gase, die ein Volum des zusammengesetzten bilden. Dieses Gesetz fand Masson in seiner Abhandlung „sur la correlation des propriétés physiques des corps" bis auf wenige Ausnahmen experimentell bestätigt. Es folgt daraus zugleich, daß die specifische Wärme bei constantem Volum bezogen auf die Gewichteinheit proportional der Anzahl der Atome im Molecül dividirt durch das Äquivalent des Körpers ist.

Führen wir dagegen dem Gase die Wärmemenge $\Delta' Q$ bei constantem Druck zu, so wird

$$\Delta' Q = Nnm\Delta' \frac{c^2}{2} + p\Delta' v$$

$$\Delta' T = m\Delta' \frac{c^2}{2}.$$

$p\Delta' v$ bestimmt sich leicht aus Gleichung (18), die mit Rücksicht auf die Unveränderlichkeit von p liefert:

$$p\Delta' v = \frac{2}{3} Nm\Delta' \frac{c^2}{2};$$

daher

$$\Delta' Q = Nm\Delta' \frac{c^2}{2}\left(n + \frac{2}{3}\right);$$

es wird also die specifische Wärme unter constantem Druck bezogen auf die Volumeinheit:

$$\gamma' = \frac{\Delta' Q}{v\Delta' T} = \frac{p}{T}\left(\frac{3n}{2} + 1\right)$$

und

$$\gamma' - \gamma = \frac{p}{T},$$

daher endlich

$$\frac{2\gamma}{3(\gamma' - \gamma)} = n.$$

Diese Formel würde eine unmittelbare Berechnung der Anzahl der Atome im Molecül gestatten; hier tritt jedoch eine eigenthümliche Schwierigkeit ein, indem die Rechnung, wenn man $\frac{\gamma'}{\gamma}$ für Luft und die meisten einfachen Gase = 1·411 annimmt, für n eine wenig größere Zahl als $1\frac{1}{2}$ liefert, ein Resultat, das im Allgemeinen nicht recht denkbar ist, man müßte denn annehmen, daß die betreffenden Gase aus zwei Theilen bestünden, von denen der eine 1, der andere 2 Atome im Molecül enthielten. Nicht viel wahrscheinlicher ist die Annahme, daß diese Nichtübereinstimmung von der Vernachlässigung der im Gase vorhandenen Äthermasse herrühre. Bestimmt man $\frac{\gamma'-\gamma}{\gamma}$ aus den von Regnault gefundenen Wärmecapacitäten der Gase, indem man $\gamma'-\gamma$ constant = 0·0696 setzt und berücksichtigt, daß bei der Beobachtung γ auch die auf innere Arbeit verwendete Wärme enthält, daher $\frac{\gamma'-\gamma}{\gamma}$ nothwendig zu klein ausfällt, so erhält man n beiläufig für Sauerstoff, Wasserstoff, Stickstoff, Stickstoffoxyd, Kohlenoxydul, Chlorwasserstoff = $1\frac{1}{2}$, für Chlor, Brom, Schwefelwasserstoff, Wasserdampf, Ammoniak = 2, für Stickstoffoxydul, Kohlensäure, schwefelige Säure, die Kohlenwasserstoffe = $2\frac{1}{2}$, für Schwefelkohlenstoff = 3 u. s. f. Sieht man von der absoluten Größe dieser Zahlen ab, so zeigt sich, daß sie sich nicht wie die nach dem Ampère'schen Gesetze berechneten Atomzahlen im Molecül, sondern wie meist um 1 oder 2 größere ganze Zahlen verhalten, wobei allerdings sonderbar erscheinen muß, daß sich die von Masson aus dem Tone einer mit dem Gase angeblasenen Pfeife bestimmten Werthe für $\frac{\gamma'-\gamma}{\gamma}$ wirklich bis auf wenige Ausnahmen wie die Zahlen der Atome verhalten. Nimmt man hiezu noch, daß die von Dulong gefundenen Zahlen sich wieder ganz anders verhalten, von den früher angestellten Versuchen gar nicht zu reden, so muß man allerdings gestehen, daß die experimentellen Daten noch nicht jene Übereinstimmung erhalten haben, um sichere theoretische Schlüsse über die Zusammensetzung der Gase darauf gründen zu können. Sehr wahrscheinlich erscheint jedoch die von Clausius aufgestellte Hypothese, daß auch in einfachen Gasen wenigstens 2 Atome zu einem Molecül vereint sind.

IV. Beweis des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie.

Der gewonnene Begriff der Temperatur macht es uns möglich, sofort zum Beweise des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie überzugehen und zwar soll derselbe in seiner allgemeinsten zuerst von Clausius aufgestellten Form

$$\int \frac{dQ}{T} \overline{\gtrless} 0 \tag{20}$$

dargethan werden.

Wir wollen, um nicht durch Einführung zu vieler neuer Größen auf einmal die Rechnung zu verwirren, zunächst den Fall betrachten, daß Druck und Gegendruck während des ganzen Processes einander gleich sind, so wie daß im Innern des Körpers beständig entweder Wärmegleichgewicht oder ein stationärer Wärmestrom stattfindet, so daß der Körper, wenn man den Proceß zu einer beliebigen Zeit unterbräche, in seinem augenblicklichen Zustand beharren würde. Für diesen Fall gilt in (20) das Gleichheitszeichen. Denken wir uns den Körper zunächst während einer gewissen Zeit bei constanter Temperatur und constantem Volum und Druck erhalten, so werden die Atome im Allgemeinen krummlinige Bahnen mit variabler Geschwindigkeit beschreiben. Wir wollen nun voraussetzen, jedes beliebig gewählte Atom kehre bei jedem Zustande des Körpers nach einer gewissen (wenn auch beliebig großen) Zeit, deren Anfang und Ende wir t_1 und t_2 nennen wollen, mit derselben Geschwindigkeit und Bewegungsrichtung an denselben Ort zurück, beschreibe also eine geschlossene Curve, und wiederhole nach dieser Zeit seine Bewegung, wenn auch nicht in ganz gleicher, so doch in so ähnlicher Weise, daß die mittlere lebendige Kraft während der Zeit t_2-t_1 als die mittlere lebendige Kraft des Atoms während einer beliebig langen Zeit angesehen werden kann und daß daher die Temperatur jenes Atoms

$$T = \frac{\int_{t_1}^{t_2} \frac{mc^2}{2} dt}{t_2 - t_1}$$

ist.

Es werde nun jedem Atome eine unendlich kleine lebendige Kraft ε zugeführt und zwar so, daß dieselbe jedesmal auf die Arbeitsleistung und Erhöhung der lebendigen Kraft dieses Atoms verwendet wird, sich also die verschiedenen Atome unter einander durchschnittlich nichts von der zugewachsenen lebendigen Kraft mittheilen. Wäre die Zufuhr nicht gleich anfangs so geschehen, so würden wir so lange warten, bis das Wärmegleichgewicht oder die stationäre Strömung zurückgekehrt wäre und den alsdann sich herausstellenden mittleren Zuwachs an lebendiger Kraft mehr der von jedem Atom bei der Zustandsänderung geleisteten durchschnittlichen Arbeit mit ε bezeichnen. Zugleich sollen sich Druck und Volum des Körpers unendlich wenig ändern. Es wird dann offenbar das betrachtete Atom eine von der früheren unendlich wenig verschiedene Curve beschreiben. Wir bezeichnen nun die Zeit, zu der sich das Atom an einem Ort der neuen Curve befindet, der von dem Orte des Atoms zur Zeit t_1 unendlich wenig absteht, mit t'_1, die Zeit, zu der das Atom an denselben Ort der neuen Bahn mit derselben Geschwindigkeit zurückkehrt, mit t'_2 und wollen die Veränderung des im Zähler von T stehenden Integrals

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{mc^2}{2} dt = \frac{m}{2} \int_{s_1}^{s_2} c ds$$

suchen, wo ds das Differential des Bogens der vom Atom beschriebenen Curve, s_1 und s_2 die den Zeiten t_1 und t_2 entsprechenden Werthe dieses Bogens sind. Diese Veränderung sei:

$$\frac{m}{2} \delta \int_{s_1}^{s_2} c ds = \frac{m}{2} \int_{s'_1}^{s'_2} c' ds' - \frac{m}{2} \int_{s_1}^{s_2} c ds,$$

wobei die mit Strichen bezeichneten Größen der veränderten Curve angehören, s'_1 und s'_2 aber die den Zeiten t'_1 und t'_2 entsprechenden Bögen der neuen Curve sind. Um von der Variation der Grenzen Umgang nehmen zu können, wollen wir auch ds als variabel betrachten und erhalten:

$$\frac{m}{2} \delta \int_{s_1}^{s_2} c ds = \frac{m}{2} \int_{s_1}^{s_2} (\delta c . ds + c \delta ds); \qquad (21)$$

hier ist:

$$\frac{m}{2}\int_{s_1}^{s_2} \delta c . ds = \int_{t_1}^{t_2} \frac{dt}{2}\,\delta\frac{mc^2}{2},$$

ferner hat man, wenn X, Y, Z die Componenten der auf das Atom wirkenden Kräfte nach den Coordinatenaxen sind:

$$d\frac{mc^2}{2} = Xdx + Ydy + Zdz$$

$$d\delta\frac{mc^2}{2} = \delta Xdx + X\delta dx + \delta Ydy + Y\delta dy + \delta Zdz + Z\delta dz =$$

$$= d(X\delta x + Y\delta y + Z\delta z) + \delta Xdx - dX\delta x + \delta Ydy - dY\delta y + \delta Zdz - dZ\delta z.$$

Integrirt man hier und berücksichtigt zur Bestimmung der Integrationsconstante, daß, wenn die rechte Seite $= 0$ ist, $\delta\frac{mc^2}{2} = \varepsilon$ sein muß, so erhält man:

$$\delta\frac{mc^2}{2} - \varepsilon = X\delta x + Y\delta y + Z\delta z + \\ + \int(\delta Xdx - dX\delta x + \delta Ydy - dY\delta y + \delta Zdz - dZ\delta z).$$

Hier stellt der Ausdruck links die Differenz der lebendigen Kräfte, der Ausdruck rechts in der ersten Zeile die vom Atom gewonnene Arbeit, daher nothwendig das Integral in der zweiten Zeile die an andere Atome mitgetheilte lebendige Kraft dar; dieselbe braucht zwar nicht für jede Zeit zu verschwinden, aber ihr Mittelwerth während der Zeit $t_2 - t_1$, daher auch das Integral über diesen Zeitraum erstreckt, ist unserer Annahme gemäß $= 0$. Die Berücksichtigung dieser Thatsache ergibt daher:

$$\int_{t_1}^{t_2}\frac{dt}{2}\,\delta\frac{mc^2}{2} = \frac{t_2 - t_1}{2}\varepsilon + \frac{1}{2}\int_{t_1}^{t_2}(X\delta x + Y\delta y + Z\delta z)\,dt$$
$$= \frac{t_2 - t_1}{2}\varepsilon + \frac{m}{2}\int_{t_1}^{t_2}\left(\frac{d^2x}{dt^2}\delta x + \frac{d^2y}{dt^2}\delta y + \frac{d^2z}{dt^2}\delta z\right)dt, \quad (22)$$

eine Formel, die übrigens auch direct aus dem Umstande folgt, daß ε die Summe der dem Atom im Mittel zugewach-

senen lebendigen Kraft und der von ihm durchschnittlich geleisteten Arbeit ist.

Weiter ergibt sich wegen $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$ und $c = \frac{ds}{dt}$

$$\frac{m}{2}\int_{s_1}^{s_2} c\delta ds = \frac{m}{2}\int_{s_1}^{s_2}\left(\frac{dx}{dt}\,d\delta x + \frac{dy}{dt}\,d\delta y + \frac{dz}{dt}\,d\delta z\right). \quad (23)$$

Substituirt man die Werthe (22) und (23) in die Gleichung (21), so wird:

$$\frac{m}{2}\delta\int_{s_1}^{s_2} c ds = \frac{t_2 - t_1}{2}\varepsilon + \int_{t_1}^{t_2} d\frac{m}{2}\left(\frac{dx}{dt}\delta x + \frac{dy}{dt}\delta y + \frac{dz}{dt}\delta z\right) =$$

$$= \frac{t_2 - t_1}{2}\varepsilon + \left\{\frac{m}{2}\left(\frac{dx}{dt}\delta x + \frac{dy}{dt}\delta y + \frac{dz}{dt}\delta z\right)\right\}_{t_1}^{t_2}.$$

Weil nun aber das Atom zu den Zeiten t_1 und t_1' gerade dieselbe Lage und Geschwindigkeit, wie zu den Zeiten t_2 und t_2' hat, daher auch die Variationen zur Zeit t_1 denselben Werth wie zur Zeit t_2 haben, so nimmt das letzte Glied für beide Grenzen denselben Werth an, verschwindet also und es bleibt:

$$\varepsilon = \frac{m\delta\int_{s_1}^{s_2} c ds}{t_2 - t_1} = \frac{2\delta\int_{t_1}^{t_2}\frac{mc^2}{2}dt}{t_2 - t_1},$$

welcher Werth, durch die Temperatur dividirt, liefert:

$$\frac{\varepsilon}{T} = \frac{2\delta\int_{t_1}^{t_2}\frac{mc^2}{2}dt}{\int_{t_1}^{t_2}\frac{mc^2}{2}dt} = 2\delta\log\int_{t_1}^{t_2}\frac{mc^2}{2}dt.$$

Nehmen wir zunächst an, die Temperatur so wie die zugeführte Wärme sei während des ganzen Processes gleich für alle Theile des Körpers, so sind die gemachten Voraussetzungen erfüllt; alsdann ist aber die Summe aller ε gleich der gesammten dem Körper zugeführten Wärmemenge gemessen in Arbeitseinheiten. Nennen wir letztere δQ, so ist also:

$$\begin{aligned}\delta Q &= \Sigma\varepsilon = 2\Sigma \frac{\delta \int_{t_1}^{t_2} \frac{mc^2}{2} dt}{t_2 - t_1} \\ \frac{\delta Q}{T} &= \frac{1}{T}\Sigma\varepsilon = 2\delta\Sigma \log \int_{t_1}^{t_2} \frac{mc^2}{2} dt.\end{aligned} \tag{24}$$

Wenn nun die Temperatur des Körpers von Theil zu Theil veränderlich ist, so können wir uns denselben jedesmal in so kleine Elemente dk zerlegen, daß man in denselben Temperatur und Wärmezufuhr als gleichförmig ansehen kann; bezeichnet man alsdann die irgend einem Elemente sowohl von außen als auch von den übrigen Theilen des Körpers zugeführte Wärme mit $\delta Q . dk$, so ist wie früher:

$$\frac{\delta Q}{T} . dk = 2\delta\Sigma \log \int_{t_1}^{t_2} \frac{mc^2}{2} dt,$$

wo die Summe über alle Atome des Elements dk zu erstrecken ist; daher:

$$\int \frac{\delta Q}{T} dk = 2\delta\Sigma \log \int_{t_1}^{t_2} \frac{mc^2}{2} dt;$$

wenn man hier sowohl das Integral als auch die Summe über den ganzen Körper nimmt.

Hieraus ist ersichtlich, daß das Integral

$$\iint \frac{\delta Q}{T} dk,$$

wo sich die eine Integration auf das Zeichen δ bezieht, und das von Clausius die Entropie des Körpers genannt wurde, den Werth

$$2\Sigma \log \int_{t_1}^{t_2} \frac{mc^2}{2} dt + C$$

besitzt und zwischen gleichen Grenzen verschwindet, wenn Druck und Gegendruck immer gleich sind.

Wäre zweitens diese Bedingung nicht erfüllt, so könnte man in jedem Augenblicke durch Hinzufügung neuer Kräfte diese Gleichheit

herstellen. Die Wärmemenge, die in diesem letzteren Falle, der durch die hinzugedachten Kräfte auf den vorher betrachteten zurückgeführt ist, zugeführt werden müsste, um die gleichen Veränderungen des Volumens und der Temperatur des Körpers in allen seinen Theilen hervorzubringen, muß der Gleichung

$$\int\int \frac{\delta Q}{T} dk = 0$$

genügen; allein dieselbe ist nothwendig größer als die wirklich zugeführte, indem sie bei einer Ausdehnung des Körpers auch noch den Druck der hinzugedachten nothwendig positiven Kräfte zu überwinden hat; bei einer Zusammendrückung aber immer ein Theil der drückenden Kräfte hinweggedacht und daher auch die von letzteren erzeugte Wärme im Falle des gleichen Druckes zugeführt werden muß. Es gilt also für die wirklich zugeführte Wärme nicht mehr das Gleichheitszeichen, sondern es wird:

$$\int\int \frac{\delta Q}{T} dk < 0.$$

Ich will zunächst bemerken, wie man die Zeiten t_1, t_2, t'_1 und t'_2 und die dazugehörigen Bögen zu wählen hätte, falls das Atom eine auch nach beliebig langer Zeit nicht geschlossene Curve beschriebe. Zunächst müßte man die Zeiten t_1 und t_2 so weit von einander abstehend denken, daß die mittlere lebendige Kraft während $t_2 - t_1$ die wahre mittlere lebendige Kraft wäre, also wohl am besten so weit abstehend, als man nur immer will. Dann müßten t'_1 und t'_2 so beschaffen sein, daß der Ausdruck

$$\frac{dx}{dt}\delta x + \frac{dy}{dt}\delta y + \frac{dz}{dt}\delta z \tag{25}$$

für beide dieselben Werthe annimmt. Man überzeugt sich leicht, daß dieser Ausdruck gleich dem Product aus der Geschwindigkeit, der Verschiebung $\sqrt{\delta x^2 + \delta y^2 + \delta z^2}$ des Atoms und dem Cosinus des Winkels ist, den die Richtungen beider einschließen. Der zweiten Bedingung wird also am einfachsten genügt, wenn man s'_1 und s'_2 in jenen Punkten voraussetzt, wo die durch s_1 und s_2 zur ursprünglichen Bahncurve gelegten Normalebenen die variirte Bahn schneiden, für welchen Fall

der Ausdruck (25) für beide Grenzen verschwindet. Übrigens würde die Variation der Grenzwerthe, selbst wenn diese Bedingung nicht erfüllt wäre, in Vergleich zur Variation des Integrals verschwinden, wie aus dem Folgenden hervorgehen wird. Alsdann gelten ganz dieselben Schlüsse, die früher auf geschlossene Bahnen angewendet wurden, und man erhält wieder:

$$\iint \frac{\delta Q}{T} dk = 2\Sigma \log \frac{\int_{t_1}^{t_2} \frac{mc^2}{2} dt}{\int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{mc^2}{2} dt},$$

wenn τ_1 und τ_2 die Grenzen derjenigen Bahn sind, die dem zur untern Grenze des Integrals links gewählten Zustande entspricht. Man könnte nun glauben, daß dieser Werth des Integrals zwischen gleichen Grenzen genommen nicht verschwinde, weil, wenn man in der oben beschriebenen Weise fortfährt, durch s_1 eine Normalebene, durch deren Durchschnittspunkt mit der nächsten Curve wieder eine Normalebene u. s. w. zu legen, man nicht nothwendig, bei schließlicher Rückkehr zur selben Curve, wieder auf ihr denselben Punkt s_1 trifft; allein der getroffene Punkt wird sich in einer endlichen mit der Zeit $t_2 - t_1$ nicht fortwährend wachsenden Distanz von s_1 befinden; daher wird $\int_{t_1}^{t_2} \frac{mc^2}{2} dt$ von $\int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{mc^2}{2} dt$ nur um eine endliche Größe verschieden sein und der Quotient

$$\frac{\int_{t_1}^{t_2} \frac{mc^2}{2} dt}{\int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{mc^2}{2} dt}$$

sich um so mehr der Einheit, also sein Logarithmus der Nulle nähern, je mehr man $t_2 - t_1$ und mit ihm die beiden Integrale wachsen läßt, also je genauer man die mittlere lebendige Kraft nimmt; sind jedoch die beiden Grenzen von $\iint \frac{\delta Q}{T} dk$ verschieden, so übertrifft das eine Integral das andere im Allgemeinen eine endliche Anzahl mal, es ist daher auch ihr Quotient und dessen Logarithmus trotz des unendlichen Anwachsens beider eine endliche Zahl. Es ist diese Auseinander-

setzung eigentlich nichts weiter, als die mathematische Präcisirung des Satzes, daß man die Bahnen, falls sie in keiner endlichen Zeit geschlossen sind, doch in einer unendlichen Zeit als geschlossen ansehen darf.

Man sieht leicht, daß unsere Schlüsse von der Bedeutung der darin vorkommenden Größen in der Wärmelehre vollkommen unabhängig sind und daher zugleich ein Theorem der reinen Mechanik beweisen, welches dem zweiten Hauptsatze gerade in derselben Weise entspricht, wie das Princip der lebendigen Kräfte dem ersten; es ist dies, wie ein Blick in unsere Rechnungen lehrt, das Princip der kleinsten Wirkungen, jedoch in einer etwas allgemeineren Form, in der es etwa so ausgesprochen werden kann:

„Wenn ein System von Punkten unter dem Einfluß von Kräften, für die das Princip der lebendigen Kräfte gilt, beliebige Bewegungen macht, und dann allen Punkten eine unendlich kleine lebendige Kraft zugeführt wird und alle gezwungen werden sich auf unendlich nahen Curven zu bewegen, so ist $\delta\Sigma\frac{m}{2}\int cds$ gleich der Summe der zugeführten lebendigen Kraft, multiplicirt mit der halben Zeit, während der die Bewegung geschieht, wenn die Summe der Producte aus den Verschiebungen der Punkte, ihren Geschwindigkeiten und den Cosinus der Winkel beider für beide Grenzen gleich sind, z. B. die neuen Ausgangspunkte in den durch die alten Grenzpunkte gelegten Normalebenen der alten Bahnen liegen."

Dieser Satz gibt, wenn man die zugeführten lebendigen Kräfte und die Variation der Grenzen gleich Null setzt, das Princip der kleinsten Wirkungen in seiner gewöhnlichen Form.

Man könnte das Problem auch umgekehrt auffassen; es würde dann, wenn man den zweiten Hauptsatz als theoretisch und experimentell bereits hinlänglich begründet ansähe oder gar, wie Zeuner in seiner neuen Auflage der mechanischen Wärmetheorie die Temperatur als den integrirenden Divisor des Differentialausdrucks δQ definirte, die gegebene Ableitung den Beweis liefern, daß der reciproke Werth der mittleren lebendigen Kraft eines Atoms integrirender Factor von δQ ist und daher die Temperatur gleich dem Product dieser mittleren lebendigen Kraft in eine willkürliche Function der Entropie sein muss. Diese vollkommen willkürliche Function müßte auf ähnliche Weise, wie es in der ersten Abtheilung geschah, bestimmt

werden, denn es ist klar, dass man bloss mittelst des zweiten Hauptsatzes den Temperaturbegriff niemals von ihr befreien kann.

Schliesslich will ich noch mit wenigen Worten die Anwendbarkeit der Formel (22) zur Berechnung der Wärmecapacität berühren. Die Differentiation der Gleichung

$$T = \frac{\int_{t_1}^{t_2} \frac{mc^2}{2}\, dt}{t_2 - t_1}$$

liefert nämlich:

$$\delta T = \frac{\delta \int_{t_1}^{t_2} \frac{mc^2}{2}\, dt}{t_2 - t_1} - \frac{\int_{t_1}^{t_2} \frac{mc^2}{2}\, dt}{t_2 - t_1} \cdot \frac{\delta(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1};$$

die auf Temperaturerhöhung verwendete Wärme δH wird gefunden, indem man δT bezüglich aller Atome summirt; sie ist also:

$$\delta H = \Sigma \frac{\delta \int_{t_1}^{t_2} \frac{mc^2}{2}\, dt}{t_2 - t_1} - \Sigma \frac{\int_{t_1}^{t_2} \frac{mc^2}{2}\, dt}{t_2 - t_1} \cdot \frac{\delta(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1}$$

und die Vergleichung mit Formel (24) liefert:

$$\delta Q = 2\delta H + 2\Sigma \frac{\int_{t_1}^{t_2} \frac{mc^2}{2}\, dt}{t_2 - t_1} \cdot \frac{\delta(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1};$$

es ist also die geleistete innere und äussere Arbeit

$$\delta L = \delta H + 2\Sigma \frac{\int_{t_1}^{t_2} \frac{mc^2}{2}\, dt}{t_2 - t_1} \cdot \frac{\delta(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1}$$

$$= \Sigma \frac{\delta \int_{t_1}^{t_2} \frac{mc^2}{2}\, dt}{t_2 - t_1} + \Sigma \frac{\int_{t_1}^{t_2} \frac{mc^2}{2}\, dt}{t_2 - t_1} \cdot \frac{\delta(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1}$$

und die Grösse

$$\delta Z = \int \frac{\delta L}{T}\, dk = \Sigma \frac{\delta \int_{t_1}^{t_2} \frac{mc^2}{2}\, dt}{\int_{t_1}^{t_2} \frac{mc^2}{2}\, dt} + \Sigma \frac{\delta(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1};$$

das von Clausius mit dem Namen Disgregation belegte Integral hat also den Werth:

$$Z = \Sigma \log \int_{t_1}^{t_2} \frac{mc^2}{2} dt + \Sigma \log (t_2 - t_1) + C.$$

Für den Fall, daß sich $t_2 - t_1$, was wir als die Schwingungsdauer eines Atoms betrachten können, nicht ändert, hat man:

$$\delta (t_2 - t_1) = 0$$

daher:

$$\delta Q = 2\delta H; \quad \delta L = \delta H;$$

d. h. die zugeführte Wärme theilt sich in zwei Theile, von denen der eine auf Erwärmung, der andere auf Arbeitsleistung verwendet wird.

Nimmt man an, der Körper habe durchaus gleiche Temperatur und es werde dieselbe auch durchaus gleichmäßig erhöht, so wird

$$\frac{\int_{t_1}^{t_2} \frac{mc^2}{2} dt}{t_2 - t_1} \text{ und } \delta \frac{\int_{t_1}^{t_2} \frac{mc^2}{2} dt}{t_2 - t_1}$$

für alle Atome gleich und die Wärmecapacität γ durch $\frac{\delta Q}{p \delta T}$ ausgedrückt, wenn man Wärme und Temperatur wieder in Arbeitseinheiten mißt und p das Gewicht des Körpers ist. Es erfolgt aber:

$$\gamma = \frac{\delta Q}{p \delta T} = \frac{2\delta \int_{t_1}^{t_2} \frac{mc^2}{2} dt}{\frac{p}{N}\left[\delta \int_{t_1}^{t_2} \frac{mc^2}{2} dt - \int_{t_1}^{t_2} \frac{mc^2}{2} dt \cdot \frac{\delta (t_2 - t_1)}{t_2 - t_1}\right]}.$$

Hier ist N die Anzahl der Atome im Körper und es kann, wenn a das Atomgewicht oder für zusammengesetzte Körper Molecülgewicht, n die Anzahl der Atome im Molecül ist,

$$\frac{p}{N} = \frac{a}{n}$$

gesetzt werden. Für den Fall $\delta (t_2 - t_1) = 0$ wird also

$$\frac{a\gamma}{n} = 2;$$

daher das Product aus specifischer Wärme und Atomgewicht doppelt so groß, als für absolute Gase bei constantem Volum, wo es = 1 wird. Dieses Gesetz will Masson auf experimentellem Wege für feste Körper bestätigt gefunden haben (siehe die bereits erwähnte Abhandlung „sur la correlation etc.“ Ann. de Chim., Ser. III, vol. 53); es würde also daraus ein derartiger Isochronismus der Schwingungen der Atome für feste Körper folgen; wahrscheinlich ist jedoch der Vorgang etwas complicirter und ich werde vielleicht ein anderes Mal auf die Anwendung dieser Formeln auf feste Körper zurückkommen, in denen jedenfalls der Grund für die angenäherte Gültigkeit des Dulong-Petit und Neumann'schen Gesetzes zu liegen scheint.

Über Löslichkeitsverhältnisse isomorpher Salze und ihrer Gemische.

Von Bergrath **Karl Ritter von Hauer.**

Zu den weniger erforschten Gebieten der Chemie gehört unstreitig alles was sich auf Löslichkeitsverhältnisse bezieht, da nicht einmal Klarheit darüber herscht ob Lösungen als chemische Verbindungen zu betrachten seien oder nicht.

Für eine sehr beträchtliche Anzahl von Verbindungen ist wohl ermittelt worden in welchem quantitativen Verhältnisse sie sich bei verschiedenen Temperaturen in Wasser auflösen, allein die gewonnenen numerichen Resultate darüber erscheinen als vollkommen isolirte Thatsachen, die wieder bei jeder Änderung der Temperatur eine Modification erleiden, ohne eine nähere Relation unter einander zu bekunden, denn ein regelmäßiges Steigen der Löslichkeit mit der Erhöhung der Temperatur ist eine Eigenschaft, die nur wenigen Substanzen zukommt.

Weit complicirter und häufig noch weniger deutungsfähig erscheinen die Löslichkeitsverhältnisse der meisten Substanzen, wenn deren mehrere gleichzeitig in demselben Flüssigkeitsquantum aufgelöst werden. Nur für wenige concrete Fälle sind die Modificationen in den Löslichkeitsverhältnissen ermittelt worden, welche unter diesen Umständen stattfinden. Daß dieses Gebiet der Forschung ziemlich brach liegen blieb, mag wohl auch darin seinen Grund finden, daß eben der zu wenig bestimmt ausgedrückte chemische Charakter der Lösungen, Untersuchungen in dieser Richtung nicht genug lohnend erscheinen ließ. Dennoch ist aber der Grad der Löslichkeit einer Substanz eine fundamentale Eigenschaft, wie irgend eine andere ihrer chemischen und physikalischen Eigenschaften, und kann für eine umfassendere Charakteristik der Individuen nicht vernachlässiget werden. Auch dürften die Modificationen in der Auflöslichkeit einzel-

ner Verbindungen, welche bei ihren Gemischen sich zeigen, in einer ganz bestimmten Relation zur Auflöslichkeit, die sie im isolirten Zustande besitzen, stehen.

Es läßt sich übrigens nicht verkennen, daß in der angedeuteten Richtung vorläufig allerdings nur auf dem Wege des Experimentes einzelne Daten gesammelt werden können, da wohl erst aus einem großen Materiale gewonnener Resultate jene näheren gesetzlichen Beziehungen hervorleuchten dürften, welche zwischen dem Grade der Auflöslichkeit einzelner Verbindungen und jener ihrer Gemische bestehen. Die im Nachstehenden angeführten Resultate von Experimentalversuchen beziehen sich auf die Löslichkeitsverhältnisse der Glieder isomorpher Salzreihen und ihrer Gemische bei gleicher Temperatur.

Bei näherer Betrachtung der Vorgänge, welche stattfinden, wenn irgend eine gesättigte wässerige Salzlösung mit einem zweiten Salze in Berührung gebracht wird, mit dem eine Wechselzersetzung nicht stattfinden kann, ergibt sich unmittelbar, daß ein wesentlicher Unterschied obwaltet, je nachdem das bereits in der Lösung befindliche Salz mit jenem welches der Flüssigkeit neu hinzugefügt wird, isomorph ist oder nicht.

Es dürfte nämlich kaum ein Fall bekannt sein, in welchem eine im Wasser lösliche Verbindung in die gesättigte Lösung einer zweiten mit ihr nicht isomorphen Verbindung gebracht, völlig unangegriffen bliebe, wenn auch erstere schwerer löslich ist wie die letztere [1]). Kurz von zwei nicht isomorphen Salzen vermag keines das zur Lösung des einen erforderliche Wasserquantum derart zu binden oder zu erfüllen, daß hiedurch die Löslichkeits-Capäcität dieser Flüssigkeitsmenge für das andere völlig aufgehoben erschiene.

---

1) Der Begriff von „schwerer" und „leichter" löslich, wie er im Vorliegenden aufgefaßt wurde, erheischt eine Präcisirung. Als schwerer löslich von je zwei Salzen wird dasjenige betrachtet, von welchem sich in der gleichen Gewichtsmenge der Lösung und bei gleicher Temperatur dem absoluten Gewichte nach weniger an wasserfreier Substanz befindet. 100 Theile einer gesättigten Lösung von salpetersaurem Bleioxyd enthalten bei 19° C. 35·80 Theile $Pb\,O.NO_5$, und 100 Theile einer gesättigten Lösung von schwefelsaurer Magnesia enthalten bei der gleichen Temperatur 53·34 Theile $Mg\,O\,.\,SO_3 + 7$ Aqu., aber nur 26·02 Theile $Mg\,O.SO_3$, daher das letztere Salz im gedachten Sinne als schwerer löslich wie ersteres erscheint.

Ein hievon abweichendes sehr charakteristisches Verhalten findet dagegen statt, wenn in eine gesättigte Salzlösung ein mit dem aufgelösten isomorphes Salz gebracht wird. Die Thatsache, daß ein Krystall in die gesättigte Lösung einer isomorphen Substanz gebracht unmittelbar fortwachsen kann, ohne früher von der Flüssigkeit angeätzt zu werden, zeigt zur Evidenz, daß die Gegenwart des einen Salzes in der Flüssigkeit, dieser das Vermögen von dem anderen noch etwas aufzulösen in manchen Fällen gänzlich benehmen kann. Fast noch auffälliger zeigt sich diese absolute Neutralisation der Auflöslichkeit dadurch, daß von zwei isomorphen Salzen sogar ein Krystall des leichter löslichen von beiden in der Auflösung des schwerer löslichen unmittelbar fortwachsen kann, wenn zuvor die Flüssigkeit mit einem dritten isomorphen Salze, welches eine größere Löslichkeit wie beide besitzt, gesättigt wird [1]).

Ob das zweite in eine Lösung gebrachte Salz intact bleibt oder nicht, hiefür entscheidet somit bei isomorphen Verbindungen einfach ihre relative Löslichkeit. Das leichter lösliche stumpft die Flüssigkeit für das schwerer lösliche vollkommen ab. Umgekehrt nimmt dagegen die gesättigte Lösung des schwerer löslichen von dem anderen noch eine gewisse Quantität auf. Es geht daraus hervor, daß isomorphe Verbindungen sich in den Lösungen in irgend einem Verhältnisse gewissermaßen ersetzen.

Die Versuche, um dieses Verhältniß zu ermitteln, geschahen in folgender Weise:

Von je einer Gruppe isomorpher Salze wurde das relative Löslichkeitsverhältniß der einzelnen Glieder ermittelt, und dann jenes ihrer Gemische bei gleicher Temperatur. Die gemischten Lösungen wurden in der Weise dargestellt, daß die Salze im Überschusse bei Bildung der Lösung vorhanden waren, indem ihr Gemenge nur mit so viel heißem Wasser übergossen wurde, daß seine Menge nicht hingereicht haben würde weder die Quantität des einen noch des anderen bei gewöhnlicher Temperatur vollständig aufzulösen. Nach dem Erkalten wurde der Gehalt an fixem Rückstande ermittelt und

[1]) Krystallogenetische Beobachtungen v. C. H., in den Sitzungsberichten der kais. Akademie der Wissenschaften.

zwar wo möglich durch directe Wägung [1]). Was den absoluten Grad der Temperatur der zu untersuchenden einfachen und gemischten Lösungen anbelangt, so war dieser für den beabsichtigten Zweck gleichgiltig. Von Wichtigkeit war es hingegen für einen genauen Vergleich der Lösungen, daß sie auf einem gleichen Grad der Temperatur sich befanden. Ich zog es daher vor, die Bestimmungen bei keiner durch besondere künstliche Mittel erhaltenen Temperatur vorzunehmen.

Eine sehr eigenthümliche Reaction üben isomorphe Salze auf einander aus, wenn ihre Löslichkeit beträchtlich verschieden ist. Wird nämlich die gesättigte Lösung der schwerer löslichen von zwei solchen Verbindungen mit Krystallen der anderen versetzt, so findet auch bei gewöhnlicher Temperatur unmittelbar eine partielle Verdrängung der ersteren aus der Flüssigkeit statt. Das leichter lösliche Salz entzieht dem schwerer löslichen Wasser, wodurch eine Fällung desselben bewirkt wird. Diese Fällung ist nie eine vollständige, aber in dem Grade als die Löslichkeit beider Salze differirt, eine sehr weit gehende, so daß oft von dem schwerer löslichen Salze sich wirklich nur eine sehr kleine Quantität in der Lösung erhalten kann.

Es ergibt sich hieraus, daß für das Zusammenkrystallisiren mehrerer isomorphen Salze sehr enge Grenzen gesteckt sind bezüglich ihrer relativen Quantitäten. Eine nicht gesättigte Lösung zwei isomorpher Salze, deren Löslichkeit bedeutend differirt, setzt durch Verdunstung eingeengt, vorwiegend das schwerer lösliche Salz ab und gelangt so successive auf den Punkt, wo sie das Maximum an aufgelöster Substanz enthält (d. i. der Zustand, in welchem das schwer lösliche Salz nur in untergeordneter Menge vorhanden ist). Es geht in diesem Falle die Verdrängung des schwerer löslichen Salzes in dem Maße vor sich, als sich das Lösungsmedium mindert. Größere Krystalle, welche sich aus solchen Lösungen isomorpher Substanzen absetzen, sind daher auch sehr ungleichartig zusammen-

[1]) Da es sich hier nicht darum handelte die Bestimmungen bei einem besonderen Grade der Temperatur vorzunehmen, so war nur darauf Bedacht zu nehmen, daß die Lösungen nicht übersättigt waren. Es muß hiebei hervorgehoben werden, daß die Eigenthümlichkeit übersättigte Lösungen zu bilden nicht ausnahmsweise einigen Verbindungen zukommt, sondern umgekehrt nur wenigen fehlt.

gesetzt. Der Kern enthält relativ viel mehr von dem schwerer löslichen Salze, als die später darüber anschießenden Schichten. Das Vicariren zwei isomorpher Verbindungen in einem Krystalle ist demnach kein so mannigfaltiges, wie es der Begriff der Isomorphie voraussetzt, sondern sehr oft wesentlich beschränkt durch die relative Löslichkeit der sich ersetzenden Substanzen und somit durch die mögliche Constitution ihrer Lösung.

Auch wenn eine gesättigte Lösung des schwerer löslichen Salzes mit dem leichter löslichen versetzt wird, geht der Austausch oder die Verdrängung des ersteren, unter quantitativ höherer Aufnahme der letzteren, nur allmählich vor sich. Wenn solche Lösungen unter öfterem Umschütteln bei gewöhnlicher Temperatur stehen gelassen werden, so steigt ihr Gehalt fortwährend. Endlich gelangt so die Flüssigkeit in ein Stadium, wo das Mengenverhältniß der Salze in ihr stationär bleibt; dieser Moment, in welchem die Lösung auch das Maximum von fixer Masse enthält, wird indessen bei vielen Substanzen auf die angedeutete Weise gar nicht erreicht, wohl aber wenn die Flüssigkeit unter Zusatz des leichter löslichen Salzes erhitzt und dann erkalten gelassen wird. Beim Erkalten scheidet sich dann unmittelbar von dem schwerer löslichen Salze so viel aus, als dem Verhältnisse beider für das Maximum ihrer summarischen Löslichkeit entspricht, während die diesem selben Verhältnisse entsprechende Menge von dem leichter löslichen Salze in der Flüssigkeit aufgelöst bleibt.

Aus allem dem müßte hervorgehen, daß durch ein Wiederholen der eben angedeuteten Operationen eine vollständige Trennung von zwei isomorphen Salzen, die sich gemischt in einer Lösung befinden, erzielt werden könne, respective eine gänzliche Fällung des einen durch das andere. Dies ist nun auch wirklich der Fall. Wenn z. B. eine Lösung von salpetersaurem Bleioxyd und salpetersaurem Strontian wiederholt unter Zusatz des letzteren Salzes erhitzt und erkalten gelassen wird, so finden sich in der Flüssigkeit nur mehr Spuren vom Bleisalze, dessen Löslichkeit weit geringer ist wie die der Strontianverbindung.

Die erwähnte Erscheinung der Fällung zeigt sich in ausgezeichneter Weise bei folgenden Salzgruppen, in deren jedes anfängliche Glied von den nachgesetzten aus der gesättigten Lösung zum großen Theile verdrängt wird:

Thonerdealaun — Chromalaun — Eisenalaun; salpetersaurer Baryt — Bleioxyd — Strontian; Chlorkalium — Bromkalium — Jodkalium; Chlornatrium — Bromnatrium — Jodnatrium; schwefelsaures Kali — chromsaures Kali; schwefelsaures Kali — schwefelsaures Ammoniak.

Bei den im Folgenden angeführten Resultaten über die relative Löslichkeit isomorpher Salze und ihrer Gemenge sind je 100 Gewichtstheile der Flüssigkeit als Einheit, bezüglich ihres Gehaltes an wasserfreier Substanz und bei derselben oder sehr nahe stehender Temperatur in Vergleich gebracht. Alle numerischen Angaben über die Löslichkeit drücken daher den Gewichtspercentgehalt der Lösungen an fixer Masse bei einer bestimmten Temperatur aus.

1. Die salpetersauren Salze von Baryt, Bleioxyd und Strontian.

100 Theile der Lösungen enthielten bei 19—20° C.:

$BaO . NO_5$ [1]	8·50	
	8·95	
$PbO . NO_5$ [2]	36·18	
	35·73	im Mittel 35·80.
	35·50	
$SrO . NO_5$ [3]	45·99	im Mittel 45·94.
	45·90	

Die nach der angeführten Weise dargestellten gemischten Lösungen enthielten bei der gleichen Temperatur:

$(BaO, PbO) . NO_5$	33·93	
	33·97	
	34·24	
	34·70	im Mittel 33 95.
	33·62	
	33·88	
	33·34	

[1]) Nach Karsten löst sich ein Theil $BaO . NO_5$ bei 20° C. in 11·66 Wasser, danach enthalten 100 Theile Lösung 7·89 Theile Salz.

[2]) Nach Kopp löst sich ein Theil $PbO . NO_5$ in 1·707 Wasser bei 23° C. 100 Theile der Lösung enthalten danach 36·9 Theile Salz.

Nach Kremers löst sich ein Theil bei 25° C. in 1·65 Wasser, wonach 100 Theile der Lösung 37·73 Theile $PbO . NO_5$ enthalten.

[3]) 1 Theil $SrO . NO_5$ löst sich nach Kremers bei 25° in 1·10 Wasser, wonach 100 Theile Lösung 47·61 Theile Salz enthalten.

$(PbO, SrO).NO_5$ 45·88, 45·51, 46·29, 46·25 im Mittel 45·98.

$(BaO, SrO).NO_5$ 46·63, 45·18, 46·09 im Mittel 45·96.

$(BaO, PbO, SrO).NO_5$ 45·90.

Es ergibt sich aus diesen Resultaten, daß die Gesammtmenge wasserfreier Salze, welche in 100 Theilen der gesättigten Lösungen gefunden wurde, dem Gewichte nach gleich oder nahezu gleich ist der Menge, die sich je von dem leichter löslichen Salze in 100 Theilen einer bei der gleichen Temperatur gesättigten Lösung befinden. Es findet somit eine Vertretung der Salze in den Lösungen ihrem absoluten Gewichte nach statt. Was die relativen Mengen der die Lösungen componirenden Salze anbelangt, so variiren sie wohl, allein die Variationen bewegen sich, wie schon angeführt wurde, nur innerhalb enger Grenzen.

In den Lösungen von $(BaO, PbO).NO_5$ wurden nicht über 2·5 Procent Barytsalz gefunden, wenn der gesammte fixe Rückstand derselben sich dem Quantum näherte, welches die gesättigte Lösung von $PbO.NO_5$ allein bei gleicher Temperatur enthält.

War mehr Barytsalz in der Lösung zugegen, so betrug ihr Gesammtgehalt nicht mehr wie 28—30 Procent. Für das Maximum der Löslichkeit der gemischten Salze ist also bei der in Rede stehenden Gruppe eine weitgehende Verdrängung von dem schwer löslichen salpetersauren Baryt unbedingt nothwendig. Das Gleiche ist der Fall bei den gemischten Lösungen von Blei- und Strontiansalz bezüglich des ersteren. Näherte sich der Gehalt ihrer gemischten Lösungen der Zahl 45·94 (das Quantum, welches 100 Theile Lösung von $SrO.NO_5$ enthalten), so betrug die Menge von $PbO.NO_5$ nicht über 6—9 Procent. War mehr von dem letzteren Salze zugegen, so betrug der fixe Rückstand im Ganzen viel weniger als 45·94 Procent. In den Lösungen von $(BaO, SrO).NO_5$ ist, wenn ihr Gehalt sich dem Maximum von 45·94 Procent nähert, die Menge des Barytsalzes noch geringer wie in der Lösung von $(BaO, PbO).NO_5$).

2. Chlorkalium, Bromkalium, Jodkalium.

100 Theile der Lösungen enthielten bei 15—16° C.:

Ka Cl [1])	25·37	
	25·26	
Ka Br [2])	38·90	im Mittel 39·06.
	39·23	
	39·62	
	38·51	
Ka J [3])	57·80	im Mittel 58·07.
	58·35	

Die gemischten Lösungen enthielten bei derselben Temperatur in 100 Theilen:

Ka Cl, Ka Br	37·34	im Mittel 37·55.
	37·67	
	37·64	
	37·56	
	37·57	
Ka Cl, Ka J	58·42	im Mittel 57·80.
	57·19	
Ka Br, Ka J	57·69	im Mittel 57·96.
	58·24	
Ka Cl, Ka Br, Ka J	57·86	im Mittel 57·88.
	57·90	

Es findet somit auch in dieser Gruppe, wenn je 100 Gewichtstheile der Lösungen als Einheit in Vergleich gebracht werden, eine Vertretung der Salze nach dem absoluten Gewichte statt.

---

[1]) Ein Theil Ka Cl löst sich nach Kopp bei 15·6° C. in 2·85 Wasser; 100 Theile Lösung enthalten somit 25·81 Ka Cl.

[2]) Ein Theil löst sich nach Kremers bei 20° C. in 1·55 Wasser, wonach 100 Theile Lösung 39·21 Salz enthalten.

[3]) Ein Theil Ka J löst sich nach Kremers bei 20° C. in 0·70 Wasser, daher 100 Theile Lösung 58·92 Salz enthalten.

Nach Gay-Lussac's Bestimmung beträgt die Löslichkeit bei 16° C. 58·31 Procent.

3. Chlornatrium, Bromnatrium, Jodnatrium.

100 Theile der Lösungen enthielten bei 18—19° C.:

Na Cl[1]	26·47	
Na Br[2]	45·70	
	46·14	im Mittel 46·05.
	46·31	
Na J[3]	63·00	im Mittel 62·98.
	62·97	

Die gemischten Lösungen enthielten bei derselben Temperatur in 100 Theilen:

Na Cl, Na Br	45·72	im Mittel 45·59.
	44·47	
Na Cl, Na J	62·33	
Na Br, Na J	62·93	im Mittel 63·15.
	63·37	
Na Cl, Na Br, Na J	63·51	im Mittel 63·20.
	62·90	

Das Verhalten der Salze dieser Gruppe ist somit analog jenem der bereits angeführten Reihen.

Alles was bezüglich der salpetersauren Verbindungen von Baryt, Bleioxyd und Strontian angeführt wurde, hat seine Geltung für die Haloidsalze von Kalium und Natrium. Die Chlorverbindungen werden von den Bromverbindungen, und diese wieder so wie erstere von den Jodverbindungen größtentheils verdrängt (gefällt).

In den beiden Reihen der Haloidsalze von Kalium und Natrium findet bezüglich der Löslichkeit der einzelnen Salze eine Progression im Verhältnisse ihrer Aquivalentgewichte statt. Die in je 100 Gewichtstheilen der Lösungen befindlichen Mengen der wasserfreien

[1] Die bekannte Löslichkeit des Chlornatriums.

[2] Ein Theil Na Br löst sich nach Kremers bei 20° in 1·13 Wasser, daher 100 Lösung 46·94 Salz enthalten.

[3] Ein Theil Na J löst sich nach Gay-Lussac in 0·6 kaltem Wasser, daher 100 Lösung 62·5 Salz enthalten. Nach Kremers entspricht der bei 20° gesättigten Lösung ein Gehalt von 64·10 Procent.

Salze entsprechen nämlich nahezu gleichen Äquivalentgewichten, wie die folgende Zusammenstellung zeigt:

Die Lösung von	enthielt in 100 Theilen	Äquivalente	
Na Cl	26·47	0·45	bei 18—19° C.
Na Br	46·05	0·44	
Na J	62·98	0·41	
Ka Cl	25·31	0·33	bei 15—16° C.
Ka Br	39·06	0·32	
Ka J	58·07	0·34	

4. Schwefelsaure Magnesia-Nickeloxyd-Zinkoxyd.

100 Theile der Lösungen enthielten bei 18—20° C.

$MgO . SO_3$ [1]	26·38 25·67	
$NiO . SO_3$	30·60 30·94	im Mittel 30·77.
$ZnO . SO_3$ [2]	35·62 34·81 35·74	im Mittel 35·36.

Die gemischten Lösungen enthielten bei der gleichen Temperatur:

$(MgO, NiO) . SO_3$	31·59 30·91 31·09 29·44 29·76	im Mittel 30·93.
$(MgO, ZnO) . SO_3$	35·02 35·68	im Mittel 35·45.
$(NiO, ZnO) . SO_3$	34·91 36·00	im Mittel 35·45.
$(MgO, NiO, ZnO) . SO_3$	34·85 35·39 36·01 36·26	im Mittel 35·62.

Diese Salze ersetzen sich somit ebenfalls in den Lösungen ihrem absoluten Gewichte nach. Ihre Löslichkeit ist nicht sehr verschieden und daher ist auch ein weit größerer Spielraum für das relative Mengenverhältniß derselben in den gemischten Lösungen gegeben.

[1] Nach Gay-Lussac's Bestimmung enthalten 100 Theile einer bei 18° C. gesättigten Lösung 25·57 Proc. wasserfreies Salz.

[2] Nach Poggiale lösen 100 Theile Wasser bei 20° C. 53·10 Salz; 100 Theile Lösung enthalten danach 34·68 wasserfreies Salz.

Ein Deplaciren des einen durch das andere aus der Lösung wurde nicht beobachtet.

Sehr wesentlich verschieden von dem Verhalten dieser Salze ist das der folgenden Gruppe, da ihre gemischten Lösungen stets weniger an fixer Masse enthalten, als der Löslichkeit des relativ leichtest löslichen Salzes im Gemenge für sich entspricht:

5. Schwefelsaures Kali-Ammoniak.

100 Theile der Lösungen enthielten bei 16—17° C.

$KaO . SO_3$ [1]) 10·54
$H_4NO . SO_3$ [2]) 42·66, 42·75 } im Mittel 42·70.

Die gemischten Lösungen enthielten bei der gleichen Temperatur:

$(AmO, KaO) . SO_3$ 36·59, 38·41, 38·32 } im Mittel 37·77.

Der Gehalt der gemischten Lösung beträgt somit weniger, wie der einer bei der gleichen Temperatur gesättigten Lösung von schwefelsaurem Ammoniak (das leichter lösliche Salz), aber er steht in einem rationellen Verhältniß mit den Gewichtsmengen, welche sich in je 100 Theilen der Lösungen der beiden einzelnen Salze fanden. Die Rechnung ergibt nämlich, daß der procentische Gehalt der gemischten Lösung gleich ist dem procentischen Gehalte einer gesättigten Lösung von schwefelsaurem Kali mehr dem ganzen Quantum von schwefelsaurem Ammoniak, welches sich von diesem in 100 Theilen Lösung allein befindet. Die folgende Berechnung macht dies ersichtlich:

Die gemischte Lösung			In 100 Theilen: Berechnet.	Gefunden.
Lösungswasser	89·46		62·17	62·23
$KaO . SO_3$	10·54	53·24	37·29	37·77
$H_4NO . SO_3$	42·70			
	142·70			

[1]) Nach Gay-Lussac's Bestimmungen enthalten 100 Theile der Lösung bei 17·5° C. 10·23 Proc. $KaO . SO_3$, nach Karsten bei 15·7° C. 9·69 Theile.

[2]) In den chemischen Lehrbüchern findet sich die Angabe, daß ein Theil schwefelsaures Ammoniak sich in zwei Theilen kalten Wasser löst, wonach 100 Theile Lösung 33·33 Proc. $AmO . SO_3$ enthalten würden. Diese Angabe ist unrichtig. Nach der neuesten Bestimmung von Alluard enthalten 100 Theile der Lösung bei 20° C. 43·27 Theile.

Wenn die Bildung der gemischten Lösung wirklich in der Weise stattfindet, wie es aus diesen Zahlen hervorzugehen scheint, so müßte das relative Verhältniß der beiden einzelnen Salze in 100 Theilen der gemischten Lösung folgendes sein:

$KaO . SO_3$	7·38	37·29	100
$AmO . SO_3$	29·92		
Lösungswasser		62·71	

Durch directe Veruche wurden gefunden in den früher angegebenen Mengen, welche die gemischten Lösungen enthielten:

1.	$KaO . SO_3$	5·61	36·59	
	$AmO . SO_3$	30·98	63·41	Lösungswasser.
2.	$KaO . SO_3$	5·45	38·41	
	$AmO . SO_3$	32·96	61·59	Lösungswasser.
3.	$KaO . SO_3$	7·52	38·32	
	$AmO . SO_3$	30·80	61·68	Lösungswasser.

Das Verhältniß der beiden Salze näherte sich also dem der Berechnung entsprechenden, und stimmte nur in dem Versuche 3. mit demselben vollkommen genau überein.

Der hier entwickelten Beziehung der Löslichkeit der einzelnen Salze zu jener ihres Gemisches wäre keine besondere Bedeutung zuzuschreiben, wenn sie als eine vereinzelte Thatsache, nur gültig für diese beiden Salze, bestünde. Allein dies ist thatsächlich nicht der Fall. Es gibt noch mehrere Salzreihen, deren Löslichkeitsverhältnisse ganz die gleichen Beziehungen nachweisen lassen, wie die folgenden Versuchsresultate zeigen:

6. Salpetersaures Kali, salpetersaures Natron.

100 Theile der Lösungen enthielten:

		bei
$NaO . NO_5$ [1]	43·88	14° C.
	44·53	15° „

---

1) Nach Kopp löst sich ein Theil bei 18·5° C. in 1·14 Wasser, wonach 100 Theile Lösung 46·72 Salz enthalten.

		bei
$KaO.NO_5$ [1]	16·34	14° C.
	18·81	15° „

Die gemischten Lösungen enthielten:

		bei
$(KaO, NaO).NO_5$	52·17	14° C.
	53·15	15° „

Die Berechnung ergibt hier ein Resultat, welches darauf hindeutet, daß zur gesättigten Lösung von salpetersaurem Natron jene Menge von salpetersaurem Kali hinzugetreten sei, welche sich von letzterem bei gleicher Temperatur in 100 Theilen der wässerigen Lösung befindet.

Die gemischten Lösungen			In 100 Theilen Berechnet.	In 100 Theilen Gefunden.
bei 15° C.	Lösungswasser	55·47	46·69	46·85
	$NaO.NO_5$	44·53	53·31	53·15
	$KaO.NO_5$	18·81		
bei 14° C.	Lösungswasser	56·12	48·24	47·83
	$NaO.NO_5$	43·88	51·76	52·17
	$KaO.NO_5$	16·34		

Während also die Löslichkeitsverhältnisse dieses Salzgemisches ganz analog sind jenem eines Gemenges von schwefelsaurem Kali und Ammoniak, waltet nur der eine Unterschied ob, daß dort das leichter lösliche Salz ($Am O.SO_3$) zur Auflösung des schwerer löslichen hinzutrat, während hier das Umgekehrte der Fall ist.

Aus den im Vorliegenden angeführten Thatsachen lassen sich vorläufig zwei bestimmte Fälle des Verhaltens isomorpher Salze in ihren gemischten Auflösungen ableiten:

1.) Die Gewichtsmenge der in 100 Theilen der gemischten Lösung, enthaltenen Salze ist gleich der Gewichtsmenge, welche 100 Theile Lösung von dem leichtest löslichen Salze derselben bei der gleichen Temperatur enthalten. Hier findet eine wirkliche Vertretung und zwar nach dem absoluten Gewichte statt. Dem Ersatze des einen durch das andere für die Sättigung oder Erfüllung des Löslichkeits-

[1] Ein Theil $KaO.NO_5$ löst sich nach Gay-Lussac ei 18° C. in 3·45 Theilen Wasser, wonach 100 Lösung 22·47 Salz enthalten. Karsten gab bei dieser Temperatur das gleiche Löslichkeitsverhältniß an. Longchamp fand bei 18° C. 21·64, Riffault bei 16° C. 20·00 Salz in der Lösung.

mediums (Wassers) ist aber durch ihre relative Löslichkeit eine gewisse Grenze gesetzt.

2.) Die Gewichtsmenge der in 100 Theilen der gemischten Lösung enthaltenen Salze ist gleich dem procentischen Gehalte einer Lösung, welche von den sie componirenden Salzen das ihrer Löslichkeit bei gleicher Temperatur für sich entsprechende Quantum Salz aber nur das der Löslichkeit des einen entsprechende Wasserquantum enthält. Die Menge des Lösungswassers entspricht in einigen Fällen jener, welche zur Auflösung des leichter löslichen Salzes, in anderen der, welche zur Auflösung des schwerer löslichen Salzes erforderlich ist. Hier findet also eine Vertretung des einen Salzes durch das andere für die Sättigung des Lösungsmediums nicht statt, sondern eine Addirung des einen zur Lösung des anderen.

In wie ferne andere Gruppen isomorpher Salze ein ähnliches oder davon abweichendes Verhalten zeigen, soll einer späteren Mittheilung vorbehalten bleiben.

VI. SITZUNG VOM 22. FEBRUAR 1866.

Herr Regierungsrath Ritter v. Ettingshausen im Vorsitze und wegen Erkrankung des Secretärs zugleich dessen Stellvertreter.

Derselbe theilt die betrübende Nachricht von dem großen Verluste mit, den die Akademie sowie die Wissenschaft durch das am 18. d. M. erfolgte Ableben des w. M. und Seeretärs der phil.-hist. Classe, des Herrn Dr. Ferdinand Wolf erlitten hat.

Sämmtliche Anwesende geben ihr Beileid durch Erheben von den Sitzen kund.

Herr Prof. Dr. A. v. Waltenhofen zu Innsbruck übersendet ein versiegeltes Schreiben mit dem Ersuchen um Aufbewahrung zur Sicherung seiner Priorität.

Herr Dr. Th. Oppolzer legt eine Abhandlung „über die Bahn des Cometen I. 1866" vor.

Herr Dr. L. Ditscheiner übergibt eine Abhandlung „über einen Interferenzversuch mit dem Quarzprisma".

Herr Dr. K. Friesach überreicht eine Tabelle zur Erleichterung der Schiffahrt im größten Kreise nebst Beschreibung derselben.

Herr Dr. G. C. Laube legt zwei Abhandlungen vor und zwar: *a)* „die Bivalven des braunen Jura von Balin mit Berücksichtigung ihrer geognostischen Verbreitung in Frankreich, England, Schweden und anderen Ländern"; *b)* „die Echinodermen des braunen Jura von Balin".

Die beiden letztgenannten Abhandlungen sind für die Denkschriften bestimmt.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Académie Impériale des Sciences de St. Pétersbourg: Mémoires. VIIe Série. Tome V, N. 1. 1862; Tome VII, N. 1—9. 1864;

Tome VIII, Nr. 1—16. 1865; 4°· — Bulletin. Tome VII, Nr. 3—6. 1864; Tome VIII, Nr. 1—6. 1865; 4°·

Akademie, kais. Leopoldino-Carolin. Deutsche, der Naturforscher: Verhandlungen. XXXII. Band. I. Abth. Dresden, 1865; 4°·

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 4. Jahrg. Nr. 4. Wien, 1866; 8°·

Astronomische Nachrichten. Nr. 1571. Altona, 1866; 4°·

Berliner Astronomisches Jahrbuch für 1868. Herausgegeben von W. Foerster. Berlin, 1866; 8°·

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXII, Nr. 5—6. Paris, 1866; 4°·

Cosmos. 2e Série. XVe Année, 3e Volume, 6e—7e Livraisons. Paris, 1866; 8°·

Gesellschaft zur Beförderung des Ackerbaues, der Natur und Landeskunde in Brünn: Mittheilungen. 1865. Brünn; 4°·

— Fürstlich Jablonowskische: Jahresbericht. 1865. 8°·

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXVII. Jahrg. Nr. 7—8. Wien, 1866; 8°·

Jena, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Halbjahre 1865/6. 8°· & 4°·

Land- und forstwirthschaftliche Zeitung. XVI. Jahrg. Nr. 5—6. Wien, 1866; 4°·

Marburg, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus den Jahren 1864—1865. 8°· & 4°·

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. Jahrg. 1866, Heft 1. Gotha; 4°·

Moniteur scientifique. 219e Livraison. Tome VIIIe, Année 1866. Paris; 4°·

Osservatorio, Reale, di Palermo: Bullettino meteorologico. Nr. 12. Dicembre 1865. Folio.

Plücker, J., On a New Geometry of Space. (Transaction of the Royal Society of London 1865.) 4°·

— and J. W. Hittorf, on the Spectra of Ignited Gases and Vapours etc. (*Ibidem.*) 4°·

Reader. Nrs. 163—164, Vol. VII. London, 1866; Folio.

Reichenbach, K. Freih. v., Über Sensitivität und Od. XV—XIX. 8°·

Vierteljahresschrift für wissenschaftliche Veterinärkunde. XXV. Band, 1. Heft. (Jahrg. 1866. I.) Wien; 8°.

Wiener medizinische Wochenschrift. XVI. Jahrg. Nr. 12—15. Wien, 1866; 4°.

Wochen-Blatt der k. k. steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. XV. Jahrg. Nr. 8. Gratz, 1866; 4°.

Zeitschrift des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins. XVIII. Jahrg. 1. Heft. Wien, 1866; 4°.

Über einen Interferenzversuch mit dem Quarzprisma.

Ausgeführt im k. k. physikalischen Institute.

Von **L. Ditscheiner.**

(Mit 1 Tafel.)

Wenn man auf ein Prisma, dessen drei Seitenflächen vollkommen eben und polirt sind, weißes Licht fallen läßt, so wird bekanntlich der größte Theil dieses Lichtes durch die zweite Prismenfläche wieder austreten und wegen der verschiedenen Brechbarkeit der einzelnen Strahlen sich als Spectrum entfalten. Ein Theil dieses Lichtes wird aber innerhalb des Prismas wiederholte Reflexionen erleiden und erst nach diesen durch die bezeichnete zweite Prismenfläche wieder austreten. Es ist nun leicht zu erkennen, daß, sobald nur die der brechenden Kante gegenüberliegen Prismenwinkel gleich sind, durch diese zweite Prismenfläche wieder weißes Licht austritt. Ist nämlich in Fig. 1 ABC ein solches Prisma, ab der einfallende Strahl, der im Prisma den Weg $bcdef$ nimmt und als Strahl fg austritt, ferner α der Einfallswinkel und β der Brechungswinkel an der ersten Prismenfläche, γ, δ, ε und ζ die Einfalls- und Reflexionswinkel an den Prismenflächen AB, BC, AC und AB innerhalb des Prismas, endlich θ der Austrittswinkel an der zweiten Prismenfläche AB, so ergeben sich unmittelbar folgende Relationen, unter A, B, C die entsprechenden Prismenwinkel verstanden:

$$\gamma = A - \beta,\ \delta = B - \gamma,\ \varepsilon = C - \delta$$
$$\zeta = A - C + \delta = B - C + \beta.$$

Wird nun $B = C$, so wird $\zeta = \beta$, also auch

$$\theta = \alpha$$

woraus folgt, daß, parallele Lichtstrahlen vorausgesetzt, an der zweiten Prismenfläche wieder ein weißes Strahlenbündel austritt,

welches symmetrisch mit dem einfallenden Strahlenbündel, bezüglich der den brechenden Winkel halbirenden Linie, gelegen ist.

Es ist wohl Jedem, der mit solchen Prismen gearbeitet, diese Erscheinung sicherlich bekannt, denn versucht man es irgend eine Linie des Spectrums in die Minimumstellung zu bringen, so rückt eine weiße Linie, das Bild der Spalte, durch das Spectrum und deckt gerade jene Linie, deren Minimumstellung erreicht ist, so zwar daß sie selbst störend auf die Beobachtung einwirken kann [1]. Ein kleines Vorrücken des Prismas, welches auf die Minimumstellung ohne bedeutenden Einfluß ist, bringt diese Linie wieder aus ihrer Lage. Wenn die vom Collimator kommenden Strahlen, auch noch die Fläche *BC* treffen, wie etwa der Strahl *hd'*, so werden sie in der Richtung *d'i*, welche offenbar mit *fg* parallel ist, reflectirt und geben ebenfalls im Beobachtungsfernrohr ein Bild der Spalte, das mit obigen identisch aber weit intersiver ist. Aber diese Strahlen sind leicht durch einen Schirm abzuhalten und so unschädlich zu machen.

Diese Eigenschaft solcher Prismen kann nun dazu dienen, einen Interferenzversuch mit einem zur optischen Axe parallel geschnittenen Quarzprisma zu erklären. Fallen nämlich homogene Lichtstrahlen, deren Schwingungsrichtung unter 45° gegen die Prismenkante geneigt ist, auf ein Prisma, so zerlegen sie sich in demselben in einen ordentlichen und einen außerordentlichen Strahlenbündel, welche nach den wiederholten Reflexionen wieder parallel austreten. Da sie aber verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeiten besitzen und im Allgemeinen auch verschiedene Wege zurückgelegt haben, so werden sie einen Gangunterschied erleiden, und da ihre Schwingungsrichtungen endlich auf einander senkrecht stehen, so erzeugen sie im Allgemeinen nach ihrem Austritte einen elliptisch-polarisirten Strahl. Dieser elliptisch-polarisirte Strahl wird aber ein geradlinig polarisirter, sobald die ihn erzeugenden Strahlen einen Gangunterschied erfahren haben, der eine ganze Anzahl von ganzen, oder eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen beträgt. Ein Analyseur also, dessen Schwingungsrichtung senkrecht auf jener des austretenden Strahles steht, wird diesen auszulöschen im Stande sein. Wendet man statt homogenem Lichte weißes an, so werden im Spectrum, das

---

[1] Reusch. Pogg. Ann. 93. 115.

durch Zerlegung des aus dem Quarprisma austretenden weißen Strahles erhalten werden kann, an allen jenen Stellen schwarze Interferenzstreifen erscheinen, welche Farben entsprechen, deren ordentliche und außerordentliche Strahlen einen Gangunterschied von einer ganzen Anzahl von Wellenlängen erlitten haben, sobald die Schwingungsrichtung des Analyseurs und jene des Polariseurs auf einander senkrecht stehen. Besitzen aber Polariseur und Analyseur gleiche Schwingungsrichtung, so werden schwarze Interferenzstreifen an jenen Stellen auftreten, deren Strahlen einen Gangunterschied von einer ungeraden Anzahl von Wellenlängen erfahren.

Die Ausführung des Versuches kann nun auf folgende Art geschehen. Von einem Heliostaten oder einer Lampe fallen weiße Lichtstrahlen auf die Spalte des Collimators eines Spectroskopes, nachdem sie zuvor durch einen Nicol eine Schwingungsrichtung, die 45° gegen die verticale Spalte geneigt ist, erhalten haben. Aus der Collimatorlinse austretend fallen sie auf ein zur Axe parallel geschnittenes Quarzprisma, dessen Kantenwinkel an der der brechenden Kante gegenüberliegenden Seite gleich sind, also etwa auf ein solches mit drei gleichen Winkeln von 60°. Dieses Quarzprisma wird nun so gestellt, daß die vereint austretenden ordentlichen und außerordentlichen Strahlen, nachdem sie die oben angeführten Reflexionen erlitten, durch das Beobachtungsfernrohr als weiße Linie gesehen werden können.

Man bringt das Prisma nahe in die Minimumstellung, da bei dieser die gesuchte weiße Linie in der Nähe der gesondert austretenden ordentlichen und außerordentlichen Spectra leicht gefunden werden kann. Beim Verrücken des Quarzprismas aus der Minimumstellung rückt dann diese weiße Linie außerhalb der Spectra, und kann so in jede beliebige Lage gebracht werden, was wegen der unmittelbar darauffolgenden Zerlegung mittelst eines zweiten einfach brechenden Prismas nothwendig ist, um ein Decken verschiedener Spectra zu vermeiden. In dem von diesem zweiten Prisma erzeugten Spectrum können nun die oben angeführten Interferenzstreifen leicht beobachtet werden, sobald der Analyseur, der etwa am Oculare des Beobachtungsfernrohres angebracht ist, die richtige Lage hat. Das Quarzprisma kann aber auch vor der Spalte des Collimators angebracht werden, nur müssen natürlich die interferirenden austretenden Strahlen die Richtung der Collimatoraxe besitzen, also auch die vom

Heliostaten kommenden Strahlen in der entsprechenden Richtung auf das Quarzprisma fallen.

Um diese Erscheinung möglichst einfach rechnen zu können, denken wir uns den einfallenden Strahl *AM* Fig. 2 in die Spitze *A* des Prisma gelegt, nachdem es ersichtlich gleichgiltig ist, welcher auffallender Strahl betrachtet wird, indem die einfallende ebene Welle wieder als ebene Welle austritt. Der diesem einfallenden Strahl entsprechende gebrochene, mit dem Brechungsquotienten μ_1, legt im Prisma den Weg Null zurück, wird also sogleich im Punkte *A* von der Fläche *AB* in der Richtung *BD* reflectirt, so zwar, daß der Winkel $BAD = 90 - \gamma_1 = 90 - A + \beta_1$ (wobei $\sin \beta_1 = \mu_1 \sin \alpha$). In *D* neuerdings gegen die Ebene *AC* reflectirt, wird er auch von dieser in *E* gegen *AB* zurückgeworfen, wo er bei *F* in der Richtung *FG* wieder austritt. An den Trennungsflächen, also bei *A, D, E,* wenn nicht etwa totale Reflexionen eintreten, verliert der Strahl wegen Austritt eines Theiles in die Luft und bei *F* wegen Reflexion an Intensität, wir können diesen Verlust aber hier außer Acht lassen, da der ordentliche und außerordentliche Strahl wegen nahezu gleichen Einfalls- und Reflexionswinkel auch gleich viel an Intensität verlieren. Die bei *A* einfallende Wellenebene kommt, nachdem sie den Weg *ADEFH* zurückgelegt hat, in die Lage *BH*. Die Zeit welche nothwendig um diesen Weg zu durchlaufen, ist:

$$\theta_1 = \frac{AD + DE + FE}{v_1} + \frac{FH}{v}$$

sobald v_1 die Geschwindigkeit im Prisma, v jene in der Luft bedeutet. Da aber $\frac{v}{v_1} = \mu_1$ und $\theta_1 v = n_1 \lambda_1$, wobei n_1 die Anzahl der Wellenlängen ist, welche der Strahl zurückgelegt, so folgt

$$n_1 = \frac{(AD + DE + EF)\,\mu_1 + HF}{\lambda_1}.$$

Sind die Winkel bei *B* und *C* gleich, so ist nach unseren obigen Winkel $BAD = 90 - \gamma_1$, $BDE = CDE = 90 - B + \gamma_1$, $CED = AEF = 90 - \gamma_1$ und endlich $BFE = 90 - \beta_1$. Daraus ergeben sich unmittelbar, wenn $AB = a$ also $BC = 2a \sin \frac{A}{2}$ gesetzt wird, folgende Relationen:

$$AD = a \frac{\sin B}{\cos \gamma_1}; \quad DE = DC \,.\, \frac{\sin B}{\cos \gamma_1}$$

$$EF = AF \frac{\sin A}{\cos \gamma_1}; \; HF = FB \,.\, \sin \alpha$$

wobei

$$DC = a \left(2 \sin \frac{A}{2} - \frac{\cos \gamma_1}{\cos (B - \gamma_1)} \right)$$

$$AF = \left(a - DC \,.\, \frac{\cos \gamma_1}{\cos (B - \gamma_1)} \right) \frac{\cos \gamma_1}{\cos \beta_1} \text{ und endlich}$$

$$BF = a - AF.$$

Für einen zweiten Strahl vom Brechungsquotienten μ_2 wird sich eben so ein n_2 ergeben, man hat nur in allen diesen Gleichungen μ_2 statt μ_1 und λ_2 statt λ_1 zu setzen, also auch statt β_1 und γ_1 auch $\beta_2 = \frac{\sin \alpha}{\mu_2}$ und $\gamma_2 = A - \beta_2$ zu substituiren.

Besitzen nun diese beiden Strahlen vom Brechungsquotienten μ_1 und μ_2 gleiche Farbe, also auch gleiches λ, wie dies beim ordentlichen und außerordentlichen Strahl unseres Quarzprismas der Fall ist, so gibt $n_1 - n_2$ die Anzahl der Wellenlängen an, um welche der eine dieser Strahlen dem anderen vorausgeeilt ist.

Bei einem Quarzprisma, dessen Winkel 59°37'40", 60°4'47", 60°17'36", also nahe $= 60°$ und dessen Seiten $AB = AC = 20$ Millim. sind, waren diese Interferenzstreifen vollkommen gut zu beobachten. Wenn der Einfallswinkel 60° beträgt, dann treten wie in Fig. 3 die Strahlen in derselben Richtung aus dem Prisma, in der sie eingetreten waren, die Fläche BC ist dann den einfallenden Strahlen parallel. Nimmt man nach Rudberg's Messungen die Brechungsquotienten des Quarzes als folgende an:

B	1·54090	1·54990
C	1·54181	1·55085
D	1·54418	1·55328
E	1·54711	1·55631
F	1·54965	1·55894
G	1·55425	1·56365
H	1·55817	1·56772

so ergibt die Rechnung für die Strahlen bei *B* einen Gangunterschied von nahe 459 und für jene bei *F* einen solchen von 674 Wellenlängen; zwischen *B* und *F* müssen sonach 194 Interferenzstreifen liegen. Diese Streifen selbst waren durch ein 60° Flintglasprisma beobachtet zu fein, um gezählt werden zu können, die Intensität des Spectrums zu gering, um eine weitere Zerlegung möglich zu machen.

Leichter und namentlich bei größeren Prismen mit weniger zahlreichen Interferenzstreifen, läßt sich ein ähnlicher Versuch ausführen, wenn man die polarisirten Lichtstrahlen so auf die erste Prismafläche auffallen läßt, daß sie gleich nach der ersten Brechung an der hinteren Prismafläche reflectirt und an der zweiten die brechende Kante bildende Fläche wieder austreten. Ist Fig. 4 *MN* der einfallende Strahl, *NP* der gebrochene, *PQ* der reflectirte und *QR* der wieder austretende, so ist offenbar Winkel *PNC*=*PQB*, somit auch *MNC*=*BQR*. Alle Strahlen, welche Brechungsquotienten sie auch haben mögen, treten also parallel aus dem Prisma, bei weißem einfallenden Licht tritt also wieder weißes Licht aus. Der ordentliche und außerordentliche Strahl im Quarzprisma werden auch hier wieder elliptisch polarisirtes Licht liefern, das unter denselben Bedingungen wie oben in geradlinig polarisirtes übergeht, und so durch einen Analyseur ausgelöscht werden kann.

Hier ist die Rechnung einfacher. Wir denken uns den einfallenden Strahl durch den Punkt *C*, Fig. 5, gelegt, der gebrochene wird in *C* sogleich an der Fläche *BC* reflectirt, um bei *N* in der Richtung *NP* auszutreten. Die auf *PN* senkrechte Linie *PH* mag die austretende ebene Welle darstellen. Die Anzahl der Oscillationen, welche stattfinden, während die Welle von *C* nach *H* kommt, liefert die Gleichung

$$n_1 = \frac{CN \cdot \mu_1 + HN}{\lambda_1}$$

dabei ist

$$NC = BC \cdot \frac{\sin B}{\cos \beta_1}$$

$$HN = BC \cdot \frac{\cos (B - \beta_1)}{\cos \beta_1} \sin \alpha.$$

Die Strahlen mit den Ausschlägen η und ζ setzen sich nun im Allgemeinen zu einem elliptisch polarisirten Strahle zusammen, aber für den Fall, daß ihr Gangunterschied

$$(x'-x)-(D'-D)$$

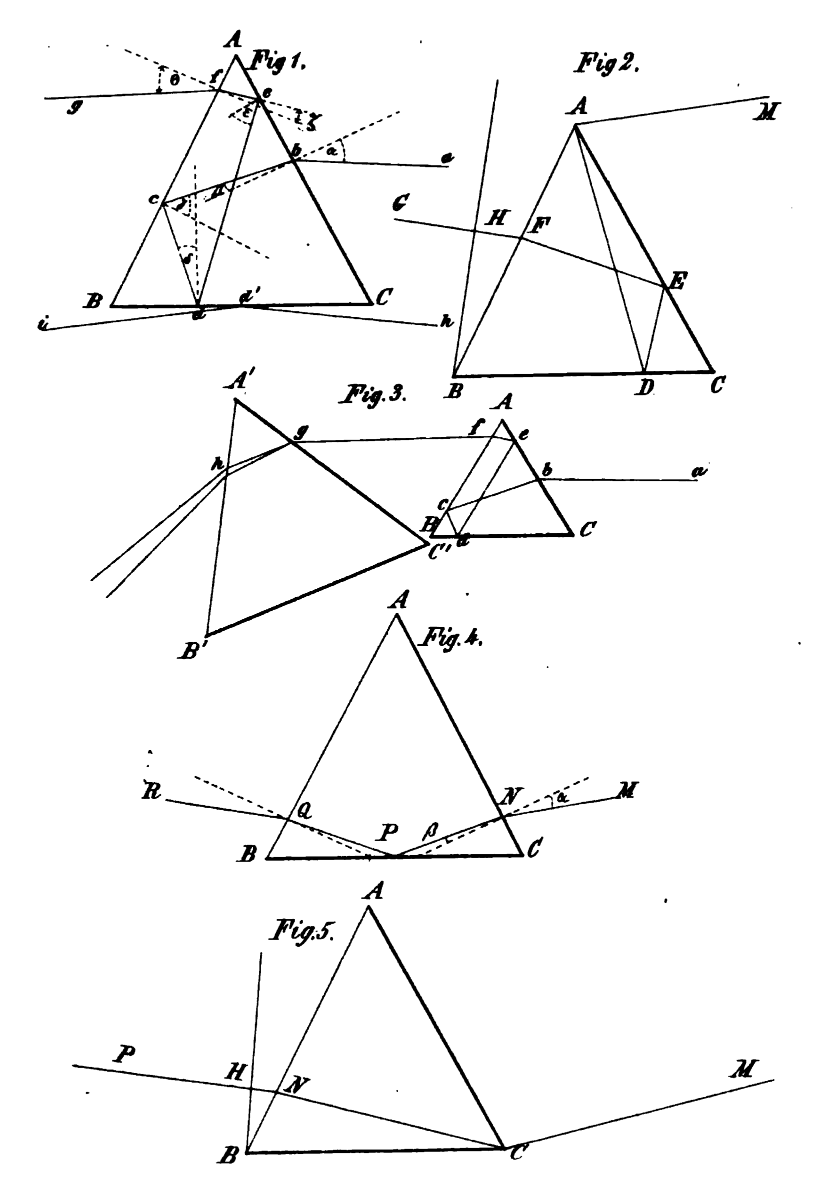
entweder eine ganze Anzahl von ganzen Wellenlängen oder eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen beträgt, liefern sie einen geradlinig polarisirten Strahl. In dem einen Falle werden wir bei gekreuzten, im anderen bei parallelen Nicolen schwarze Interferenzstreifen auftreten sehen. Bei gegebenen Einfallswinkeln wird der Gangunterschied $D'-D$ sich aus der Formel

$$\sin\frac{2\pi}{\lambda}(D'-D)=q_2\,p_1-q_1\,p_2$$

nachdem statt p_1, q_1, q_2 und p_2 die ihnen entsprechenden oben gegebenen Werthe eingeführt wurden. Dieser gefundene Werth von $D'-D$ von denjenigen, wie wir ihn oben bereits gefunden, abgezogen, gibt dann erst den richtigen Gangunterschied.

Bei dem oben gerechneten Fall, mit einmaliger Reflexion, hat, ungeachtet Totalreflexion stattgefunden hat und diese nicht in Rechnung gezogen wurde, die Rechnung nicht wesentlich von der Beobachtung differirt, weil ja gegenüber den großen Gangunterschieden $x'-x$ jener $D'-D$ verschwindend klein ist, und die Fehler, welche durch die nicht ganz entsprechenden Prismenwinkel entstehen, die Constatirung dieser Differenz nicht gut erlauben.

Für den Fall mehrmaliger Totalreflexion muß natürlich die Rechnung für jede derselben in der angeführten Weise geschehen.



Aus d. k. k. Hof. u. Staatsdruckerei.



Über die Bahn des Kometen I. 1866.

Von **Dr. Th. Oppolzer.**

Der erste Komet des Jahres 1866 wurde von Tempel in Marseille am 19. December 1865 entdeckt. — Ich habe für diesen Kometen aus drei Beobachtungen vom 21., 22. und 26. December (1865) vorläufige parabolische Elemente abgeleitet, die ich Nr. 1566 der Astronomischen Nachrichten veröffentlicht habe; als ich aber um genauere Elemente für diesen Kometen zu berechnen meine Beobachtungen vom 21. und 26. December (1865), 2. und 7. Jänner (1866) zu Hilfe nahm, wollten sich diese Beobachtungen in eine Parabel nicht fügen; es blieben Fehler übrig, die auf 39' in der Länge anstiegen; näheren Bericht über diese Elemente, die wegen der Kürze der Zwischenzeiten nur als rohe Näherungen gelten können, habe ich in Nr. 1568 der Astronomischen Nachrichten abgestattet. Mit diesen Elementen nun verglich ich einige Beobachtungen, die ich zu Normalorten zusammenfaßte und leitete, indem ich den beobachteten Bogen durch Hinzufügung meiner zwei Beobachtungen vom 13. und 15. Jänner um acht Tage vergrößerte, folgende elliptische Elemente ab:

Komet I. 1866.

$T = 11\cdot30282$ Jänner mittere Berliner Zeit.

$$\left.\begin{aligned} \pi &= 42°39'47''6 \\ \Omega &= 231\ 29\ 55\cdot0 \\ i &= 162\ 41\ 32\cdot6 \end{aligned}\right\}\ \text{mittl. Äquinoct. } 1866\cdot0$$

$\log q = 9\cdot989\ 507$

$e = 0\cdot898\ 390.$

Die Umlaufszeit des Kometen wird nach diesen Elementen circa 30 Jahre. — Es erübrigt noch dieses allerdings etwas paradoxe Resultat zu rechtfertigen; es wird sich aus der folgenden Mittheilung herausstellen, daß diese Elemente schon einen hohen Grad von Wahrscheinlichkeit für sich haben.

Um größere Reihen von Beobachtungen vergleichen zu können, leitete ich die unten angesetzten Ephemeriden ab, zur Bestimmung der mittleren Äquatorconstanten (1866·0) wurde benutzt:

$$x = r.\,\overline{9\cdot9878982}\,\sin(v + 30°57'56''52)$$
$$y = r.\,\overline{9\cdot9217956}\,\sin(v + 111\ 53\ 46\cdot74)$$
$$z = r.\,\overline{9\cdot7761095}\,\sin(v + 139\ 43\ 20\cdot50)$$

Die wahre Anomalie v wurde nach Gauß' Methode (vergl. §§. 37, 38, 39, 40, 41 d. theoria motus) bestimmt. Die Zeit ist auf den Berliner Meridian bezogen.

Datum	Rectascension	Declination	Log Δ
1865. December 21. 0h	20h29m41s03	+73°59'37"9	9·28867
" " 6	20 57 58·10	+71 53 30·8	9·28896
" " 12	21 20 13·18	+69 35 24·0	9·29040
" " 18	37 52·57	+67 10 11·6	9·29295
" " 22. 0	21 52 4·44	+64 41 14·2	9·29659
" " 6	22 3 39·48	+62 11 0·1	9·30125
" " 12	13 14·70	+59 41 20·5	9·30687
" " 18	21 17·14	+57 13 39·6	9·31337
" " 23. 0	28 6·67	+54 49 1·1	9·32068
" " 6	33 58·15	+52 28 12·4	9·32870
" " 12	39 2·77	+50 11 47·8	9·33735
" " 18	43 29·12	+48 0 11·5	9·34654
" " 24. 0	47 23·84	+45 53 38·7	9·35620
" " 6	50 52·18	+43 52 17·9	9·36625
" " 12	53 58·27	+41 56 11·7	9·37662
" " 18	56 45·48	+40 5 18·6	9·38723
" " 25. 0	22 59 16·50	+38 19 33·5	9·39804
" " 6	23 1 33·58	+36 38 48·8	9·40899
" " 12	3 38·54	+35 2 54·6	9·42004
" " 18	5 32·92	+33 31 40·1	9·43113
" " 26. 0	7 18·01	+32 4 53·3	9·44225
" " 6	8 54·90	+30 42 21·9	9·45336
" " 12	10 24·51	+29 23 53·5	9·46442
" " 18	23h11m47s63	+28° 9'15"6	9·47543

Datum			Rectascension	Declination	Log Δ
1865. December	27.	0h	23h 13m 4s94	+26°58'15"8	9·48636
„	„	6	14 17·03	+25 50 42·4	9·49719
„	„	12	15 24·42	+24 46 23·6	9·50791
„	„	18	16 27·54	+23 45 8·6	9·51852
„	28.	0	17 26·79	+22 46 46·5	9·52900
„	„	6	18 22·54	+21 51 7·6	9·53934
„	„	12	19 15·07	+20 58 2·3	9·54957
„	„	18	20 4·66	+20 7 21·8	9·55964
„	29.	0	20 51·55	+19 18 57·6	9·56957
„	„	6	21 35·97	+18 32 41·8	9·57935
„	„	12	22 18·09	+17 48 27·1	9·58899
„	„	18	22 58·09	+17 6 6·4	9·59848
„	30.	0	23 36·15	+16 25 33·3	9·60782
„	„	6	24 12·38	+15 46 41·7	9·61702
„	„	12	24 46·92	+15 9 25·9	9·62608
„	„	18	25 19·88	+14 33 40·5	9·63499
„	31.	0	23h 25m 51s38	+13°59'20"5	9·64376

0h Berliner Zeit			Rectascension	Declination	Log Δ
1866.	Jänner	0	23h 25m 51s38	+ 13°59'20"5	9·64376
„	„	1	27 44·51	+ 11 54 46·4	9·67748
„	„	2	29 20·57	+ 10 7 35·7	9·70912
„	„	3	30 43·16	+ 8 34 31·7	9·73885
„	„	4	31 54·93	+ 7 13 1·8	9·76682
„	„	5	32 57·89	+ 6 1 6·3	9·79318
„	„	6	33 53·57	+ 4 57 10·6	9·81807
„	„	7	34 43·17	+ 3 59 59·2	9·84162
„	„	8	35 27·63	+ 3 8 31·1	9·86394
„	„	9	36 7·72	+ 2 21 56·6	9·88513
„	„	10	36 44·06	+ 1 39 35·2	9·90527
„	„	11	37 17·15	+ 1 0 53·2	9·92445
„	„	12	23h 37m 47s43	+ 0°25'22"6	9·94274

0h Berliner Zeit	Rectascension	Declination	Log Δ
1866. Jänner 13	23h38m15s25	— 0° 7'20"1	9·96020
„ „ 14	38 40·91	— 0 37 34·8	9·97689
„ „ 15	39 4·67	— 1 5 38·4	9·99286
„ „ 16	39 26·75	— 1 31 45·2	0·00817
„ „ 17	39 47·34	— 1 56 7·7	0·02284
„ „ 18	40 6·60	— 2 18 56·6	0·03692
„ „ 19	40 24·67	— 2 40 21·3	0·05045
„ „ 20	40 41 67	— 3 0 29·6	0·06345
„ „ 21	40 57·76	— 3 19 28·5	0·07595
„ „ 22	41 13·04	— 3 37 24·9	0·08799
„ „ 23	41 27·56	— 3 54 24·4	0·09959
„ „ 24	41 41·41	— 4 10 31·4	0·11077
„ „ 25	41 54·66	— 4 25 50·1	0·12155
„ „ 26	42 7·37	— 4 40 24·3	0·13194
„ „ 27	42 19·62	— 4 54 17·8	0·14197
„ „ 28	42 31·46	— 5 7 33·6	0·15166
„ „ 29	42 42·95	— 5 20 14·2	0·16102
„ „ 30	42 54·14	— 5 32 22·4	0·17006
„ „ 31	43 5·07	— 5 44 0·4	0·17880
„ Februar 1	43 15·79	— 5 55 10·4	0·18724
„ „ 2	43 26·32	— 6 5 54·0	0·19541
„ „ 3	43 36·71	— 6 16 13·1	0·20331
„ „ 4	43 46·99	— 6 26 9·1	0·21094
„ „ 5	43 57·19	— 6 35 43·6	0·21833
„ „ 6	44 7·34	— 6 44 57·7	0·22548
„ „ 7	44 17·46	— 6 53 52·7	0·23241
„ „ 8	44 27·58	— 7 2 29·9	0·23911
„ „ 9	44 37·71	— 7 10 50·2	0·24560
„ „ 10	44 47·87	— 7 18 54·7	0·25188
„ „ 11	44 58·06	— 7 26 44·2	0·25796
„ „ 12	45 8·30	— 7 34 19·8	0·26385
„ „ 13	45 18·59	— 7 41 42·2	0·26955
„ „ 14	45 28·96	— 7 48 52·1	0·27506
„ „ 15	23h45m39s41	— 7°55'50"2	0·28040

0^h Berliner Zeit	Rectascension	Declination	Log Δ
1866. Februar 16	$23^h45^m49^s95$	— 8° 2' 37"3	0·28556
„ „ 17	46 0·57	— 8 9 14·0	0·29056
„ „ 18	46 11·28	— 8 15 40·9	0·29539
„ „ 19	46 22·08	— 8 21 58·6	0·30007
„ „ 20	46 32·97	— 8 28 7·7	0·30460
„ „ 21	$23^h46^m43^s95$	— 8°34' 8"8	0·30799

Die Ephemeride weiter fortzuführen scheint unnöthig, da ohnehin nach dem 14. Februar wohl kaum eine Beobachtung gelungen ist. Ich sah den Kometen am 9. Februar zum letzten Mal, aber fast zu schwach zu einer Beobachtung. Ich habe daher keine Ephemeriden für die Monate Mai und Juni berechnet, in welcher Zeit der Komet auf südlichen Sternwarten der Lage nach sichtbar wäre, da offenbar der Komet zu schwach sein würde, denn es ist seine Helligkeit nur circa $\frac{1}{10}$ derjenigen, die er Anfangs Februar zeigte.

Zu der nun folgenden Zusammenstellung der Beobachtungen muß ich bemerken, daß die angewandte Constante der Sonnenparallaxe = 8"9405 angenommen wurde; diese Größe erhält man, wenn man aus folgenden vier Bestimmungen das Mittel zieht:

1. Winnecke (Marsbeobachtungen) 8"964 (Pulkowa — Cap).
2. Stone „ 8·932 (Greenwich — Williamstown)
3. Leverrier (Sonnentafeln) 8·950
4. Hansen (Mondtafeln) 8·916.

Die angewendete Aberrationsconstante war die Struve'sche. Die Athener, Breslauer, Krakauer und Wiener Beobachtung verdanke ich der Güte der Herren J. Schmidt, Prof. Dr. J. Galle, Prof. F. Karliński und Dr. E. Weiß, — die Josephstädter Beobachtungen habe ich meinen Reductionsheften entnommen, die übrigen Beobachtungen habe ich unverändert den Astronomischen Nachrichten entlehnt, mit Ausnahme der Leipziger Beobachtung vom 25. December, bei der die Rectascension des Vergleichssternes um 10^s zu groß vom Beobachter angenommen worden ist.

Nr.	1865	Ort	Ortszeit	Beob. Rect.	Parall.
1	Decemb. 21	Josephstadt . . .	9h 44m 34s 7	21h 11m 31s 06	+6s 06
2	„ 22	„ . . .	6 6 35·2	22 3 26·81	+2·26
3	„ 22	Wien	7 35 20·3	22 5 57·04	+3·28
4	„ 22	Krakau	10 35 2·6	22 10 20·75	+3·82
5	„ 22	Leipzig	12 31 39·9	22 14 1·39	+2·93
6	„ 23	„	11 39 46·3	22 38 45·36	+2·56
7	„ 23	„	11 55 53·3	22 38 59·29	+2·49
8	„ 25	„	11 33 45·8	23 3 28·95	+1·70
9	„ 26	Josephstadt . . .	6 31 26·1	23 8 59·33	+0·71
10	„ 26	Krakau	10 26 21·5	23 9 53·44	+1·52
11	„ 27	„	8 1 38·5	23 14 34·26	+0·99
	1866				
12	Jänner 2	Kopenhagen . . .	5 45 14·0	23 29 41·05	+0·18
13	„ 2	Breslau	6 20 14·0	23 29 41·35	+0·31
14	„ 2	Altona	5 54 49·1	23 29 42·01	+0·22
15	„ 2	Josephstadt . . .	6 47 17·7	23 29 43·33	+0·41
16	„ 2	Krakau	8 5 56·9	23 29 47·21	+0·58
17	„ 4	„	6 26 48·9	23 32 10·99	+0·30
18	„ 4	Altona	5 54 48·1	23 32 10·96	+0·20
19	„ 4	Krakau	7 5 52·4	23 32 12·39	+0·40
20	„ 5	Kopenhagen . .	5 52 17·0	23 33 11·44	+0·17
21	„ 5	Krakau	6 32 28·4	23 33 11·28	+0·30
22	„ 5	Altona	6 3 7·0	23 33 12·74	+0·22
23	„ 7	Josephstadt . . .	5 49 59·8	23 34 53·17	+0·20
24	„ 7	Krakau	6 17 32·8	23 34 54·21	+0·25
25	„ 7	„	7 19 23·6	23 34 55·79	+0·37
26	„ 7	Wien	8 11 14·4	23 34 57·16	+0·47
27	„ 8	Krakau	6 34 15·3	23 35 37·30	+0·28
28	„ 9	„	6h 48m 35s 5	23h 36m 16s 40	+0s 30

Beob. Decl.	Parall.	Berech. Rect.	Berech. Decl.	$d\alpha\cos\delta$	$d\delta$	Nr.
+70°33'30"8	+15"7	$21^h11^m39^s09$	+70°33'36"4	-0^s65	+10"1	1
+62 13 58·4	— 6·9	22 3 27·27	+62 13 54·7	+0·84	— 3·2	2
+61 37 22·5	+ 0·6	32 5 59·48	+61 36 55·0	+0·40	+28·1	3
+60 27 23·9	+19·9	22 10 25·51	+60 28 7·0	—0·40	—23·2	4
+59 26 34·8	+31·4	22 14 3·87	+59 27 17·4	+0·23	—11·2	5
+50 17 46·7	+26·5	22 38 48·49	+50 18 30·8	—0·36	—17·6	6
+50 11 50·3	+27·8	22 39 1·27	+50 12 30·1	+0·33	—12·0	7
+35 8 46·8	+24·2	23 3 30·42	+35 9 15·7	+0·19	— 4·7	8
+30 38 22·7	+10·4	23 8 59·37	+30 38 30·6	+0·58	+ 2·5	9
+29 49 52·9	+19·5	23 9 54·84	+29 50 6·5	+0·10	+ 5·9	10
+25 33 47·0	+14·2	23 14 34·82	+25 33 49·9	+0·39	+11·3	11
+ 9 43 46·4	+12·3	23 29 41·43	+ 9 44 10·5	—0·20	—11·8	12
+ 9 42 58·2	+11·5	23 29 42·43	+ 9 43 2·6	—0·76	+ 7·1	13
+ 9 42 38·8	+11·9	23 29 42·62	+ 9 42 49·7	—0·39	+ 1·0	14
+ 9 40 34·8	+11·0	23 29 44·21	+ 9 41 2·4	—0·46	—16·6	15
+ 9 36 25·8	+11·7	23 29 48·00	+ 9 36 46·9	—0·21	— 9·4	16
+ 6 54 14·6	+10·4	23 31 11·23	+ 6 54 26·7	+0·06	— 1·7	17
+ 6 54 1·9	+11·0	23 31 11·59	+ 6 54 1·8	—0·43	+11·1	18
+ 6 52 10·0	+10·5	23 31 12·98	+ 6 52 26·3	—0·19	— 5·8	19
+ 5 44 57·1	+10·8	23 32 12·05	+ 6 44 52·2	—0·44	+15·7	20
+ 5 44 1·1	+10·0	23 33 12·47	+ 5 44 23·0	—0·89	—11·9	21
+ 5 43 49·4	+10·5	23 32 12·90	+ 5 43 53·6	+0·06	+ 6·3	22
+ 3 47 32·4	+ 8·9	23 34 53·86	+ 3 47 37·9	—0·49	+ 3·4	23
+ 3 47 9·2	+ 9·2	23 34 54·28	+ 3 47 9·0	+0·18	+ 9·4	24
+ 3 44 40·4	+ 9·3	23 34 56·23	+ 3 44 53·1	—0·07	— 3·4	25
+ 3 42 23·2	+ 9·1	23 34 58·32	+ 3 42 28·5	—0·69	+ 3·8	26
+ 2 56 11·0	+ 8·9	38·09 $23\ 35^m17^s55$	+ 3 56 23·0	—0·51	— 3·1	27
+ 2°10'21"4	+ 8"5	23^h36	+ 2°10'30"3	-0^s85	— 0"4	28

Nr.	1866	Ort	Ortszeit	Beob. Rect.	Parall.
29	Jänner 9	Altona	6ʰ 48ᵐ 42ˢ5	23ʰ 36ᵐ 17ˢ86	+0ˢ28
30	„ 10	Wien	8 16 12 3	23 36 54·11	+0·42
31	„ 10	„	8 49 26·3	23 36 55·27	+0·46
32	„ 11	Krakau	6 14 50·8	23 37 23·95	+0·23
33	„ 11	Josephstadt . . .	6 53 20·1	23 37 25·01	+0·30
34	„ 12	Kopenhagen . .	5 37 32·0	23 37 53·58	+0·14
35	„ 13	„ . . .	5 36 33·0	23 38 21·55	+0·14
36	„ 13	Josephstadt . . .	6 10 36·5	23 38 21·48	+0·22
37	„ 13	Wien	8 46 4·8	23 38 23·22	+0·40
38	„ 14	Altona	6 26 21·0	23 38 46·32	+0·29
39	„ 15	„	6 51 22·0	23 39 9·65	+0·32
40	„ 15	Josephstadt . . .	6 40 9·5	23 39 10·39	+0·26
41	„ 15	Wien	7 27 31·6	30 29 11·00	+0·31
42	„ 15	Altona	7 56 31·0	23 39 12·22	+0·30
43	„ 16	Athen	6 24 52·0	23 39 30·83	+0·28
44	„ 16	„	6 37 44·0	23 39 31·57	+0·30
45	„ 16	Krakau	6 32 39·9	23 39 31·42	+0·24
46	„ 17	Athen	6 21 3·0	22 39 51·50	+0·27
47	„ 19	„	6 24 38·0	23 40 27·89	+0·26
48	„ 19	Krakau	6 24 46·2	23 40 27·81	+0·22
49	„ 20	Athen	6 30 16·0	23 40 45·21	+0·27
50	„ 20	Krakau	6 37 17·7	23 40 45·03	+0·23
51	„ 20	„	6 47 40·8	23 40 45·39	+0·24
52	„ 21	Athen	6 47 15·0	23 41 1·40	+0·29
53	„ 22	„	6 31 36·0	23 41 15·77	+0·27
54	„ 22	Krakau	6 17 5·5	23 41 16·47	+0·20
55	„ 23	Athen	7 3 35·0	23 41 31·51	+0·30
56	Februar 1	Krakau	7 0 35·3	23 43 19·21	+0·21
57	„ 9	Josephstadt . . .	6ʰ 48ᵐ 51ˢ9	23ʰ 44ᵐ 41ˢ57	+0ˢ21

Beob. Decl.	Parall.	Berech. Rect.	Berech. Decl.	$d\alpha \cos \delta$	$d\delta$	Nr.
+ 2° 9' 25"4	+ 9"0	23h 36m 18s58	+ 2° 9' 17"9	−0s44	+16"5	29
+ 1 26 6·9	+ 8·1	23 36 55·37	+ 1 26 22·4	−0·84	− 7·4	30
+ 1 25 14·3	+ 8·1	23 36 56·14	+ 1 25 28·1	−0·41	− 5·7	31
+ 0 52 21·0	+ 7·9	23 37 24·57	+ 0 52 11·2	−0·39	+17·7	32
+ 0 50 45·8	+ 7·7	23 37 25·61	+ 0 50 51·6	−0·30	+ 1·9	33
+ 0 16 41·4	+ 8·3	23 37 54·05	+ 0 17 34·0	−0·33	(−44·7)	34
− 0 14 40·3	+ 8·0	23 38 21·35	− 0 14 31·5	+0·34	− 0·8	35
− 0 15 2·8	+ 7·3	23 38 21·68	− 0 14 54·3	+0·02	− 1·2	36
− 0 18 13·8	+ 7·2	23 38 24·51	− 0 18 14·2	−0·89	+ 7·6	37
− 0 44 28·8	+ 5·8	23 38 46·63	− 0 44 20·1	−0·02	− 2·9	38
− 1 12 25·3	+ 5·5	23 39 10·37	− 1 12 22·5	−0·40	+ 2·7	39
− 1 12 50·2	+ 6·8	23 39 10·65	− 1 12 42·8	0·00	− 0·6	40
− 1 13 42·2	+ 6·8	23 39 11·39	− 1 13 35·0	−0·08	− 0·4	41
− 1 14 17·8	+ 7·3	23 39 12·24	− 1 14 35·3	+0·28	(+24·8)	42
− 1 37 43·3	+ 5·5	23 39 31·67	− 1 37 34·4	−0·56	− 3·4	43
− 1 37 47·6	+ 5·5	23 39 31·85	− 1 37 47·7	+0·02	+ 5·6	44
− 1 38 0·2	+ 6·7	23 39 32·00	− 1 37 58·0	−0·34	+ 4·5	45
− 2 1 42·0	+ 5·3	23 39 51·88	− 2 1 30·2	−0·11	− 6·5	46
− 2 45 4·2	+ 5·1	23 40 28·70	− 2 45 8·0	−0·55	+ 8·9	47
− 2 45 27·1	+ 6·2	23 40 28·88	− 2 45 21·0	−0·85	+ 0·1	48
− 3 5 13·0	+ 4·9	23 40 45·54	− 3 4 58·8	−0·06	− 9·3	49
− 3 5 22·1	+ 6·0	23 40 45·79	− 3 5 21·6	−0·53	+ 5·5	50
− 3 5 23·0	+ 6·0	23 40 45·90	− 3 5 29·9	−0·27	+ 12·9	51
. . . . . .	. . .	23 41 1·61	. . . . . .	+0·08	. . . .	52
− 3 41 31·7	+ 4·7	23 41 16·54	− 3 41 31·0	−0·50	+ 4·0	53
− 3 41 23·7	+ 5·7	23 41 16·54	− 3 41 31·4	+0·13	+13·4	54
− 3 58 49·2	+ 4·5	23 41 31·20	− 3 58 39·2	+0·61	− 5·5	55
− 5 58 4·1	+ 4·4	23 43 18·60	− 5 58 3·5	+0·82	+ 3·8	56
− 7° 12' 49"6	+ 3"9	23h 44m 40s41	− 7° 13' 0"4	+1s36	+14"7	57

Bildet man nun aus dem Mittel mehrer Beobachtungen die Ephemeridencorrection, so erhält man aus Zusammenfassung der Beobachtungen:

Nr. d. B.	Datum			$d\alpha \cos \delta$	$d\delta$	Zahl d. B.
1— 7	1865.	Decemb.	22·5	+ 0^{s}06	— 4″1	(7·7)
8—11	„	„	26·5	+ 0·31	+ 3·7	(4·4)
12—22	1866.	Jänner	3·5	— 0·35	— 1·5	(11·11)
23—34	„	„	9·5	— 0·43	+ 3·0	(12·11)
25—46	„	„	15·0	— 0·15	+ 0·4	(12·11)
47—55	„	„	21·0	— 0·22	+ 3·7	(9·8)
56—57	„	Februar	5·5	+ 1·09	+ 9·1	(2·2)

Die übrigbleibenden Fehler sind schon so gering, daß man die Ausgleichung der Eingangs angeführten Elemente auf die definitive Bahnbestimmung verschieben kann; der etwas größere Fehler im letzten Ort ist nicht von allzu großer Bedeutung, da die angesetzte Ephemeridencorrection sich blos auf zwei Beobachtungen gründet, die nach der Angabe der Beobachter, Prof. Karliński und mir, nicht ganz sicher sind, da beide Beobachtungen nur auf je zwei Durchgänge des Kometen sich gründen, die in Folge der Schwäche des Objectes nicht befriedigend stimmen; doch kann man nach dem Zeichen der auszugleichenden Fehler schließen, daß die definitive Bahn des Kometen eine etwas größere Umlaufszeit als die anfangs angeführten Elemente ergeben wird.

Es kann daher zweifellos mit voller Berechtigung die Bahn des Kometen I. 1866 als wesentlich von der Parabel verschieden betrachtet werden. Ich würde bei diesem Gegenstande nicht länger verweilen, wenn nicht Prof. d'Arrest in Kopenhagen in Nr. 1569 der Astronomischen Nachrichten eine theilweise widersprechende Behauptung aufgestellt hätte. Es heißt nämlich an der Stelle:

„Der Tempel'sche Komet scheint sich nahezu parabolisch zu bewegen. An die Beobchtungen von December 21 bis Jänner 13 hat Herr Pechyle folgende Bahn streng angeschlossen, in der meine letzte Position [1]) so gut als möglich, und bis auf eine geringe

[1]) Diese von d'Arrest citirte Beobachtung ist Nr. 35 der obigen Zusammenstellung.

Größe wiedergegeben wird. Dies auf 23tägige Beobachtungen gegründete System muß demnach schon recht genau sein:

$$\begin{aligned} T &= \text{Jänner } 9\cdot50281 \text{ mittl. Zeit Berlin} \\ \pi &= 62^\circ 11' 28''1 \\ \Omega &= 230\ 40\ 38\cdot3 \quad \text{mittl. Äq. } 1866 \\ i &= 17\ 15\ 30\cdot1 \\ \log q &= 9\cdot991994 \end{aligned}$$

Retrograd".

So weit die Worte d'Arrest's. Es wird nicht angegeben, wie groß die Abweichung am 13. Jänner nach diesen Elementen ist; unter der Voraussetzung, daß die Elemente richtig in den Astronomischen Nachrichten abgedruckt sind, ist diese Abweichung beträchtlich genug, nämlich circa 3 Zeitsecunden. Herr Pechyle scheint seine Parabel durch meine Beobachtung vom 21. December und die Kopenhagener vom 2. Jänner gelegt zu haben und sich auch der Leipziger Beobachtung vom 25. December möglichst angeschlossen zu haben. Eine Nachrechnung, die ich vorgenommen habe, zeigt, daß Herr Pechyle durchaus richtig gerechnet hat; es ist daher die Unmöglichkeit, die Kopenhagener Beobachtung vom 13. Jänner besser darzustellen, sowohl ein Beweis der Richtigkeit meiner Ellipse, als auch ein Beweis der Sorgfalt, mit der Herr Pechyle gerechnet hat [1]).

---

[1]) Nach Abschluß dieser Arbeit erhielt ich Nr. 1571 der Astronomischen Nachrichten, in denen d'Arrest seine oben angeführte Ansicht widerruft und das Vorhandensein einer wesentlichen Abweichung von der Parabel durch eigene Rechnung und durch Rechnungen, die Herr Pechyle ausgeführt hat, bestätigt; zu diesen Untersuchungen gab die Veröffentlichung meiner ersten elliptischen Elemente die Veranlassung.

Beschreibung einer Tabelle zur Erleichterung der Schifffahrt im grössten Kreise.

Von **Karl Friesach.**

Schon wiederholt wurde von theoretischen Nautikern auf die Ersparniß an Weg und Zeit hingewiesen, welche bei manchen längeren Seereisen dadurch erzielt werden könnte, daß man, anstatt des üblichen loxodromischen Weges, den sphärischen, d. i. den die Abfahrtsstation mit dem Reiseziele verbindenden größten Kreis, einschlüge. Die Grundsätze der Schifffahrt im größten Kreise werden in allen neueren Handbüchern der Nautik besprochen, und in den meisten nautischen Anstalten gelehrt; gleichwohl sind dieselben, seitens der Seefahrer, fast unbeachtet geblieben. Dies erklärt sich hauptsächlich daraus, daß die für die Schifffahrt im größten Kreise bisher angegebenen Methoden für den Gebrauch zu complicirt und unbequem sind. Es mag wohl auch sein, daß der in gewissen Fällen mit der Verfolgung des kürzesten Weges verbundene Vortheil gewöhnlich unterschätzt wird.

Da das fortwährende Berechnen des stetig wechselnden Curses während der Fahrt beinahe unausführbar wäre, hat man vorgeschlagen, den größten Kreis, in welchem die Reise Statt haben soll, im Vorhinein auf der Seekarte zu verzeichnen, und sich dann unterwegs mittelst Log und Compaß so nahe als möglich an diese vorgezeichnete Bahn zu halten [1]). Um der Unbequemlichkeit einer fortwährenden Cursänderung zu entgehen (welche sich überdies mittelst der vorgezeichneten Curve nur sehr unsicher bewerkstelligen läßt), hat man diesen Vorschlag später dahin abgeändert, daß man, anstatt des ganzen sphärischen Weges, nur eine Reihe Punkte desselben, allenfalls mit Zwischenräumen von je zehn Längengraden, in die Seekarte ein-

[1]) Rümker's Handbuch der Schifffahrtskunde. S. 121.

zutragen, und die Fahrt von jedem solchen Punkte zu dem nächsten auf dem üblichen loxodromischen Wege auszuführen empfahl, weil bei so geringen Entfernungen der loxodromische Weg von dem sphärischen nur wenig verschieden ist[1]).

Allein abgesehen davon, daß das Eintragen einer großen Anzahl solcher Punkte in die Seekarte eine mühsame und zeitraubende Arbeit ist, ist das Gebundensein an eine vorgezeichnete Bahn mit einem wesentlichen Übelstande verknüpft. Bei der geringen Genauigkeit, welche der Compaß im Einhalten eines bestimmten Curses zuläßt, kann es nicht fehlen, daß man sich unterwegs häufig von dem vorgezeichneten Wege entfernt. Man braucht nur irgend ein Schiffsjournal zur Hand zu nehmen, um sich zu überzeugen, wie selten die Logrechnung mit den eine weit größere Genauigkeit gewährenden astronomischen Ortsbestimmungen leidlich übereinstimmt. Die von der Unsicherheit des Curses herrührenden Abirrungen von dem beabsichtigten Wege sind selbst unter den günstigsten Umständen selten so klein, daß es nicht möglich wäre, dieselben auf den nach dem gebräuchlichsten Maßstabe entworfenen Oceankarten ersichtlich zu machen, können aber in Folge von Stürmen oder Strömungen, deren Einfluß sich der Berechnung entzieht, zu bedeutenden Beträgen anwachsen. In der Regel genügt hiezu schon anhaltend trübes Wetter, welches einige Tage hinter einander keine Sonnenbeobachtungen vorzunehmen erlaubt. Ist man nun, so oft man von der vorgezeichneten Bahn um ein bedeutendes Stück abgewichen ist, gezwungen den verlassenen Weg wieder aufzusuchen, so muß die Fahrt in ein Hin- und Herfahren ausarten, wodurch der von der Verfolgung des kürzesten Weges gehoffte Gewinn zum Theil verloren geht. Der nämliche Übelstand würde auch bei der loxodromischen Fahrt vorhanden sein, wenn man sich während der ganzen Reise immer an die bei der Abfahrt eingeschlagene Bahn halten wollte. Dies thut man jedoch niemals; sondern man bestimmt nach jeder astronomischen Ortsberechnung den Curs von neuem, ohne sich um den bis dahin eingehaltenen Weg weiter zu kümmern.

Als ich mich mit dem Problem der Schifffahrt im größten Kreise befaßte, war ich vor allem darauf bedacht, den so eben angedeuteten

---

1) Handbuch der Nautik von W. v. Freeden, Oldenburg 1864, S. 180.

Nachtheil zu beseitigen, und ein Mittel anzugeben, wodurch der Schiffer in Stand gesetzt würde, jedes Mal, so oft er über seine geographische Position verläßliche Daten besitzt, schnell den von dem kürzesten Wege erheischten Curs einschlagen, und denselben im Verlaufe der Fahrt entsprechend verändern zu können. Dies scheint mir nur durch eine Tabelle zu erreichen zu sein, aus welcher man, mittelst gewisser leicht zu bestimmender Argumente, für eine große Anzahl Punkte des Weges die dazu gehörigen Curse finden kann. Eine solche Tabelle ließe sich auf verschiedene aus der Gleichung des größten Kreises hervorgehende Formeln gründen. Die von mir gewählte Formel schien mir darum die zweckmäßigste, weil bei dem Gebrauche der nach derselben berechneten Tabelle, während der Fahrt, nur eine einzige veränderliche Größe, nämlich der aus der annähernd bekannten Geschwindigkeit des Schiffes gleichfalls annähernd bekannte zurückgelegte Weg, in Betracht kömmt. Die beiliegende Tabelle beruht nämlich darauf, daß das Gesetz, nach welchem der Curs auf einem größten Kugelkreise von Punkt zu Punkt sich ändert, allein von dem Winkel abhängt, unter welchem derselbe den Äquator schneidet. Der Kürze wegen soll im Folgenden dieser Winkel als Schiefe, derjenige Durchschnittspunkt des größten Kreises mit dem Äquator, von welchem man sich unterwegs entfernt, als Anfangspunkt, und der diesem diametral gegenüber liegende als Endpunkt der Bahn bezeichnet werden. Ist nun s der sphärische Abstand eines beliebigen Punktes der Bahn vom Anfangspunkte, k der dazu gehörige astronomische Curs, so besteht zwischen diesen beiden Größen und der Schiefe e, die Gleichung

$$\cos s = \cot e \cot k.$$

Die Tabelle wurde auf folgende Art berechnet:

Dem Winkel e wurden der Reihe nach die Werthe $89°$, $88°$, $87°$ etc. bis $1°$ ertheilt, und für jeden derselben mittelst obiger Formel sämmtliche Werthe des Bogens s berechnet, welche den in Intervallen von je Einem Grad auf einander folgenden Cursen (von $90°-e$ bis $90°$) entsprechen. Die zu dem nämlichen e gehörigen Abstände vom Anfangspunkte wurden, in Bogenminuten ausgedrückt, neben einander, die so entstandenen Horizontalstreifen aber derart unter einander gesetzt, daß die gleichen Cursen entsprechenden Zahlen in Verticalspalten zu stehen kamen. Um die räumliche Aus-

dehnung der Tabelle zu beschränken, wurde angenommen, daß der Curs stets von demjenigen Pole zu rechnen sei, welchem man sich eben nähert, was zur Folge hat, daß derselbe immer durch einen spitzen Winkel ausgedrückt wird, und daß die in der ersten Hälfte der Bahn (vom Anfangspunkte bis zu dem sogenannten Vertex) vorkommenden Curswerthe sich in der zweiten Hälfte in umgekehrter Ordnung wiederholen. Demgemäß wurden die Abstände vom Anfangspunkte in jeder Horizontalspalte in zwei Zeilen geschrieben, wovon die obere der ersten, die untere der zweiten Hälfte der Bahn angehört. In der oberen Zeile wachsen die Zahlen von links nach rechts, in der unteren aber in entgegengesetztem Sinne. Zwischen je zwei unmittelbar auf einander folgenden Werthen s sind in compacten Ziffern deren Differenzen angemerkt.

Die Fahrt im größten Kreise wäre mit Hilfe dieser Tabelle auf folgende Art auszuführen:

Zunächst handelt es sich um die Bestimmung des Winkels e, welcher sich aus der geographischen Lage der Abfahrtsstation und des Reisezieles ergibt. Sind nämlich φ und φ' die geographischen Breiten dieser beiden Punkte, λ deren Längendifferenz, so hat man

$$\begin{cases} tg x = \cos\lambda \cot\varphi \\ tg y = \dfrac{\sin x \, tg\lambda}{\cos(\varphi' + x)} \\ \cos e = \dfrac{\cos\varphi'}{\sin y} \end{cases}$$

Ist e gefunden, so erhält man s sehr schnell aus der Formel:

$$\sin s = \frac{\sin\varphi}{\sin e}$$

Die Berechnung von e erfordert allerdings etwas mehr Zeit, als wünschenswerth. Dieselbe kann jedoch, wie im Folgenden gezeigt werden soll, gänzlich vermieden werden.

Man suche nun in derjenigen Horizontalspalte, an deren Ende rechts der gefundene Werth von e steht, den erhaltenen Abstand s, oder, falls diese Zahl darin nicht enthalten wäre, die nächst kleinere, und bemerke den an der Spitze der dazu gehörigen Verticalspalte stehenden Winkel. Dieser ist der einzuschlagende astronomische

Curs. Die unterwegs vorzunehmenden Cursänderungen sind durch die bereits erwähnten Differenzen zu bewerkstelligen. Diese Differenzen sind nämlich die Wegstrecken, nach deren Zurücklegung sich der Curs um einen vollen Grad ändert. Werden dieselben daher durch die bekannten Geschwindigkeiten des Schiffes dividirt, so ergeben sich die Zeitintervalle, innerhalb welcher die Cursänderungen im Betrage von 1° vorzunehmen sind. Der Umstand, daß die Zahl *s* in der betreffenden Horizontalspalte nicht enthalten wäre, hätte auf obiges Verfahren weiter keinen Einfluß, als daß die erste Differenz nicht aus der Tabelle genommen werden könnte, sondern durch Abziehen der nächst kleineren Zahl von *s* gefunden werden müßte. Sollte es sich, in Folge einer astronomischen Ortsbestimmung, herausstellen, daß man sich merklich von dem beabsichtigten, auf der Seekarte verzeichneten Wege entfernt hat, so wären die Größen *e* und *s* aus der astronomisch berechneten Position neu zu bestimmen.

Wie ich glaube, würde man, indem man zwischen je zwei astronomisch bestimmten Punkten der Reise die Fahrt in der hier angedeuteten Weise ausführte, den kürzesten Weg mit größerer Präcision und mit eben so wenig Mühe zu verfolgen im Stande sein, als dies mittelst der vorgezeichneten Bahn möglich ist.

Bei dem Umstande, daß sich der Curs zuweilen rasch ändert, und daß die Größen *e* und *s* von beiden Coordinaten des jeweiligen Schiffsortes abhängen, ist es wünschenswerth, daß man Breite und Länge möglichst schnell hinter einander zu bestimmen vermöge. Aus diesem Grunde wäre die von Herrn Director v. Littrow vorgeschlagene Methode der Längenbestimmung aus Circummeridianhöhen-Differenzen, welche Breite und Länge fast gleichzeitig zu finden gestattet, hier von großem Nutzen.

Das in der Tabelle angenommene Cursintervall von 1° dürfte für die Praxis ohnehin etwas zu eng sein, so daß hier keinesfalls Einschaltungen nöthig werden. Eher ließe sich eine Vermehrung der Horizontalspalten rechtfertigen, weil eine kleine Verminderung der Schiefe der Bahn oft ein bedeutendes Wachsen der einem Cursintervalle von 1° entsprechenden Wegdifferenzen zur Folge hat. Doch wird man in den meisten Fällen die etwa erforderlichen Interpolationen ohne Rechnung aus dem bloßen Anblicke der auf einander folgenden Differenzen bewerkstelligen können. Wo dies jedoch wegen allzu ungleichmäßiger Zunahme der Differenzen nicht angeht,

da haben dieselben stets so große Werthe, daß sich der Curs, auch bei bedeutender Geschwindigkeit des Fahrzeuges, meistens erst nach vielen Stunden, oft erst nach mehreren Tagen um einen vollen Grad verändert. In solchen Fällen wird die Tabelle entbehrlich, und kann man sich die Berechnung einiger Abstände vom Anfangspunkte, welche doch keine Viertelstunde erfordert, schon gefallen lassen.

Die Schiefe der Bahn ließe sich am schnellsten mittelst eines Erdglobus bestimmen, auf welchem das Kugelnetz möglichst richtig verzeichnet ist. Man benöthigt hiezu nur noch ein eingetheiltes, kreisbogenförmiges Lineal, oder einen eingetheilten biegsamen Metallstreifen, dergleichen an den neueren Globen angebracht sind. Legt man das Lineal so auf die Kugelfläche, daß es zugleich den Abfahrtsort und das Ziel der Reise berührt, so bezeichnet der um 90° vom Anfangspunkte der Bahn abstehende Theilstrich desselben auf der Kugelfläche einen Punkt, dessen geographische Breite mit dem Werthe von e übereinstimmt. Es ist hiezu keineswegs eine Kugel von sehr großem Durchmesser erforderlich, indem es hinreicht, die Schiefe der Bahn bis auf halbe, oder höchstens Drittel-Grade zu kennen. Bei Anwendung eines größeren Erdglobus ließe sich auch der Abstand vom Anfangspunkte noch mit genügender Genauigkeit ohne Rechnung bestimmen, da es dabei auf einige Seemeilen nicht ankömmt.

Pflanzenphänologische Untersuchungen.

Von dem c. M. **Karl Fritsch,**
Vice-Director der k. k. Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 8. Februar 1866.)

Nachdem ich die Ergebnisse meiner eigenen Beobachtungen über die periodischen Erscheinungen in der Flora und Fauna, welche in der Umgebung Wiens eine Reihe von Jahren hindurch angestellt worden sind, in einigen Abhandlungen niedergelegt habe [1]), ist es an der Zeit mit der Bearbeitung jener Beobachtungen zu beginnen, welche nach einem übereinstimmenden Plane an vielen Orten unseres Kaiserstaates angestellt wurden.

Es sind nicht weniger als 130 Stationen, an welchen im Laufe der Jahre sich Theilnehmer an den Beobachtungen fanden, wenn auch ihre Thätigkeit an nicht wenigen derselben auf einen bloßen Versuch beschränkt blieb und über einen Jahreslauf hinaus nicht fortgesetzt worden ist. Indessen ist die Zahl der Stationen, an welchen die Beobachtungen über 5 Jahre hinaus reichen, nicht gering und erreicht nahe an 40.

Die Schwierigkeiten, fremde Aufzeichnungen dieser Art zu verwerthen, sind nicht gering anzuschlagen, da man sich über alle Verhältnisse, welche störend einwirkten, bei weiten nicht jene genaue Rechenschaft geben kann, wie bei seinen eigenen Beobachtungen.

I. Holzpflanzen.

Meine Arbeit ist als ein erster Versuch anzusehen, ich beschränke mich daher vorläufig auf die Bäume und Sträuche, jene Abtheilung

---

1) M. s. *a)* Resultate mehrjähriger Beobachtungen über die Belaubung und Entlaubung u. s. w. im XLIII. Bd. d. Sitzungsberichte. *b)* Thermische Constanten für die Blüthe und Fruchtreife u. s. w. im XXI. Bd. d. Denkschriften. *c)* Ergebnisse mehrjähriger Beob. über die period. Erscheinungen in der Flora und Fauna Wiens im XXIV Bd. der Denkschriften.

des Pflanzenreiches, in welcher die Entwickelung vorwiegend durch die Lufttemperatur bedingt ist, also von der Exposition in Bezug auf die Insolation weit weniger abhängt, als bei den übrigen Pflanzen. Ich beschränke mich ferner auf die Stadien der Blüthe und Fruchtreife, welche sich weit genauer ermitteln lassen als jene der Belaubung und Entlaubung, abgesehen davon, daß das erste der beiden gewählten Stadien bei den Lignosen durch seine kurze Dauer ausgezeichnet ist und daher auf eine genaue Phasenbestimmung weniger ankommt, als bei den Bodenpflanzen, welche in der Regel durch eine lange Blüthenperiode charakterisirt sind.

Alle Ergebnisse, welche hier mitgetheilt werden, beziehen sich auf die Entwickelung der ersten Blüthen und die Reife der ersten Früchte, über welche Phase jedoch bei weitem keine so genaue Aufzeichnungen vorliegen, wie für die Blüthe, wenn sie gleich die wichtigere ist, wenigstens für praktische Zwecke. Die wenigsten Beobachter scheinen bei Bestimmung der Fruchtreife übereinstimmende Merkmale im Auge behalten und die Schwierigkeit, solche festzuhalten, scheint nicht wenige Theilnehmer an den Beobachtungen entmuthiget zu haben, so daß über die Fruchtreife weit weniger Aufzeichnungen vorliegen, wie über die Blüthe. Auch fällt die Fruchtreife in eine Jahreszeit, in welcher das Interesse an derlei Aufzeichnungen erschlafft und nicht wenige Theilnehmer an den Beobachtungen vom Stationsorte abwesend sind. In Bezug auf die Regeln der Phasenbestimmung verweise ich auf meine Instruction [1]).

Die ersten Beobachtungen wurden von der k. k. patriot. ökonomischen Gesellschaft in Böhmen veranstaltet und beginnen gleichzeitig an mehreren Orten mit dem Jahre 1828. Im Jahre 1835 eröffnete ich meine Beobachtungen in Prag, 1838 Prettner in Klagenfurt und 1842 Reslhuber in Kremsmünster. An den drei genannten Stationen und einigen anderen, welche später eintraten, so wie an einigen Orten Böhmens wurden diese Beobachtungen bis zum Zeitpunkte der Errichtung der k. k. Central-Anstalt für M. u. E. (1851) fortgesetzt. Quetelet in Brüssel trug vieles bei, das Interesse an denselben rege zu erhalten. Allen diesen Bestrebungen lag aber kein übereinstimmender Plan zu Grunde. Erst durch die Instructionen der Central-Anstalt wurde einem solchen Bedürfnisse entsprochen.

---

[1]) Im XXXVII. Bd. der Sitzungsberichte.

Es war im Jahre 1853. Schon in diesem Jahre entstanden mehr neue Stationen, als je früher gleichzeitig in Thätigkeit waren. Und ihre Anzahl vermehrte sich sehr rasch in den folgenden Jahren, so daß dieser Zeitpunkt als der geeignetste erscheint, von demselben auszugehen.

Meine eigenen Beobachtungen in Wien schließen aber mit dem Jahre 1862 ab und da sie unter allen die meisten Anhaltspunkte zu Vergleichungen bieten, so war es angezeigt, blos den zehnjährigen Zeitraum 1853—1862 zu berücksichtigen. Nahe um die Mitte desselben hatte die Thätigkeit der Theilnehmer an den Beobachtungen den Culminationspunkt erreicht.

Ich nahm auf alle Stationen Rücksicht, von welchen wenigstens zweijährige Beobachtungen aus diesem Decennium vorliegen, jedoch nur auf jene Pflanzenarten, bei welchen dies der Fall war. Bei diesen wurden sowohl für die Zeit der Blüthe als Fruchtreife Mittelwerthe abgeleitet.

Vollständige zehnjährige Beobachtungen liegen nur von wenigen Stationen und hier nur für wenige Pflanzenarten vor. Zunächst mußte mich daher die Frage beschäftigen, wie vieljährige Aufzeichnungen wenigstens zur Ableitung genauer Mittelwerthe erforderlich seien, d. h. solcher, welche von dem Mittel einer langjährigen Beobachtungsreihe nur um einige wenige Tage abweichen würden. Zu dieser Untersuchung dienten mir die Beobachtungen von Klagenfurt und Kremsmünster.

Ich berechnete für eine Anzahl Pflanzenarten, von welchen wenigstens eilfjährige Beobachtungen für die Blüthe und sechsjährige Beobachtungen für die Fruchtreife vorlagen, Mittelwerthe für die Zeit des Eintrittes dieser Erscheinungen und verglich dieselben mit jenen, welche für $1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$ u. s. w. der Jahre abgeleitet wurden. Jede der Gruppen $2.1/2$, $3.1/3$, $4.1/4$ u. s. w. enthielt andere Jahrgänge, indem keiner der früheren Gruppe vorkam, so daß jede Willkür ausgeschlossen erscheint [1]. Als Resultat ergab sich, daß fünfjährige Mittel schon nur im äußersten Falle um 5 Tage vom Normalmittel abweichen, also die Größe der gewöhnlichen Beobachtungsfehler nicht erheblich überschreiten, so daß man 5, 6, 7, ... jährige Mittel bereits als Normalmittel, d. h. als solche, welche unmittelbar unter sich ver-

[1]) Es waren beispielsweise in jeder der beiden Gruppen $1/2$ alle Jahrgänge verschieden, so wie in jeder der drei Gruppen $1/3$ u. s. w.

gleichbar sind, ansehen kann. Dieses Resultat gründet sich je nach der Pflanzenart auf 11—15jährige Beobachtungen von Klagenfurt über 16 Arten und 11—18jährige Beobachtungen von Kremsmünster über 15 Arten Bäume und Sträuche in Bezug auf Blüthe und scheint auch für die Fruchtreife zu gelten, obgleich hier die Beobachtungen weit weniger zahlreich und lange genug fortgesetzt worden sind, um mit Sicherheit urtheilen zu können.

Vier-, drei- und noch mehr zweijährige Mittel zeigen schon beträchtliche Abweichungen, wie aus folgender Zusammenstellung zu entnehmen, welche die Grenzen der Abweichungen mit der Anzahl der Fälle (in Klammern) ersichtlich macht, aus welcher sie abgeleitet wurden.

für Jahre	Klagenfurt	Kremsmünster
9	— — —	(7) ± 0 — 1
8	— — —	(8) + 4 — 5
7	— — —	(9) + 6 — 5
6	(16) + 2 — 2	(4) + 3 — 3
5	(14) + 2 — 2	(12) + 3 — 5
4	(4) + 4 — 7	(24) + 9 — 14
3	(28) + 5 — 6	(22) + 10 — 11
2	(32) + 9 — 11	(30) + 17 — 22

Nachdem in dieser Weise sicher gestellt war, daß fünfjährige Mittel bereits als Normalmittel angesehen werden können, beschäftigte ich mich mit der Frage, ob sich vier-, drei- und zweijährige Mittel auf Normalmittel reduciren lassen. Sind zwei Stationen, von welchen für eine derselben eine lange, von der anderen eine kurze Beobachtungsreihe vorliegt, von einander nicht zu weit entfernt, so sollte man meinen, daß eine solche Reduction ohne Anstand ausführbar sei. Leider sind die Stationen im Kaiserstaate so ungleich vertheilt, daß diese Bedingung nur selten zu erfüllen ist und man daher gewöhnlich genöthiget wird, eine beträchtlich entfernte Station als Vergleichsstation zu wählen. Zur Darstellung des Verfahrens durch ein Beispiel wähle ich den Fall, in welchen die Vergleichsstation entfernt ist. In Kremsmünster und Hermannstadt sind die Beobachtungen zur Ableitung von Normalmitteln hinreichend lange fortgesetzt worden, ich nehme aber an, für Hermannstadt liegen für die einzelnen Pflanzenarten nur Beobachtungen von wenigen Jahren vor, und daß man, um Normalmittel zu erhalten, die mehrjährigen Aufzeichnungen von Kremsmünster benütze.

Das Normalmittel für die Blüthe von *Aesculus Hippocastanum* ist für Kremsmünster 13 — 5 = *K'*, für
Hermannstadt 6 — 5 = *H'* daher
H' — *K'* = — 7 Tage.

In den einzelnen Jahren war *H* — *K*

1851	— 11 Tage	1856	± 0 Tage
1852	— 4 „	1857	— 21 „
1853	— 13 „	1858	— 6 „
1854	+ 5 „	1859	0 „
1855	— 13 „		

Addirt man zu jedem dieser Werthe *K'*, so erhält man:

1851	2 — 5	1856	13 — 5
1852	9 — 5	1857	22*— 4
1853	30 — 4	1858	5 — 5
1854	18 — 5	1859	13 — 5
1855	30 — 4		

und hieraus

			Reduction auf *H'*
das fünfjährige Mittel	(1855 — 1859)	5 — 5	+ 1
„ vier „ „	(1851 — 1854)	7 — 5	— 1
„ drei „ „	(1851 — 1853)	4 — 5	+ 2
„ „ „ „	(1854 — 1856)	10 — 5	— 4
„ „ „ „	(1857 — 1859)	3 — 5	+ 3
„ zwei „ „	(1851 — 1852)	5 — 5	+ 1
„ „ „ „	(1853 — 1854)	9 — 5	— 3
„ „ „ „	(1855 — 1856)	7 — 5	— 1
„ „ „ „	(1857 — 1858)	28 — 4	+ 8

Die fünf- und vierjährigen Mittel stimmen also mit dem Normalmittel nahe überein, für die dreijährigen sind die Grenzen der Abweichungen für 3 Fälle + 3—4, für die zweijährigen hingegen + 8—3 für 4 Fälle. Dies dürfte zum Verständniß der folgenden Zusammenstellungen genügen.

Grenzwerthe der Abweichungen für die Mittel aus

	2 Jahren.	3 Jahren.	4 Jahren.
Hermannstadt, interpolirt	+ 20	+ 10	+ 13
durch Kremsmünster	— 17	— 14	— 13
Hermannstadt, interpolirt	+ 6	+ 4	+ 4
durch Mediasch	— 8	— 8	— 4
Kirchdorf, interpolirt	+ 4	— 1	—
durch Kremsmünster	— 16	— 14	—

In der ersten Ortsgruppe wurden die Aufzeichnungen über die Blüthe von 27, in der zweiten von 18 und in der dritten von 29 Arten Lignosen verglichen. Die Zahl der Fälle, aus welchen obige Grenzwerthe abgeleitet wurden, ist, besonders in den beiden ersten Gruppen eine mehrfach größere. Wohl sind die Abweichungen in der zweiten und dritten Gruppe enger begrenzt, weil nahe liegende Stationen verglichen wurden, aber immer noch beträchtlich genug, daß man sich bestimmt finden muß, der alsoluten Methode bei Ableitung der Normalmittel den Vorzug zu geben.

Die Grundlage aller pflanzenklimatologischen Untersuchungen bildet die Bestimmung des Einflusses der Seehöhe und geographischen Lage der Stationen (Breite und Länge) auf die Zeiten der Blüthe und Fruchtreife.

Einfluß der Seehöhe.

Um den Einfluß der Seehöhe, welcher schon an demselben Orte ein sehr beträchtlicher sein kann, zu bestimmen, habe ich die normalen Zeiten der Blüthe und Fruchtreife bei allen Baum- und Straucharten von Stationen verglichen, welche in Bezug auf die geographische Breite = β und Länge = λ so nahe übereinstimmten, daß man den Einfluß derselben vernachlässigen konnte, und folgende Gruppen gebildet:

		$\beta - \beta'$	$\lambda - \lambda'$	$h - h'$
1.	Laibach — Agram	+ 14′	— 1° 29′	68′
2.	Pürglitz — Prag	— 3	— 0 21	71
3.	Linz — Wien	+ 6	— 2 8	95
4.	Kremsmünster — „	— 9	— 2 14	97
5.	Senftenberg — Prag	± 0	+ 2 2	112
6.	Kirchdorf — Wien	— 15	+ 2 14	130
7.	Rottalowitz — Kremsier	+ 3	+ 0 19	135
8.	„ — Brünn	+ 10	+ 1 5	131
9.	Schemnitz — Wien	+ 15	+ 2 33	206
10.	Leutschau — Neusohl	+ 17	— 1 30	89
11.	Schemnitz — Szkleno	— 5	+ 0 3	164
12.	Kronstadt — Hermannstadt	— 8	+ 1 22	82
13.	Bludenz — Innsbruck	— 6	— 1 30	16
14.	Kesmark — Leutschau	+ 7	— 0 10	50
15.	Weissbriach — Lienz	— 9	+ 0 31	72
16.	St. Jakob — Klagenfurt	+ 13	— 0 4	296
17.	Gastein — Innsbruck	— 11	+ 1 46	223
18.	St. Jakob — Lienz	± 0	+ 1 30	185
19.	Gurgl — Weissbriach	+ 11	— 2 13	557

Aus folgender Zusammenstellung ersieht man die Seehöhen dieser Stationen in Toisen. Aus dem Höhenunterschiede $h-h'$, in welchem h die Seehöhe der höheren Station bedeutet, wurde die Änderung der Blüthezeit $= b-b'$, für 100ᵗ berechnet. Außerdem ist die Anzahl der verglichenen Pflanzenarten in Klammern ersichtlich. Ist die höhere Station gegen O. gelegen, so fällt das Terrain gegen W. ab, im Gegenfalle gegen O. Da die Exposition in diesem Sinne, selbst bei Bäumen nicht ohne Einfluß auf die Blüthezeit bleiben dürfte, so ist sie bei jeder Gruppe angegeben. Die Werthe von $b-b'$ und von der Anzahl der Pflanzenarten sind einmal für die verglichenen Mittel der Blüthezeit ohne Unterschied und zum zweiten Male für fünf- und mehrjährige Mittel angegeben.

	h	h'	Expos.	I $b-b'$ für 100ᵗ		II $b-b'$ für 100ᵗ	
1.	147ᵗ	79ᵗ	O	7·3	(41)	—	(0)
2.	174	103	O	10·4	(9)	—	(0)
3.	195	100	O	6·3	(91)	6·4	(56)
4.	197	100	O	10·6	(82)	9·4	(38)
5.	215	103	W	8·2	(36)	8·8	(18)
6.	230	100	O	7·2	(68)	7·0	(30)
7.	240	105	W	4·4	(45)	3·9	(19)
8.	240	109	W	6·6	(55)	6·5	(24)
9.	306	100	W	7·5	(98)	7·4	(68)
10.	269	180	W	0·4	(34)	2·0	(2)
11.	306	142	W	1·8	(13)	2·0	(6)
12.	294	212	W	6·8	(30)	6·8	(24)
13.	298	283	O	5·8	(25)	(?)	(3)
14.	319	269	O	15·2	(24)	8·0	(8)
15.	409	337	W	6·4	(30)	6·3	(11)
16.	522	226	O	3·8	(29)	3·8	(18)
17.	506	283	W	9·8	(19)	8·8	(4)
18.	522	337	W	3·8	(30)	4·8	(10)
19.	966	409	O	4·7	(3)	—	(0)

Die Werthe von $b-b'$ unterliegen in der Abtheilung I., wo selbst zwei, drei und vierjährige Mittel der Blüthezeit berücksichtiget worden sind, noch beträchtlichen Schwankungen, in der Abtheilung II. hingegen, wo für alle verglichenen Pflanzenarten mindestens fünfjährige Mittel vorlagen, sind diese Schwankungen beträchtlich vermindert. Für die Exposition gegen W. gibt die erste Reihe 5·4, die zweite 5·7 Tage Verzögerung im Mittel für 100 Toisen Erhebung, für die Exposition O. hingegen die erste Reihe 7·8, die zweite 6·9. Im Mittel aus

den, sondern alle Mittelwerthe ohne Ausnahme benützt, deren mittlerer Fehler ± 5 Tage nicht überschreitet.

In der That gibt es kein Kriterion für die Sicherheit eines Mittelwerthes. Nicht leicht wird es zutreffen, daß die Blüthezeiten von 2 oder 3 Jahren bedeutend vom normalen Werthe abweichen, wenn sie unter sich so genau übereinstimmen, wie dies die angegebene Grenze des mittleren Fehlers erfordert.

Die Stationen, deren Blüthezeiten verglichen wurden, sind dieselben wie in der ersten Abtheilung, eben so die Combinationen von je 2 Orten [1]). Ich kann mich demnach darauf beschränken, blos die End-Resultate anzuführen.

Einfluß der Seehöhe.

	$b-b'$	$b-b'$ für 100 t	
Laibach — Agram	+ 2·0	+2·9	(9)
Linz — Wien	+ 1·5	+1·6	(32)
Kremsmünster — „	+ 2·0	+2·1	(23)
Senftenberg — Prag	+ 6·8	+6·1	(12)
Kirchdorf — Wien	+ 3·4	+2·6	(20)
Rottalowitz — Kremsier	+ 6·0	+4·4	(15)
„ — Brünn	+ 6·1	+4·7	(13)
Leutschau — Neusohl	+ 6·2	+7·0	(12)
Kronstadt — Hermannstadt	+ 6·2	+7·3	(11)
Kesmark — Leutschau	+ 3·4	+6·8	(5)
St. Jakob — Klagenfurt	+13·0	+4·4	(5)
Gastein — Innsbruck	+15·0	+6·7	(2)
St. Jakob — Lienz	+ 6·6	+3·6	(10)

Im Mittel erhält man hieraus 4·6 Tage Verzögerung der Blüthezeit für 100 Toisen Erhebung — bei den Lignosen war der Werth hiefür 6·1 Tage, also größer. Der Einfluß der Exposition tritt wieder deutlich hervor. Für O. ist der Werth = 5·9, für W. = 3·4. Bei den Lignosen waren die Werthe beziehungsweise 6·9 und 5·7, der Unterschied beider, wie dies auch nicht anders zu erwarten, ist kaum halb so groß. Es darf aber nicht übersehen werden, daß der Neigungswinkel der Bodenfläche sehr klein ist, da die Entfernung von

[1]) Mit Ausnahme einiger, die wegblieben, weil entweder keine Beobachtungen oder dieselben nur in ungenügender Anzahl vorlagen.

je zwei Stationen, welche verglichen worden sind, im Vergleiche zum Unterschied der Seehöhe eine sehr beträchtliche ist.

Einfluß der geographischen Breite.

Die folgenden Resultate gelten wieder nur für die ersten Blüthen.

	$b-b'$	$b-b'$ für 1°	
Admont — Laibach	+19·5	+5·1	(10)
Kirchdorf — Klagenfurt	+ 2·2	+1·5	(6)
Kremsmünster — „	— 2·0	—0·1	(4)
Kirchdorf — St. Jakob	—11·0	+6·2	(10)
Kremsmünster — „ „	—14·4	+4·5	(10)
Linz — Klagenfurt	— 2·9	—0·6	(7)
„ — St. Jakob	—13·1	+4·5	(12)
Lemberg — Hermannstadt	+10·3	+3·5	(18)
Prag — Laibach	+11·0	+3·4	(13)
„ — Klagenfurt	+ 7·9	+0·1	(7)
„ — St. Jakob	— 3·9	+6·9	(9)
„ — Admont	— 7·1	+3·0	(13)
„ — Kirchdorf	+ 6·5	+6·7	(14)
„ — Kremsmünster	+ 9·5	+7·3	(11)
Senftenberg — Wien	+11·8	+2·5	(26)
Prag — Linz	+ 8·6	+7·1	(18)

Hieraus folgt im Mittel für 1° Zunahme der geographischen Breite eine Verzögerung der Blüthezeit um 3·8 Tage. Für die Lignosen fand ich den Werth etwas kleiner, nämlich =2·9 (man s. den betreffenden Abschnitt).

Einfluß der geographischen Länge.

	$b-b'$	$b-b'$ für 1°	
Innsbruck — Bludenz	— 6·7	—3·9	(3)
Wilten — „	+ 5·6	+3·4	(5)
St. Jakob — Lienz	+ 6·6	—3·1	(10)
Klagenfurt — „	— 4·5	+1·5	(4)
Wien — Kremsmünster	— 2·1	+1·7	(23)
„ — Kirchdorf	— 4·1	+1·7	(20)
„ — Linz	— 1·7	+1·9	(32)
Senftenberg — Prag	+ 6·8	0·0	(12)
Kesmark — Brünn	+16·4	+1·0	(5)
Leutschau — „	+10·7	+0·2	(18)

		$b-b'$	$b-b'$ für 1°	
Lemberg	— Prag	+ 4·9	+0·2	(15)
Mediasch	— Laibach	+ 4·6	+0·3	(16)
„	— Cilli	+10·5	+1·0	(15)
Leutschau	— Neusohl	+ 5·6	+0·1	(11)
Lemberg	— Senftenberg	— 1·3	+0·4	(20)
Kronstadt	— Hermannstadt	+ 4·9	—0·1	(11)

Als mittlerer Werth für 1° Längen-Zunahme erhält man 0·4 Tage Verzögerung der Blüthezeit, welcher Werth genau mit jenen für Bäume und Sträuche ausgemittelten übereinstimmt.

Normale Zeiten der Blüthe.

Mit Hilfe der drei für die Seehöhe, Breite und Länge ausgemittelten Constanten habe ich die Mittelwerthe der Blüthezeit sämmtlicher Pflanzen für alle Stationen zunächst auf Wien reducirt, also für jede Pflanzenart so viele Mittelwerthe, als Stationen sind, erhalten, und indem hieraus wieder ein Mittel abgeleitet wurde, den Normalwerth der Blüthezeit.

Die Reductionsgrößen für die einzelnen Stationen sind die folgenden, wenn b die unmittelbare, b' die reducirte Blüthezeit bedeutet.

	$b-b'$		$b-b'$
Admont	— 8	Eperies	— 6
Agram	+10	Eppan	+ 2
Alkus	—24	Felka	—16
Alt-Aussee	—14	Gastein	—14
Bania	— 1	Görz	+12
Bärn	—14	Gresten	— 4
Biala	—10	Gurgl	—33
Bludenz	— 3	Hermannstadt	+ 1
Bochnia	— 9	Hofgastein	—11
Bregenz	0	St. Jakob	—13
Briesz	—11	Jaslo	— 9
Brünn	— 8	Innsbruck	— 3
Budweis	— 7	Kalkstein	—23
Bugganz	—10	Kaschau	— 4
Cilli	+ 7	Kesmark	—15
Czaslau	— 5	Kessen	— 4
Deutschbrod	—10	Kirchdorf	— 4

	b—b'		b—b'
Klagenfurt	+ 1	Prag	— 7
Krakau	— 9	Pressburg	+ 1
Kremsier	— 6	Pregratten	—15
Kremsmünster	— 3	Pürglitz	— 9
Kronstadt	— 3	Rottalowitz	—11
Laibach	+ 7	Roveredo	+10
Lemberg	—11	Rzeszow	—10
Leutschau	—14	Schässburg	+ 1
Lienz	— 4	Schemnitz	—12
Linz	— 4	Schössl	—11
Maltein	— 9	Senftenberg	—13
Martinsberg	+ 1	Stanislau	— 7
Mediasch	+ 2	Szkleno	— 4
Melk	— 1	Taufers	—17
Neusatz	+13	Tulfes	—10
Neusohl	— 7	Unter-Tilliach	—22
Neutitschein	— 8	Wallendorf	— 4
Oberschützen	0	Weissbriach	— 7
Ofen	+ 5	Wilten	— 4

Es wären dies die Unterschiede in der Blüthezeit gegen Wien, wenn die locale Anomalie Null wäre. In diesem Falle sollten die Blüthezeiten aller Orte nach der Reduction mit jener von Wien übereinstimmen. Die folgenden Normalwerthe sind die Mittel der reducirten Blüthezeiten. Die mittlere Abweichung an den einzelnen Orten ist mit dem Zeichen ± beigefügt. Die Zahlen in den Klammern bedeuten die Anzahl dieser Abweichungen übereinstimmend mit jener der Stationen.

Ajuga reptans	19 — 4	± 7·4	(26)
Anemone nemorosa	30 — 3	± 7·7	(32)
Carum Carvi	4 — 5	± 6·0	(18)
Chrysanthemum Leucanthemum	15 5	± 6·5	(30)
Colchicum autumnale	20 — 8	± 6·6	(25)
Convallaria majalis	6 — 5	± 4·3	(33)
Crocus vernus	14 — 3	± 8·2	(21)
Daucus Carota	20 — 6	± 6·5	(19)
Digitalis purpurea	14 — 6	± 3·8	(10)
Fragaria vesca	21 — 4	± 4·6	(38)
Fritillaria imperialis	19 — 4	± 3·3	(16)
Galanthus nivalis	12 — 3	± 8·4	(10)
Hemerocallis fulva	16 — 6	± 7·4	(10)
Hepatica triloba	15 — 3	± 7·9	(21)
Heracleum Sphondylium	25 — 6	± 8·2	(10)

Humulus Lupulus	26 — 7 ± 9·3 (14)
Hypericum perforatum	16 — 6 ± 4·0 (26)
Lilium candidum	25 — 6 ± 4·1 (26)
Narcissus poëticus	21 — 4 ± 7·0 (25)
Nuphar luteum	24 — 5 ± 7·1 (7)
Nymphaea alba	6 — 6 ± 8·6 (8)
Omphalodes verna	13 — 4 ± 6·6 (9)
Orchis latifolia	16 — 5 ± 10·0 (15)
Paeonia officinalis	18 — 5 ± 3·5 (33)
Primula elatior	31 — 3 ± 7·8 (9)
„ *officinalis*	11 — 4 ± 6·9 (24)
Ranunculus Ficaria	2 — 4 ± 6·3 (29)
Salvia officinalis	2 — 6 ± 6·1 (15)
Secale cereale hyb.	26 — 5 ± 3·8 (45)
Symphytum officinale	8 — 5 ± 5·7 (23)
Tanacetum vulgare	7 — 7 ± 6·1 (12)
Taraxacum officinale	10 — 4 ± 5·2 (32)
Trifolium pratense	8 — 5 ± 6·4 (23)
Triticum vulgare hyb.	8 — [illegible] ± 3·2 (34)
Viola odorata	26 — 3 ± 6·8 (36)

Die Abweichungen sind das Product störender Verhältnisse und in so ferne prägt sich in ihnen die Sicherheit der Beobachtung aus. Mit Hilfe der Größe der Abweichungen läßt sich demnach eine gewisse Rangordnung der beobachteten Pflanzen feststellen, in welcher sie sich zu den Beobachtungen eignen. Obenan würden stehen: ***Triticum vulgare hybernum,*** unser Winterweizen, ***Fritillaria imperialis,*** die Kaiserkrone, ***Paeonia officinalis,*** die Pfingstrose, ***Secale cereale hybernum,*** der Winterroggen, u. s. f., also Arten, welche durch Gleichheit der individuellen Entwickelung oder die Größe der Blumenkrone hervorragen.

Vergleicht man obige Tabelle mit der viel früher für die Lignosen aufgestellten, so wird man bald gewahr, daß die Abweichungen bei den Bäumen und Sträuchen im Allgemeinen kleiner sind als bei den Bodenpflanzen und daher erstere sich besser zu den Beobachtungen eignen. Bei vielen Arten der ersteren ist die Abweichung kleiner als die kleinste bei den letzteren, obgleich hier die Anzahl der Stationen im Allgemeinen beträchtlich größer ist und daher auch die Mittelwerthe der Abweichung auf einer erheblich größeren Anzahl von Einzelbestimmungen beruhen.

Nicht ohne Grund überwiegen daher in der Anleitung zu den Beobachtungen unter den empfohlenen Pflanzenarten die Bäume und Sträuche.

Örtliche Anomalien.

Es erübriget mir noch die Ermittlung der mittleren localen Anomalie für die einzelnen Stationen in ähnlicher Weise, wie in der ersten Abtheilung. Da die Zahl der Pflanzen viel kleiner ist, so ist auch der Mittelwerth der Anomalie weniger sicher, ich beschränke mich daher darauf, denselben nur für dieselben Stationen anzugeben, wie in der ersten Abtheilung.

	A'
Admont	— 7·6 (18)
Bärn	+ 1·9 (8)
Bludenz	— 1·7 (6)
Briesz	+ 0·3 (6)
Brünn	+ 3·2 (23)
Cilli	+ 2·3 (21)
Deutschbrod	— 4·5 (2)
Felka	+ 3·7 (6)
Gastein	— 3·5 (2)
Gresten	— 0·5 (23)
Hermannstadt	— 5·1 (24)
St. Jakob	— 4·5 (13)
Jaslo	— 3·8 (11)
Innsbruck	+ 6·9 (18)
Kesmark	— 0·2 (6)
Kirchdorf	— 1·0 (22)
Klagenfurt	— 2·8 (7)
Kremsier	+ 3·6 (27)
Kremsmünster	+ 1·2 (23)
Kronstadt	— 5·0 (13)
Laibach	— 3·2 (22)
Lemberg	— 1·8 (24)
Leutschau	+ 1·8 (24)
Lienz	— 5·8 (21)
Linz	+ 3·0 (33)
Mediasch	— 1·2 (19)
Neusohl	+ 0·1 (15)
Prag	— 1·9 (19)
Rottalowitz	+ 4·8 (19)
Schemnitz	+ 4·0 (1)
Schössl	— 2·3 (7)
Senftenberg	+ 0·6 (25)
Szkleno	— 1·0 (1)
Wallendorf	+10·0 (1)
Weissbriach	— 1·8 (14)
Wien	+ 0·5 (34)
Wilten	— 0·7 (26)

Die Stationen mit + *A'* gehören zu jenen mit warmem, die mit — *A'* zu jenen mit kaltem Boden. Eine Zusammenstellung der Werthe *A*—*A'*, wo *A* die örtliche Anomalie derselben Station bedeutet, welche jedoch aus den Beobachtungen über Bäume und Sträuche abgeleitet worden ist, dürfte von Interesse sein. Die in den Klammern enthaltenen Zahlen bedeuten die Summe der Pflanzenarten beider Abtheilungen.

	A—*A'*
Admont	+ 4·0 (56)
Bärn	— 4·9 (20)
Bludenz	+ 7·9 (10)
Briesz	— 1·9 (13)
Brünn	— 0·8 (58)
Cilli	— 3·3 (51)
Deutschbrod	— 5·8 (8)
Felka	— 4·7 (7)
Gastein	+10·5 (7)
Gresten	— 1·7 (28)

Station	Wert		Station	Wert	
Hermannstadt	+ 6·9	(75)	Linz	— 3·6	(99)
St. Jakob	+ 7·3	(41)	Mediasch	+ 2·6	(48)
Jaslo	— 2·9	(14)	Neusohl	— 4·6	(17)
Innsbruck	+ 1·3	(47)	Prag	— 0·7	(44)
Kesmark	+ 0·6	(23)	Rottalowitz	— 3·9	(56)
Kirchdorf	0·0	(67)	Schemnitz	— 2·9	(100)
Klagenfurt	— 2·7	(51)	Schössl	— 1·5	(21)
Kremsier	— 3·2	(96)	Senftenberg	— 3·3	(87)
Kremsmünster	— 3·4	(84)	Szkleno	— 1·2	(6)
Kronstadt	+ 7·5	(53)	Wallendorf	—16·0	(2)
Laibach	+ 0·2	(49)	Weissbriach	— 0·1	(29)
Lemberg	+ 0·2	(42)	Wien	+ 0·1	(163)
Leutschau	0·0	(57)	Wilten	— 0·1	(58)
Lienz	+ 6·1	(46)			

Die örtliche Anomalie ist demnach an den meisten Stationen für Lignosen und Bodenpflanzen eine andere und nicht selten beträchtlich verschiedene, ohne daß man diesen Unterschied, einige Fälle ausgenommen, der Unsicherheit der Mittelwerthe in Folge der unzureichenden Anzahl der Beobachtungen beimessen kann. Es bleibt hier noch Vieles zu erklären übrig und weiteren tiefer eingehenden Forschungen aufbehalten.

Durch die Personalgleichung des Beobachters wenigstens läßt sich dieses Ergebniß nicht befriedigend erklären, eben so wenig, wie durch die Exposition des Standortes der Pflanze, welche für die ersten Blüthen an allen Stationen mit wenigen Ausnahmen eine nahezu übereinstimmende sein dürfte.

Mittlerer Unterschied der Blüthezeit einzelner Stationen gegen Wien.

Die Anzahl der in der II. Abtheilung berücksichtigten Pflanzenarten ist zu gering, um diesem Abschnitte in ähnlicher Weise wie dem analogen der I. Abtheilung Rechnung tragen zu können. Ich behalte daher denselben einer nachträglichen Bearbeitung vor, zumal derselbe fast die ganze Flora unseres Kaiserstaates umfassen müßte, wenn alle gesammelten Beobachtungen berücksichtigt werden sollen, wie es wünschenswerth ist, und daher noch sehr langwierige Vorarbeiten früher vorzunehmen sind.

Die Zahl der Pflanzenarten muß schon aus dem Grunde eine viel größere sein wie in der I. Abtheilung, weil die Unterschiede in den Blüthezeiten der Bodenpflanzen durch secundäre Ursachen weit mehr alteriirt werden als jene der Lignosen, ohne daß man im Stande

ist diese Störung gewöhnlich in Rechnung bringen, sondern höchstens hoffen darf, in den Mittelwerthen zu eliminiren.

Thermische Constanten.

Unter diesem Titel habe ich vor einigen Jahren die mittleren Temperatursummen veröffentlicht[1]), welche ich für die Blüthe und Fruchtreife einer großen Anzahl im hiesigen k. k. botanischen Garten beobachteter Pflanzenarten berechnet habe.

In dieser Abhandlung sind nur die mehrjährigen Mitteln der Temperatursummen gegeben, nicht aber auch die Temperatursummen der einzelnen Jahre, da diese auch nach meiner Formel noch beträchtlichen Schwankungen unterliegen, welche sich erst in mehrjährigen Mitteln ausgleichen. Nur in Bezug auf die letzteren, nicht aber auch auf die ersteren kann von thermischen Constanten die Rede sein.

Zu der Annahme, daß es solche gebe, bestimmte mich, in so lange mehrjährige mittlere Temperatursummen nur für Wien vorlagen, nur die geringe Größe des wahrscheinlichen Fehlers des Summenmittels in der bei Weitem überwiegenden Mehrzahl der Fälle.

Eine directe Nachweisung solcher Constanten konnte nur durch die für andere Orte berechneten mittleren Temperatursummen geliefert werden, falls diese mit den für Wien übermittelten nahe übereinstimmen würden.

Ich habe zu diesem Ende aus der Zusammenstellung in einem der früheren Abschnitte dieser Abhandlung, welche mit „Normale Zeiten der Blüthe“ überschrieben ist, jene Arten der Bäume ausgewählt, bei welchen die mittlere Abweichung von der normalen Zeit an verschiedenen Orten nicht ± 2·0 Tage überschritt und daher angenommen werden kann, daß die Zeit der Blüthe an allen Orten genau bestimmt worden ist. Es war dies bei folgenden Arten der Fall, für welche die mittleren Temperatursummen an jenen Orten, von welchen wenigstens fünfjährige Beobachtungen vorlagen, berechnet worden sind. Die mit ± angefügte Zahl bedeutet die mittlere Abweichung in den einzelnen Jahren.

---

[1]) M. s. Band XXI der Denkschriften.

Acer campestre

Brünn . . . . . . 308° ± 33
Schemnitz . . . . 307 ± 25
Wien . . . . . . 311 ± 30 [1])

Acer platanoides

Brünn . . . . . . 226 ± 47
Hermannstadt . . . 218 ± 43
Lemberg . . . . . 240 ± 28
Linz . . . . 229 ± 17
Schemnitz . . . . 203 ± 30
Senftenberg . . . 192 ± 31
Wien α . . . . . 225 ± 22
β . . . . . 247 ± 22

Acer tataricium

Schemnitz . . . . 483 ± 61
Wien . . . . . . 478 ± 26

Amygdalus communis

Brünn . . . . . . 241 ± 23
Wien β . . . . . 247 ± 21
α . . . . . 208 ± 18

Castanea vesca

Kremsmünster . . 994 ± 44
Schemnitz . . . . 965 ± 85

Cornus alba

Klagenfurt . . . . 486 ± 21
Schemnitz . . . . 456 ± 45
Senftenberg . . . 431 ± 29
Wien . . . . . . 513 ± 27

Cydonia vulgaris

Schemnitz . . . . 446 ± 36
Wien α . . . . . 521 ± 33
β . . . . . 482 ± 24

Fraxinus Ornus

Schemnitz . . . . 469 ± 37
Wien . . . . . . 538 ± 62

Populus alba

Schemnitz . . . . 127 ± 29
Wien α . . . . . 157 ± 10
β . . . . . 179 ± 23

Prunus cerasifera

Lienz . . . . 297° ± 30
Wien . . . . 259 ± 11

Prunus Mahaleb

Kremsmünster . . . . 327 ± 14
Linz . . . . 393 ± 18
Schemnitz . . . . . . 372 ± 27
Wien . . . . 358 ± 23

Quercus Cerris

Schemnitz . . . . . 444 ± 32
Wien . . . . 476 ± 40

Robinia hispida

Brünn . . . . 646 ± 101
Schemnitz . . . . . . 630 ± 51
Wien . . . . 589 ± 46

Rosa Eglanteria

Kirchdorf . . . . . . 725 ± 15
Wien . . . . 648 ± 19

Rosa gallica

Linz . . . . 782 ± 25
Wien . . . . 793 ± 45

Symphoricarpus vulgaris

Kremsmünster . . . . 688 ± 34
Schemnitz . . . . . . 690 ± 67

Syringa persica

Klagenfurt . . . . . . 413 ± 25
Linz . . . . 509 ± 27
Senftenberg . . . . . 405 ± 28
Wien . . . . 479 ± 25

Taxus baccata

Schemnitz . . . . . . 140 ± 23
Wien . . . . 137 ± 13

Ulmus effusa

Brünn . . . . 129 ± 27
Wien α . . . . 153 ± 11
β . . . . 163 ± 13

---

[1]) Aus Beobachtungen im Freien, 366 ± 27 aus Beobachtungen im botanischen Garten, wo jedoch eine spät blühende Varietät und überdies ein kranker Baum beobachtet worden ist. In der Folge sind die für den botanischen Garten geltenden Summen mit β bezeichnet.

Wohl finden wir genau übereinstimmende Summen nur bei einem Theile der untersuchten Pflanzenarten, es ist aber nicht zu übersehen, daß auf die Varietät der Pflanze Vieles ankommt, wie die Wiener Beobachtungen lehren. Auch der Standort der Pflanze dürfte wenigstens bei Sträuchen nicht ohne Einfluß bleiben. Auf sonnigem Standorte benöthiget die Pflanze gewiß eine geringere Wärmesumme als auf beschattetem. Aus folgender Zusammenstellung ersieht man die mittleren Abweichungen der Summen an den einzelnen Orten und in einzelnen Jahren [1].

	O	J.
Acer campestre	±14	±29
„ *platanoides*	22	31
„ *tartarium*	2	43
Amygdalus communis	7	21
Castanea vesca	14	64
Cornus alba	28	30
Cydonia vulgaris	27	32
Fraxinus Ornus	24	49
Populus alba	20	22
Prunus cerasifera	19	20
„ *Mahaleb*	20	20
Quercus Cerris	16	36
Robinia hispida	32	66
Rosa Eglanteria	39	17
„ *gallica*	5	35
Symphoricarpus vulgaris	1	50
Syringa persica	45	26
Taxus baccata	1	18
Ulmus effusa	10	17

Mit einigen wenigen Ausnahmen ist demnach die mittlere Abweichung der normalen Temperatursummen an verschiedenen Orten beträchtlich kleiner, als die mittlere Abweichung der Temperatursummen in einzelnen Jahren.

Das beste Kriterion einer Formel wird es wohl sein, wenn es gelingen sollte, gleiche Werthe der Temperatur, seien es Mittel- oder Summenwerthe, zu gewinnen. Meine vielfältigen Bemühungen, wobei ich auf die anderen klimatischen Factoren, Feuchtigkeit, Insolation

[1] Aus den beiden Bestimmungen für einige Pflanzen bei Wien wurde das Mittel genommen.

u. s. w. den thunlichsten Bedacht nahm, sind erfolglos geblieben und ich habe mich immer genöthiget gesehen, zu meiner Summenformel zurückzukehren, weil ich einer annähernden Bestimmung den Vorzug gab vor gar keiner, mit welcher man sich genügen muß, wenn man auf präcisen Werthen besteht.

Seit der Publication meiner „thermischen Constanten" sind mir zwei neue Formeln zur Berechnung des Einflusses der Temperatur auf die Pflanzenentwickelung bekannt geworden, eine von A. Tomaschek[1]), die andere von W. Kabsch[2]).

Ersterer versuchte aus seinen eigenen in Lemberg mit großer Sorgfalt angestellten Beobachtungen nachzuweisen, daß die Mittel-Temperatur des Zeitraumes vom 1. Jänner, den er übereinstimmend mit mir als Anfangspunkt annahm, bis zum Tage der Blüthe in den einzelnen Jahren gleich sei. Tomaschek berücksichtiget hiebei ebenfalls nur die Tagesmittel über Null, gebildet aus den Beobachtungen um 6 Uhr Morgens, 2 und 10 Uhr Abends, mit dem Unterschiede jedoch, daß an Tagen mit positiven und negativen Temperaturen das Mittel aus der Summe der ersteren abgeleitet wird, möge diese größer oder kleiner als die Summe der letzteren sein, während nach der gewöhnlichen Berechnungsweise das Tagesmittel nur im ersten Falle positiv und daher berücksichtiget wird. Durch diesen verschiedenen Vorgang werden die Temperatursummen nur wenig, die mittlere Temperatur des Zeitraumes aber beträchtlich alteriirt. Aus folgender Zusammenstellung ersieht man für einige Pflanzen die mittleren Summen Σt und Mittel für Lemberg nach fünfjährigen Beobachtungen mit der mittleren Abweichung in den einzelnen Jahren.

	Σt[3])	%	t	%
Prunus avium	299 ± 41	14	3·6 ± 0·1	3
„ *Padus*	336 ± 31	9	3·8 ± 0·1	3
Aesculus Hippocastanum	423 ± 42	10	4·3 ± 0·1	3
Sambucus nigra	725 ± 41	6	6·0 ± 0·1	2
Robinia Pseudacacia	711 ± 51	7	6·0 ± 0·1	2

[1]) M. s. Tomaschek: α.) Nachweis, daß es thermische Constanten gibt. Wochenschrift für Wissensch., Kunst u. ö. L. 1862, Nr. 48. β.) Mitteltemperaturen als klimatische Temperatur-Normale u. s. w. in der Unterrichtszeitung für Österreich. 1864, Nr. 4.

[2]) W. Kabsch: Über die Vegetationswärme der Pflanzen u. s. w. Flora 1863.

[3]) Diese von mir selbst gerechneten Werthe zeigen einige kleine Differenzen gegen die von Tomaschek gerechneten.

Wie die Werthe hier stehen, müßte man der Mittelformel ohne weiters den Vorzug vor der Summenformel geben. Ich war daher sehr interessirt zu sehen, welche Werthe meine in Wien angestellten Beobachtungen geben. Sie sind für die oben angeführten Pflanzen und auf dieselbe Weise wie in Lemberg, jedoch aus zehnjährigen Beobachtungen abgeleitet, weßhalb ich *Sambucus nigra* und *Robinia Pseudacacia* ausschließen mußte, für welche nur vier- und sechsjährige Beobachtungen vorlagen.

	Σt	%	t	%
Prunus avium	282 ± 23	8	$3\cdot5 \pm 0\cdot4$	12
„ *Padus*	340 ± 23	7	$3\cdot8 \pm 0\cdot4$	10
Aesculus Hippocastanum	401 ± 57	14	$4\cdot1 \pm 0\cdot5$	11

Hiernach ist es mindestens zweifelhaft, welcher der beiden Formeln den Vorzug zu geben sei. Ein ähnliches Resultat erhielt ich aus einigen früheren Untersuchungen, bei welchen einige Pflanzen mehr berücksichtiget worden sind.

In Wien wird die Zunahme der Wärme im Frühjahre, weil sie früher eintritt, häufiger unterbrochen als in Lemberg. So war 1853 die mittlere Temperatur des Zeitraumes vom 1.—14. Jänner 3·2, so wie vom 1. Jänner bis 25. April. Nach der Mitteltemperatur hätte man demnach die Blüthezeit einer Pflanze eben so gut auf den 14. Jänner als 25. April ansetzen können, während die Temperatursummen in beiden Fällen gewaltig verschieden gewesen wären, also für die Wahl des Blüthentages nicht den geringsten Zweifel gelassen haben würden.

Vom 14. Jänner bis 25. April hätte die Vegetation nach der Mittelformel ohne Fortschritt bleiben sollen, da in der Zwischenzeit nie das Mittel von 3·2 überschritten worden ist, während die Temperatursummen in der Zwischenzeit periodenweise zunahmen, entsprechend dem Fortschritte der Vegetation, der sich auch wirklich einstellte. Nur in dem seltenen Falle, wenn der Mittelwerth in Folge einer stetigen hinreichend raschen Temperaturzunahme von Tag zu Tag wächst, ist der Tag der Blüthe genau fixirt.

Noch erübriget mir Einiges über die Formel von Kabsch zu sagen; $x = t \mp \left(\frac{h.t}{12}\right) . c - c'$, wo c die mittlere Temperatur des Zeitraumes vom Eintritte des Keimens bis zur Zeit der Blüthe oder Fruchtreife, c' die Keimungs- oder Sprossungswärme, t die Zahl der ver-

flossenen astronomischen Tage und h die Anzahl der Stunden, die die Dauer des Vegetationstages im Durchschnitt überschreiten oder nicht erreicht haben, bedeutet.

Diese Formel, so wie jene von Boussingault, von welcher sie eine vortheilhafte Variation ist, gilt eigentlich nur für annuelle Pflanzen, während ich die perennirenden, hier sogar nur die Lignosen zum Gegenstande meiner Untersuchung wählte. Die Bestimmung der Temperatur des Keimens $= c'$ halte ich für sehr schwierig, wenn sie genau sein soll, und dies scheint nothwendig. Der Factor $\frac{h.t}{12}$ scheint mir einen Widerspruch zu enthalten, da ja t schon das 24stündige Mittel ist, oder wenigstens sein soll, von welchem sich nichts hinwegnehmen und an welches sich nichts hinzufügen läßt. Wenn aber hiedurch angedeutet werden soll, daß nur die Tages- nicht auch die Nachttemperaturen wirksam sind, was schwer zu erweisen sein dürfte, so wäre es zweckmässiger von Tag zu Tag blos die mittlere Temperatur des Zeitraumes von Sonnenauf- bis Sonnenuntergang zu bestimmen und diese Tagesmittel zu summiren.

Mittlerer Unterschied der Blüthezeit mehrerer Stationen gegen Wien.

Zur Darstellung desselben habe ich die für die Seehöhe, Breite und Länge von Wien ermittelten Normalwerthe der Blüthezeit mit den analogen Werthen der Stationen bei allen Bäumen und Straucharten verglichen, für welche wenigstens fünfjährige Mittel vorlagen. Indem die letzteren von dem Normalwerthe für Wien abgezogen wurden, erhielt ich für jeden Monat nach der Anzahl der an den einzelnen Stationen beobachteten Pflanzenarten eine bald kleinere, bald größere Reihe von Unterschieden, deren Mittelwerth in folgender Übersicht enthalten ist:

	März	April	Mai	Juni	Jahr
Admont	−22 (5)	−18 (15)	−16 (16)	−17 (3)	−18 (39)
Bärn	−18 (2)	−19 (5)	−19 (5)	—	−19 (12)
Briesz	−11 (2)	−13 (4)	—	—	−12 (6)
Brünn	− 5 (5)	− 3 (18)	0 (18)	+ 4 (5)	− 1 (46)
Cilli	+12 (5)	+ 5 (3)	+ 4 (14)	+ 5 (5)	+ 7 (27)
Deutschbrod	—	−27 (2)	−20 (2)	—	−23 (4)
Hermannstadt	− 7 (5)	0 (18)	0 (18)	− 4 (7)	− 3 (48)
St. Jakob	−15 (3)	−17 (13)	−21 (9)	−25 (3)	−19 (28)
Innsbruck	0 (4)	+ 3 (9)	+ 1 (9)	0 (2)	+ 1 (24)

	März	April	Mai	Juni	Jahr
Kesmark . . .	−15 (2)	−19 (3)	−18 (4)	—	−17 (9)
Kirchdorf. . .	− 5 (5)	− 3 (13)	− 8 (18)	− 9 (4)	− 6 (40)
Klagenfurt . .	−11 (3)	− 7 (14)	− 7 (21)	− 6 (4)	− 8 (42)
Königsberg .	—	− 8 (4)	− 1 (8)	—	− 4 (12)
Kremsier . . .	− 2 (7)	− 2 (10)	− 3 (26)	− 3 (4)	− 2 (57)
Kremsmünster .	−10 (2)	− 6 (17)	− 7 (5)	− 8 (7)	− 7 (61)
Kronstadt . .	− 6 (3)	− 8 (14)	− 5 (18)	−10 (15)	− 9 (50)
Laibach . . .	− 4 (4)	0 (7)	+ 2 (19)	+ 4 (3)	0 (33)
Lemberg . . .	—	−15 (9)	−11 (12)	− 9 (4)	−12 (25)
Leutschau . .	−11 (3)	−14 (14)	−13 (16)	−13 (4)	−13 (37)
Lienz	—	− 9 (14)	− 9 (8)	−10 (2)	− 9 (24)
Linz	− 6 (7)	− 5 (19)	− 6 (36)	− 5 (8)	− 5 (70)
Mediasch . . .	− 1 (4)	+ 2 (11)	+ 2 (9)	+ 1 (3)	+ 1 (27)
Prag	−12 (2)	− 8 (9)	− 7 (12)	—	− 9 (23)
Rottalowitz . .	− 8 (7)	−11 (14)	− 8 (14)	− 8 (5)	− 9 (40)
Schässburg . .	−14 (2)	− 3 (2)	—	—	− 8 (4)
Schössl . . .	—	−15 (5)	−10 (6)	− 9 (2)	−11 (13)
Senftenberg. .	−18 (6)	−17 (19)	−15 (33)	−15 (6)	−16 (64)
Schemnitz . .	−16 (11)	−14 (38)	−12 (51)	−13 (11)	−14(111)
Weissbriach. .	−13 (4)	−15 (7)	−18 (4)	—	−15 (15)
Wilten	− 6 (2)	− 4 (9)	− 9 (18)	−11 (4)	− 7 (33)

Es sind hier alle Stationen verzeichnet, für welche wenigstens in 2 Monaten fünfjährige Mittel der Blüthezeit von mindestens 2 Lignosenarten vorliegen. Die Anzahl derselben ist aus den Zahlen ersichtlich, welche in den Klammern enthalten sind.

Es ist zu bemerken, daß der wahrscheinliche Fehler des Unterschiedes in der Blüthezeit in vielen Fällen Null war und selbst im äußersten Falle ± 4 Tage nicht überschritt, so daß die oben mitgetheilten Werthe als sehr sichere bezeichnet werden können und in so ferne das beste Element der Vergleichung bilden.

Dann muß es aber auffallen, daß der periodische Gang dieser Unterschiede nur an den beiden Stationen Brünn und Leibach deutlich zu erkennen ist, indem die Differenzen in den einzelnen Monaten folgende Werthe annehmen:

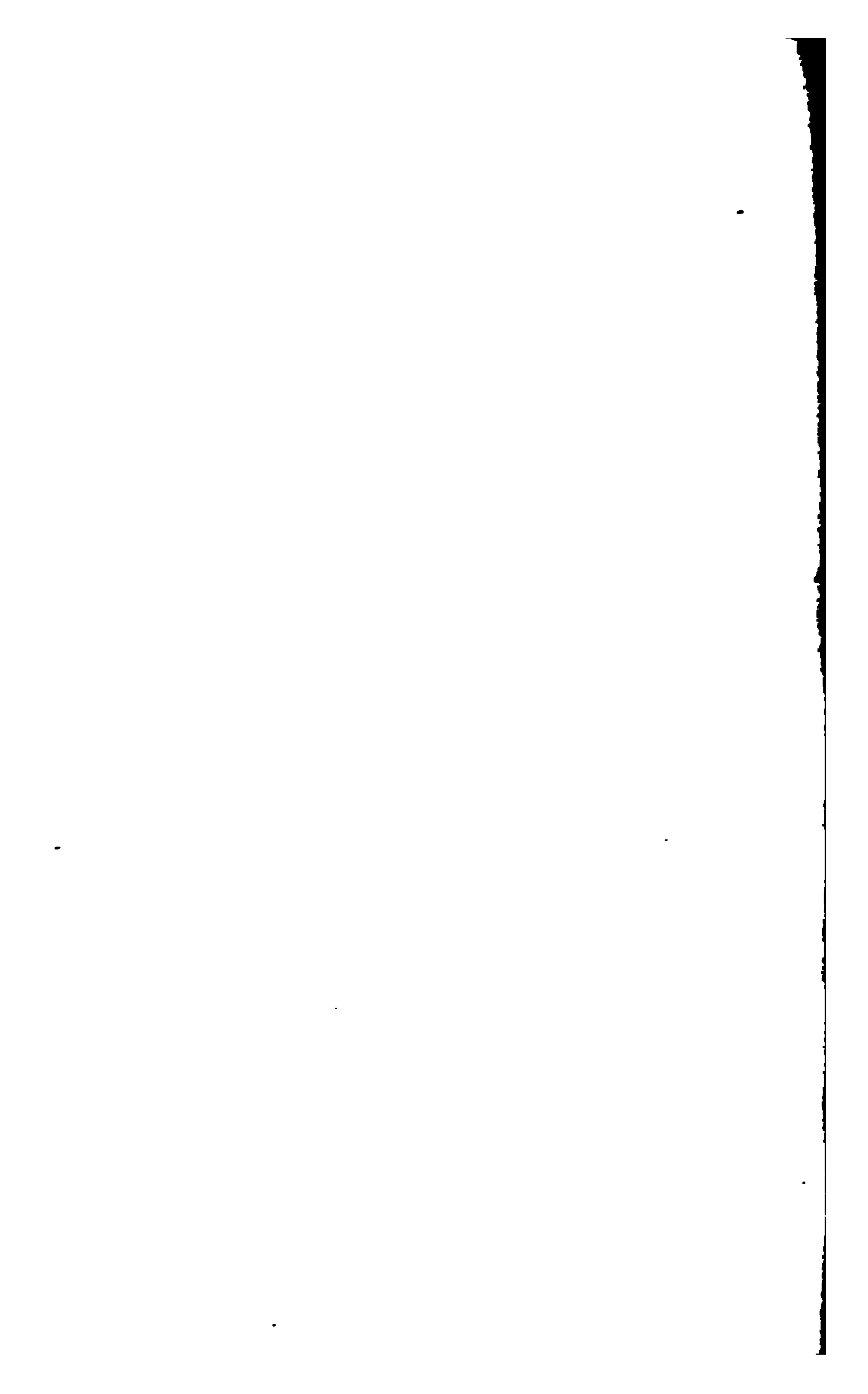
	Brünn	Laibach
März	−5	−4
April	−3	0
Mai	0	+2
Juni	+4	+4

An anderen Stationen ist die Zahl der beobachteten Pflanzen größer, ohne daß sich von Monat zu Monat eine periodische Ände-

rung des Unterschiedes der Blüthezeit herausstellt. Da überdies die Differenzen in den einzelnen Monaten nur wenig verschieden sind und daher auch wenig von der jährlichen Differenz abweichen, so kann diese in den meisten Fällen genügen, aus den Mittelwerthen für jene Pflanzenarten, welche nur an einer oder einigen wenigen Stationen beobachtet worden sind, solche auch für andere Stationen abzuleiten.

Für Wien z. B. liegen von nicht weniger als 129 Arten fünf- und mehrjährige Mittel der Blüthezeit vor. Addirt man zu den Einzeln-Mitteln die für jeden Ort aus obiger Tabelle ersichtlichen Werthe, so erhält man für alle Stationen die Mittelwerthe für eben so viele Pflanzenarten wie für Wien, für welche die Mittelwerthe der an den einzelnen Stationen beobachteten Arten die beste Controle sind.

Bei den oben mitgetheilten Unterschieden der Blüthezeit an den einzelnen Stationen gegen Wien concurriren die Einflüsse des Unterschiedes der Seehöhe, geographische Breite und Länge, so wie die locale Anomalie, welche in den früheren Abschnitten dargestellt worden sind. Summirt man die Werthe dieser Factoren, so sollte man den jährlichen Unterschied der Blüthezeit mit demselben Werthe, wie in obiger Tabelle erhalten. In der That ist dies nur bei einigen Stationen der Fall, bei den meisten zeigen sich Unterschiede von $\pm$ 1—2 Tagen, welche daher rühren, daß die Gewichte der Mittelwerthe der einzelnen Monate bei der Ableitung des Mittelwerthes für das Jahr als gleich, also nicht der Anzahl der beobachteten Pflanzenarten als proportional angenommen worden sind.



Die jedem Fachmanne bekannten, bei der raschen Entwickelung der Wissenschaft von Jahr zu Jahr sich steigernden Unzukömmlichkeiten, welche mit der cumulativen Herausgabe von Abhandlungen verbunden sind, die sich auf sämmtliche naturwissenschaftliche Fächer beziehen, haben die mathematisch-naturwissenschaftliche Classe der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften bestimmt, ihre Sitzungsberichte in zwei gesonderten Abtheilungen erscheinen zu lassen.

Die **erste Abtheilung** enthält die Abhandlungen aus der Mineralogie, Botanik, Zoologie, Anatomie, Geologie und Paläontologie; die **zweite Abtheilung** die aus der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

Von jeder dieser Abtheilungen erscheint jeden Monat mit Ausnahme von August und September ein Heft, welches drei Sitzungen umfasst. Der Jahrgang enthält somit zehn Hefte.

Dem Berichte über jede Sitzung geht eine vollständige Übersicht aller in derselben vorgelegten Abhandlungen voran, selbst wenn diese nicht zur Aufnahme in die Schriften der Akademie bestimmt werden.

Der Preis des Jahrganges beträgt für eine Abtheilung 12 Gulden ö. W.

Von allen grösseren Abhandlungen kommen Separatabdrücke in den Buchhandel und sind durch die akademische Buchhandlung Karl Gerold's Sohn zu beziehen.



allen 19 Werthen von $b-b'$ folgt für 100 Toisen Erhebung eine Verzögerung der Blüthezeit um 6·6 Tage aus der ersten und um 6·1 Tage aus der zweiten Reihe. Letztere Bestimmung dürfte auf eine größere Sicherheit den Anspruch stellen können, als die erstere. Ein Wachsen oder Abnehmen dieses Werthes mit der Seehöhe $= \frac{1}{2}(h+h')$ stellt sich nicht heraus.

Die analogen Werthe für die Zeit der Fruchtreife sind:

	I. $f-f'$ für 100ᵗ		II. $f-f'$ für 100ᵗ		$\frac{f-f'}{b-b'}$ I.	II.
1.	16·9	(4)	—	0	+ 2·3	—
2.	—	(0)	—	0	—	—
3.	11·3	(9)	—	0	+ 1·8	—
4.	24·2	(36)	27·8	(6)	+ 2·3	+ 2·9
5.	17·9	(19)	18·9	(6)	+ 2·2	+ 2·2
6.	18·5	(22)	16·7	(3)	+ 2·6	+ 2·4
7.	4·3	(11)	—	(0)	+ 1·0	—
8.	16·8	(21)	—	(0)	+ 2·5	—
9.	7·8	(65)	15·3	(19)	+ 1·0	+ 2·1
10.	—	(0)	—	(0)	—	—
11.	0·1	(7)	0·6	(2)	0·0	+ 0·3
12.	—	(0)	—	(0)	—	—
13.	—	(0)	—	(0)	—	—
14.	20·0	(2)	—	(0)	+ 1·3	—
15.	5·8	(4)	—	(0)	+ 0·9	—
16.	10·1	(13)	12·9	(5)	+ 2·6	+ 3·4
17.	22·1	(2)	—	(0)	+ 1·2	—
18.	9·7	(11)	9·5	(5)	+ 2·5	+ 2·0
19.	—	(0)	—	(0)	—	—

In diesen Werthen prägt sich die beträchtliche Unsicherheit bei der Bestimmung des Eintrittes der Fruchtreife aus. Auch sind die Beobachtungen viel zu wenig zahlreich. Für die Exposition gegen O. gibt die Reihe I. im Mittel 16·8, die Reihe II. 15·8 Tage Verzögerung für 100 Toisen Erhebung, für die Exposition gegen W. sind die Werthe beziehungsweise 10·1 und 11·1. Als Constante kann man 13·4 ansehen.

Sehr merkwürdig ist aber das nahe constante Verhältniß $\frac{f-f'}{b-b'}$, für welches die Reihe I. im Mittel + 1·7, die Reihe II. hingegen + 2·2 gibt, d. h. die Verzögerung im Eintritte der Blüthe bei 100 Toisen Erhebung verdoppelt sich nahezu für die Fruchtreife bei derselben Boden-Erhebung.

Einfluß der geographischen Breite.

Um diesen Einfluß zu bestimmen, wurden die Mittelwerthe des Eintrittes der Blüthe und Fruchtreife von Stationen verglichen, welche nahezu in demselben Meridiane liegen, und der Einfluß der Seehöhe auf die im vorigen Abschnitte angegebene Weise eliminirt. Das Verfahren ist durch folgende Formel gegeben:

$$x = 60 \left[\frac{(b-b') - 0\cdot061\ (h-h')}{\beta-\beta'}\right]$$

Für den Unterschied der mittleren Blüthezeit $= b—b'$ wurde für die Fruchtreife der Unterschied der mittleren Zeit der Reife $= f—f'$ substituirt und für die Constante 0·061....0·134.

Für die Blüthe ersieht man die Ortsgruppen mit ihrer relativen Lage aus folgender Zusammenstellung:

		$\lambda - \lambda'$	$\beta - \beta'$	$h - h'$
1.	Admont — Laibach	— 0° 2'	1° 32	+ 195t
2.	Kirchdorf — Klagenfurt	— 0 10	1 20	+ 4
3.	Kremsmünster — „	— 0 10	1 26	— 29
4.	Kirchdorf — St. Jakob	— 0 2	1 7	— 292
5.	Kremsmünster — „	— 0 6	1 13	— 325
6.	Linz — Klagenfurt	— 0 4	1 41	— 31
7.	„ — St. Jakob	± 0 0	1 28	— 327
8.	Lemberg — Hermannstadt	— 0 7	4 3	— 67
9.	Prag — Laibach	— 0 5	4 2	— 44
10.	„ — Klagenfurt	+ 0 7	3 28	— 123
11.	„ — St. Jakob	+ 0 11	3 15	— 419
12.	„ — Admont	— 0 3	2 30	— 239
13.	„ — Kirchdorf	+ 0 17	2 8	— 127
14.	„ — Kremsmünster	+ 0 17	2 2	— 94
15.	Senftenberg — Wien	+ 0 5	1 53	+ 115
16.	Prag — Linz	+ 0 11	1 57	— 92

Die Orte sind hier nach der mittleren Breite $= \frac{1}{2} (\beta+\beta')$ gereiht. Aus folgender Tabelle ersieht man den mittleren Unterschied in der Blüthezeit und die daraus abgeleitete Verzögerung für 1° Breitenzunahme. Beide Werthe wurden wieder zuerst (I.) aus den Mitteln der Blüthezeit ohne Unterschied, dann (II.) aus den Mitteln fünf- und mehrjähriger Beobachtungen gefolgert. Die in den Klammern enthaltenen Zahlen bedeuten die Anzahl der verglichenen Pflanzenarten.

	I. $b-b'$	für $+1^{\circ}$		II. $b-b'$	für $+1^{\circ}$	
1.	+ 17·0	+ 3·4	(34)	+ 16·3	+ 2·9	(22)
2.	− 1·6	− 1·3	(42)	− 1·3	− 1·1	(29)
3.	− 0·3	+ 1·0	(46)	− 0·5	+ 0·9	(34)
4.	− 14·3	+ 3·1	(32)	− 14·8	+ 2·7	(20)
5.	− 11·6	+ 6·8	(35)	− 13·1	+ 5·5	(17)
6.	− 2·7	− 0·5	(49)	− 2·4	− 0·3	(35)
7.	− 14·1	+ 3·9	(32)	− 16·1	+ 2·6	(16)
8.	+ 11·8	+ 3·9	(41)	+ 11·1	+ 3·8	(14)
9.	+ 8·9	+ 2·9	(29)	+ 8·4	+ 2·8	(12)
10.	+ 0·7	+ 2·4	(37)	+ 0·6	+ 2·4	(21)
11.	− 10·1	+ 4·8	(23)	− 11·2	+ 4·4	(10)
12.	− 10·2	+ 1·8	(35)	− 10·1	+ 1·8	(17)
13.	+ 3·6	+ 5·3	(34)	+ 2·6	+ 4·8	(18)
14.	+ 1·0	+ 3·3	(35)	− 0·8	+ 2·5	(18)
15.	+ 18·3	+ 6·0	(69)	+ 18·7	+ 6·2	(41)
16.	+ 3·1	+ 4·5	(39)	+ 2·1	+ 4·0	(19)

Aus der ersten Reihe erhält man im Mittel + 3·2, aus der zweiten + 2·9, d. h. mit der Zunahme der geographischen Breite um 1° verzögert sich die Blüthezeit um 3 Tage.

Dieselben Orte wurden auch für den Eintritt der Fruchtreife verglichen und es folgen nun auch für dieses Stadium, in welchem die Phasen weit weniger genau bestimmbar und überdies die Beobachtungen zu wenig zahlreich sind, die analogen Werthe:

	I. $f-f'$	für $+1^{\circ}$		II. $f-f'$	für $+1^{\circ}$	
1.	+ 23·0	− 2·0	(4)	−	−	(0)
2.	+ 11·7	+ 8·4	(16)	+ 10·7	+ 7·8	(4)
3.	+ 18·5	+ 16·2	(24)	+ 14·5	+ 13·8	(6)
4.	− 12·4	+ 24·0	(12)	− 16·7	+ 19·8	(4)
5.	− 18·3	− 6·0	(14)	− 16·4	+ 22·2	(5)
6.	− 0·3	+ 21·6	(9)	−	−	(0)
7.	− 20·2	+ 16·8	(6)	−	−	(0)
8.	+ 11·1	+ 4·7	(9)	+ 10·0	+ 4·8	(2)
9.	− 1·0	+ 1·2	(4)	−	−	−
10.	− 5·1	+ 3·0	(20)	− 2·5	+ 4·2	(2)
11.	− 33·2	+ 7·2	(13)	− 27·5	+ 8·4	(2)
12.	− 29·1	+ 1·2	(19)	− 37·5	− 2·4	(2)
13.	− 17·5	− 0·2	(16)	− 16·0	+ 1·2	(2)
14.	− 18·1	− 2·4	(22)	− 18·9	− 3.0	(7)
15.	+ 15·4	0·0	(33)	+ 20·2	+ 2·4	(6)
16.	− 1·0	− 6·6	(6)	−	−	(0)

Im Mittel erhält man für die Reihe I. + 6·6, für II. . . +7·2, d. h. 6 bis 7 Tage Verzögerung in der Zeit der Fruchtreife, wenn die geographische Breite um 1° zunimmt.

Dieses Ergebniß steht nahezu im Einklange mit jenem, welches im früheren Abschnitte gefunden wurde und nach welchem sich die Verzögerung in der Zeit der Blüthe bei der Fruchtreife nahezu verdoppelt. Hiernach sollten die Werthe für einen Grad Breitenzunahme bei der Fruchtreife sein 2 (3·2) = 6·4 für die Reihe I. und 2 (2·9) = 5·8 für die Reihe II.

Einfluß der geographischen Länge.

Zur Bestimmung dieses Einflusses habe ich Orte von nahe übereinstimmender geographischer Breite verglichen und den Einfluß der Seehöhe in Rechnung gebracht. Hiezu diente die Formel: $x = 60 \left[\frac{(b-b') - 0\cdot061\,(h-h')}{\lambda-\lambda'}\right]$ für die Blüthe, in welcher statt den Mittelwerthen $b-b'$ jene von $f-f'$ für die Fruchtreife mit der Constante 0·134 statt 0·061 substituirt worden sind.

Die folgende Tabelle macht die verglichenen Orte mit der relativen geographischen Lage und Seehöhe ersichtlich, gereiht nach der mittleren Länge = ½ (λ—λ') der Orte:

		$\beta-\beta'$	$\lambda-\lambda'$	$h-h'$
1.	Innsbruck — Bludenz	+ 0° 6'	1° 30'	— 15'
2.	Wilten — „	+ 0 6	1 34	+ 3
3.	Gastein — „	— 0 5	3 16	— 208
4.	St. Jakob — Lienz	0 0	1 30	+ 185
5.	Klagenfurt — „	— 0 13	1 30	— 111
6.	Wien — Kremsmünster	+ 0 9	2 14	— 97
7.	„ — Kirchdorf	+ 0 15	2 14	— 130
8.	„ — Linz	— 0 6	2 8	— 95
9.	Senftenberg — Prag	0 0	2 2	+ 112
10.	Schemnitz — Linz	+ 0 9	4 41	+ 111
11.	„ — Wien	+ 0 16	2 33	+ 206
12.	Kesmark — Brünn	— 0 3	3 52	+ 210
13.	Leutschau — „	— 0 10	4 2	+ 160
14.	Lemberg — Prag	— 0 15	9 37	+ 42
15.	Mediasch — Laibach	— 0 4	9 53	+ 25
16.	„ — Cilli	+ 0 7	9 13	+ 23
17.	Leutschau — Neusohl	+ 0 17	1 30	+ 89
18.	Lemberg — Senftenberg	— 0 15	7 35	— 70
19.	Kronstadt — Hermannstadt	— 0 8	1 22	+ 82

Hieran schließt sich wieder eine Zusammenstellung der für alle Gruppen bestimmten Werthe von $b—b'$ für 1° Zunahme der Länge, welche wieder zweimal, nämlich aus allen Mitteln der Blüthezeit (I.), wobei also selbst zweijährige berücksichtiget worden sind, dann nur aus jenen von fünf Jahren aufwärts (II.) bestimmt worden sind.

	I. $b—b'$	für +1°		II. $b—b'$	für +1°	
1.	— 0·9	0·0	(25)	+ 2·0	+ 1·9	(3)
2.	+ 7·6	+ 4·7	(16)	+ 9·0	+ 5·6	(4)
3.	+ 19·0	+ 1·8	(6)	+ 15·0	+ 0·5	(2)
4.	+ 7·2	— 2·7	(30)	+ 8·9	— 1·5	(10)
5.	— 3·4	+ 2·3	(34)	— 0·6	+ 4·1	(17)
6.	— 10·7	— 2·1	(82)	— 9·6	— 1·6	(38)
7.	— 9·6	— 0·8	(68)	— 9·4	— 0·7	(30)
8.	— 6·6	— 0·4	(91)	— 5·9	— 0·6	(55)
9.	+ 9·3	+ 1·2	(36)	+ 9·8	+ 1·5	(18)
10.	+ 5·2	— 0·3	(24)	+ 4·3	— 0·4	(19)
11.	+ 15·5	+ 0·7	(98)	+ 15·3	+ 0·6	(69)
12.	+ 19·2	+ 1·1	(25)	+ 20·3	+ 1·9	(7)
13.	+ 13·1	+ 0·8	(46)	+ 12·8	+ 0·7	(29)
14.	+ 5·6	+ 0·3	(28)	+ 3·8	+ 0·1	(11)
15.	— 1·1	— 0·3	(29)	— 1·2	— 0·3	(13)
16.	+ 4·0	+ 0·2	(34)	+ 7·9	+ 0·7	(13)
17.	+ 1·5	— 2·4	(24)	(?)	(?)	(2)
18.	— 4·2	0·0	(41)	— 4·1	0·0	(16)
19.	+ 5·7	+ 0·5	(30)	+ 5·4	+ 0·3	(24)

Bei der Ableitung von Mittelwerthen hieraus habe ich die Gruppe II., welche die Stationen Wilten und Bludenz enthält, unberücksichtiget gelassen, weil dieselbe einen so abweichenden Werth liefert, daß man denselben durch neuerliche Beobachtungen einer Prüfung zu unterziehen genöthiget ist. Man erhält dann im Mittel aus der Reihe I. ± 0·0 und aus II. + 0·4 Verzögerung für einen Grad Längenzunahme. Aber auch mit Berücksichtigung von Wilten ändern sich diese Werthe wenig und sind + 0·2 und + 0·7.

Der Einfluß der geographischen Länge auf die Zeit der Blüthe ist demnach so unerheblich, daß man ihn vernachlässigen darf, nur bei größeren Längenunterschieden fällt er ins Gewicht.

Für die Fruchtreife erhält man folgende Werthe:

	I. $f—f'$	für +1°		II. $f—f'$	für +1°	
1.	—	—	(0)	—	—	(0)
2.	+ 12·0	+ 7·2	(7)	—	—	(0)
3.	+ 7·2	+10·4	(4)	—	—	(0)
4.	+ 17·9	— 4·8	(11)	+ 15·7	— 6·6	(4)
5.	— 16·2	— 0·6	(16)	— 9·8	+ 3·6	(5)
6.	— 23·7	— 4·8	(17)	— 28·4	— 6·6	(7)
7.	— 23·3	— 6·0	(22)	— 16·3	+ 0·5	(3)
8.	— 6·4	+ 6·0	(9)	—	—	(0)
9.	+ 11·9	— 1·8	(28)	+ 19·4	+ 1·2	(5)
10.	+ 2·1	— 3·0	(7)	—	—	(0)
11.	+ 16·3	— 4·2	(63)	+ 15·4	— 4·8	(29)
12.	+ 18·5	— 2·4	(2)	—	—	(0)
13.	+ 18·1	— 0·6	(25)	—	—	(0)
14.	+ 19·1	+ 1·2	(13)	+ 12·3	— 0·6	(3)
15.	+ 1·3	— 0·2	(3)	—	—	(0)
16.	+ 1·2	— 0·2	(4)	—	—	(0)
17.	+ 1·5	— 7·2	(2)	—	—	(0)
18.	+ 7·0	— 0·2	(17)	+ 8·0	— 0·2	(6)
19.	—	—	(0)	—	—	(0)

Im Mittel erhält man für die Reihe I. — 0·8, für II. — 1·7 Tage Beschleunigung der Fruchtreife für einen Grad Zunahme der geographischen Länge. Vergleicht man die Ergebnisse für die Blüthe und Fruchtreife, so wird man sich bestimmt finden, die nun gefundenen für unsicher zu halten, obgleich sie nahe übereinstimmen, weil die Werthe ihr Zeichen wechseln. Jedenfalls geht aber hervor, daß man den Einfluß der Länge bei Untersuchungen dieser Art vernachlässigen kann.

Abhängigkeit von der Jahreszeit.

Die mittleren Blüthezeiten der Bäume und Sträuche fallen mit geringen Ausnahmen, die sich auf die Monate März und Juli vertheilen, auf die Monate April bis Juni. Für diese gelten demnach auch die ausgemittelten Unterschiede für eine Maßeinheit der Seehöhe und geographischer Breite und Länge.

Wichtig scheint die Beantwortung der Frage nach den Änderungen dieser Unterschiede von Monat zu Monat. Auf die Ermittlung derselben für die Fruchtreife wird man in Vorhinein verzichten müssen, da die Beobachtungen schon bei der Ermittlung der allgemeinen Werthe nicht für zahlreich genug gefunden wurden.

Indem ich nur die sicheren Mittelwerthe für die Blüthezeit berücksichtigte, welche fünf- und mehrjährige Beobachtungen geben, erhielt ich aus denselben Combinationen der Orte und nach denselben Formeln, welche zur Ableitung der allgemeinen Werthe benützt worden sind, für die einzelnen Monate folgende Werthe:

	für $h-h' = 100^t$		für $\beta-\beta' = 1°$.	
März	+ 3·2	(35)	+ 1·6	(17)
April	+ 7·7	(116)	+ 3·1	(91)
Mai	+ 7·2	(143)	+ 2·7	(154)
Juni	+ 6·8	(45)	+ 2·5	(75)

Sehen wir ab vom Monat März, für welchen eine nur geringe Zahl von Mittelwerthen vorliegt, nämlich 35 für $h—h'$ und 17 für $\beta—\beta'$, so nehmen allerdings die Größen vom Frühling zum Sommer ab, aber so wenig erheblich, daß man in den meisten Fällen, diese jährliche Änderung, da es sich in der Regel um ganze Tage handelt, wird vernachlässigen können.

Normale Zeiten der Blüthe.

Zur Ableitung derselben habe ich nur fünf- und mehrjährige Mittel berücksichtiget. Solchen lagen für bald mehr, bald weniger Lignosen-Arten von folgenden Orten vor, deren Namen die Anzahl der Tage beigefügt worden ist, welche zu den mittleren Blüthezeiten dieser Orte addirt werden muß, wenn dieselben auf die geographische Länge und Breite, dann Seehöhe von Wien reducirt werden sollen. Diese Reduction ist nach folgender Formel vorgenommen worden, wo h', β' und λ' immer für Wien gelten und b die mittlere Blüthezeit der Orte bedeutet:

$$x = b - (6 \cdot 1\,(h-h') + 2 \cdot 9\,(\beta-\beta') + 0 \cdot 4\,(\lambda-\lambda'))$$

Die nach dieser Formel berechneten Werthe $= y$ für das von b abzuziehende Glied mit veränderten Zeichen sind die folgenden:

Admont	— 12	Cilli	+ 6	Hermannstadt	— 3
Bärn	— 16	Deutschbrod	— 10	St. Jakob	— 21
Bludenz	— 3	Felka	— 18	Jaslo	— 8
Briesz	— 11	Gastein	— 21	Innsbruck	— 6
Brünn	— 4	Gresten	— 5	Kesmark	— 18

Kirchdorf	— 6	Leutschau	— 15	Schössl	— 9
Klagenfurt	— 2	Lienz	— 9	Senftenberg	— 13
Königsberg	— 14	Linz	— 5	Szkleno	— 5
Kremsier	— 3	Mediasch	0	Wallendorf	+ 1
Kremsmünster	— 5	Neusohl	— 8	Weissbriach	— 14
Kronstadt	— 9	Prag	— 5	Wien	0
Laibach	+ 4	Rottalowitz	— 11	Wilten	— 7
Lemberg	— 11	Schemnitz	— 14		

Indem die Größen der vorstehenden Tabelle zu den fünf- und mehrjährigen Mitteln für den Eintritt der Blüthe addirt worden sind, erhielt man für jede Lignosen-Art eine Reihe in der Regel nahe übereinstimmender Zeiten der Blüthe, deren Mittelwerth als die normale für die geographische Breite und Seehöhe von Wien geltende Blüthezeit angesehen worden ist = *N*. In folgender Zusammenstellung sind die Werthe von *N* für alle Lignosen-Arten gegeben, für welche wenigstens von einer Station fünf- oder mehrjährige Mittel der Blüthezeiten vorlagen mit der Anzahl der Orte (in Klammern) für welche dies der Fall war und den mittleren Abweichungen für dieselbe Pflanzenart an allen Orten zusammen.

Acer campestre . . . . . 24 — 4 (5) ± 0·8
„ *monspessulanum* . . . 21 — 4 (1)
„ *Negundo* . . . . . . 18 — 4 (2) ± 7·0 [1])
„ *palmatum* . . . . . . 11 — 4 (1)
„ *pensylvanicum* . . . . 1 — 5 (3) ± 1·7
„ *platanoides* . . . . . 11 — 4 (10) ± 1·7
„ *Pseudoplatanus* . . . 3 — 5 (6) ± 5·8 [2])
„ *sanguineum* . . . . 5 — 4 (3) ± 4·3
„ *saccharinum* . . . . 16 — 4 (1)
„ *tartaricum* . . . . . . 11 — 5 (2) ± 0·0
Aesculus flava . . . . . . 10 — 5 (1)
„ *Hippocastanum* . . 5 — 5 (27) ± 3·5
„ *macrostachya* . . . 9 — 7 (1)
„ *Pavia* . . . . . . 10 — 5 (5) ± 2·4
Ailanthus glandulosa . . . 15 — 6 (1)
Alnus glutinosa . . . . . 13 — 3 (10) + 4·9
„ *incana* . . . . . . 28 — 2 (6) + 5·8
„ *viridis* . . . . . . 15 — 4 (1)

---

[1]) Der Eintritt der Blüthe kaum bestimmbar.

[2]) Das Stäuben tritt viel später als die Blüthenentwicklung ein, auch ist die Varietät von Einfluß.

Amelanchier vulgaris . . .	19 — 4	(2)	± 3·0
Amorpha fruticosa	9 — 6	(2)	± 2·5
Ampelopsis hederacea . . .	25 — 6	(2)	± 1·0
Amygdalus communis . . .	9 — 4	(2)	± 1·0
„ *nana*	20 — 4	(5)	± 4·0
Aristolochia Sipho	19 — 5	(1)	
Atragene alpina	3 — 5	(1)	
Berberis Aquifolium . . .	22 — 4	(1)	
„ *vulgaris*	9 — 5	(19)	± 3·4
Betula alba	11 — 4	(22)	± 3·2
Broussonetia papyrifera . .	13 — 5	(1)	
Buxus sempervirens . . .	14 — 4	(1)	
Calluna vulgaris	14 — 7	(6)	± 14·3 [1]
Calycanthus floridus . . .	16 — 5	(2)	± 1·0
Caragana Altagana	11 — 5	(1)	
„ *arborescens* . . .	2 — 5	(4)	± 2·7
„ *frutescens* . . .	6 — 5	(1)	
Carpinus Betulus	20 — 4	(6)	± 5·8 [2]
Castanea vesca	23 — 6	(4)	± 2·0
Catalpa syringaefolia . . .	6 — 7	(4)	± 3·0
Ceanothus americanus . .	14 — 6	(1)	
Celastrus scandens	26 — 5	(2)	± 2·5
Celtis australis	24 — 4	(1)	
„ *occidentalis*	29 — 4	(1)	
Cercis Siliquastrum . . .	14 — 5	(2)	± 0·0
Clematis Flammula . . .	21 — 7	(1)	
„ *Vitalba*	2 — 7	(5)	± 6·6 [3]
Colutea arborescens . . .	27 — 5	(3)	± 3·0
Cornus alba	14 — 5	(5)	± 2·0
„ *latifolia*	21 — 5	(1)	
„ *mas*	28 — 3	(15)	± 3·9
„ *sanguinea*	26 — 5	(15)	± 3·1
Corylus Avellana	9 — 3	(27)	± 5·5 [4]
„ *Colurna*	6 — 3	(1)	
Cotoneaster vulgaris . . .	26 — 4	(3)	± 2·3
Crataegus Oxyacantha . .	10 — 5	(18)	± 4·0
Cydonia japonica	13 — 4	(1)	
„ *vulgaris*	11 — 4	(4)	± 1·7

[1] Eintritt der Blüthe schwer bestimmbar, auch kommt auf die Exposition Vieles an.

[2] Das Stäuben schwer zu beobachten, da der Blüthenstaub sehr fein ist.

[3] Kletternder Strauch.

[4] Das Stäuben tritt viel später als die Blüthenentwicklung ein, auch ist die Varietät von Einfluß.

Cytisus alpinus	28 — 5 (1)	
„ *capitatus*	24 — 5 (1)	
„ *elongatus*	28 — 4 (1)	
„ *hirsutus*	1 — 5 (1)	
„ *Laburnum*	13 — 6 (14)	± 3·6
„ *leucanthus*	7 — 6 (1)	
„ *nigricans*	14 — 6 (5)	± 2·2
„ *supinus*	23 — 4 (1)	
Daphne Cneorum	25 — 4 (2)	± 4·5
„ *Mezereum*	17 — 3 (19)	± 5·9[1])
Deutzia scabra	3 — 6 (1)	
Elaeagnus angustifolius	6 — 6 (2)	± 0·5
Erica carnea	1 — 3 (7)	± 13·3[2])
Evonymus europaeus	14 — 5 (12)	± 4·6
„ *latifolius*	8 — 5 (2)	± 1·5
„ *verrucosus*	9 — 5 (6)	± 6·8
Fagus silvatica	2 — 5 (2)	± 0·5
Fraxinus excelsior	14 — 4 (9)	± 3·7
„ *Ornus*	15 — 5 (2)	± 2·0
Genista germanica	14 — 5 (6)	± 3·7
„ *pilosa*	20 — 4 (1)	
„ *sagittalis*	16 — 5 (2)	± 1·0
„ *tinctoria*	11 — 6 (5)	± 5·6[3])
Gleditschia macroacantha	1 — 7 (1)	
„ *triacanthos*	4 — 6 (2)	± 0·5
Gymnocladus canadensis	4 — 6 (1)	
Hedera Helix	21 — 8 (1)	
Helianthemum vulgare	17 — 5 (6)	± 3·7
Hybiscus syriacus	1 — 8 (2)	± 5·5
Ilex Aquifolium	14 — 5 (1)	
Juglans cinerea	5 — 5 (1)	
„ *regia*	11 — 5 (11)	± 4·7
Juniperus communis	2 — 5 (4)	± 2·7
„ *Sabina*	1 — 4 (1)	
„ *virginiana*	7 — 4 (1)	
Kerria japonica	6 — 5 (3)	± 6·3
Kölreuteria paniculata	24 — 6 (1)	
Lavandula Spica	3 — 8 (1)	
„ *vera*	27 — 6 (1)	
Ligustrum vulgare	4 — 6 (16)	± 5·4

[1]) Der Eintritt der Blüthe kaum bestimmbar.

[2]) Eintritt der Blüthe schwer bestimmbar, auch kommt auf die Exposition Vieles an.

[3]) Abhängig von der Exposition.

Liriodendron tulpifera . .	9 — 6	(2)	± 5·0
Lonicera alpigena	3 — 5	(4)	± 3·7
„ *Caprifolium* . . .	19 — 5	(9)	± 5·9
„ *nigra*	3 — 5	(1)	
„ *Periclymenum* . .	8 — 6	(1)	
„ *tartarica*	6 — 5	(7)	± 2·2
„ *Xylosteum* . . .	2 — 5	(12)	± 3·5
Lycium barbarum	7 — 5	(4)	± 3·2
Mespilus germanica	18 — 5	(4)	± 2·2
Morus alba	22 — 5	(7)	± 5·2
„ *nigra*	24 — 5	(1)	
Myricaria germanica . . .	17 — 5	(1)	
Ostrya carpinifolia . . .	24 — 4	(3)	± 8·0
Periploca graeca	6 — 6	(1)	
Persica vulgaris	15 — 4	(13)	± 3·2
Philadelphus coronarius . .	27 — 5	(19)	± 4·2
Pinus Laricio	17 — 5	(3)	± 3·0
„ *Larynx*	13 — 4	(10)	± 8·8
„ *Mughus*	15 — 5	(2)	± 5·0
„ *Picea*	25 — 4	(4)	± 3·0
„ *silvestris*	9 — 5	(6)	± 3·7
„ *Strobus*	28 — 5	(2)	± 3·5
Platanus occidentalis . . .	6 — 5	(1)	
Populus alba	28 — 3	(2)	± 2·0
„ *nigra*	9 — 4	(7)	± 4·7
„ *pyramidalis* . . .	9 — 4	(9)	± 4·6
„ *tremula*	26 — 3	(11)	± 5·4
Potentilla fruticosa	19 — 5	(3)	± 3·3
Prinos verticillatus	6 — 7	(1)	
Prunus Armeniaca	4 — 4	(14)	± 4·4
„ *avium*	17 — 4	(20)	± 4·2
„ *cerasifera*	18 — 4	(2)	± 1·0
„ *Cerasus*	19 — 4	(15)	± 3·1
„ *Chamaecerasus* . .	23 — 4	(3)	± 3·7
„ *domestica*	24 — 4	(22)	± 4·2
„ *insititia*	24 — 4	(6)	± 4·5
„ *Mahaleb*	30 — 4	(4)	± 1·0
„ *Padus*	23 — 4	(24)	± 3·0
Prunus spinosa	18 — 4	(22)	± 4·3
„ *virginiana*	4 — 5	(1)	
Ptelea trifoliata	5 — 6	(3)	± 4·3
Pyrus communis	23 — 4	(23)	± 3·6
„ *Malus*	28 — 4	(25)	± 4·3
Quercus Cerris	9 — 5	(2)	± 1·5
„ *pedunculata* . . .	3 — 5	(7)	± 3·3

Rhamnus Cathartica . . . 13 — 5 (5) ± 4·4
„ *Frangula* . . . . 19 — 5 (8) ± 3·6
„ *tinctoria* . . . . 27 — 4 (1)
Rhus Cotinus . . . . . . 26 — 5 (5) ± 4·8
„ *typhina* . . . . . . 12 — 6 (3) ± 3·0
Ribes alpinum . . . . . . 10 — 4 (2) ± 5·0
„ *aureum* . . . . . . 23 — 4 (6) ± 3·2
„ *Grossularia* . . . . 12 — 4 (26) ± 5·9
„ *nigrum* . . . . . . 23 — 4 (3) ± 2·3
„ *rubrum* . . . . . . 17 — 4 (21) ± 3·0
„ *sanguineum* . . . . 20 — 4 (1)
Robinia hispida . . . . . 23 — 5 (4) ± 2·0
„ *Pseudacacia* . . . 27 — 5 (23) ± 4·3
„ *viscosa* . . . . . 4 — 6 (4) ± 3·5
Rosa alpina . . . . 18 — 5 (6) ± 4·2
„ *arvensis* . . . . . . 23 — 6 (1)
„ *canina* . . . . . . 29 — 5 (21) ± 4·7
„ *centifolia* . . . . . 4 — 6 (17) ± 5·7
„ *damascena* . . . . . 10 — 6 (1)
„ *Eglanteria* . . . . . 27 — 5 (2) ± 1·5
„ *gallica* . . . . . . 6 — 6 (2) ± 1·0
„ *lutea* . . . . 27 — 5 (1)
„ *pimpinellifolia* . . . 15 — 5 (2) ± 3·5
„ *tomentosa* . . . . . 28 — 5 (3) ± 2·3
Rubus caesius . . . . . . 28 — 5 (5) ± 3·4
„ *fruticosus* . . . . . 29 — 5 (7) ± 5·0
„ *Idaeus*. . . . . . . 21 — 5 (14) ± 2·6
„ *odoratus* . . . . . . 13 — 6 (2) ± 4·0
„ *saxatilis*. . . . . . 12 — 5 (1)
Salix acuminata . . . . . 12 — 3 (1)
„ *alba* . . . . 19 — 4 (4) ± 10·5
„ *amygdalina* . . . . 1 — 5 (2) ± 12·0
„ *aurita* . . . . 8 — 4 (3) ± 3·7
„ *caprea* . . . . . . 21 — 3 (13) ± 4·1
„ *cinerea* . . . . . . 26 — 3 (3) ± 3·7
„ *daphnoides* . . . . 21 — 3 (1)
„ *fragilis* . . . . . . 11 — 4 (4) ± 4·0
„ *pentandra* . . . . . 8 — 5 (1)
„ *purpurea* . . . . . 26 — 3 (5) ± 5·0
„ *repens* . . . . . . 21 — 4 (1)
„ *rosmarinifolia* . . . 15 — 4 (1)
„ *undulata*. . . . . . 19 — 4 (1)
„ *viminalis* . . . . . 19 — 4 (1)
Sambucus nigra . . . . . 26 — 5 (30) ± 4·1
„ *racemosa* . . 24 — 4 (9) ± 3·6
Sarothamus scoparius . . . 6 — 5 (1)

Solanum Dulcamara . . .	7 — 6	(1)	
Sorbus Aria	8 — 5	(2)	± 3·0
„ *Aucuparia* . . .	7 — 5	(16)	± 4·2
„ *domestica*	10 — 5	(1)	
„ *hybrida*	6 — 5	(1)	
„ *torminalis*	12 — 5	(1)	
Spartium junceum	8 — 6	(1)	
Spiraea chamaedryfolia . .	8 — 3	(4)	± 5·2
„ *crenata*	28 — 4	(1)	
„ *oblongifolia* . . .	30 — 4	(1)	
„ *opulifolia*	28 — 5	(5)	± 2·4
„ *prunifolia*	27 — 4	(1)	
„ *salicifolia*	1 — 6	(4)	± 3·2
„ *sorbifolia*	16 — 6	(3)	± 3·0
„ *ulmifolia*	12 — 5	(4)	± 4·5
Staphylea pinnata	4 — 5	(4)	± 2·5
Symphoricarpus racemosa .	1 — 6	(2)	± 0·0
„ *vulgaris* .	31 — 5	(3)	± 1·7
Syringa chinensis	8 — 5	(2)	± 4·0
„ *Josikaea*	21 — 5	(1)	
„ *persica*	10 — 5	(7)	± 2·0
„ *vulgaris*	4 — 5	(29)	± 4·1
Taxus baccata	30 — 3	(3)	± 1·3
Thuja occidentalis	4 — 4	(1)	
Thymus vulgaris	31 — 5	(1)	
Tilia grandifolia	14 — 6	(18)	± 3·2
„ *parvifolia*	21 — 5	(15)	± 2·7
Ulmus Americana	25 — 3	(1)	
„ *campestris*	31 — 3	(8)	± 3·9
„ *effusa*	30 — 3	(3)	± 1·0
Vaccinium Myrtillus . .	23 — 4	(7)	± 8·0
„ *Vitis Idaea* . . .	4 — 5	(1)	
Viburnum Lantana	3 — 5	(15)	± 4·1
„ *Opulus*	16 — 5	(19)	± 5·7
Vitis vinifera	12 — 6	(16)	± 3·2
Xanthoxylon fraxineum . .	23 — 5	(1)	

Die mittlere Abweichung von der normalen Blüthezeit überschreitet bei wenigen Pflanzenarten ± 5 Tage, wo dies der Fall ist, läßt sich die Anomalie recht gut aus Ursachen erklären, von denen in den Anmerkungen einige beispielsweise angeführt sind. Zugleich dient sie zu einem Kriterion bei der Lösung der Frage, welche Pflanzenarten sich vorzugsweise zu den Beobachtungen eignen. Es sind jene, bei welchen die mittlere Abweichung am kleinsten ist.

Zugleich sieht man, daß Lignosen, welche sich ihrer geringen Erhebung über den Boden wegen mehr den Bodenpflanzen anschliessen, wie *Calluna vulgaris*, *Erica carnea* u. a. m. nur minder gut hiezu geeignet sind. Im Allgemeinen gilt dies auch von den kätzchentragenden Bäumen, deren Blüthen so wenig in die Augen fallen, daß das Stäuben der Kätzchen als Zeichen der Blüthe anzunehmen ist, welches aber nicht an allen Stationen beachtet worden zu sein scheint.

Man wird dann ohne Anstand zugeben, daß die zur Bestimmung des Einflusses der geographischen Lage und Seehöhe ermittelten Constanten mit hinreichender Genauigkeit für die Blüthe ausgemittelt sind und daher auch erlauben, die normalen Zeiten der Blüthe auf jeden Ort zu reduciren, von welchem keine Beobachtungen vorliegen, wenn die erwähnten Orts-Elemente gegeben sind.

Örtliche Anomalien.

Um diese zu ermitteln, habe ich aus sämmtlichen Werthen von $N + y - x$ (man sehe den vorigen Abschnitt) und mit Rücksicht auf ihre Zeichen für jede Station Mittelwerthe gerechnet, welche in der folgenden Zusammenstellung mit der Anzahl der Pflanzenarten, für welche fünf- und mehrjährige Beobachtungen über die Blüthezeit für jeden Ort vorlagen, ersichtlich sind. Die Anomalie $= A$ ist $= N + y - x$.

	A	
Admont	— 3·6	(38)
Bärn	— 3·0	(12)
Bludenz	+ 6·2	(4)
Briesz	— 1·6	(7)
Brünn	+ 2·4	(35)
Cilli	— 1·0	(30)
Deutschbrod	—10·3	(6)
Felka	— 1·0	(1)
Gastein	+ 7·0	(5)
Gresten*	— 2·2	(5)
Hermannstadt	+ 1·8	(51)
St. Jakob	+ 2·8	(28)
Jaslo	— 6·7	(3)
Innsbruck	+ 8·2	(29)
Kesmark	+ 0·4	(17)
Kirchdorf	— 1·0	(45)

	A	
Klagenfurt	— 5·5	(44)
Königsberg	+ 7·7	(15)
Kremsier	+ 0·4	(69)
Kremsmünster	— 2·2	(61)
Kronstadt	+ 2·5	(40)
Laibach	— 3·0	(27)
Lemberg	— 1·6	(18)
Leutschau	+ 1·8	(35)
Lienz	+ 0·3	(25)
Linz	— 0·6	(66)
Mediasch	+ 1·4	(29)
Neusohl	— 4·5	(2)
Prag	— 2·6	(25)
Rottalowitz	+ 0·9	(37)
Schemnitz	+ 1·1	(99)
Schössl	— 3·8	(14)
Senftenberg	— 2·7	(62)
Szkleno	— 2·2	(5)
Wallendorf	— 6·0	(1)
Weissbriach	— 1·9	(15)
Wien	+ 0·6	(129)
Wilten	— 0·8	(32)

Alle Stationen, an welchen die Anomalie mit dem Zeichen + versehen ist, gehören zu jenen, an welchen die Blüthe ungewöhnlich früh eintritt, die übrigen zu jenen, an welchen dies ungewöhnlich spät geschieht. Erstere gehören demnach zu den warmen, letztere zu den kalten, obgleich dieses Ergebniß auch Folge der Personalgleichung sein kann, da ein eifriger Beobachter die Blüthe in der Regel früher notiren wird, als ein minder eifriger. Jedoch steht der Einfluß der Personalgleichung in zweiter Linie und kommt erst in Betrachtung, wenn sich die Ursachen der Anomalie in den topographischen Verhältnissen der Station nicht auffinden lassen. So dürfte in Gastein der Vorsprung der Vegetation durch die Kessellage der Station und ihre vielen warmen Quellen zu erklären sein. In Innsbruck führt der Beobachter Herr Prof. Pichler die Exposition gegen Scirocco-Winde als Ursache der Beschleunigung an. In Laibach dürfte die moorige Beschaffenheit des Bodens verzögernd einwirken, u. s. w.

Stationen mit nahezu normalen Verhältnissen wären: Kesmark, Kremsier, Lienz, Linz, Rottalowitz, Wien und Wilten. An der Mehr-

zahl, wenn nicht an allen derselben, werden aber die Beobachtungen mit besonderer Sorgfalt ar [illegible] estellt [illegible] wie indeß auch an andern, wo die Anomalie größer ist.

Allgemeine Resultate, [illegible] h fest begründet sind, dispensiren daher nicht von der [illegible] igkeit, die Beobachtungen an möglichst vielen Orten anzuste[illegible] um für jeden derselben diese Anomalie zu ermitteln, wei[illegible] ein wichtiges topographisches Element ist.

II. Bodenpflanzen.

An die Untersuchungen, deren Resultate bisher mitgetheilt worden sind und sich auf die Bäume und Sträuche beziehen, schließen sich jene über die boden- oder krautartigen Pflanzen an.

Die Anzahl der beobachteten Arten ist aber eine so beträchtliche, daß ich mich veranlaßt finde, nur einen Theil derselben der Untersuchung zu unterziehen. Auch kann ich mich auf die Blüthe beschränken, da über die Fruchtreife viel zu wenige Beobachtungen vorliegen. Hiezu bestimmt mich auch noch die Erfahrung, daß die störenden Ursachen, welche die Ableitung allgemeiner Gesetze erschweren, viel zahlreicher und bedeutender sind, als bei den Lignosen. Sie haben zur Folge, daß die Zeiten der Blüthe von der Exposition, Configuration und Beschaffenheit des Bodens, in so ferne hiedurch die Bodenwärme modificirt wird, eben so, wenn nicht noch mehr abhängig sind, als von der Lufttemperatur und anderen atmosphärischen Agentien.

Die folgenden Untersuchungen haben daher demnächst zum Zweck, eine Probe anzustellen, ob die Bodenpflanzen zu ähnlichen Untersuchungen, wie die Bäume und Sträuche geeignet sind. Ich wählte daher jene Arten, welche in der letzten Anleitung zu den phänologischen Beobachtungen vom Jahre 1859 empfohlen worden sind, mit Ausschluß der Annuellen, im Ganzen nur 35 Arten. Der Gang der Untersuchung war genau derselbe, wie in der früheren Abtheilung, nur rücksichtlich der Berechnung von Mittelwerthen für die Zeiten der Blüthe an den einzelnen Stationen bin ich davon abgewichen.

Ich habe nämlich zwischen Mittelwerthen aus mehr als fünfjährigen und weniger als fünfjährigen Beobachtungen nicht unterschie-

SITZUNGSBERICHTE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LIII. BAND. III. HEFT.

Jahrgang 1866. — März.

(Mit 3 Tafeln.)

ZWEITE ABTHEILUNG.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN, BUCHHÄNDLER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1866.

INHALT.

1868, ...

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LIII. BAND.

ZWEITE ABTHEILUNG.

3.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.



VII. SITZUNG VOM 8. MÄRZ 1866.

Herr Regierungsrath Ritter v. Ettingshausen im Vorsitze.

Der Secretär legt vor:

Zwei von der k. k. Gesandtschaft zu Athen an das h. k. k. Ministerium des Äußern eingesendete und von diesem der k. Akademie übermittelte Berichte über die Bildung eines neuen Vulkans auf der Insel Nea Kameni nächst der Stadt Santorin.

Fünf von Augenzeugen verfaßte Berichte über denselben Gegenstand, unmittelbar an die Akademie eingesendet von dem k. k. Consul zu Syra, Herrn Dr. G. v. Hahn, nebst Stücken des Gesteins, aus welchem die neue Erhebung besteht.

Ein durch Herrn Rudolf Ildefons Falb in Graz mit dem Ersuchen um Aufbewahrung eingesendetes versiegeltes Schreiben.

Ferner legt der Secretär folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Geometrische Construction rationaler Polynome" von dem w. M. Herrn Prof. Dr. A Winckler in Graz;

„Murmelthiere bei Graz" von Herrn Prof. Dr. Oscar Schmidt daselbst;

„Constructionen der auf ebenen und krummen Flächen erscheinenden Reflexe und hierauf bezügliche neue Theoreme" von Herrn Prof. R. Niemtschik in Graz;

„Thermometrische Bestimmung der Rotationszeit, sowie der physischen Beschaffenheit der Wärmequelle auf der Oberfläche der Sonne" von Herrn Dr. Adolf Menner zu Edeleny in Ungarn;

„Grundzüge zur Analyse der Molecularbewegung" von Herrn Moriz Stransky in Brünn;

„Zur Transversalen-Lehre vom sphärischen Dreiecke und sphärischen Vierecke" und „Über die Integration der Differentialgleichung $\frac{d^2y}{dx^2} = ay + \psi(x)$" von Herrn Prof. Dr. Joh. Rogner in Graz;

„Über die durch Fluorescenz hervorgerufene Wärmestrahlung" von Herrn Prof. Dr. V. Pierre in Prag.

Herr Prof. Pierre theilt ferner vorläufig die Resultate seiner Untersuchungen über Fluorescenz-Erscheinungen an organischen Verbindungen zur Veröffentlichung in dem akademischen „Anzeiger" mit.

Herr Prof. Dr. E. Brücke überreicht eine in seinem physiologischen Institute durch Herrn Dr. Memorsky ausgeführte Arbeit: „Über die Farbe des Tageslichtes und einiger künstlicher Beleuchtungsmittel".

Herr Dr. G. Tschermak legt eine Abhandlung vor, betitelt: „Felsarten von ungewöhnlicher Zusammensetzung in den Umgebungen von Teschen und Neutitschein".

Herr Dr. Th. Oppolzer übergibt „einige Bemerkungen und Zusätze zu Le Verrier's Sonnentafeln".

Herr Dr. Fr. Steindachner legt eine Abhandlung „Zur Fischfauna von Port Jackson in Australien" vor, nebst einem Anhange „Über eine neue Mustelus-Art von Port Natal".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie der Wissenschaften, königl. schwedische, zu Stockholm: Handlingar. N. F. V. Bd., I. Hft. 1863. Stockholm; 4°. — Öfversigt. XXI. Årgången. Stockholm, 1865; 8°. — Meteorologiska Jakttagelser i Sverige af Er. Edlund. V. Bd. 1863. Stockholm, 1865; Querquart. — Lovén, S., Om Östersjön. 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 4. Jahrg. Nr. 5. Wien, 1866; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1572—1574. Altona, 1866; 4°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXII, Nr. 7—8. Paris, 1866; 4°.

Cosmos. 2e Série. XVe Année, 3e Volume, 8e—9e Livraisons. Paris, 1866; 8°.

Genootschap van Kunsten en Wetenschappen, Bataviaash: Verhandelingen. Deel XXX & XXXI. Batavia, 1863 & 1864; 4°. — Tijdschrift voor indische Taal- Land- en Volkenkunde. Deel XIII, 1864; Deel XIV. Aflev. 1—4. Batavia & s'Hage; 8°. — Notulen van de Allgemeene en Bestuurs-Vergaderingen. Deel I, Aflev. 1—4. Batavia, 1863 & 1864; 8°.

Gesellschaft, k. k. zool.-botan., in Wien: Verhandlungen. Jahrg. 1865. XV. Bd. 1.—4. Hft. Wien, 1865; 8°.

Gesellschaft, zoologische, zu Frankfurt a./M.: Der zoologische Garten. II. III. & VI. Jahrgang. 1861, 1862 & 1865. Frankfurt a./M.; 8°.

— naturforschende, in Basel: Verhandlungen. IV. Theil, 2. Hft. Basel, 1866; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXVII. Jahrg. Nr. 9—10. Wien, 1866; 8°.

Land- und forstwirthschaftl. Zeitung. XVI. Jahrg. Nr. 7. Wien, 1866; 4°.

Mittheilungen des k. k. Artillerie-Comité. Jahrgang 1866, 2. Heft. Wien; 8°.

— des k. k. Génie-Comité. Jahrg. 1866, 1. Heft. Wien; 8°.

Moniteur scientifique. 220° Livraison. Tome VIII°, Année 1860. Paris; 4°.

Osservatorio del R. Istituto tecnico di Ancona: Bullettino meteorologico. Nr. 12. Dicembre 1865. Fol.

Pollichia, naturwissenschaftlicher Verein der Rheinpfalz: XX und XXI. Jahresbericht, nebst einem Separatabdrucke. Neustadt a. d. H., 1863; 8°.

Reader. Nr. 165—166, Vol. VII. London, 1866; Folio.

Reichenbach, K. Frh. v., Über Sensitivität und Od. XX—XXIV. 8°.

Schultze, Max, Archiv für mikroskopische Anatomie. I. Band. Bonn, 1865; 8°.

Societas, Regia, scientiarum Upsalensis: Nova acta. Seriei III. Vol. V., Fasc. II. Upsaliae, 1865; 4°.

Vereeniging, koninklijke natuurkundige, in Nederlandsch Indië: Natuurkundige Tijdschrift. Deel XXVI & XXVII. Batavia & s'Gravenhage, 1864; 8°.

Verein, Offenbacher, für Naturkunde: VI. Bericht. Offenbach a./M., 1865; 8°.

Wiener medizin. Wochenschrift. XVI. Jahrg. Nr. 16—19. Wien, 1866; 4°.

Wochen-Blatt der k. k. steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. XV. Jahrg. Nr. 9. Gratz, 1866; 4°.

Zeitschrift des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins. XVIII. Jahrgang, 2. Heft. Wien, 1866; 4°.

Erfolge der Bestrebungen, den Elektromagnetismus als Triebkraft nutzbar zu machen.

Von J. P. Wagner.

(Mit 1 Tafel.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 8. Februar 1866.)

Nachdem hohe Bundesbehörde mich durch Protokoll-Auszug von dem Beschlusse in der 19. Sitzung unterm 13. Juni 1844, dahin lautend:

> „Da sich durch sachverständige Prüfung der Maschine heraus-
> „gestellt habe, daß die Bedingungen nicht erfüllt seien unter
> „welchen mir 100.000 fl. zugesichert worden, so habe es
> „nunmehr von jenem Beschlusse sein Abkommen"

hatte unterrichten lassen, fand ich mich wieder unabhängig auf das Feld der Forschung zurückversetzt, jedoch bereichert mit erweiterter Erkenntniß, die ich aus dem Verhalten einer in großem Maßstabe erbauten elektromagnetischen Maschine geschöpft hatte, zu deren Erbauung Seine Durchlaucht Fürst Egon von Fürstenberg in hoher Munificenz die Mittel verwilligte.

Die gewonnene Erkenntniß war freilich keineswegs anregend das vorgesetzte Ziel weiter zu verfolgen; gewohnt jedoch nicht eher von dem, der Anstrengung für werth Erachteten, abzustehen bis mir volle Einsicht geworden, daß es wirklich unerreichbar sei, konnten die neu aufgetauchten Schwierigkeiten mich nicht entmuthigen, sondern mich nur zur Ausdauer für unbestimmbare Zeit, auffordern.

Bei umsichtiger Erwägung aller der großen Schwierigkeiten die hindernd auftraten, fand ich vor Allem als zu lösende Aufgabe die Herstellung einer ökonomisch praktisch brauchbaren Batterie, an welche folgende berechtigte Anforderungen gestellt werden mußten.

1. Die Entwickelung des elektrischen Stromes muß in ebenso einfacher Weise bewerkstelligt werden können, wie die Entwickelung des Dampfes für die Dampfmaschine.

2. Die hierzu dienende Batterie muß constanten Strom erzeugen für beliebige Zeitdauer; ein Auseinandernehmen nach Unterbre-

chung nicht nöthig machen, außer nach längerer Zeit für etwa nöthig gewordene Reinigung.

3. Die Stromstärke muß auf Kosten der Consumtion, wenn erforderlich, gesteigert werden können.

4. Andere Consumtion als zur Erzeugung des elektrischen Stromes darf nicht stattfinden.

5. Die zur Stromerregung dienende Säure muß in der Batterie völlig ausgenützt werden können.

6. Die Thätigkeit der Batterie darf nicht von steter Wartung abhängig sein.

7. Die Bedienung derselben darf nicht besondere Intelligenz erforderlich machen.

8. Die Anlagekosten zur Herstellung der Batterie sollen beträchtliches Capital nicht erfordern.

9. Andere Unkosten als für Verbrauch an Material zur Stromerregung soll der Betrieb nicht erfordern.

10. Die Betriebskosten sollen durch Verwerthung des Auflösungsproducts möglichst gedeckt werden können.

Bei Musterung der bekannten Batterien war keine die auch nur einer Anforderung hätte genügen können und so fand ich mich dann aufgefordert sorglich prüfend bis zur Entdeckung Volta's zurückzugehen.

Von der großen Anzahl angestellter Untersuchungen will ich hier nur die eine anführen, deren überraschende Thatsache mir als Leitstern diente.

An einem kurzen Glascylinder verschloß ich die eine Mündung mittelst Korkpfropf, durch dessen Mitte ich einen Zinkblechstreifen 2 Ctm. lang nach innen vorspringend, wasserdicht eingekittet hatte, bog denselben um zur senkrechten Aufstellung des Glascylinders und goß in diesen concentrirte, in der Wärme gesättigte Chlorzinklösung bis sie um 1 Ctm. den senkrecht gestellten Zinkblechstreifen überragte, befestigte dann einen anderen Zinkblechstreifen so, daß dessen vom ersteren abgeschnittenes Ende von oben in den Glascylinder hineinreichend 1 Ctm. von der Oberfläche der Chlorzinklösung entfernt blieb. Nachdem ich nun die freien Enden der Zinkblechstreifen mit den Drahtenden eines Multiplikators in Verbindung gesetzt hatte, ließ ich behutsam mittelst Capillarheberwirkung reines Regenwasser auf die Chlorzinklösung zufließen, wobei eine scharfe Abgrenzung beider

Flüssigkeiten entstand; sobald aber das Wasser den oberen Zinkstreifen benetzte, erfolgte Ablenkung der Multiplicator-Nadel in dem Sinne, als ob das Zink in der Chlorzinklösung in Platina umgewandelt worden sei.

Nach eingetretener Ruhe der Nadel betrug ihre Ablenkung 11° und schritt innerhalb 6 Stunden fort bis zu 52°, wobei kleine Gasbläschen aus der Chlorzinklösung aufstiegen und kleine Auswüchse am Zink in der Chlorzinklösung, zunächst der Flüssigkeitsgrenze, sichtbar wurden, wogegen am Zink im Wasser sich eine schwarze, geborstene Kruste zeigte. Nach weiteren 20 Stunden war die Nadel auf 42° zurückgegangen und vor Unterbrechung nach 100 Stunden Thätigkeit betrug die Ablenkung der Nadel noch 16°.

Am Zink in der Chlorzinklösung zeigte sich, nach Ausgießen der vermischten Flüssigkeit cohärentes Zink warzenartig gestaltet, theils fest anhaftend, theils in lockerer Berührung leicht abstreifbar, wogegen an dem im Wasser befindlich gewesenen Zink entsprechend abgezehrt war und zum Theil noch schwarze Kruste anhaftete.

In diesem Versuche ist sowohl Contact heterogener Metalle als auch chemischer Angriff durch reines Regenwasser völlig ausgeschlossen und dennoch entsteht nicht nur ein starker elektrischer Strom, sondern selbst Reduction des nämlichen Metalls in der Chlorzinklösung was im Wasser in Oxyd verwandelt wurde und doch in jeder Flüssigkeit für sich reducirt das Zink sein eigenes Metall aus Chlorzinklösung nicht, noch zerlegt es reines Wasser.

Wiederholt man den gleichen Versuch mit einem einzigen Zinkstreifen aus der Chlorzinklösung in die Wasserschichte hineinragend, so erfolgt ganz der gleiche Vorgang.

Ich unterlasse es hier eine Ansicht zur Erklärung auszusprechen und beschränke mich nur auf das Eigenthümliche hinzudeuten wie beide Elektricitäten + im Wasser, — im Zink bei der Bildung des Oxydes frei geworden, in dem Punkte ihrer Wiedervereinigung auf der Berührungsgrenze von Chlorzink und dem Metall Verwendung finden zur Herstellung von metallischem Zink und Wasser, aber sicherlich nicht in vorhergehender Bildung von Wasserstoffgas; denn was davon gleichzeitig mitgebildet wird, steigt als solches aus der Chlorzinklösung empor; als Folgerung drängt sich mir jedoch auf, daß im Punkte der Vereinigung beider Elektricitäten Gebilde entstehen, in welchen sich die elektrischen Differenzen annähernd ausgleichen.

Ausgehend von dieser Annahme komme ich nun zur Mittheilung getroffener Wahl für Zusammensetzung des Volta'schen Elementes zur Erregung des elektrischen Stromes, nämlich:

Zink, Quecksilber, Kohle, Platina und Salzsäure.

Zink. Dieses als entsprechendstes Erregungsmetall verwende ich in Stücke nicht über 5^{mm} im Geviert, wozu ich Blechabfälle benütze, indem ich dieselben mit schwach gesäuertem Wasser und Quecksilber in einem steinernen Gefäß zusammenbringe zum Amalgamiren wornach sie sich mit einem meißelartigen Instrumente zerstampfen lassen. Auch durch Schmelzen des Zinks und Ausgießen in Wasser, wie es schon beim Ausbringen aus den Erzen gewonnen wird, erhält man dasselbe in geeigneter Größe zum Amalgamiren.

Kohle. Als solche verwende ich Gaskohle, wie sie aus den Retorten bei der Steinkohlen-Gasbereitung ausgebrochen wird. Es ist dieselbe überaus dicht und in Verbindung mit Schwefeleisen so fest, daß sie beim Zerschlagen mit stählernem Hammer Funken sprüht, weßhalb sie mit Säge und Feile höchst schwierig zu bearbeiten ist. Ich zerschlage dieselbe deßhalb in grobe Stücke und zerstosse diese in einem eisernen Mörser zu Pulver, wovon ich gröberes als Geschützpulver-Körner absiebe.

Aus diesem Pulver in Vermischung mit entsprechender Menge Steinkohlentheer fertige ich hohle Cylinder von 20^{mm} äußerem und 10^{mm} innerem Durchmesser mittelst Patronen aus mehrfach übereinander gewundenem alten Papier durch Kleister (nicht Leim) zusammen geklebt, glühe dieselben in einer Eisenblechbüchse mit Sand umgeben, einige Zeit und tränke nach dem Erkalten die gereinigten Kohlencylinder mit Steinkohlentheer zu abermaligem stärkerem Ausglühen in Weißglühhitze, wodurch sie eine solche Festigkeit erlangen, daß sie beim Anschlagen hell klingen.

Aus diesen Cylindern können Platten von bedürfender Größe hergestellt werden durch Nebeneinanderlegen und Verbinden durch ein Gemisch aus Kohle und Theer in angemessener Breite an beiden Enden und Ausglühen mittelst Löthrohrflamme oder in anderer Weise.

Platina. Die Kostbarkeit dieses Metalles bedingt die mäßigste Verwendung, was auch ohne Einbuße an Wirksamkeit geschehen kann.

Obwohl die Kohle die geringste elektrische Differenz in Berührung mit saurer Flüßigkeit zeigt, so wird sie doch von Platina inso-

fern überboten, als dies nach Peclet sich entgegengesetzt elektrisch different darin verhält, wodurch also das Spannungsverhältniß in einer Combination mit Zink in saurer Flüßigkeit erhöht wird.

Außerdem besitzt das Platina noch die besonders wichtige Eigenschaft, sich nicht zu betheiligen an Bildungen, welche durch die beiden Elektricitäten + und — im Punkte ihrer Vereinigung veranlaßt werden, wie es die Kohle thut, wodurch ihre Leitungsfähigkeit in salzsaurem, wie in schwefelsaurem Wasser fast auf 0 herabsinkt.

Dieser Übelstand der Kohle wird jedoch durch Verplatiniren, in entsprechender Weise, beseitigt. Zu diesem Zwecke löse ich Platina in Königswasser auf und tränke mit dieser Lösung mittelst Pipette die stark ausgetrocknete Kohlenplatte auf ihrer Oberfläche, so weit sie bei ihrer Verwendung in der Flüßigkeit eintauchen soll, worauf ich dieselbe an der Luft langsam austrocknen lasse, damit durch Verdunstung das Platinchlorid sich mehr an der Oberfläche anhäuft und zugleich Schwefeleisen aufgelöst wird.

Ist die Verdunstung zu Ende, was durch den Geruchsinn wahrzunehmen ist, dann erhitze ich die Kohlenplatte, jedoch nicht bis zum Erglühen, nach Erkalten wiederhole ich gleiches Verfahren nochmals. Verplatiniren auf galvanischem Wege habe ich weniger geeignet gefunden, wogegen ein Verfahren, mit Wasserstoffgas die Reduction zu bewirken, die Wirksamkeit noch erhöhen dürfte.

S a l z s ä u r e. Diese verwende ich, wie sie im Handel vorkommt, verdünnt mit gleicher Menge Wasser, wie sie auch schon bei der Glaubersalzbereitung gewonnen und wohl in Fässern versandt werden kann. Ich wählte Salzsäure, weil sie mit Zink eine Auflösung darstellt, die weder in der Kälte, noch in concentrirtem Zustande krystallisirt, völlig ausgenützt werden kann, weil sie, selbst nach völliger Sättigung, noch Oxyd auflöst, organische Stoffe, bei gewöhnlicher Temperatur nicht zerstört, also Kleider nicht beschädigt und viele specifische Eigenschaften besitzt, die sie zu einem sehr werthvollen Nebenproduct machen und ihr ausgedehnte Verwendung sichern.

Ein wesentliches Requisit ist aber noch ein geeignetes Diaphragma, damit Chlorzinklösung von der Kohle abgehalten werde.

Ein taugliches, den mindesten Leitungswiderstand bietendes Diaphragma herzustellen, vermochte ich erst nach unzähligen Versuchen, weil neben genügender Stärke und Unzerstörbarkeit noch be-

dingt ist, daß der Leitungswiderstand in allen gleich und durch die Anfertigung voraus bestimmbar sein muß, was bei folgender Darstellung erreicht wird.

Zerstampfter (nicht gemahlener) Asbest und Wasserglas mit gleicher Menge Regenwasser gemischt, werden zu einem Brei angerührt und in eine entsprechende Form zur Platte ausgegossen, 1 bis 2 Millim. dick, je nach Größe, worauf man langsam trocknen läßt, bis sie nur noch feucht erscheinen, sie dann zwischen glatte Flächen bringt und mäßig preßt.

Nach vollendetem Trocknen in der Wärme erhält die Platte auf beiden Seiten einen Anstrich von gleicher Wasserglas-Flüßigkeit und wird dann stärker ausgetrocknet.

Zur Herstellung von cylindrischen Gefäßen wird die noch feuchte Platte mit Hilfe einer Unterlage von Baumwollenzeug um die Cylinderform gewunden und die Fuge zwischen beiden Rändern mit Asbest-Wasserglasbrei ausgefüllt und geebnet, im Übrigen wie bei der Platte verfahren und dann der Boden aus Asbestbrei oder gebranntem Thon eingesetzt. Nach dem letzten Austrocknen werden Platte wie Gefäße mit Wasser, welchem 2% Schwefelsäure zugemischt ist, bestrichen und langsam getränkt, worauf beim Trocknen an der Luft, Glaubersalz effloreseirt.

Ungeachtet aller Vortrefflichkeit eines solchen Diaphragmas, so genügt es doch noch nicht, den Nachtheil der Endosmose zu verhindern, sondern es bedarf noch des Tränkens mit einem Firniß von künstlichem Thierblasenstoff und des Beistandes eines zweiten Diaphragmas aus künstlicher Thierblase von deren Darstellung noch abhandeln werde.

Nunmehr kann ich übergehen zur Zusammensetzung eines Elementes, wofür ich Dimensionen wähle, die praktisch leicht ausführbar sind und vorläufigem Bedürfniß in den meisten Fällen entsprechen mögen.

Elektromotorisches Element.

Da hiebei die Kohlenplatte bestimmend ist, so nehme ich dieselbe als maßgebend zu 30 Ctm. Höhe und 30 Ctm. Breite als mit der Flüßigkeit in Berührung tretend, an.

Zur Herstellung dieser Platte werden, wie Seite 4 erläutert, 15 hohle Kohlencylinder von 2 Ctm. Dicke nebeneinander gelegt; 10 von 33 Ctm. und 5 von 35 Ctm. Länge und zwar, wie aus anliegender Zeichnung, Fig. 1, zu ersehen, so daß der mittlere ein langer ist und nach beiden Seiten hin, immer nach zwei kurzen ein langer folgt, zuletzt mit einem kurzen endigt.

Ist die Platte nach Verlöthung mit Theerkohlenmasse (Seite 311) hergestellt, dann werden die vorspringenden Köpfe stark erhitzt und mit Asphalt getränkt, um capillarisches Aufsteigen salzsaurer Flüßigkeit zu verhüthen, worauf dieselben nach sorgfältiger Reinigung mit metallischem Leiter versehen werden. Hierzu verwende ich vierkantigen Kupferdraht. 2 Millim. dick, 14 Millim. lang, an beiden Enden rund zugespitzt, und bilde daraus passende Ringe, wie Fig. 2 zeigt, um solche nach Erwärmen auf die Köpfe aufzutreiben und die Spitzen aufwärts zu richten. Zum Schutz gegen den Angriff von Außen wird der Ring unter Erhitzen mit Asphalt überdeckt.

In dem mittleren Cylinder der Platte werden von beiden Seiten in 25 Ctm. Höhe Öffnungen ins Innere eingebohrt, in jeden der übrigen nur auf einer Seite in 31 Ctm. Höhe mit Ausnahme der äußeren, welche Öffnungen von beiden Seiten in gleicher Höhe erhalten. Die Platte erhält drei Untersätze von gebranntem Thon, 2 Ctm. hoch angekittet.

In die Höhlung des Kopfes des mittleren Cylinders ist eine Kautschukröhre hinabzuschieben, bis nahe an die seitlichen Öffnungen und gasdicht einzukitten. Diese Röhre erhält nahe über dem Kopfe eine seitliche Ansatzröhre.

In die Kopfhöhlen der beiden äußeren Cylinder sind kurze Kautschukröhren nur 2 Ctm. tief gasdicht festzukitten, alle übrigen Kopfhöhlen und die untere im mittleren Cylinder sind zu verschließen.

Die Kohlenplatte wird nun noch umgeben mit einem Mantel aus künstlicher Thierblase (S. 313), welcher am Halse der Platte über den Öffnungen gasdicht angekittet und unter derselben zusammengeschnürt wird.

Es kann nunmehr die Kohlenplatte mit Mantel und Platinmoor, (S. 312) versehen, in das Asbestgefäß, Fig. 3, eingesetzt werden, wenn dasselbe wie folgt, angefertigt ist und eine innere Tiefe von 35 Ctm., eine Breite von 31 Ctm. und eine Weite von 22 Millim. besitzt.

Die hierzu angefertigten Asbestplatten, nachdem ihr oberer Rand durch Erhitzen und Tränken mit Asphaltfirniß auf 2 Ctm. Breite verstärkt ist, werden durch zwei Seitenleisten aus Glas- oder Porzellanröhren 22 Millim. dick, mittelst Wasserglas-Asbestbrei zum Gefäß gestaltet, doch werden zuvor in jeder Röhre zwei Seitenöffnungen angebracht, wovon die untere dicht über dem Boden in das Gefäß einmündet, die obere dagegen 33 Ctm. über dem Boden nach Außen gerichtet ist; als Boden wird eine Leiste aus hartgebranntem Thon und mit Asphaltfirniß getränkt eingesetzt und wasserdicht eingekittet, worauf noch zwei Untersätze 1 Ctm. hoch von Kautschuk daran zu befestigen sind.

Ist noch in jeder Leiströhre das untere Ende verschloßen und das Gefäß überhaupt völlig dicht, dann kann es mit dem Thierblasenstofffirniß gefüllt werden, jedoch erst, wenn es zwischen Gitterplatten, zur Verstärkung seiner Wände eingezwängt ist; sobald der Firniß sich durch Ausschwitzen auf der Außenseite bemerklich macht, kann die Ausleerung und Reinigung des Gefäßes und der Leistenröhren stattfinden.

Es fehlt jetzt nur noch das äußere Gefäß, Fig. 4, welches aus verzinntem oder emaillirtem Eisenblech, Glas- oder Porzellanplatten hergestellt werden kann, doch sind im ersten Falle die breiten Seiten, der Glätte wegen, mit dünnen Glasplatten zu belegen und die übrigen Flächen mit Zinkamalgam einzureiben.

Das Gefäß erhält eine innere Tiefe von 37 Ctm., eine Breite von 36 Ctm. und Weite von 45 Ctm.

Zum Ablauf der Flüßigkeit wird dicht über dem Boden in einer schmalen Seite ein Blei- oder Kautschukröhrchen mit einer Mündung festgekittet, die andere abwärts gebogen (zum Behuf Abfluß gleich specifisch schwerer Flüßigkeit) zur Aufnahme in einen Kautschukschlauch, welcher aufwärts steigt und 4 Ctm. tiefer als der Rand des Gefäßes ausmündet.

In dieses Gefäß wird nun das Asbestgefäß mit Kohlenplatte in die Mitte eingestellt und daselbst von beiden Seiten durch eingekerbte Leisten 2 Ctm. hoch auf Streifen von verzinntem Blech, Fig. 5, ruhend, erhalten. Diese Streifen steigen an den schmalen Seiten des äußeren Gefäßes senkrecht auf, und endigen in zugespitztem, angelöthetem Silberdraht. Der obere Theil des Asbestgefäßes wird in ähnlicher Weise in der Mitte erhalten.

Batterie.

Zwölf solcher Elemente mögen nun zu einer Batterie, Fig. 6, in einem Kasten von Holz, mit ihren breiten Seiten, durch Glasplatten getrennt, neben einander aufgestellt werden, wo alsdann ein einziger Kautschukschlauch den Abfluß aus den äußeren Gefäßen vermittelt, indem derselbe das Abflußröhrchen eines jeden in sich aufnimmt. Zum Gebrauch bedarf es jetzt nur noch der Füllung, die auf folgende Weise zú bewerkstelligen ist.

Zunächst wird der Raum zu beiden Seiten der Asbestgefäße mit amalgamirten Zinkstücken angefüllt, dann salzsaures Wasser durch die Leistenröhren eingegossen, bis durch deren obere Seitenöffnungen überfließt, hierauf schwache Chlorzinklösung, erhalten beim Amalgamiren der Zinkstücke, zu diesen zugegossen, bis durch den Abflußschlauch überfließt.

Behufs der Combination sind die Metall-Leitungen der fünf Köpfe einer Kohlenplatte in eine einzige zu vereinen und ebenso die beiden Blechstreifen, die mit den Zinkstücken in Berührung gesetzt sind.

Zum Zweck für Verbindungen bilde ich das Ende eines Kupferdrahtes zu einem passenden Ör für die zugespitzten Drähte durch 2 bis 3 Spiralwindungen, um sie aufzuschieben, wobei die federnde Eigenschaft gute Verbindung herstellt, besonders wenn die Spitzen versilbert sind.

Diese Batterie bietet in dem kleinen Raume von nur 0·60 Ctm. = 2 Fuß, rh. Länge 0·40 Ctm. = 1 1/4 Fuß Höhe und Breite. Vierundzwanzig Quadratfuß äußerer mit Platinmoor ausgestatteter Kohlenperipherie mit unberechenbarer Oberfläche und eine gleiche im Zink in immer gleichbleibender nächster Nähe und ihre elektromotorische Kraft, übertrifft bei entsprechender Ausführung jene der Kupfervitriol-Batterie.

Um andauernde, gleichbleibende Stromstärke zu unterhalten, bedarf es nur des Zuflusses entsprechender Menge salzsauren Wassers, welcher auf folgende Weise zu bewerkstelligen ist.

Am Holzkasten der Batterie, Fig. 7, wird ein Träger befestigt, um ein kleines Porzellangefäß, Fig. 8, um 10 Ctm. höher als das Niveau der Flüßigkeit in der Batterie, darauf zu stellen.

In dieses Gefäß sind dicht über dem Boden zwölf kleine Glasröhrchen in die Vorderwand eingesetzt, alle in gleicher Ebene, wovon

jedes bestimmt ist, einen angemessenen Kautschukschlauch aufzunehmen, dessen anderes Ende mit der Röhre im mittleren Kopfe einer ihm zukommenden Kohlenplatte in Verbindung gesetzt ist. Wird nun Flüßigkeit aus einem höher gestellten Behälter zugelassen, so fließt es, sich gleichmäßig vertheilend, nach allen Kohlenplatten ab, und verdrängt aus den Asbestgefäßen gleiche Menge durch die Röhrenleisten empor in die äußeren Gefäße (wo das Niveau 2 Millim. tiefer liegt), wodurch von deren Inhalt, die specifisch schwerste Chlorzinklösung, durch den Schlauch zum Überfließen verdrängt wird.

In der abfließenden Chlorzinklösung soll alle Säure aufgebraucht sein, was durch Regeln des Zuflusses des salzsauren Wassers ermöglicht wird. Um nun leicht zu erkennen, ob der Zufluß zu vermehren oder zu vermindern ist, läßt man die Chlorzinklösung zunächst in ein kleines cylindrisches Glasgefäß, Fig. 9, welches mit einer vom Boden aus aufsteigenden Abflußröhre versehen ist, einfließen; bringt man in dieses Gefäß drei kleine Glaskugeln, wovon die eine schwimmt, wenn noch nicht alle Salzsäure aufgezehrt, die zweite, wenn dies der Fall und die dritte wenn Übersättigung eingetreten ist, so kann der Zufluß aus dem Behälter mittelst Quetschhahn an dessen Schlauch darnach geregelt werden.

Da jedoch die nach jedem einzelnen Asbestgefäß abfließende Flüßigkeitsmenge nur gering ist, so würde die Vertheilung durch Justiren der Öffnungen im Vertheilungsgefäße, Fig. 8, nur unvollkommen zu erreichen sein, was jedoch dadurch erzielt wird, daß man ein angemessenes Gefäß mit intermittirender Heberwirkung einschaltet, wodurch rasch entsprechende Menge Flüßigkeit für angemessene Zeit in das Vertheilungsgefäß einfließt. Auch hinsichtlich vollkommenerer Verdrängung der untersten Flüßigkeit aus dem Asbestgefäße, empfiehlt sich diese Vorrichtung. Das Wasserstoffgas wird aus den äußeren Cylindern der Platten gesammelt. Sollen nicht alle Elemente benutzt werden so unterbricht man betreffende Verbindung in der Kette und verschließt die zuständige Zuleitung des salzsauren Wassers.

Wäre das Zink frei von Blei so würde nur Quecksilber übrig bleiben, welches in den Kautschukschlauch abfließen und aus diesem abgelassen werden kann, da aber nicht alles Blei als Chlorblei gelöst wird, so sammelt sich über den kannelirten Leisten, nach längerer Zeit ein Bleiamalgam an, was zu entfernen und das Quecksilber

theils abzupressen, theils durch Behandeln mit concentrirter Schwefelsäure zu gewinnen ist, zu wiederholter Verwendung.

Die Entfernung des Bleiamalgam kann leicht bewerkstelligt werden dadurch, daß man mittelst der verzinnten Blechstreifen die darauf ruhende Leiste sammt dem darüber befindlichen Inhalt an Zink und Bleiamalgam heraushebt und um zu tiefes Sinken des Flüßigkeitsniveau zu vermeiden, sogleich wieder die Füllung mit frischem Zink besorgt, bevor man mit dem Herausheben fortfährt.

Soll die Batterie über Monate hinaus außer Gebrauch gesetzt bleiben, so thut man gut, ansehnliche Menge reinen Wassers zufließen zu lassen, damit nicht durch Verdunstung von Wasser an dem oberen Theil des Mantels die zurückbleibende Säure zerstörend einwirkt. Durch Anwendung von Asbestgeweben mit Thierblasenstoff gedichtet, würde auch diese Vorsicht überflüßig.

Zum Wiederingangsetzen nach so langer Zeit, läßt man dann salzsaures Wasser in solcher Menge zufließen als dem Inhalt der Asbestgefäße entspricht, beträgt die Unterbrechung nicht über eine Woche, so beschränkt sich die Zuflußmenge vor in Gangsetzen auf Verdrängung des Inhalts im Raume unter der Kohlenplatte.

Nach vorstehend gegebener Erläuterung zur Herstellung des elektromotorischen Elements und Anordnung zur Batterie liegt die Aufforderung sehr nahe nun auch nachzuweisen in wieweit den S. 308 u. 309 gestellten berechtigten Anforderungen entsprochen sei; ich glaube jedoch dies sachverständigem Urtheile anheimgeben zu können, nur in Betreff der Verwerthung des Auflösungsproductes habe ich anzugeben, worauf sich solche begründen läßt.

Ziel meiner Bestrebung ist, durch Umwandlung von Zink ökonomisch nutzbare, überall leicht anwendbare gänzlich gefahrlose Arbeitskraft mittelst Elektromagnetismus zur Verfügung zu stellen. Ökonomisch nutzbar ist aber eine Kraft, wenn Nutzeffect im Verhältniß steht zum Gesammt-Kostenaufwande.

Da bei Anwendung der elektromagnetischen Kraft Nebenunkosten, wie Reparatur, Abnützung, Zerstörung nicht vorkommen, so ist die Berechnung der Betriebskosten bei Anwendung meiner Batterie sehr einfach.

1 Pfund Zink mit 4 Pfund Salzsäure, $3^5/_8$ Pfund Regenwasser setzen sich um in elektrischen Strom, 8 Cubikfuß Wasserstoffgas, $8^1/_2$ Pfund Chlorzinklösung von 1,175 specifisches Gewicht.

1 Pfund Zinkabfälle kostet . . . . 4 kr.
(Quecksilber wird nicht consumirt.)
4 Pfund Salzsäure (bei Bezug im Großen per
100 Pfund à 2 fl. . . . . $4^{1}/_{5}$ „

Zusammen . . $8^{1}/_{5}$ kr.

An diesem Kostenaufwande sind solidarisch betheiligt:
8 Cubikfuß gesammeltes Wasserstoffgas.
$8^{1}/_{2}$ Pfund Chlorzinklösung.
x elektromagnetische Arbeitskraft.

Je mehr nun die Verwerthung des einen oder des andern an den Kosten deckt, desto mehr werden die übrigen entlastet.

Daß diese Aufstellung nur in Bezug auf meine Batterie Geltung hat, erhellet aus einer von Dr. Schwarz aufgestellten Berechnung des Kostenbetrages für Verbrauch von 1 Pfund Sauerstoff blos zur Oxydation in den verschiedenen im Gebrauche befindlichen Batterien ohne Rücksicht auf Zinkconsumtion und Säureverbrauch zur Auflösung, nämlich:

aus Kupfervitriol ohne Abzug für Kupfer	65·6	Silbergroschen
„ „ mit „ „ „	25·6	„
„ Salpetersäure	27·6	„
„ saurem chromsauren Kali	40·5	„
„ chlorsaurem Kali	30·6	„

In meiner Batterie kostet dagegen der Sauerstoff zur Oxydation nichts, da er dem Wasser entnommen wird, und überdies liefert sie Wasserstoffgas zur Verfügung, welches Verwendung finden kann zur Beleuchtung, sei es durch Erhitzen feiner Platina-Spiralen, wobei keine für die Gesundheit schädliche Gase entstehen, oder durch Sättigung mit Dämpfen von Benzol, leichtem Petroleum etc. nur zur Bereicherung mit dem leuchtenden Körper.

Meine Batterie macht also das nichts kostende Wasser zur Licht- und Wärmequelle, welche letztere dazu dienen kann auch durch die Gasmaschine Arbeitskraft zur Verfügung zu stellen, wobei die erzeugte Wärme noch benutzt werden kann zur Beheitzung, weil der erhitzten Luft keine schädlichen Gase beigemischt würden.

Was nun die Chlorzinklösung als Nebenproduct betrifft, so würden schon nahezu alle Unkosten gedeckt, wenn dessen Werth auf 1 kr. per Pfund durch ausgedehnte vortheilhafte Verwendung gebracht würde.

Da nun die Verwendung abhängig ist von den specifischen Eigenschaften, so will ich bei Anführung dieser bemerken, welche Benützungen sich nach von mir angestellten Versuchen empfehlen und bereits schon davon gemacht werden.

1. Chlorzinklösung krystallisirt nicht, weder nach Verdunsten des Wassers durch Erhitzen noch in der Kälte, daher wohl geeignet zur Füllung der Gasometer und wegen seiner starken Ausdehnung wohl auch zur Füllung gemeiner Thermometer.

2. Chlorzinklösung setzt ihren Wassergehalt ins Verhältniß zu jenem, der mit ihr in Berührung kommenden Luft.

Von dieser Eigenschaft mache ich schon über 10 Jahre Gebrauch für Trockenräume, indem ich Wände und Decke in eigenthümlicher Weise aus Baumwollenzeug herstelle, mit Chlorzinklösung tränke, die abziehende Luft an der hinteren Seite vorbeiführe zum Abtrocknen, während die vordere Seite in ihrer großen Ausdehnung Wasser aus der Luft des Trockenraumes ansaugt.

Gegenständen, die durch zu starkes Austrocknen ihre Elasticität verlieren und leicht brechen, wie Geflechten von Rohr, Stroh, Weiden etc. wird sie erhalten durch Befeuchten mit Chlorzinklösung, Hobelspäne (gerollte) bleiben elastisch und dürften sich besser eignen als Stroh zum Füllen von Unterbetten; auch als Zusatz zur Schlichte und als Aufbewahrungsflüßigkeit für Amphibien dürfte sich dieselbe eignen.

3. Durch Verdampfen des Wassergehalts in der Hitze, wird Chlorzink so wassergierig, daß es die Schwefelsäure hierin übertrifft, dazu kommt die gänzliche Gefahrlosigkeit in Behandlung, da es organische Stoffe bei gewöhnlicher Temperatur weder zerstört noch beschädigt.

Zum Austrocknen feuchter Räume, Schränke etc. mache ich in einfacher Weise ebenfalls Gebrauch, die auch im Großen beim nassen Einernten der Kartoffeln, zur Verhütung fortschreitender Fäulniß im Keller, Anwendung finden kann.

4. Chlorzinklösung löst Metalloxyde und findet daher schon Verwendung beim Löthen und Verzinken des Eisenblechs, auch bildet sie damit Doppelverbindungen, wovon einige als Anstrichfarbe dienen können; auch metallisches Kupfer wird beim Erhitzen davon aufgelöst.

Mit Zinkoxyd bildet sie eine plastische Masse, die erhärtet. Wird Zinkoxyd mit gewöhnlicher Kalkmilch mittelst Pinsel aufgetragen,

dann nochmals mit Chlorzinklösung überstrichen, so entsteht ein fester Überzug mit glänzend weißer Oberfläche, die von Schwefelwasserstoffgas nicht geschwärzt wird. Sorel empfiehlt basisches Chlorzink zum Anstreichen und Bemalen der Zimmerwände unter Mitanwendung von Kartoffelstärke statt der Ölfarbe und sagt, beim Reiben mit wollenen Lappen und Bürsten wird die Farbe glatt und glänzend; ferner, für plastische Masse, welche die Farbe des Elfenbeins hat und dieselbe Durchscheinenheit besitzt, dabei biegsam wie Holz ist, bestehend aus 50 Theilen Kartoffelstärke, 5 Theilen Zinkoxyd, 50 Theilen Chlorzinklösung von 55° B. 1 Theil Weinstein, 1 Theil Salzsäure und um die Verdickung zu verzögern, diene kohlensaures Natron; aus der Praxis habe sich als bestes Verhältniß ergeben: 1 Äquivalent Zinkoxyd und 1 Äquivalent Chlorzink. Gegenstände von Horn in Chlorzink eingetaucht, erhalten Bronzefarbe.

5. Chlorzinklösung bildet mit pflanzlichem und thierischem Eiweiß feste, in Wasser unlösliche Verbindungen, wodurch sie Fäulniß verhindernd wirkt, daher die Tauglichkeit zum Conserviren des Holzes, besonders unter Mitwirkung von Hitze. Dr. Rud. Wagner empfiehlt daher Chlorzinklösung zur Läuterung des Rüböls. Durch Behandlung der Felle und Häute mit Chlorzinklösung werden dieselben vor Mottenfraß und Fäulniß bewahrt, in gleicher Weise dürften auch die Motten aus Polstermöbel und der Wurm aus Holzwerk abgehalten werden. Latten, Bretterwerk, Pfähle die dem Wetter ausgesetzt sind, erhalten durch Anstrich mit Chlorzinklösung viel längere Dauer; kohlensaures Zinkoxyd zugesetzt, gibt einen haltbaren weißen Anstrich, der nicht wie Ölanstrich, im Sonnenlicht verwittert.

Frischem Urin $^1/_2$ Prc. Chlorzinklösung von 1,175 spec. Gewicht zugesetzt, scheidet Eiweis und Blasenschleim ab, und verzögert nicht nur, sondern verhindert auch den Übergang in gewöhnliche Fäulniß gänzlich, so daß nur Wasser verdunstet, rothe Färbung und auf der Oberfläche Moderhaut aber kein Ammoniak entsteht; selbst Zusatz von gefaultem Urin vermochte keine Fäulniß mehr anzuregen, wohl aber ein Zusatz von Kalkwasser, daher auch das Mosel-mann'sche-Verfahren mit menschlichen Excrementen nicht den erwarteten Erfolg haben konnte, was wohl aus theoretischen Gründen vorauszusehen war. Kohlensaures Zinkoxyd verhält sich ganz ähnlich wie Chlorzinklösung nur nimmt die Flüßigkeit eine molkige hellgelbe Farbe an. Bedingung bei dieser Anwendung ist entsprechende Ver-

mischung, die bei der Chlorzinklösung, in Benützung der specifischen Gewichtsdifferenz sich von selbst vollzieht.

Für die Gesundheitspflege in großen Städten dürfte sich diese Anwendung um so mehr empfehlen, als dadurch die Ansammlung der Excremente unschädlich und zur Verwendung als Dünger für den Feldbau, wofür sie nach Liebig so werthvoll sind, erhalten wird.

6. Aus Chlorzinklösung kann mittelst gefaultem Urin in entsprechender Behandlung, milchweißes, kohlensaures Zinkoxyd als Anstreichfarbe gewonnen werden, jedoch nur dann weiß wenn frischer Urin alsbald mit metallischem Zink in Berührung gebracht und der Fäulniß überlaßen wird, sonst entsteht ein braunes kohlensaures Zinkoxyd-Hydrat, das sich nur nach längerer Zeit absetzt.

1 Pfund Zink, aufgelöst in der Batterie zu neutralem Zinkchlorid liefert mit gefaultem Urin behandelt 2 Pfund milchweißes, gut ausgewaschenes und stark ausgetrocknetes kohlensaures Zinkoxyd und eine Flüßigkeit, die außer den Urinsalzen noch Salmiak enthält; begießt man damit Rasenplätze in Schlangenlinien, so zeichnen sie sich durch üppigeren Wachsthum und dunkleres Grün aus.

Läßt man frischen Urin mit alten eisernen Nägeln oder Blechabfällen in einem dunklen, von Luft abgeschlossenen Gefäße in Berührung, in Fäulniß übergehen, so entsteht tiefdunkler Absatz, ähnlich dem Berlinerblau; gießt man von der grünlichgelben Flüßigkeit ab, in ein dunkles Glas von der Luft abgeschlossen, so bleibt sie unverändert in einem hellen und verschlossenen Glase, färbt sie sich roth, in einem hellen, nicht verschlossenen Glase ganz dunkel, fast schwarz und in beiden scheiden sich dunkle Flocken aus, wodurch sie nach und nach heller wird.

Behandelt man Chlorzinklösung mit der grünlichgelben Flüßigkeit, so entsteht blaugrauer Niederschlag.

Ammoniakwasser bei der Gasbereitung aus Steinkohlen gewonnen, dient ebenfalls zur Fällung von rein weißem kohlensaurem Zinkoxyd, nur ist dies alsbald von der Flüßigkeit zu trennen, da dieselbe mit der Luft in Berührung sich dunkelschwarz färbt, überhaupt kann aus der Chlorzinklösung bei entsprechender Behandlung, mit gefaultem Urin und mit Zusatz von anderen Metalllösungen, kohlensaures Zinkoxyd von weiß bis tiefdunkel gefärbt, gefällt werden, wovon eins oder anderes bei sorgfältiger Bereitung, vortheilhafte Ver-

wendung finden dürfte. Benützung dieses Oxyds zur Darstellung reinen Zinks ist selbstverständlich.

7. Kalkwasser fällt aus Chlorzinklösung schneeweißes Zinkoxydhydrat, ebenso Kalkmilch, wenn sie frei von Eisenoxyd ist. Die erhaltene Chlorcalciumlösung mit gefaultem Urin behandelt, liefert Kreide. Chlorzinklösung mit kohlensaurem Baryt, Witherit, behandelt, liefert weißes, kohlensaures Zinkoxyd und Chlorbarium, welches zur Verhütung des Kesselsteins in Dampfkesseln und zur Darstellung des sogenannten Permanentweiß, auch *„blanc fix“* genannt, dient.

Schwefelbarium mit Chlorzinklösung behandelt, setzt sich um, in weißes Schwefelzink und Chlorbarium.

8. Chlorzinklösung verwandelt die Pflanzenfaser unter Mitwirkung der Wärme in einen der Thierblase ähnlichen Stoff. Diese Eigenschaft ist es, von der ich Gebrauch mache zur Herstellung des Mantels um die Kohlenplatte, S. 314.

Wird ungeleimtes Papier mit Chlorzinklösung von entsprechender Concentration getränkt und in der Wärme 30 bis 50° R. getrocknet, dann in kaltem Wasser ausgewaschen, so zeigt es alle Eigenschaften der Thierblase, aber nicht allein Papier wird in bezeichneter Weise verändert, sondern auch baumwollene und leinene oder hänfene Stoffe. Einfache leinene Fäden mit Chlorzinklösung getränkt und getrocknet, werden viel stärker; hängt man an einen solchen Faden ein nicht zu schweres Gewicht, so dreht er sich wohl entsprechend auf, jedoch nach dem Abnehmen des Gewichtes auch wieder zu, während ein ganz gleicher, nicht getränkter Faden sich völlig aufdreht bis zum Zerreißen. Stricke aus Hanf mit Chlorzinklösung entsprechend getränkt, erlangen große Stärke, Elasticität und Dauer. Es dürfte daher Chlorzinklösung in der Spinnerei, Weberei und Seilerei sehr vortheilhafte Verwendung finden.

Nach J. Zimmermann wird die Baumwollfaser durch das Kuhkothbad gewissermaßen in Thierfaser verwandelt, vielleicht könnte Chlorzinklösung Ersatz bieten.

9. Bringt man mit sehr concentrirter Chlorzinklösung in einem Porzellangefäße Abfälle von Papier, Leinen, Hanf u. s. w. zusammen, und erhitzt längere Zeit bis 100° C., so erhält man einen Firniß, mit welchem man Papier und Gewebe fest zusammenkleben kann, behandelt man die in der Wärme getrocknete Stelle mit Wasser, so bleiben die Theile fest aneinander haften.

Dieser Firniß klebt, in Thierblase umgewandeltes Papier, nicht mehr festhaftend, daher das Papier zum Mantel für die Kohlenplatte vor der Umwandlung zusammenzukleben ist, unter Berücksichtigung beträchtlicher Zusammenziehung.

Mit diesem Firniß werden auch die Asbestgefäße, wie Seite 313 und 315 angedeutet, behandelt.

Gießt man von diesem Firniß in Wasser, so scheidet sich Thierblasenstoff in Flocken ab.

Aus Streifen von endlosem Papier, oder auch altem Zeitungs- und Druckpapier lassen sich mittelst dieses Firnisses und entsprechender Behandlung, Treibriemen herstellen, als Ersatz für die theuren aus Leder; erforderliche Geschmeidigkeit wird durch Einreiben von Schweinschmalz erzielt. Wolle und Haare geben ähnlichen Firniß nur widerstehen sie der Einwirkung länger.

Lederabfälle ziehen sich schon ohne Erwärmen stark zusammen, was für Gärberei beachtenswerth sein dürfte, lösen sich aber nicht, sondern verkohlen bei starkem Erhitzen.

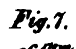
Werden Sägespäne von Holz in concentrirter Chlorzinklösung stark erhitzt, so verwandeln sie sich in überaus feine tief schwarze Kohle, die sich wohl zu Zeichenschwärze, Druckerschwärze u. s. w., vielleicht auch bei angemessener Behandlung, zur Pulverfabrication eignen dürfte.

Schreibt man mit Chlorzinklösung auf Papier oder Zeuge und fährt nach dem Trocknen über die nicht mehr sichtbare Schrift mit erhitztem Bügeleisen, so erscheint die Schrift schwarz und ist durch kein chemisches Mittet mehr auszulöschen.

Aus Anilin wird ein rother Farbstoff, das Fuchsin erzeugt, durch Erhitzen mit wasserfreiem Zinkchlorid; färbt man in einer mit Zinkchlorid versetzten Lo-Kao-Lösung Baumwolle, so wird dieselbe blau.

10. Papier, Zeuge und andere leicht entzündliche Stoffe werden durch Behandlung mit Chlorzinklösung schwer entzündlich und die Verbrennung hört auf, wenn die Hitze, welche die Entzündung verschuldet, nicht fortwirkt. Da nun die Chlorzinklösung die Stoffe verstärkt und die Farben nicht verändert, so erscheint sie ganz geeignet, die Gefahr, welche leicht entzündliche Kleider aus Flor bieten, zu entfernen.

11. Chlorzinklösung absorbirt Ammoniakgas und Schwefelwasserstoffgas, weßhalb es zum Reinigen von Steinkohlengas sich wohl



A

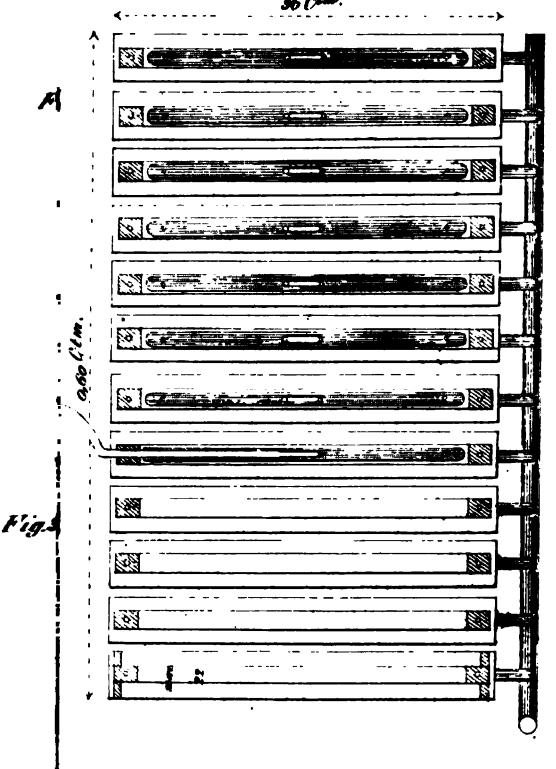
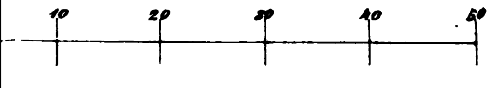


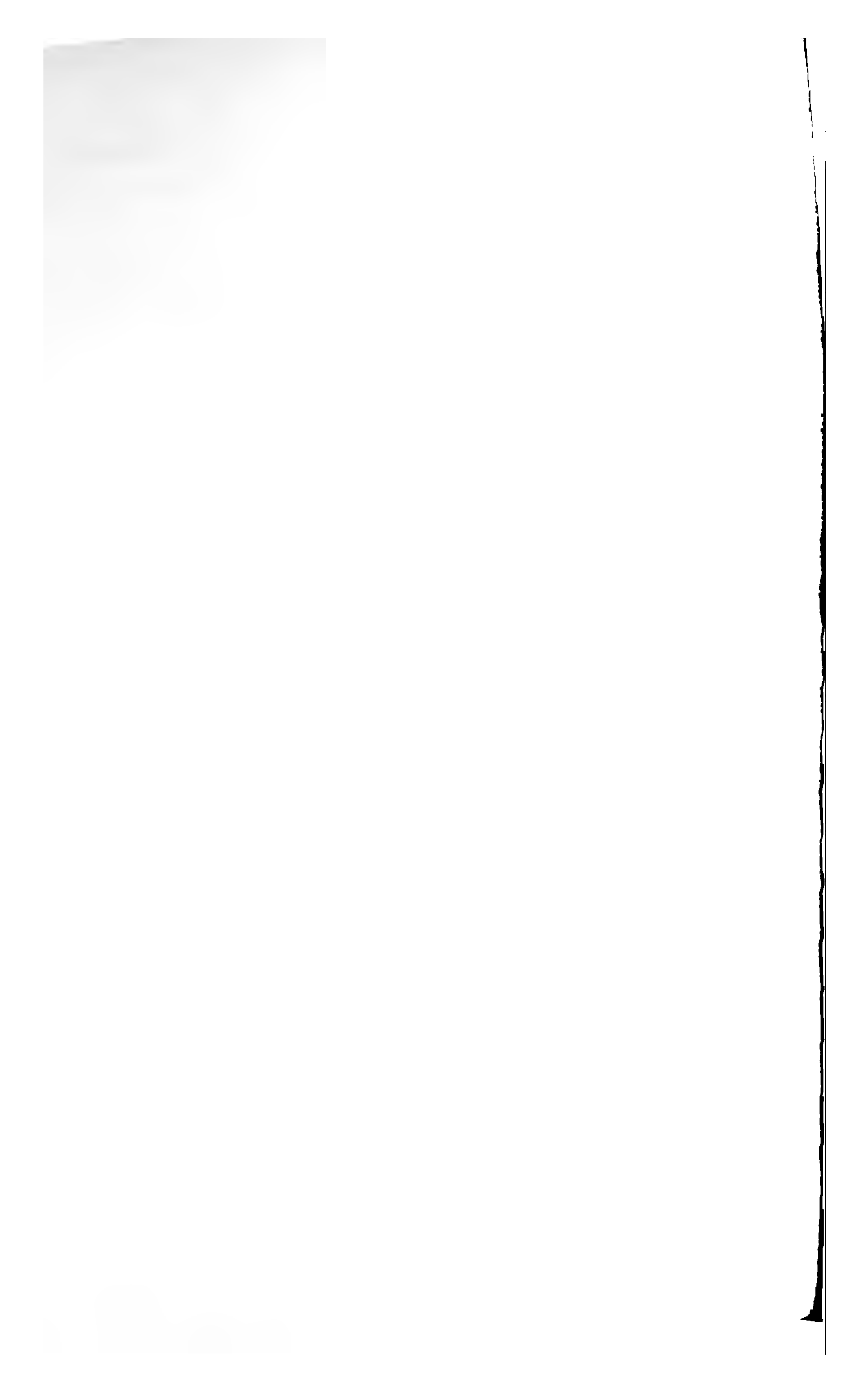
Fig. 3

Fig. 4.



Aus d. k. k. Hof u. Staatsdruckerei.

.1866.



eignen dürfte, da es basisches Zinkoxyd, Schwefelzink und Salmiak liefern würde.

Auch zum Reinigen der Luft, besonders in stark bewohnten Räumen, wie Casernen, wo es vielleicht die ägyptische Augenkrankheit verhüten könnte, in Spitälern etc. dürfte es sich empfehlen, man brauchte nur Hobelspäne, die auch gefärbt sein können, mit Chlorzinklösung zu tränken und mittelst Netzen in den Ecken der Räume aufzuhängen.

Ganz besonders möchte sich diese Einrichtung in Pferdeställen der Cavallerie etc. empfehlen, wo übrigens auch die Streu mit verdünnter Chlorzinklösung besprengt werden könnte.

Es erübrigt nun noch die Zusammenstellung der Erfolge meiner Bestrebungen hinsichtlich der Lösung des zweiten Theiles der Aufgabe, nämlich Herstellung entsprechendster Organe und ihre Anordnung zu geeignetestem Mechanismus für Benutzung der elektro-magnetischen Kraft als Triebkraft, womit ich mich nun zunächst beschäftigen werde.

Frankfurt a./M. im December 1865.

Geometrische Construction rationaler Polynome.

Von dem w. M. Dr. A. Winckler,
Professor in Gratz.

(Mit 3 Figuren.)

Der Zusammenhang einer ebenen aus geraden Linien und Kreisen bestehenden Figur wird analytisch nicht selten durch eine algebraische Gleichung höhern Grades von mehr oder weniger allgemeiner Form ausgedrückt, (wie dies z. B. bei der Involution eines Systems von Linienpaaren und im Côtes'schen Lehrsatz der Fall ist), aber in allen mir bekannten Fällen solcher Art entbehrt entweder diese Gleichung rücksichtlich ihres Grades oder ihrer Coëfficienten der vollen Allgemeinheit oder es lassen die in ihr vorkommenden Constanten nicht die einfache geometrische Deutung als Längen gerader Linien zu. Man kann daher die Frage stellen nach einer in allen Theilen geradlinigten Figur, aus welcher der Werth eines rationalen Polynoms von allgemeinster Beschaffenheit auf geometrischem Wege sich leicht ableiten läßt, und deren analytischer Ausdruck eine algebraische Gleichung von ebenso unbeschränkter Allgemeinheit ist. Die sehr einfache und meines Wissens nicht bekannte Lösung dieser Frage möge in Kürze hier auseinander gesetzt werden.

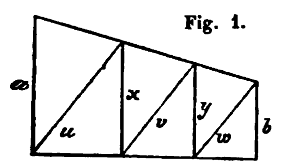
1.

Zu dieser Lösung bin ich durch die genauere Betrachtung der Construction geführt worden, welche dem Instrumente — Mesolab genannt — zu Grunde liegt, das Eratosthenes von Cyrene erdachte und auch wirklich ausführte[1]), um u. A. das Delische Problem von der Verdoppelung des Würfels auf mechanischem Wege zu lösen.

Bekanntlich ist dieses Problem ein besonderer Fall der Aufgabe, zu zwei geraden Linien a und b zwei mittlere Proportionalen zu

[1]) S. Archimedis opera omnia, cum Eutocii commentariis, Oxoniae, 1792.

finden, und kann die erwähnte Construction, Fig. 1, als aus drei Paralleltrapetzen bestehend betrachtet werden, wovon je zwei auf einander folgenden eine der parallelen Seiten gemeinsam ist und wobei die nicht parallelen Seiten in zwei geraden Linien liegen. Sind nämlich x und y die gesuchten mittleren Proportionallinien, so soll



$a : x = x : y = y : b$ sich verhalten, und dies ist der Fall, wenn die Linien a, x, y, b die parallelen Seiten und u, v, w die parallelen Diagonalen jener Trapetze bilden; denn man hat dann:

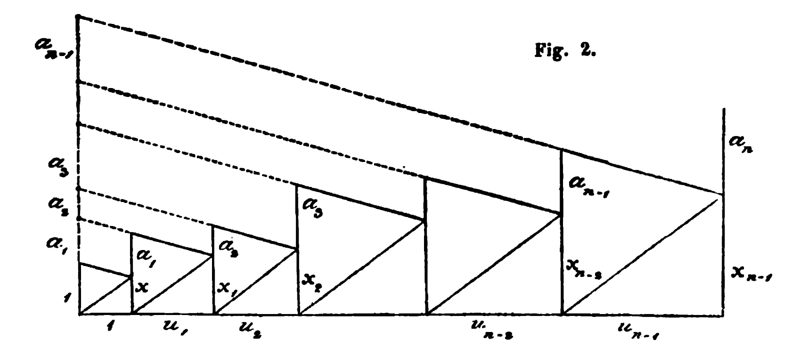
$$a : u = x : v = y : w \quad \text{und} \quad u : x = v : y = w : b$$

woraus durch Multiplication sich sofort ergibt:

$$a : x = x : y = y : b$$

$$x^2 = ay, y^2 = bx, \quad \text{also} \quad x^3 = a^2b, \; y^3 = ab^2$$

Von der Bemerkung ausgehend, daß die Gleichung $x^3 - a^2b = 0$ eine specielle Form der allgemeinen cubischen Gleichung darstellt, suchte ich die Construction durch Einführung neuer Linienstücke so abzuändern, daß an die Stelle der von a und x, von x und y, von y und b gebildeten, einander geometrisch ähnlichen Trapetze, andere, einander ebenfalls ähnliche Trapetze treten, deren Diagonalen wieder parallel sind, bei welchen aber nur eine Gerade die sämmtlichen Grundlinien enthält, wie alles dies aus Fig. 2 ersichtlich ist. Reiht



man nun statt dreier, allgemein n solcher Trapetze an einander, so ist der analytische Ausdruck der Figur eine vollständige Gleichung n.

Grades, oder, was dasselbe ist, man kann daraus den Werth, welchen das Polynom dieser Gleichung darstellt, auf geometrischem Wege finden.

2.

Um dies zu zeigen, nehme ich zunächst an, es seien in dem zu construirenden Polynom:

$$y = x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \ldots + a_{n-1} x + a_n$$

die Grösse x und die Coëfficienten $a_1, a_2, \ldots a_n$ insgesammt positiv, und, mit einer als Einheit angenommenen Länge gemessen, durch Linienstücke dargestellt. Alsdann seien (Fig. 2) die Parallelen von der Länge 1, $x + a_1$, $x_1 + a_2, \ldots x_{n-2} + a_{n-1}$ die ersten, und $x, x_1, x_2, \ldots x_{n-1}$ die zweiten Seiten der auf einander folgenden unter sich ähnlichen Paralleltrapetze, deren entsprechende Seiten und Diagonalen also sämmtlich einander parallel sind. Die Construction der ganzen Figur setzt die, übrigens willkürliche, Annahme der Grundlinie des ersten Trapetzes voraus; aus dem ersten Trapetz ergibt sich das zweite, aus diesem das dritte u. s. w., wie nicht näher gezeigt zu werden braucht.

Aus der Ähnlichkeit der Trapetze folgen die Proportionen:

$$1 : x = x + a_1 : x_1 = x_1 + a_2 : x_2 = x_2 + a_3 : x_3 = \ldots$$
$$= x_{n-2} + a_{n-1} : x_{n-1}$$

und sofort aus diesen die Gleichungen:

$$x_1 = x(x + a_1)$$
$$x_2 = x(x_1 + a_2)$$
$$x_3 = x(x_2 + a_3)$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$x_{n-1} = x(x_{n-2} + a_{n-1})$$

Eliminirt man hieraus successive $x_1, x_2, \ldots x_{m-1}, \ldots x_{n-2}$, so ergibt sich:

$$x_m = x\left[x^m + a_1 x^{m-1} + a_2 x_{m-2} + \ldots + a_m\right]$$

und:

$$x_{n-1}=x^n+a_1x^{n-1}+a_2x^{n-2}+\ldots+a_{n-1}x$$

und da:

$$y=x_{n-1}+a_n$$

ist, so findet man, wie verlangt, die Gleichung:

$$y=x^n+a_1x^{n-1}+a_2x^{n-2}+\ldots+a_{n-1}x+a_n$$

Die Construction, aus welcher y erhalten wird, ist keine lineare, aber sie kann, wie man gesehen hat, mit Cirkel und Lineal ausgeführt werden.

3.

Das angegebene Verfahren, das Polynom y geometrisch auszudrücken, erleidet offenbar keine Änderung, wenn darin alle oder blos mehrere der Coëfficienten a Null sind, also mehrere der auf einander folgenden Potenzen von x in y nicht vorkommen.

Von dieser Bemerkung kann man Gebrauch machen, um das Polynom auch in dem Fall zu erhalten, wenn darin negative Coëfficienten vorkommen. Bezeichnet nämlich y_1 das Aggregat der positiven und y_2 das Aggregat der negativen Glieder und ist in letzterem x^{m-1} die höchste Potenz von x, so construire man jedes der beiden Polynome y_1+x^m und x^m+y_2 für sich, dann ist auch:

$$y=(y_1+x^m)-(x^m+y_2)=y_1-y_2$$

gefunden.

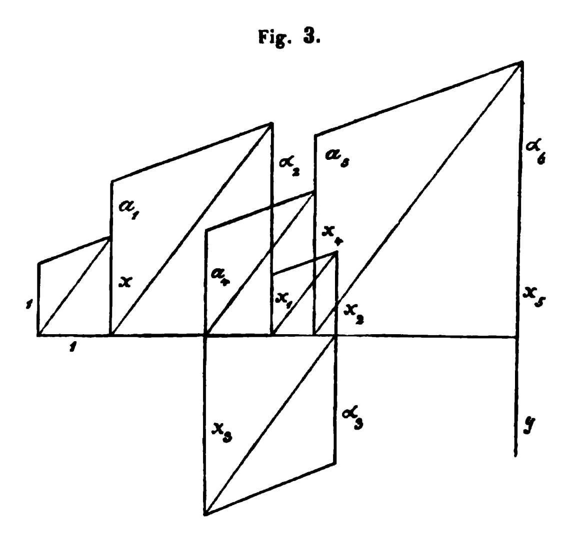
Übrigens bedarf es dieser Trennung der positiven und negativen Glieder und der gesonderten Construction der beiden Polynome nicht, um y zu erhalten, denn das für positive Coëfficienten befolgte Verfahren bleibt unverändert auch für negative Coëfficienten anwendbar nur daran ist festzuhalten, daß, ausgehend von den Puncten, in welchen sich die Diagonalen und die zur Grundlinie nicht parallelen Seiten der Trapetze schneiden, die Linienstücke, welche den positiven Coëfficienten entsprechen, aufwärts, die Stücke, welche den negativen Coëfficienten entsprechen, dagegen abwärts zu tragen sind.

Angenommen z. B. es seien in dem Polynom:

$$y=x^6+a_1x^5+a_2x^4+a_3x^3+a_4x^2+a_5x+a_6$$

die Coëfficienten $a_2 = -\alpha_2$, $a_3 = -\alpha_3$, $a_6 = -\alpha_6$ negativ, so entspricht dieser Annahme die Fig. 3, welche für y das unterhalb der Grundlinie liegende, negative Linienstück ergibt.

Fig. 3.



Die Figur des Polynoms ist in allen Theilen vollständig bestimmt, sobald man für die Grundlinie des ersten Trapetzes eine Annahme gemacht hat.

Setzt man die Grundlinie des ersten Trapetzes $= 1$, jene des zweiten, dritten u. s. w. beziehungsweise $= u_1, u_2, u_3, \ldots u_m, \ldots u_{n-1}$, so ist offenbar:

$$u_m = x_{m-1} + a_m \,, \qquad x_m = x u_m$$

auch ergibt sich für die Summe:

$$1 + u_1 + u_2 + \ldots . + u_{m-1}$$

der m ersten Grundlinien, der Ausdruck:

$$\frac{1}{x}\left[x + x_1 + x_2 + \ldots . + x_{m-1}\right]$$

$$= \frac{1}{1-x}\left\{1 + a_1 + a_2 + \ldots . + a_{m-1} - \left[x^m + a_1 x^{m-1} + a_2 x^{m-2} + \ldots . + a_{m-1} x\right]\right\}$$

woraus, wenn $m = n$, der Ausdruck:

$$\frac{1}{1-x}\left[1+a_1+a_2+\ldots\ldots+a_n-y\right]$$

für die Grundlinie der ganzen Figur erhalten wird.

4.

Mittelst u_m und anderer analog gebildeter Ausdrücke lassen sich die auf einander folgenden Differentialquotienten des Polynoms y auf die bisherige Form desselben bringen. Da nämlich:

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} = & x^{n-1}+a_1x^{n-2}+a_2x^{n-3}+\ldots\ldots+a_{n-2}x+a_{n-1}\\ & +x^{n-1}+a_1x^{n-2}+a_2x^{n-3}+\ldots\ldots+a_{n-2}x\\ & +\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ & +x^{n-1}+a_1x^{n-2}\\ & +x^{n-1}\end{aligned}$$

und da

$$u_m = x^m+a_1x^{m-1}+a_2x^{m-2}+\ldots+a_{m-1}x+a_m$$

so erhält man offenbar:

$$\frac{dy}{dx} = x^{n-1}+u_1x^{n-2}+u_2x^{n-3}+\ldots+u_{n-2}x+u_{n-1} \quad \ldots (1)$$

In der Gleichung:

$$\frac{1}{1.2}\cdot\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{n(n-1)}{1.2}x^{n-2}+\frac{(n-1)(n-2)}{1.2}a_1x^{n-3}+\ldots$$
$$+\frac{3.2}{1.2}a_{n-3}x+\frac{2.1}{1.2}a_{n-2}$$

sind die Coëfficienten $\frac{n(n-1)}{1.2}$, $\frac{(n-1)(n-2)}{1.2}$, ... die Summen der $n-1$, $n-2$, ... ersten natürlichen Zahlen 1, 2, 3, ... man kann daher den Ausdruck rechter Hand in der folgenden Form schreiben:

$$\begin{aligned}
&x^{n-2}+a_1x^{n-3}+a_2x^{n-4}+\ldots+a_{n-3}\,x+a_{n-2}\\
&+2\left[x^{n-2}+a_1x^{n-3}+a_2x^{n-4}+\ldots+a_{n-3}\,x\right]\\
&+3\left[x^{n-2}+a_1x^{n-3}+a_2x^{n-4}+\ldots+a_{n-4}\,x^2\right]\\
&+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&+(n-1)\,x^{n-2}
\end{aligned}$$

und findet hiefür:

$$(n-1)x^{n-2}+(n-2)u_1x^{n-3}+(n-3)u_2x^{n-4}+\ldots \\ +2u_{n-3}x+u_{n-2}$$

Dieser Ausdruck aber läßt sich in derselben Weise umformen wie vorhin $\frac{dy}{dx}$, wenn man dabei Ausdrücke einführt, worin die u an die Stelle der a treten. Setzt man nämlich allgemein:

$$u_m^{(1)}=x^m+u_1x^{m-1}+u_2x^{m-2}+\ldots+u_{m-1}\,x+u$$

so entsteht, wie leicht zu sehen, die Gleichung:

$$\frac{1}{1.2}\cdot\frac{d^2y}{dx^2}=x^{n-2}+u_1^{(1)}\,x^{n-3}+u_2^{(1)}\,x^{n-4}+\ldots \\ +u_{n-3}^{(1)}\,x+u_{n-2}^{(1)} \qquad (2)$$

Auf demselben Wege kann man weiter gehen und in der Gleichung:

$$\frac{1}{1.2.3}\frac{d^3y}{dx^3}=\frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}\,x^{n-3} \\ +\frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{1.2.3}\,a_1x^{n-4}+\ldots+\frac{3.2.1}{1.2.3}\,a_{n-3}$$

den rechts stehenden Ausdruck in der Form schreiben:

$$\begin{aligned}
&x^{n-3}+a_1x^{n-4}+a_2x^{n-5}+\ldots+a_{n-4}\,x+a_{n-3}\\
&+3\left[x^{n-3}+a_1x^{n-4}+a_2x^{n-5}+\ldots+a_{n-4}\,x\right]\\
&+6\left[x^{n-3}+a_1x^{n-4}+a_2x^{n-5}+\ldots+a_{n-5}\,x^2\right]\\
&+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&+\frac{n(n-1)}{1.2}\,x^{n-3}
\end{aligned}$$

in welcher er als gleichbedeutend mit:

$$\frac{n(n-1)}{1.2}x^{n-3}+\frac{(n-1)(n-2)}{1.2}u_1x^{n-4}+\frac{(n-2)(n-3)}{1.2}u_2x^{n-5}+\ldots$$
$$+\frac{3.2}{1.2}u_{n-4}\,x+\frac{2.1}{1.2}u_{n-3}$$

erscheint. Der letztere Ausdruck läßt sich sofort in derselben Weise wie $\frac{1}{1.2}\frac{d^2y}{dx^2}$ transformiren; man erhält zunächst:

$$(n-1)\,x^{n-3}+(n-2)\,u_1^{(1)}\,x^{n-4}+(n-3)\,u_2^{(1)}\,x^{n-5}+\ldots$$
$$+\,2u_{n-4}^{(1)}\,x+u_{n-3}^{(1)}$$

und wenn man hiemit wie früher mit $\frac{dy}{dx}$ verfährt, und allgemein:

$$u_m^{(2)}=x^m+u_1^{(1)}\,x^{m-1}+u_2^{(1)}\,x^{m-2}+u_3^{(1)}\,x^{m-3}+\ldots$$
$$+\,u_{m-1}^{(1)}\,x+u_m^{(1)}$$

setzt, so findet man:

$$\frac{1}{1.2.3}\cdot\frac{d^3y}{dx^3}=x^{n-3}+u_1^{(2)}\,x^{n-4}+u_2^{(2)}\,x^{n-5}+u_3^{(2)}\,x^{n-6}+\ldots$$
$$+\,u_{n-4}^{(2)}\,x+u_{n-3}^{(2)}\quad\ldots(3)$$

In dieser Weise kann man fortfahren und gelangt zu dem folgenden Satz:

Werden aus den Gliedern des Polynoms:

$$x^n+a_1x^{n-1}+a_2x^{n-2}+\ldots+a_{n-1}x+a_n$$

nach einander die Ausdrücke:

$$u_m=x^m+a_1\;x^{m-1}+a_2\;x^{m-2}+\ldots+a_{m-1}\,x+a_m$$
$$u_m^{(1)}=x^m+u_1\;x^{m-1}+u_2\;x^{m-2}+\ldots+u_{m-1}\,x+u_m$$
$$u_m^{(2)}=x^m+u_1^{(1)}\,x^{m-1}+u_2^{(1)}\,x^{m-2}+\ldots+u_{m-1}^{(1)}\,x+u_m^{(1)}$$

. . . .

$$u_m^{(r)}=x^m+u_1^{(r-1)}x^{m-1}+u_2^{(r-1)}x^{m-2}+\ldots+u_{m-1}^{(r-1)}x+u^{(r-1)}$$

gebildet, und setzt man zur Abkürzung $1.2.3..r = r!$, so finden die Gleichungen statt:

$$y = x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \ldots + a_{n-1} x + a_n$$

$$\frac{dy}{dx} = x^{n-1} + u_1 x^{n-2} + u_2 x^{n-3} + \ldots + u_{n-2} x + u_{n-1}$$

$$\frac{1}{2!}\frac{d^2y}{dx^2} = x^{n-2} + u_1^{(1)} x^{n-3} + u_2^{(1)} x^{n-4} + \ldots + u_{n-3}^{(1)} x + u_{n-2}^{(1)}$$

$$\frac{1}{3!}\frac{d^3y}{dx^3} = x^{n-3} + u_1^{(2)} x^{n-4} + u_2^{(2)} x^{n-5} + \ldots + u_{n-4}^{(2)} x + u_{n-3}^{(2)}$$

. . . .

$$\frac{1}{r!}\frac{d^ry}{dx^r} = x^{n-r} + u_1^{(r-1)} x^{n-r-1} + u_2^{(r-1)} x^{n-r-2} + \ldots + u_{n-r-1}^{(r-1)} x + u_{n-r}^{(r-1)}$$

Jeder Differentialquotient liefert hiernach die Stücke u, welche zur geometrischen Darstellung des darauffolgenden Differentialquotienten erforderlich sind und es kann daher jeder dieser Ausdrücke aus dem vorhergehenden in stets gleich bleibender Weise construirt werden.

5.

Die bisherigen Bemerkungen beziehen sich auf das Polynom als solches; der besondere Fall, in welchem die Bedingung hinzukommt, es solle:

$$y = 0, \text{ oder also } a_n = -x_{n-1}$$

sein, ist nicht minder bemerkenswerth. — Ihm entspricht die Gleichung:

$$x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \ldots + a_{n-1} x + a_n = 0$$

als deren geometrischer Ausdruck das labyrinthische Polygon (Fig. 3), dessen Anfangs- und Endpunkt in die Grundlinie fallen, anzusehen ist, sobald jene Gleichung wenigstens eine reelle Wurzel zulässt. Die

Figur behält auch rücksichtlich der Gleichungen ihre Bedeutung, obgleich sie, wie sich von selbst versteht, zur Construction jener Wurzel nicht dienen kann.

Die stets in allen Theilen geradlinigte Figur wird nämlich ihrer allgemeinen Beschaffenheit nach nicht complicirter, wenn der Grad der Gleichung steigt; jeder einzelne der Coëfficienten $a_1, a_2, a_3, \ldots a_n$ hat als gerade Linie in der Figur seine unmittelbare und zwar höchst einfache Bedeutung, wie solches bei keiner der bekannten Arten, die höheren Gleichungen geometrisch zu betrachten, der Fall ist; man kann irgend einen Coëfficienten, wie durch Rechnung so auch durch Construction dergestalt bestimmen, daß ein angenommener Werth von x zur Wurzel der Gleichung wird, u. s. w.

6.

In Hinsicht der, Art. 4 angeführten Transformation der Differentialquotienten des Polynoms y findet in dem Falle, daß x eine Wurzel der Gleichung $y = 0$ ist, ein Satz statt, welcher zwar mit der geometrischen Seite der Sache nicht zusammenhängt, aber neu und nicht ohne Interesse zu sein scheint.

Es sei ξ_1 ein Werth von x, wofür das Polynom verschwindet, also eine Wurzel der Gleichung $y = 0$. Zieht man die beiden Gleichungen

$$y = x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \ldots + a_{n-1} x + a_n$$

$$0 = \xi_1^n + a_1 \xi_1^{n-1} + a_2 \xi_1^{n-2} + \ldots + a_{n-1} \xi_1 + a_n$$

von einander ab, so läßt sich in ihrer Differenz der Factor $x - \xi_1$ ausscheiden, und man erhält:

$$\frac{y}{x - \xi_1} = x^{n-1} + (\xi_1 + a_1)\, x^{n-2} + \left(\xi_1^2 + a_1 \xi_1 + a_2\right) x^{n-3} + \ldots + \left(\xi_1^{n-1} + a_1 \xi_1^{n-2} + \ldots + a_{n-1}\right)$$

Die Coëfficienten der auf einander folgenden Potenzen von x sind offenbar nichts anderes als die früher mit $u_1, u_2, u_3, \ldots u_{n-1}$ bezeichneten Ausdrücke, wenn man darin ξ_1 für x setzt. Werden daher mit:

$U_1, U_2, \ldots U_{n-1}$ die Werthe von $u_1, u_2, \ldots u_{n-1}$ für $x = \xi_1$ bezeichnet, so ist:

$$\frac{y}{x-\xi_1} = x^{n-1} + U_1 x^{n-2} + U_2 x^{n-3} + \ldots + U_{n-2}\,x + U_{n-1}$$

nach der Gleichung (1) des Art. 4 wieder nichts anderes, als $\frac{dy}{dx}$, wenn man darin die U an die Stelle der u setzt. Wird die letztere Substitution durch $\left(\frac{dy}{dx}\right)_1$ angedeutet, so folgt hiernach:

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_1 = \frac{y}{x-\xi_1}$$
$$= x^{n-1} + U_1 x^{n-2} + U_2 x^{n-3} + \ldots + U_{n-2}\,x + U_{n-1}$$

und dieser Ausdruck gleich Null gesetzt, hat offenbar mit der Gleichung $y = 0$ die übrigen $n-1$ Wurzeln gemein.

Es sei ξ_2 eine zweite dieser Wurzeln, also:

$$0 = \xi_2^{n-1} + U_1 \xi_2^{n-2} + U_2 \xi_2^{n-3} + \ldots + U_{n-2}\,\xi_2 + U_{n-1}$$

man ziehe diese Gleichung von der vorigen ab, scheide den Factor $x - \xi_2$ aus, so wird sich ergeben:

$$\frac{y}{(x-\xi_1)(x-\xi_2)}$$
$$= x^{n-2} + U_1^{(1)} x^{n-3} + U_2^{(1)} x^{n-4} + \ldots + U_{n-3}^{(1)}\,x + U_{n-2}^{(1)}$$

wo die Coëfficienten $U_m^{(1)}$ in gleicher Weise aus den U_m und ξ_2 gebildet sind, wie die $u_m^{(1)}$ aus den u_m und aus x. Nun ist aber der Ausdruck rechter Hand identisch mit jenem der Gleichung (2) im Art. 4, wenn man darin $U_m^{(1)}$ an die Stelle von $u_m^{(1)}$ setzt. Bezeichnet man den entsprechenden Werth von $\frac{d^2y}{dx^2}$ mit $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{1,2}$, so folgt hiernach:

$$\frac{1}{2!}\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{1,2} = \frac{y}{(x-\xi_1)(x-\xi_2)}$$
$$= x^{n-2} + U_1^{(1)} x^{n-3} + U_2^{(1)} x^{n-4} + \ldots + U_{n-3}^{(1)}\,x + U_{n-2}^{(1)}$$

Das gleiche Raisonnement ist bezüglich einer dritten Wurzel ξ_3 der Gleichung $y=0$ auf die Gleichung (3) des Artik. 4 anwendbar, wie ich nicht näher zu zeigen brauche.

Diese Bemerkungen zusammengefaßt führen zu dem folgenden Satz:

Bezeichnen $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \ldots \xi_n$ die Werthe von x, für welche das Polynom:

$$y = x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \ldots + a_{n-1} x + a_n$$

verschwindet und bildet man daraus nach einander die Ausdrücke:

$$U_m = \xi_1^m + a_1 \xi_1^{m-1} + a_2 \xi_1^{m-2} + \ldots + a_{m-1} \xi_1 + a_m$$

$$U_m^{(1)} = \xi_2^m + U_1 \xi_2^{m-1} + U_2 \xi_2^{m-2} + \ldots + U_{m-1} \xi_2 + U_m$$

$$U_m^{(2)} = \xi_3^m + U_1^{(1)} \xi_3^{m-1} + U_2^{(1)} \xi_3^{m-2} + \ldots + U_{m-1}^{(1)} \xi_3 + U_m^{(1)}$$

. . . .

$$U_m^{(r)} = \xi_{r+1}^m + U_1^{(r-1)} \xi_{r+1}^{m-1} + U_2^{(r-1)} \xi_{r+1}^{m-2} + \ldots + U_{m-1}^{(r-1)} \xi_{r+1} + U_m^{(r-1)}$$

. . . .

setzt man ferner in den am Schlusse des Artik. 4 für die Differentialquotienten $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \ldots$ angegebenen Ausdrücken an Stelle der u die entsprechenden U, wodurch jene Differentialquotienten in $\left(\frac{dy}{dx}\right)_1, \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{1,2}, \ldots$ übergehen, so sind die Wurzeln der Gleichungen:

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_1 = 0, \quad \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{1,2} = 0, \quad \left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)_{1,2,3} = 0, \ldots$$

$$\left(\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}\right)_{1,2,3,\ldots n-1} = 0$$

resp. $\xi_2, \xi_3, \ldots \xi_n$; $\xi_3, \xi_4, \ldots \xi_n$ u. s. w. bis ξ_n zugleich die Wurzeln der Gleichung $y=0$.

Ist praktisch genommen durch diesen Satz zunächst nur das bekannte Verfahren, mittelst einer Wurzel den Grad der Gleichung um eine Einheit zu erniedrigen, in eine allgemeine Formel gebracht, so liegt sein Interesse in dem Nachweis derjenigen Umformungen und Substitutionen, welchen die auf einander folgenden Differentialquotienten des Polynoms der ursprünglichen Gleichung zu unterziehen sind, damit auch sie, gleich Null gesetzt, durchaus dieselben Wurzeln haben wie jene Gleichung.

Über die durch Fluorescenz hervorgerufene Wärmestrahlung.

Von Dr. Victor Pierre,
k. k. Professor.

Es ist wiederholt die Frage gestellt worden: ob durch Fluorescenz auch strahlende Wärme erzeugt werde? und es haben Studnicka (Wien. Akad. Ber. XLIV, 2, p. 289) und Fürst Salm-Horstmar (Poggd. Ann. XCIII, p. 54) dieselbe im bejahenden Sinne beantworten zu müßen geglaubt. Insoferne als sichtbaren Strahlen Wärmewirkungen zukommen, ist es im Grunde überflüssig jene Frage zu stellen, da es feststeht, daß durch Fluorescenz solche sichtbare Strahlen entstehen, von denen man weiß, daß sie thermoskopisch wirksam sind. Es kann sich sonach nur um die Frage handeln, ob durch Fluorescenz auch dunkle, d. h. solche Wärmestrahlen entstehen, deren Wellenlänge größer ist als jene der äußersten rothen Strahlen?

In dieser Richtung habe ich mich bereits vor neun Jahren mit der Frage zu beschäftigen angefangen, konnte jedoch zu keinem genügenden Resultate kommen. Ich schrieb jedoch damals die Ursache des Mißlingens meiner Versuche dem in der That sehr unvollkommenen Apparate zu, über den ich verfügen konnte. Seither in den Besitz besserer Apparate gelangt und unter günstigeren Localverhältnissen nahm ich die Untersuchungen von Neuem auf, und die Ergebnisse derselben bilden den Gegenstand vorliegender Mittheilung.

Es schien mir der beste Weg die Frage zu entscheiden der zu sein, daß man das Licht der Sonne oder einer künstlichen, constanten Lichtquelle zuerst durch ein durchsichtiges für dunkle Strahlen aber undurchgängiges oder wenigstens nur wenig durchgängiges Medium hindurchleitet, dann auf die freie Oberfläche eines fluorescirenden Stoffes fallen läßt, und die thermoskopische Wirkung der zurückgeworfenen Strahlen mißt. Kehrt man dann den Vorgang um, indem man das Licht zuerst auf den fluorescirenden Stoff direct

wirken läßt, und dann den reflectirten Bündel, bevor er das Thermoskop trifft durch dasselbe für dunkle Strahlen undurchgängige Mittel wie früher hindurchleitet, so müßte man, wenn durch Fluorescenz dunkle Strahlen entstanden sind, im zweiten Falle eine Verminderung der thermoskopischen Wirkung beobachten.

Ist nämlich s die Menge der leuchtenden, d jene der dunklen Strahlen im einfallenden Lichte, so ist die Menge der aus der eingeschalteten Platte austretenden Strahlen beziehungsweise αs und βd. Durch Reflexion gehen diese Mengen über in $\rho\alpha s$ und $\rho'\beta d$. Es soll nun durch Fluorescenz eine neue Quantität leuchtender und dunkler Strahlen entstehen, und zwar durch die Strahlung αs die Menge $f\alpha s$ leuchtender und $f'\alpha s$ dunkler Strahlen; durch die Strahlung βd die Menge $f''\beta d$ dunkler Strahlen. Die gesammte Strahlenmenge, welche auf das Thermoskop wirkt, ist demnach:

$$M = \alpha s\,(\rho + f) + \beta d\,(\rho' + f'') + f'\alpha s.$$

Fällt das Licht direct auf den fluorescirenden Stoff, so erhält man im reflectirten Lichte die Strahlenmenge ρs und $\rho' d$ in Folge der bloßen Reflexion; durch Fluorescenz kommen hinzu die Mengen fs leuchtender und $f's$ dunkler Strahlen von Seite der einfallenden Strahlung s; ferner die Menge $f''d$ dunkler Wärmestrahlen von Seite der Strahlung d. Gehen diese Strahlen durch dieselbe Platte wie früher durch, so treten aus derselben aus die Mengen $\alpha s\,(\rho + f)$ sichtbarer, und $\beta d\,(\rho' + f'') + \beta f's$ dunkler Strahlen, so daß die auf das Thermoskop wirkende Strahlenmenge sein wird:

$$M' = \alpha s\,(\rho + f) + \beta d\,(\rho' + f'') + \beta f's$$

Es ist daher

$$M - M' = f's\,(\alpha - \beta)$$

oder wenn $\beta = 0$, d. h. das Medium für dunkle Strahlen adiatherman wäre:

$$M - M' = f'\alpha s.$$

Ich stellte nun die Versuche sowohl mit dem Lichte der sogenannten Locatellischen Lampe als auch mit Sonnenlicht an. Da jedoch die Strahlenintensität bei Locatelli's Lampe so gering war, daß keine bemerkbaren Fluorescenzerscheinungen auftraten, legte ich

auf die durchaus negativen Resultate dieser Versuche trotzdem ich mich zur Messung der Stromstärken eines sehr empfindlichen Spiegelgalvanometers bediente, kein besonderes Gewicht und benützte bei den weiteren Versuchen ausschließlich Sonnenlicht. Aber auch bei diesem stößt man auf erhebliche Schwierigkeiten. Namentlich ist es die durch die verschiedene Höhe der Sonne und durch die Veränderungen im Zustande der Atmosphäre bedingte Veränderlichkeit der Strahlung, auf welche man sorgfältig Rücksicht nehmen muß, wenn man sich keinen Täuschungen aussetzen will. Es werden daher nur solche Versuche brauchbare Resultate liefern können, die in der Nähe des Mittags, also bei constanter oder sehr nahe constanter Sonnenhöhe, und bei möglichst wolkenlosem Himmel angestellt wurden. Die Versuche wurden in der Art ausgeführt, daß man das durch einen Silbermann'schen Heliostat horizontal in das Zimmer geleitete Sonnenlicht mittelst eines zweiten Metallspiegels in eine für den Versuch geeignete gegen den Horizont geneigte Richtung brachte. Das vom Metallspiegel reflectirte Licht wurde von einer in einem Metallschirme angebrachten Quarzlinse von ziemlich großer Brennweite aufgefangen und auf die beiläufig in den Focus der Linse gebrachte freie Oberfläche einer fluorescirenden Flüssigkeit geworfen. Diese letztere befand sich in einem flachen Schälchen zwischen zwei Metallschirmen, welche mit Öffnungen zum Durchgange der einfallenden und reflectirten Strahlen versehen und in geeigneter Weise aufgestellt wurden. Die Thermosäule war an der der Wärmequelle zugewendeten Seite mit einem kurzen cylindrischen Ansatzrohre versehen, und ganz nahe an der Öffnung des hinteren Schirmes so aufgestellt, daß sie den reflectirten Strahlenbündel möglichst vollständig aufzunehmen vermochte.

Zur Strommessung diente ein gewöhnlicher Thermo-Multiplicator von Silberdraht mit gut astatischer Nadel. Ein dritter Schirm diente dazu die einfallenden Strahlen nach Bedarf abzuhalten und wieder zuzulassen; derselbe befand sich zwischen der Quarzlinse und dem vorderen durchbrochenen Schirme. Anfänglich breitete ich die fluorescirende Flüssigkeit in einer dünnen Schichte auf einer matten Glasplatte aus, später zog ich es vor, dieselbe in ein Uhrschälchen zu gießen. Es wurde jedesmal dafür Sorge getragen, daß der Flüssigkeitsspiegel jene Höhe hatte, bei welcher der reflectirte Strahlenbündel vollständig zur Thermosäule gelangen konnte. Als Zwischen-

platte diente zumeist eine geschliffene in Kork gefaßte Alaunplatte von beiläufig 2 Millim. Dicke, außer dieser versuchte ich auch ein dunkelviolettes Glas, welches keine rothen Strahlen durchließ, so wie auch andersfarbige (grüne, blaue und braune) Gläser. Als fluorescirende Flüssigkeiten kamen ein ätherisch-alkoholischer Auszug von Epheublättern (Chlorophyll-Lösung), und die von Rochleder aus Aesculin dargestellte, prachtvoll roth fluorescirende Substanz (Rochleder's Aesculin-Roth) in Anwendung.

Bezeichnet man nun die beiden Stellungen der Zwischenplatte als vordere und hintere, je nachdem sie im einfallenden oder reflectirten Lichte sich befand, so ergaben sich folgende Resultate:

A. Chlorophyll-Lösung.

Vers. 1)	Alaunplatte	vorne	Ablenkung	10°
	„	hinten	„	10°
Vers. 2)	„	vorne	„	6°
	„	hinten	„	6°
Vers. 3)	„	vorne	„	13°
	„	hinten	„	13°
Vers. 4)	Violettes Glas	vorne	„	20°
	„	hinten	„	20°

B. Rochleder's Aesculin-Roth.

Vers. 5)	Alaunplatte	vorne	Ablenkung	6°
	„	hinten	„	6°

C. Matte Glasplatte.

Vers. 6)	Alaunplatte	vorne	Ablenkung	3°
	„	hinten	„	3°

Es war sonach bei beiden fluorescirenden Flüssigkeiten die thermoskopische Wirkung des reflectirten Bündels dieselbe, mochte die Zwischenplatte im einfallenden oder reflectirten Strahle sich befinden. Da nun kaum angenommen werden kann, daß in allen Fällen $\alpha = \beta$ gewesen sei, um so weniger als auch bei Einschaltung verschiedenfarbiger Glasplatten die Resultate dieselben blieben, so erhellt, daß,

wenn auch nicht behauptet werden kann, daß absolut gar keine dunkle Wärmestrahlung durch Fluorescenz erregt wurde, dieselbe doch jedenfalls so gering war, daß sie keine meßbare thermoskopische Wirkung hervorbrachte, daß also wenn nicht $f' = 0$ genommen werden will, dasselbe doch jedenfalls einen nur sehr kleinen Werth haben kann. Ich möchte mich indessen in den meisten Fällen für die erstere Annahme, d. h. für $f' = 0$ entscheiden, nur beim Chlorophyll könnte die Sache vielleicht zweifelhaft sein, insoferne das f' einen von Null verschiedenen, wenn auch sehr kleinen Werth haben könnte. Untersucht man nämlich die Zusammensetzung der durch Fluorescenz entstehenden Mischfarbe durch prismatische Analyse, so geht die sichtbare Strahlung bei allen mir bisher bekannt gewordenen fluorescirenden Stoffen nicht bis an die äußerste Grenze des Roth, bei manchen Stoffen kaum über das Orange, selten weiter als bis in die Nähe der Fraunhofer'schen Linie *C*; es ist also nicht zu erwarten, daß dunkle Strahlen von größerer Wellenlänge als die äußersten rothen in merkbarer Intensität auftreten werden.

Ich habe übrigens außer den eben angeführten auch eine Reihe anderer Versuche ausgeführt, bei welchen ich die Zwischenplatten gänzlich wegließ, und die thermoskopischen Wirkungen, welche sich ergaben, wenn das Licht von einer Glasplatte reflectirt wurde mit jenen zu vergleichen suchte, welche erhalten wurden als die Reflexion an der freien Oberfläche von Wasser, Ätherweingeist, Rochleder's Äsculin-Roth, oder Chlorophyll-Lösung erfolgte. Die Zusammenstellung des Apparates blieb wesentlich dieselbe wie früher, nur wurde unmittelbar hinter der reflectirenden Oberfläche die mit dem konischen Reflector versehene Thermosäule in geeigneter Stellung angebracht. Ich erhielt indessen auf diese Weise keine brauchbaren Resultate und würde die ganze Sache auch nicht weiter erwähnt haben, wenn mir dabei nicht ein Umstand bemerklich geworden wäre, welcher den Schlüßel zur Erklärung der von Studnicka erhaltenen Resultate abzugeben vermag. Bringt man nämlich ein Schälchen mit Ätherweingeist oder Chlorophyll-Lösung vor die Thermosäule, so entsteht in Folge der raschen Verdampfung eine starke Abkühlung der Flüssigkeit, in Folge welcher sich eine Strahlung von der Thermosäule zur Flüssigkeit einstellt, welche für sich allein die Nadel des Multiplicators um 5 bis 6° abzulenken vermag. Setzt

man eine Chlorophyll-Lösung in dem Apparate der Sonnenstrahlung aus, so sind die ersten Ausschläge aus dem eben angegebenen Grunde stets zu klein überhaupt unregelmäßig, weil die Verdampfung nicht immer gleich rasch vor sich geht. Läßt man aber die Bestrahlung längere Zeit dauern, so geht die Multiplicatornadel oscillirend immer mehr über die Grenze des ersten Ausschlages hinaus und erreicht endlich eine bleibende Ablenkung, welche bedeutend größer ist als der erste Ausschlag. Blendet man jetzt die einfallenden Strahlen ab, so kehrt die Nadel nur sehr langsam zurück und bleibt längere Zeit um einige Grade abgelenkt, eine Strahlung von der Flüssigkeit zur Säule anzeigend. Es ist also keinem Zweifel unterworfen, daß hier eine starke Absorption von Wärmestrahlen und in Folge davon eine Erwärmung der Flüssigkeit stattgefunden hat. Gleiches, wenn auch in geringerem Grade findet auch bei Rochleders Äsculinroth statt. Ich glaube daher nicht zu irren, wenn ich annehme, daß bei Studnicka's Versuchen, bei welchen eine dünne Schicht Chlorophyll-Lösung auf Glimmer aufgetragen und eintrocknen gelassen wurde, etwas Ähnliches stattgefunden habe. In der That als ich eine Glasplatte auf der sich eine eingetrocknete Chlorophyllschicht befand in meinen Apparat brachte, beobachtete ich genau dieselben Erscheinungen, welche an der Lösung wahrzunehmen waren. Auch ist die Differenz der Ablenkungen, welche Studnicka erhielt, so groß, daß wenn der von ihm benutzte Apparat dieselbe Empfindlichkeit, und denselben Scalenwerth gehabt hätte wie der von mir angewandte, dieselbe einer Strahlungsdifferenz von mehr als 10 Pct. entsprochen haben würde, dabei war die Chlorophyllschicht so dünn, daß keine Fluorescenz bemerkt werden konnte. Ich glaube daher nicht, daß bei meinen Versuchen, bei welchen eine sehr stark fluorescirende Flüssigkeit und ein wie ich vermuthen muß empfindlicherer Apparat in Anwendung kam, eine so bedeutende Vermehrung der Strahlung unbemerkbar geblieben wäre.

Daß die von Salm-Horstmar (a. a. O.) angeführte Erscheinung einfach auf eine durch Absorption bedingte Erwärmung hinauskömmt, glaube ich ebenfalls mit Gewißheit behaupten zu können.

Über die Farbe des Tageslichtes und einiger künstlicher Beleuchtungsmittel.

Von **Dr. Memorsky.**

(Aus dem physiologischen Institute der Wiener Universität.)

In einer Abhandlung über Ergänzungsfarben und Contrastfarben (diese Berichte Bd. 51, Abtheilung II, Seite 461) hat Prof. Brücke nachgewiesen, daß das Tageslicht nicht, wie man gewöhnlich annimmt, weiß, sondern ziemlich stark röthlich ist, in ähnlicher Weise, wie das Gas- und Lampenlicht gelb ist. Ich bin nun bemüht gewesen, die Qualitäten der Farben, in deren Richtung Tag- und Lampenlicht vom Weiß abweichen, genauer zu ermitteln, und habe zugleich noch einige andere Beleuchtungsmittel untersucht.

In Rücksicht auf die Berechtigung der Methoden, welcher ich mich dabei bediente, muß ich auf Prof. Brücke's Abhandlung zurückweisen. Ich suchte zunächst im Tageslichte diejenigen zwei Farben zu bestimmen, welche mittelst des Lambert'schen Versuches mit Weiß gemischt, weder nach der einen, noch nach der anderen Seite aus der Schattirung gedrängt werden. Die eine dieser Farben mußte die sein, in deren Richtung das Tageslicht vom Weiß abweicht, die andere deren Complementärfarbe. Ich fand auf diese Weise ein Roth, das im Chevreul'schen Farbenkreise als Violet rouge 4 ausgewerthet wurde. Chevreul bezeichnet das äußerste Roth des Spectrums als Violet rouge 5. Hiervon würde also die Farbe des Tageslichtes um $\frac{1}{72}$ des ganzen Farbenkreises gegen Purpur hin abweichen. Die zweite Farbe wurde als Vert 0 direct ermittelt, was in der That nahezu das Complement von Violet rouge 4 ist.[1]) Die

---

[1]) Von den sieben bei Prof. Brücke's Versuchen thätigen Beobachtern bezeichneten zwei, Dr. Babuchin und Herr Czerny, *Vert 0* als das Complement von *Violet rouge 4*, während die übrigen mehr oder weniger davon abwichen.

Versuche wurden um die Mittagszeit bei vollkommen bedecktem Himmel angestellt, und zwar auf einem Dachboden, auf dem das Himmelslicht frei und von keinerlei Gebäuden reflectirt einfiel.

Ich wollte mir eine ungefähre Vorstellung machen über die Menge des überschüssigen Roth im Tageslicht. Ich richtete deßhalb auf einem Farbenkreisel zwei Maxwell'sche Scheiben ein, die eine bleu 4, von sehr intensiver Farbe, sogenanntes Ultramarinpapier, die andere weiß. Ich gab ihnen solche Ausdehnungen, daß das Violett möglichst stark hervortrat. Es nahm hierbei an trüben Tagen das Blau $\frac{7}{10}$, an hellen $\frac{1}{2}$ des ganzen Kreises ein. Ich mußte dann 10 der hundert Abtheilungen des Kreises, fünf auf Kosten des Blau und fünf auf Kosten des Weiß, mit einem grünen Papier bedecken, um wieder eine Farbe aus der Schattirung bleu 4 zu erhalten. Dieses grüne Papier entsprach an Farbe und Sättigung ziemlich dem Vert 3 *(couleur franche)* des Chevreul'schen Farbenkreises. Ähnliche Versuche habe ich mit mehreren gelben Papieren angestellt. Ich erhielt hier die größte Abweichung zu Orange wenn $\frac{7}{10}$ der Scheibe mit Gelb, $\frac{3}{10}$ mit Weiß gedeckt waren. Ich mußte auch hier wieder $\frac{1}{10}$ mit demselben grünen Papier decken, um wieder in die Schattirung des angewendeten Papiers zurückzukommen.

Ich gehe jetzt zu den Versuchen mit künstlicher Beleuchtung über.

Bei Gaslicht zeigte sich im Lambert'schen Versuche ein Papier von der Farbe Orangé jaune 0 als dasjenige, dessen Spiegelbild streng in der Schattirung blieb, und eben so bei dem Lichte einer Petroleumlampe. Es herrscht die Vorstellung, daß das Licht von Talgkerzen und Kienspänen viel röther sei. Ich kann dies aber, was die Qualität, nicht die Quantität der Farbe anbelangt, nicht bestätigen. Das Papier, welches beim Lichte des Kienspanes als das richtige ausgewählt wurde, stellte sich, mit dem Farbenkreise verglichen, zwischen Orangé jaune 2 und Orangé jaune 3, also mehr zum eigentlichen Gelb. Die Papiere, die beim Lichte von Öllampen, Talg- und Stearinkerzen ausgewählt wurden, lagen sämmtlich zwischen dem bei Gaslicht und dem beim Lichte des Kienspanes gefundenen. Der für das bloße Auge so auffällige Unterschied dieser Beleuchtungen erklärt sich hinreichend aus dem Grade der Färbung.

Am stärksten gefärbt ist das Licht des Kienspanes; dann folgen Talgkerzen und Öllampen, dann Stearinkerzen, dann Leuchtgas und Petroleum.

Noch auffälliger, als es schon für das bloße Auge ist, kann man dies durch folgenden Versuch machen. Man setzt auf eine weiße Fläche einen schwarzen Stab und nähert und entfernt die beiden zu vergleichenden Lichtquellen so lange, bis beide Schlagschatten gleiche Helligkeit haben. Dann erscheint der Schatten, der der stärker gefärbten Lichtquelle angehört, bläulich, der welcher der schwächer gefärbten angehört, bräunlich. Auf diese Weise ist die eben erwähnte Reihenfolge geprüft und richtig gestellt. Es hat dies Verfahren vor dem Beurtheilen nach dem bloßen Augenschein den Vortheil, daß man sich von der Helligkeit der Lichtquellen unabhängig macht.

Ähnliche Versuche, wie im Tages- und Lampenlicht, habe ich bei der Beleuchtung eines brennenden Magnesiumdrathes angestellt. Das tiefe Blau des Ultramarinpapieres gab, durch den Lambert'schen Versuch mit Weiß gemischt, ein zum Violett neigendes Spiegelbild, und das der angewendeten rothen Papiere neigte zum Purpur. Hiernach ist also das Magnesiumlicht violett.

Das elektrische Kohlenspitzenlicht muß ich für rein weiß halten, weil ich unter seiner Beleuchtung bei den mehrerwähnten Versuchen keinerlei Farbenwandlung wahrgenommen habe. Das Licht des in Sauerstoff brennenden Phosphors, das man gewöhnlich für das weißeste gehalten hat, erweisen dieselben Versuche als violett.

Ich habe hier meine Arbeit vorläufig abbrechen müssen, weil ich gezwungen war, von Wien abzureisen, hoffe aber sie später weiter fortführen zu können.

Einige Bemerkungen und Zusätze zu Le Verrier's Sonnentafeln.

Von **Dr. Theodor Oppolzer.**

I.

Da ich nach Le Verrier's Sonnentafeln (Annales de l'observatoire impérial de Paris, IV. Band) für eine geraume Anzahl von Jahren Ephemeriden zu rechnen beabsichtigte, so habe ich diese vortrefflichen Tafeln einer näheren Prüfung unterworfen. Hiebei bin ich auf mehrere Punkte gekommen, die einer näheren Betrachtung werth sind, um so mehr deßhalb, da in neuerer Zeit in dem Berliner astronomischen Jahrbuche vergleichende Angaben zwischen Le Verrier's Sonnentafeln und denen von Hansen und Olufsen gemacht werden, und einige der hier hervorgehobenen Punkte dienliche Aufschlüsse geben. — Auf eine Vollständigkeit kann dieser Aufsatz nicht Anspruch machen, da eine durchgängige Prüfung eine viel zu zeitraubende und wenig dankbare Beschäftigung wäre. Ich theile also durch das Folgende nur einen Beitrag zur Kritik der Le Verrier'schen Sonnentafeln mit.

Es ist für viele Reductionen von großer Wichtigkeit, den astronomischen Anfang des Jahres zu kennen; derselbe ist bekanntlich seit Bessel's Vorschlage dahin festgestellt, daß derselbe mit dem Augenblicke zusammenfällt, in dem die mittlere Länge der Sonne gleich 280° ist, gezählt vom mittleren Äquinoctium; es muß jedoch hiezu bemerkt werden, daß Bessel in diesem Momente Jänner 0·0 zu zählen beginnt, was mit dem 31·0 December des vorausgehenden Jahres identisch ist, und daß ferner bei dieser mittleren Länge der constante Theil der Aberration schon mit inbegriffen ist; um direct diesen Jahresanfang zu finden, fehlt es in Le Verrier's Tafeln an einer zweckmäßigen Formel, ich trage nun dieselbe hier ganz den Angaben der Sonnentafeln entsprechend nach. Le Verrier theilt in Tafel I seines Werkes die mittlere Länge inclusive des constanten

Theiles der Aberration für jeden bürgerlichen Jahresanfang (1·0 Jänner) für Pariser Zeit mit, und darnach ist es ein Leichtes, von Fall zu Fall sich mit der bekannten mittleren Bewegung der Sonne den astronomischen Jahresanfang zu berechnen.

Es mag hier die Bemerkung ihren Platz finden, daß in derselben Tafel die Länge des Perigäums ebenfalls um den constanten Theil der Aberration vermindert angesetzt ist, um die mittlere Anomalie aus der Differenz der Sonnenlänge und der Länge des Perigäums richtig zu finden. Obiges Verfahren der Bestimmung des Jahresanfanges ist nicht ganz zweckmäßig und bedarf immer eines Zurückkehrens auf die Tafeln selbst; ich werde überhaupt alle Zusätze, die in dieser Abhandlung angegeben werden, in einer Form mittheilen, daß man ohne Beihilfe der Sonnentafeln selbst aus den hier gegebenen Werthen unmittelbar an die Ephemeride die Verbesserung anbringen kann.

Im Verlaufe eines Jahrhunderts wickelt sich die Periode eines bürgerlichen Jahres eben so ab, wie die des julianischen, nur das Ende macht bekanntlich oft eine Ausnahme. Würde der astronomische Jahresanfang mit dem 0·0 Jänner des bürgerlichen Jahres zusammenfallen, und wäre das tropische Jahr gleich dem julianischen, so würde das ganze Jahrhundert die Formel gelten:

$$\text{Jahresanfang} = 0{\cdot}0 \text{ Jänner} + \tfrac{1}{4} F, \qquad (A)$$

wo F den Rest bezeichnet, der nach Division der Jahreszahl durch 4 übrig bleibt; ist jedoch die Zahl durch 4 theilbar, so muß statt des Restes, der gleich 0 wäre, $F=4$ angenommen werden, da der Schalttag erst am 24. Februar eingeschoben wird; auf den Abschluß eines Jahrhunderts wird nicht Rücksicht genommen, sondern die folgende Formel gilt speciell für das neunzehnte Jahrhundert.

Diese angesetzte Formel (A) bedarf jedoch zweier Correctionen, da zwei fehlerhafte Voraussetzungen gemacht wurden; nämlich es fällt der Jahresanfang, im astronomischen Sinne genommen, nicht im Allgemeinen mit dem 0·0 Jänner zusammen und ferner unterscheidet sich das tropische Jahr um eine geringe Größe vom julianischen. Am 1·0 Jänner 1850 mittlere Pariser Zeit, welches die Hauptepoche bei Le Verrier ist, findet sich nach den Tafeln die mittlere Länge der Sonne $= 280°46'43''51$, und die tägliche

tropische Bewegung $= 3548''3304$. Für 1850 fällt also der astronomische Jahresanfang vor den 1·0 Jänner, und zwar um eine Größe, die gleich ist der Zeit, welche die Sonne braucht, um $46'43''51$ in ihrer mittleren tropischen Bewegung zurückzulegen; man findet diese Zeit $=$ 0·790093 Sonnentage. Für 1850 ist aber $\frac{1}{4}F = 0\cdot5$.

Mit Rücksicht auf die Correction geht die Formel (A) über in

$$\text{Jahresanfang} = 0\cdot0 \text{ Jänner} - 0\cdot290093 + \tfrac{1}{4}F. \qquad (B)$$

Es erübrigt noch die Formel (B) wegen dem Unterschiede des julianischen und tropischen Jahres zu verbessern. Die tropische Bewegung der Sonne in einem julianischen Jahre ist nach den Tafeln $360^\circ + 27''6784$. Diese Größe jedoch ist mit der Zeit veränderlich, wiewohl die mittlere siderische Bewegung frei ist von jeder säcularen Störung, da die Präcession säcularen Änderungen unterworfen ist. Die jährliche Änderung dieser Größe ist nach pag. 52

$$= + 0''00022144.$$

Bezeichnet man mit t die seit der Hauptepoche verflossene Zeit in julianischen Jahren, so berechnet man die mittlere tropische Bewegung in dieser Zeit nach:

$$(360^\circ + 27''6784)t + 0''00011072t^2,$$

drückt man nun diese Correctionen mit Hilfe der bekannten oben angeführten mittleren täglichen tropischen Bewegung in Tagen aus, so ist die vollständige jetzt völlig genaue Formel zur Berechnung des Jahresanfanges:

$$\text{Jahresanfang} = 0\cdot0 \text{ Jänner} - 0\cdot290093 - 0\cdot007800402t - 0\cdot000000031203t^2 + \tfrac{1}{4}F \text{ Pariser Zeit}$$ [1]).

Bedenkt man nun, daß dieser Moment für die gebräuchlichen Reductionen auf drei Decimaltheile des Tages nur bekannt zu sein braucht, so kann man diesen Ausdruck wesentlich abkürzen, und verwandelt man gleichzeitig unter der Annahme der Längendifferenz Paris — Berlin $= 44^m14^s0$ die Pariser Zeit in Berliner Zeit, so ist mit genügender Genauigkeit

$$\text{Jahresanfang} = 0\cdot0 \text{ Jänner} - 0\cdot2594 - 0\cdot00780t + \tfrac{1}{4}F \text{ Berliner Zeit.}$$

---

[1]) Schon in der dritten Decimale von Bessel's Angabe abweichend.

Le Verrier scheint den Übergang von der siderischen Bewegung auf die tropische in soferne etwas fehlerhaft gemacht zu haben, indem er zur Reduction die Präcession angewendet hat, die für das tropische Jahr gilt, während er hätte die Präcession anwenden sollen, die für das julianische Jahr statt hat; der Unterschied jedoch ist (0ʺ00107) fast unmerklich und hat auf die Tafelorte keinen Einfluß, da die tropische Bewegung der Sonne nach den Beobachtungen bestimmt ist.

Betrachtet man die Reductionselemente, die Le Verrier angewendet hat, so sieht man, daß für die Präcession und Aberration Werthe angenommen wurden, die beziehungsweise mit den Bessel'schen und Struve'schen Angaben übereinstimmen, nur sind die jährlichen Änderungen der Präcession etwas anders als bei Bessel. Bei der Nutation jedoch muß einen Augenblick verweilt werden.

Es sei:

☊ die Länge des aufsteigenden Knotens der Mondbahn,
☾ „ „ „ Mondes,
π' „ „ „ Mondperigäums,
☉ „ „ der Sonne,
π „ „ des Sonnenperigäums,

so hat Le Verrier folgende Nutationsglieder benützt:

$$-17''264 \sin ☊ + 0''206 \sin 2☊ - 0''204 \sin 2☾ - 1''264 \sin 2☉.$$

C. A. F. Peters gibt in seinem trefflichen Werke über die Constanten der Nutation die Ausdrücke:

$$-17''2491 \sin ☊ + 0''2073 \sin 2☊ - 0''2041 \sin 2☾ - 1''2692 \sin 2☉$$
$$+ 0''0677 \sin (☾ - \pi') + 0''1277 \sin (☉ - \pi) - 0''0213 \sin (☉ + \pi),$$

die drei letzten Glieder fehlen bei Le Verrier, da aber Le Verrier sonst Glieder mitnimmt, die größer als 0ʺ05 sind, so müssen die zwei ersten fehlenden Glieder mitgenommen werden, während das letztere vernachlässigt werden kann. Der Unterschied der übrigen Coëfficienten übt keinen merklichen Einfluß.

Im zweiten Abschnitte dieser Abhandlung gebe ich die zur Berücksichtigung dieser Glieder nöthigen Tafeln. Es wird jedoch zweckmäßig sein, gleich hier darauf hinzuweisen, wie die Correction an die Le Verrier'schen Sonnentafeln anzubringen sind.

Das Glied 0ʺ0677 sin (☾—π') ist von kurzer Periode, hat demnach keinen wesentlichen Einfluß auf die Bestimmung der Länge zur Zeit der Hauptepoche, da die Beobachtungen einen Zeitraum

umfassen, in dem die hier in Betracht kommende Periode mehrmal enthalten ist. Diese Correction ist deßhalb sowohl an die wahre Länge und an die Nutation, die aus diesen Sonnentafeln sich ergeben, anzubringen, so daß die auf das mittlere Äquinoctium bezogene Länge ungeändert bleibt. Anders verhält es sich mit dem zweiten vernachlässigten Gliede: $0''1277 \sin(\odot - \pi)$. Das Argument desselben $\odot - \pi$ ist identisch mit der Anomalie der Sonne; die Periode dieses Gliedes ist also nahezu ein Jahr. Bezeichnet man mit $\sin\varphi$ die Excentricität der Erdbahn, so ist $\frac{dv}{d\varphi} = \frac{(2 + \sin\varphi \cos v)}{\cos\varphi} \sin v$ der Einfluß, den eine Änderung der Excentricität auf die Länge der Sonne nimmt, da $\sin\varphi$ nahe gleich 0 ist, so kann hiefür genähert geschrieben werden:

$$\frac{dv}{d\varphi} = 2 \sin v = 2 \sin(\odot - \pi),$$

es wirkt also eine Änderung der Excentricität in demselben Sinne und Maße auf die Sonnenorte ein, wie das vernachlässigte Glied; die Folge hievon ist, daß die Excentricität bei Le Verrier etwas zu groß bestimmt wird, als dieselbe in der That ist. Diese Correction darf demnach nur an die Nutation angebracht werden, nicht an die wahren Längen, da in diesen der Fehler durch eine geänderte Excentricität ausgeglichen wird. — Es ist ersichtlich, daß dieses Glied einen Einfluß auf den astronomischen Jahresanfang nimmt, doch ist es nicht nöthig obige Formel für diesen Anfang zu corrigiren; da vorerst, wie oben bemerkt wurde, dieser Zeitmoment nur genähert bekannt zu sein braucht und überdies der Einfluß nahe völlig verschwindend ist, da die Anomalie zur Zeit des Jahresanfanges nicht viel von $0°$ verschieden ist.

Was die Nutation der Schiefe der Ekliptik anlangt, so sind die Annahmen von Le Verrier fast identisch mit denen von Peters. Es ist nämlich bei:

Le Verrier $9''230 \cos\Omega - 0''090 \cos 2\Omega + 0''089 \cos 2☾ + 0\cdot548 \cos 2\odot$

Peters $9''2235 \cos\Omega - 0''0897 \cos 2\Omega + 0''0886 \cos 2☾ + 0\cdot5508 \cos 2\odot + 0''0093 \cos(\odot + \pi)$,

das bei Le Verrier fehlende Glied ist unmerklich. Es sind in dieser Beziehung keine Correctionen an die Schiefen der Ekliptik, die Le Verrier's Tafeln entnommen sind, anzubringen, doch bedarf die mittlere Schiefe der Ekliptik in Le Verrier's Tafeln einer nicht

unwesentlichen Correction. Betrachtet man die Ableitung (pag. 51) der mittleren Schiefe der Ekliptik für das Jahr 1850, so sieht man sofort, daß sich hiebei Le Verrier vorerst ganz an die Beobachtungen hielt. Er benützt zu diesem Zwecke eine Reihe von beobachteten Solstitien an den Sternwarten zu Greenwich, Königsberg, Palermo und Paris; indem er nun die Voraussetzung macht, daß sich die beobachteten Schiefen durch die Form $\varepsilon + td\varepsilon$ darstellen lassen, findet er als wahrscheinlichsten Werth für 1850:

$$\varepsilon = 23^\circ 27' 31''83$$
$$dr = -0''4576.$$

Diese säculare Abnahme der Schiefe der Ekliptik läßt sich jedoch auch auf theoretischem Wege ableiten, sobald die Massen der störenden Planeten bekannt sind, und umgekehrt gibt die aus den Beobachtungen abgeleitete Abnahme der Schiefen ein, wenn auch nicht völlig geeignetes Mittel an die Hand, die Massen der störenden Planeten zu bestimmen. Le Verrier benützt nun die Differenz zwischen der beobachteten Abnahme der Schiefe und der theoretisch errechneten, um eine Bedingungsgleichung für die Correction der Mercur-, Venus- und Marsmasse abzuleiten, die in Verbindung mit sechs anderweitig erhaltenen Bedingungsgleichungen (pag. 95) zur Verbesserung der Venus- und Marsmasse verwerthet wird. Mit den so corrigirten Massen bestimmt Le Verrier den Werth der Säcularabnahme der Schiefe der Ekliptik und findet:

$$d\varepsilon = -0''47594t - 0''00000149t^2,$$

und verbindet ohne weiters diesen so gefundenen Werth von $d\varepsilon$ mit dem früher bestimmten Werth von ε, zu dessen Ableitung aber ein wesentlich kleineres $d\varepsilon$ gedient hatte; dieser Vorgang ist nicht gerechtfertigt, da dadurch die Darstellung der beobachteten Schiefen völlig ungenügend wird. Ich finde so:

		B. R.	Anzahl der beob. Solstitien
Für	1755	— 1''82	15
„	1795	— 0·35	20
„	1798	— 1·53	19
„	1820	— 0·48	24
„	1841	— 0·55	12
„	1846	+ 0·15	26.

Consequenter Weise muß für 1850 die Schiefe der Ekliptik, welche unter Annahme des Werthes 0"47594 für die jährliche Änderung derselben den Beobachtungen am besten genügt, bestimmt werden. Gibt man einer Bradley'schen Beobachtung das Gewicht $\frac{1}{4}$, den Beobachtungen von 1795 und 1798 das Gewicht $\frac{2}{4}$, den übrigen das Gewicht 1, so wird die Schiefe der Ekliptik um 0"59 kleiner, und zwar:

$$\varepsilon = 23°27'31"24$$

und die übrigbleibenden Fehler sind:

1755	— 1·23
1795	+ 0·24
1798	— 0·94
1820	+ 0·11
1841	+ 0·04
1846	+ 0·74.

Eine bei weitem bessere Darstellung erreicht man, wenn man für Venus und Mars Hansen's Massen einführt und für Mercur die Encke'sche Bestimmung benützt.

In den Sonnentafeln von Hansen und Olufsen findet sich ein nicht ganz kleines Störungsglied vor, welches von der Länge der Sonne und der Lage des Marsperigäums abhängt, welches in Le Verrier's Tafeln übergangen ist. Der Einfluß dieses Gliedes ist:

in Länge . . 0"83 sin $(\odot - \pi')$
in log R . . — 11·1 cos $(\odot - \pi')$ (in Einheiten der siebenten Decimale).

Die Periode dieses Gliedes ist 411·8 Tage, die hieraus entstehenden Correctionen in Länge und in log R werden mit Hilfe der Tafeln im zweiten Abschnitte bestimmt.

II.

Zur Berechnung der Correctionen dienen die diesem Abschnitte angehängten Tafeln.

Tafel I und II gibt das Argument $A(☾ - \pi')$ und $B(\odot - \pi')$. Bei der Bildung der Argumente wurde, um mit Le Verrier in Übereinstimmung zu kommen, die Peripherie in 4000 Theile getheilt.

Tafel I gibt das Argument für jeden Jahresanfang des 19. Jahrhunderts, inclusive des Jahres 1800. Tafel II gibt die Zunahme des Argumentes im Verlaufe eines Jahres und es ist die Unterscheidung zu machen, ob das Jahr ein gemeines oder ein Schaltjahr ist; durch Addition des Werthes in Tafel II zu dem Werthe der Tafel I wird das Argument gebildet, übersteigt dasselbe den Werth von 4000, so wird 4000 von dem Argumente abgestrichen. Das Argument A ist identisch mit dem Le Verrier'schen Argumente x; ich habe aber mit Benützung der Hansen'schen Werthe die Angaben neu berechnet, doch keine wesentliche Differenz gefunden; der constante Unterschied zwischen dem Argumente der Tafel I und dem Le Verrier'schen Argumente x rührt daher, daß ich als den zeitbestimmenden Meridian den Berliner angenommen habe, während bei Le Verrier der Pariser Meridian als maßgebend angenommen wurde.

Tafel III gibt mit dem Argument A das bei Le Verrier übergangene Nutationsglied 0"068 sin (☾—π') und der aus der Tafel genommene Werth ist an die wahre Länge und die Nutation anzubringen.

Tafel IV gibt mit dem Argument „Tag des Jahres T" das Glied 0"1277 sin (☉—π) und diese Correction ist nur der Nutation in Länge anzufügen.

Tafel V gibt mit dem Argumente B das von Le Verrier vernachlässigte Störungsglied des Mondes in Länge 0"53 sin(☉—π').

Tafel VI gibt die von demselben Störungsgliede abhängige Correction des Logarithmus des Radius vectors in Einheiten der siebenten Decimale. Dieser Tafel habe ich noch zwei weitere hinzugefügt, um Correctionen in der Länge der Sonne und in der Schiefe der Ekliptik in Correctionen der Rectascension und Declination der Sonne zu verwandeln.

Tafel VII gibt den Einfluß der Änderung der Länge um +1" auf die Rectascension und Declination mit dem Argumente Rectascension der Sonne.

Tafel VIII gibt mit demselben Argumente die Änderung der Rectascension und Declination durch Vermehrung der Schiefe der Ekliptik um 1".

Tafel I.

Jahr	*A*	*B*	Jahr	*A*	*E*
1800	1366	615	1850	398	2009
01	2351	161	51	1383	1554
02	3337	3706	S. 52	2369	1100
03	323	3252	53	3500	655
S. 04	1309	2797	54	486	200
05	2440	2352	55	1472	3746
06	3426	1898	S. 56	2458	3292
07	411	1443	57	3589	2847
S. 08	1397	989	58	574	2392
09	2528	544	59	1560	1938
1810	3514	90	S. 1860	2546	1483
11	500	3635	61	3677	1039
S. 12	1485	3181	62	663	584
13	2616	2736	63	1648	130
14	3602	2282	S. 64	2634	3675
15	588	1827	65	3765	3230
S. 16	1574	1373	66	751	2776
17	2705	928	67	1737	2322
18	3691	474	S. 68	2723	1867
19	676	19	69	3854	1422
S. 1820	1662	3565	1870	839	968
21	2793	3120	71	1825	514
22	3779	2665	S. 72	2811	59
23	765	2211	73	3942	3614
S. 24	1751	1757	74	928	3160
25	2882	1312	75	1914	2705
26	3867	857	S. 76	2899	2251
27	853	403	77	30	1806
S. 28	1839	3948	78	1016	1352
29	2970	3504	79	2002	897
1830	3956	3049	S. 1880	2988	443
31	942	2595	81	119	3998
S. 32	1927	2140	82	1105	3544
33	3058	1695	83	2090	3089
34	44	1241	S. 84	3076	2635
35	1030	787	85	207	2190
S. 36	2016	332	86	1193	1735
37	3147	3887	87	2179	1281
38	133	3433	S. 88	3165	827
39	1118	2979	89	296	382
S. 1840	2104	2524	1890	1281	3927
41	3235	2079	91	2267	3473
42	221	1625	S. 92	3253	3018
43	1207	1170	93	384	2574
S. 44	2192	716	94	1370	2119
45	3323	271	95	2355	1665
46	309	3817	S. 96	3341	1210
47	1295	3362	97	472	766
S. 48	2281	2908	98	1458	311
49	3412	2463	99	2444	3857
1850	398	2009	1900	3430	3402

Tafel II.

Gemeines Jahr	Schaltjahr	*A*	*B*
Jänner 1	Jänner 1	0	0
„ 11	„ 11	1452	97
„ 21	„ 21	2903	194
„ 31	„ 31	355	291
Februar 10	Februar 10	1807	389
„ 20	„ 20	3258	486
März 2	März 1	710	583
„ 12	„ 11	2162	680
„ 22	„ 21	3613	777
April 1	„ 31	1065	874
„ 11	April 10	2517	971
„ 21	„ 20	3968	1068
Mai 1	„ 30	1420	1166
„ 11	Mai 10	2872	1263
„ 21	„ 20	323	1360
„ 31	„ 30	1775	1457
Juni 10	Juni 9	3227	1554
„ 20	„ 19	678	1651
„ 30	„ 29	2130	1748
Juli 10	Juli 9	3582	1846
„ 20	„ 19	1033	1943
„ 30	„ 29	2485	2040
August 9	August 8	3937	2137
„ 19	„ 18	1388	2234
„ 29	„ 28	2840	2331
September 8	September 7	292	2428
„ 18	„ 17	1743	2526
„ 28	„ 27	3195	2623
October 8	October 7	647	2720
„ 18	„ 17	2098	2817
„ 28	„ 27	3550	2914
November 7	November 6	1002	3011
„ 17	„ 16	2453	3108
„ 27	„ 26	3905	3205
December 7	December 6	1357	3303
„ 17	„ 16	2808	3400
„ 27	„ 26	260	3497
„ 37	„ 36	1712	3594
	Tag: 1	145	10
	„ 2	290	19
	„ 3	435	29
	„ 4	581	39
	„ 5	726	49
	„ 6	871	58
	„ 7	1016	68
	„ 8	1161	78
	„ 9	1306	87

Tafel III.

A	A	$0\overset{\text{T}}{.}068 \sin (☾-\pi')$	A	A
0	2000	0·00	2000	4000
100	1900	+ 0·01 —	2100	3900
200	1800	+ 0·02 —	2200	3800
300	1700	+ 0·03 —	2300	3700
400	1600	+ 0·04 —	2400	3600
500	1500	+ 0·05 —	2500	3500
600	1400	+ 0·05 —	2600	3400
700	1300	+ 0·06 —	2700	3200
800	1200	+ 0·06 —	2800	3200
900	1100	+ 0·07 —	2900	3100
1000	1000	+ 0·07 —	3000	3000

Tafel IV.

T	dN	T	dN	T	dN	T	dN
0	+ 0·00	100	+ 0·13	200	— 0·04	300	— 0·12
10	+ 0·02	110	+ 0·12	210	— 0·06	310	— 0·11
20	+ 0·04	120	+ 0·11	220	— 0·07	320	— 0·09
30	+ 0·06	130	+ 0·10	230	— 0·09	330	— 0·08
40	+ 0·08	140	+ 0·08	240	— 0·10	340	— 0·06
50	+ 0·10	150	+ 0·07	250	— 0·11	350	— 0·04
60	+ 0·11	160	+ 0·05	260	— 0·12	360	— 0·01
70	+ 0·12	170	+ 0·03	270	— 0·13	370	+ 0·01
80	+ 0·13	180	+ 0·01	280	— 0·13		
90	+ 0·13	190	— 0·02	290	— 0·12		
100	+ 0·13	200	— 0·04	300	— 0·12		

Tafel V.

B	B	$0\overset{\text{T}}{.}53 \sin (☉-\pi')$	B	B
0	2000	+ 0·00 —	2000	4000
100	1900	+ 0·08 —	2100	3900
200	1800	+ 0·16 —	2200	3800
300	1700	+ 0·24 —	2300	3700
400	1600	+ 0·31 —	2400	3600
500	1500	+ 0·37 —	2500	3500
600	1400	+ 0·43 —	2600	3400
700	1300	+ 0·47 —	2700	3300
800	1200	+ 0·50 —	2800	3200
900	1100	+ 0·52 —	2900	3100
1000	1000	+ 0·53 —	3000	3000

Tafel VI.

B	B	$-11''1 \cos(\odot - \pi')$	B	
0	4000	− 11·1 +	2000	2000
100	3900	− 11·0 +	1900	2100
200	3800	− 10·6 +	1800	2200
300	3700	− 9·9 +	1700	2300
400	3600	− 9·0 +	1600	2400
500	3500	− 7·8 +	1500	2500
600	3400	− 6·5 +	1400	2600
700	3300	− 5·0 +	1300	2700
800	3200	− 3·4 +	1200	2800
900	3100	− 1·7 +	1100	2900
1000	3000	0·0 +	1000	3000

Tafel VII.

$\alpha\odot$		$d\alpha$	$\alpha\odot$		$\alpha\odot$		$d\delta$	$\alpha\odot$	
0°	180°	+ 0"92 +	180°	360°	0	360°	+ 0"40 −	180°	180°
10	170	+ 0·92 +	190	350	10	350	+ 0·39 −	170	190
20	160	+ 0·94 +	200	340	20	340	+ 0·37 −	160	200
30	150	+ 0·96 +	210	330	30	330	+ 0·34 −	150	210
40	140	+ 0·99 +	220	320	40	320	+ 0·30 −	140	220
50	130	+ 1·02 +	230	310	50	310	+ 0·26 −	130	230
60	120	+ 1·05 +	240	300	60	300	+ 0·20 −	120	240
70	110	+ 1·07 +	250	290	70	290	+ 0·14 −	110	250
80	100	+ 1·08 +	260	280	80	280	+ 0·07 −	100	260
90	90	+ 1·09 +	270	270	90	270	0·00	90	270

Tafel VIII.

$\alpha\odot$		$d\alpha$	$\alpha\odot$		$\alpha\odot$		$d\delta$	$\alpha\odot$	
0	180	0·00	180°	360	0	180	0·00	180°	360
10	190	− 0·07 +	170	350	10	170	+ 0·17 −	190	350
20	200	− 0·14 +	160	340	20	160	+ 0·34 −	200	340
30	210	− 0·19 +	150	330	30	150	+ 0·50 −	210	330
40	220	− 0·21 +	140	320	40	140	+ 0·64 −	220	320
50	230	− 0·21 +	130	310	50	130	+ 0·77 −	230	310
60	240	− 0·19 +	120	300	60	120	+ 0·87 −	240	300
70	250	− 0·14 +	110	290	70	110	+ 0·94 −	250	290
80	260	− 0·07 +	100	280	80	100	+ 0·98 −	260	280
90	270	0·00	90	270	90	90	+ 1·00 −	270	270

VIII. SITZUNG VOM 15. MÄRZ 1866.

Herr Regierungsrath Ritter v. Ettingshausen im Vorsitze.

Herr Hofrath J. Hyrtl übersendet eine Abhandlung: „Über Anomalien des menschlichen Steißbeins".

Herr Dr. R. L. Maly in Graz übermittelt eine Note: „Über einen Äther der Wolframsäure".

Die Geschäftsführer der Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte laden mit Circularschreiben vom März 1866 zu der vom 17. bis 22. September l. J. zu Frankfurt a./M. stattfindenden 41. Versammlung ein.

Herr Prof. J. Petzval erstattet Bericht über den im Mai 1863 eingesendeten handschriftlichen Nachlaß des verstorbenen Professors Jakob Philipp Kulik in Prag.

Derselbe legt ferner eine für die Denkschriften bestimmte Abhandlung des Herrn Prof. L. Zmurko in Lemberg vor, betitelt: „Beitrag zur Theorie des Größten und Kleinsten der Functionen mit mehreren Variablen, nebst einigen Erörterungen über die combinatorische Determinante".

Das c. M. Herr Prof. C. Wedl übergibt eine Abhandlung: „Beiträge zur Pathologie der Blutgefäße. III. Abth. Über die Blutbahn in Geschwülsten".

Herr Dr. F. Steindachner überreicht die zweite Fortsetzung seines „Ichthyologischen Berichtes über eine nach Spanien und Portugal unternommene Reise".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Aller, Hans H. van, Der Monitor. Eine Sammlung von Formeln und Tabellen aus dem Gebiete der höheren und niederen Mathematik und Mechanik. I. Theil. Hannover, 1865; kl. 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 4. Jahrg. Nr. 6. Wien, 1866; 8°.

d'Avezac, Note sur une mappemonde turque du XVIe siècle conservée à la bibliothèque de Saint-Marc à Venise. Paris, 1866; 8°.

Bizio, Giovanni, Sopra un nuovo caso di sudore tinto in azzuro dall' indaco. — Sopra l'influenza dell'orina nel modificare alcune chimiche reazioni. (Estratti dal Vol. X, Serie 3^{a} degli Atti, dell' Istituto veneto.) — Analisi chimica dell'acqua di Civillina. (Estr. dal Vol. XI, Serie 3^{a} degli atti dell'Istituto stesso.) Venezia, 1865; 8°.

Carl, Ph., Repertorium der physikalischen Technik für mathematische und astronomische Instrumentenkunde. I. Bd., 1.—4. Hft. München, 1865; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXII. Nr. 9. Paris, 1866; 4°.

Cosmos. 2e Série. XVe Année, 3e Volume, 10e Livraison. Paris, 1866; 8°.

Finco, Giovanni, Facile processo per imbalsamare un corpo organico animale. (Dalla Gazetta Medica Italiana-Lombardia. 1866.) 8°.

Gesellschaft, Schweizer, naturforschende: Beiträge zur geologischen Karte der Schweiz. I. Lieferung. Nebst Atlas. Neuenburg, 1862 & 1863; 4° & Folio.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXVII. Jahrgang, Nr. 11. Wien, 1866; 8°.

Hébert, Observations sur la craie inférieure des environs de Rochefort (Charente-Inférieure). (Extr. du Bulletin de la Société géol. de France, 2e Série, t. XXI.) — Sur le groupe de Bélemnites auquel Blainville, et d'Orbigny ont donné le nom de *B. brevis*. — Étude critique sur un groupe d'Hémiasters comprenant: Hemiaster Verneuili, *Desor*, H. Leymerii, *Desor*, H. similis, *d'Orb.*, H. Fourneli, *Desh.*, H. Orbignyanus, *Desor*. (*Ibidem*. t. XXII.); 8°.

Land- und forstwirthschaftl. Zeitung. XVI. Jahrg. Nr. 8. Wien, 1866; 4°.

Landrin, Armand, Lettre de la Quintynie sur la culture des melons. — Coquilles nouvelles. — Notice historique et analytique sur les travaux relatifs à la coloration des végétaux. — Quelques monstruosités végétales et catalogue des cas de proliférie observés. Versailles, 1865; 8°.

L u n d, Universität: *Acta*. 1864. Lund, 1864—65; 4o·

M a r i g n a c, C., Recherches sur les combinaisons du Niobium. (2me Mémoire.) (Tiré des arch. des sciences de la Bibliothèque Universelle. Janvier 1866.) 8o·

M i t t h e i l u n g e n aus dem Osterlande. Gemeinschaftlich herausgegeben vom Gewerbe-Vereine, von der naturforschenden Gesellschaft und dem bienenwirthschaftlichen Vereine zu Altenburg. XVII. Bd., 1. und 2. Hft. Altenburg, 1865; 8o·

— aus J. P e r t h e s' geographischer Anstalt. Jahrg. 1866. II. Heft. Gotha; 4o·

M o n i t e u r scientifique. 221e Livraison. Tome VIIIe, Année 1866. Paris; 4o·

M o n n e t, P. A., Nouveau procédé pour étudier l'éléctricité atmosphérique. Lyon; 8o·

R e a d e r. Nr. 167, Vol. VII. London, 1866; Folio.

R e i c h e n b a c h, K. Frh. von, Aphorismen über Sensitivität und Od. XXV. Wien, 1866; 8o·

R ü d i n g e r, Atlas des menschlichen Gehörorganes. I. Lieferung. München, 1866; kl. Fol.

S o c i e t a s entomologica Rossica: Horae, variis sermonibus in Rossia usitatis editae. T. III, Nr. 1—2. Petropoli, 1865; 8o·

S o c i é t é Impériale de Médecine de Constantinople: Gazette médicale d'Orient. IXe Année, Nr. 10. Constantinople, 1866; 4o·

S o c i e t y, The Royal, of Victoria: Transactions and Proceedings. Vol. VI. Melbourne, 1865; 8o·

V e r e i n für Erdkunde zu Dresden: 1. & 2. Jahresbericht. Dresden, 1865; 4o·

W i e n e r medizin. Wochenschrift. XVI. Jahrg. Nr. 20—21. Wien, 1866; 4o·

Z i g n o, Barone Achille de, Osservazioni sulle felci fossili dell'Oolite ecc. Padova, 1865; 8o·

Über einen Äther der Wolframsäure.

Von **Richard L. Maly.**

Es ist ein ausgebreitetes Bestreben der Chemiker in neuerer Zeit, die Elemente in ihrer inneren Natur entsprechendere Gruppen zu bringen. Die Grundlage hiezu geben die Analogien in den Typen ihrer Verbindungen, oder sofern diese abhängig sind von der Quantivalenz der Atome, der äquivalente Werth dieser selbst. Aber nur dann kann dies erreicht werden, wenn die Atomgrößen selbst unzweifelhaft festgestellt sind.

Das Atomgewicht des Wolframs ist durch genaue Versuche von Schneider, Marchand und Dumas nach Reductionen der Wolframsäure zu 92·00 bis 92·06 gefunden worden unter der Annahme, daß die Wolframsäure WoO_3 ist. Das Studium der specifischen Wärme verlangt diese Zahl zu verdoppeln (184·1), weil nur dann das Product in die specifische Wärme des Wolframs innerhalb die gewöhnlichen die Atomwärmen darstellenden Zahlen fällt.

Mittelst dieses Atomgewichtes deuten sich die beiden anderen Oxyde des Wolframs, die Chloride und Sulfide in einfacher Weise. Nicht so geht es mit den Salzen der Wolframsäure, diese stellen unter Annahme des vorbezeichneten oder verdoppelten Symbols für die Wolframsäure oft die auffallendsten Verbindungsverhältnisse dar; man kommt nach den analytischen Daten auf Salze, die sich durchaus nicht einer einfachen Symbolik fügen. Laurent fand sich dadurch veranlaßt, nicht nur zwei, sondern fünf verschiedene Modificationen der Wolframsäure mit wechselnder Sättigungscapacität aufzustellen.

Persoz sucht sich in seiner Arbeit [1]) dadurch zu helfen, daß er dem Wolfram ein anderes höheres Atomgewicht $Wo = 153{\cdot}28$

---

[1]) Étude sur les tungstates et sur l'équivalent du tungstène; Annal. de chim. et de phys. S. 4, Tom. I, pag 93.

beilegt, welches aus sorgfältigen Analysen der Ammonsalze der Wolframsäure, in welchen er das Verhältniß des Sauerstoffes in der Säure zu dem in der Basis wie 5:1 und wie 10:1 fand, abgeleitet wurde. Die Wolframsäure wird darnach $Wo\,O_5$, die Chloride $Wo\,Cl_5$ und $Wo\,Cl_5$ etc. und die Salze:

$$1.\ Wo\ O_5\ , M\,H\,\Theta + n\,aq$$
$$2.\ Wo_2\,O_{10}, M\,H\,\Theta + n\,aq$$

von denen die erste Formel für die gewöhnlichen, die zweite für die metawolframsauren Salze (die Salze der löslichen Wolframsäure) gilt.

Es ist factisch, daß in diese Schablonen die von Persoz analysirten Salze, und manche andere sehr gut hineinpassen, allein mir scheint deßhalb eine Abänderung des Atomgewichtes weder nöthig noch ungewagt. Das Verhältniß von Wolfram und Sauerstoff in der Wolframsäure steht unabänderlich fest, denken wir uns also das Atomgewicht des Wolframs $Wo = 153\cdot28$ d. i. $\frac{5}{3}$ mal so groß als es sonst genommen wird, so wird auch der Sauerstoffgehalt in der Formel $\frac{5}{3}$ mal so groß, und wir haben statt:

$$Wo\,O_3 \text{ dann } Wo_{\frac{5}{3}}\,O_{\frac{15}{3}} = Wo\,O_5,$$

dies ist aber nichts als ein Polymeres der Wolframsäure, wir dürfen es nur mit 3 multipliciren, um eine Formel zu bekommen, in der kein Bruchtheil von $Wo = 92$ mehr vorkommt:

$$3Wo\,O_5 = 5\,Wo\,O_3.$$

Ich dachte, eine Untersuchung der Eigenschaften des Wolframsäureäthers könnte einigen Aufschluß geben. Bekanntlich ist die Darstellung eines solchen Äthers bis jetzt nicht gelungen, weder durch Erhitzen von ätherschwefelsauren Salzen mit Wolframsäure-Verbindungen, noch durch die Versuche von Gößmann[1]), welcher Jodäthyl auf wolframsaures Silber einwirken ließ.

---

[1]) Annal. d. Chemie Bd. 101, pag. 218.

Es gelingt, einen solchen Äther zu erhalten, durch Einwirkung von Alkohol auf das schöne zinnoberrothe in flimmernden Nadeln sublimirbare chlorreichere Oxychlorid $WoCl_2O$ (oder $\frac{Wo}{Wo}Cl_4\Theta$) [1]. Bringt man dieses in starken Alkohol, und schüttelt, so löst es sich im ersten Momente vollständig klar auf, nach kurzem erfolgt aber eine Trübung, die sich fort zunehmend zu einem reichlichen weißen flockigen Niederschlag entwickelt. Eine größere Menge des Oxychlorids wurde auf diese Weise zersetzt, nach 24 Stunden der Niederschlag abfiltrirt und mit Alkohol bis zum Verschwinden der sauren Reaction im Filtrate gewaschen. Nach dem Trocknen an der Luft und über Schwefelsäure war der Niederschlag zu einer harten spröden, glasglänzenden Masse eingetrocknet.

Eigenschaften. In Wasser, Alkohol und Äther nicht löslich. Am Platinblech erhitzt, zersetzt sich der Körper, rußende Flämmchen blitzen auf, die Masse färbt sich schwarz, und läßt nach weiterem Glühen citrongelbe Wolframräure zurück.

Zur Analyse wurde der Körper längere Zeit über Schwefelsäure stehen gelassen.

1. 0·6720 Grm. gaben 0·5763 Grm. Wolframsäure.
2. 1·0920 „ „ 0·200 Grm. $\mathrm{C}\Theta_2$ und 0·1605 Grm. $H_2\Theta$.

Dies gibt in hundert Theilen:

Wolframsäure	85·76
Kohlenstoff	5·00
Wasserstoff	1.64

Diese Zusammensetzung stimmt ganz gut mit Persoz's obiger allgemeiner Formel für die metawolframsauren Salze, wenn für H das Radical C_2H_5 eingesetzt wird, wir haben dann einen Metawolframsäure-Äther: $Wo_2\Theta_5 \left\{ \begin{matrix} H \\ \mathrm{C}_2H_5 \end{matrix} \right. \Theta + H_2\Theta$, welcher verlangt:

Wolframsäure	85·80
Kohlenstoff	5·30
Wasserstoff	1·77

---

1) Über dessen Darstellung: V. Forcher, diese Sitzungsberichte Bd. 44, pag. 168.

Es war mir nicht gelungen zu untersuchen, ob in dem Äther die lösliche Modification der Wolframsäure enthalten ist; durch verdünnte heiße Kalilösung zersetzt er sich zwar sehr leicht unter Bildung eines löslichen Salzes, allein diese Lösung enthielt schon die fällbare Wolframsäure, wie ja immer durch Einwirkung von Alkalien die lösliche Modification in die unlösliche übergeht.

Die Eigenschaften des Äthers erklären, daß bei den beiden vor mir versuchten Methoden kein Resultat erhalten wurde, denn die eine setzt die Flüssigkeit des Aethers, die andere dessen Mischbarkeit mit Jodäthyl voraus, und der Mangel der ersteren Eigenschaft hinderte auch die von mir angestrebte Molecularfeststellung für den Körper.

Graz im März 1866.

IX. SITZUNG VOM 22. MÄRZ 1866.

Herr Regierungsrath Ritter von Ettingshausen im Vorsitze.

Der Secretär legt folgende eingegangene Stücke vor:

„Beitrag zur Meteorologie und Klimatologie von Galizien" herausgegeben mit Unterstützung der kais. Akademie der Wissenschaften von Dr. Moriz Rohrer, Kreisphysikus in Lemberg.

Eine in dem „Anzeiger" zu veröffentlichende Mittheilung „Über einige Bestandtheile der Roßkastanienrinde", nebst einer für die Sitzungsberichte bestimmten Notiz: „Über das Vorkommen von Quercetin in *Calluna vulgaris* Salisb." vom Herrn Prof. Dr. Fr. Rochleder in Prag.

Eine Abhandlung: „Bestimmung des Gehaltes an Salpetersäure und Stickstoff während der verschiedenen Wachsthums-Perioden der landwirthschaftlichen Culturpflanzen" von den Herren Dr. H. Grouven und R. Fröhlich zu Salzmünde bei Halle.

Herr Bergrath Dr. Fr. Ritter von Hauer übergibt eine durch den „Anzeiger" zu veröffentlichende Notiz über das Vorkommen von Murmelthieren in Steiermark nebst einer für die Sitzungsberichte bestimmten Abhandlung: „Neue Cephalopoden aus den Gosaugebilden der Alpen."

Herr Prof. Dr. E. Brücke überreicht eine in dem physiologischen Institute der k. k. Wiener Universität von Herrn Dr. Federn ausgeführte Arbeit, betitelt: „Untersuchungen über die Bedeutung der Silberzeichnungen an den Kapillaren der Blutgefäße."

Herr Prof. Dr. J. Redtenbacher legt folgende Abhandlungen vor:

a) Beiträge zur Kenntniß der Mineralquellen im Kaiserthume Österreich, enthaltend die chemischen Analysen der Mineralquellen Töplitz bei Weißkirchen und Someraubad bei Neutitschein in Mähren, von den Herren Artillerie-Oberlieutenants S. Streit und W. Holeček;

b) Chemische Analyse der Quelle des Johannisbades in Baden bei Wien", von Herrn Dr. Coloman Hidegh.

Das c. M. Herr Prof. Dr. K. Langer übergibt eine Abhandlung: „Über das Lymphgefäßsystem des Frosches".

Herr Dr. E. Ludwig, Assistent bei der Lehrkanzel der Chemie an der Wiener Universität, legt eine Abhandlung „über Schwefelallyl" vor.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Astronomische Nachrichten. Nr. 1575. Altona, 1866; 4°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXII, Nr. 10. Paris, 1866; 4°.

Cosmos. 2e Série. XVe Année, 3e Volume, 11e Livraison. Paris, 1866; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXVII. Jahrg., Nr. 12. Wien, 1866; 8°.

Hippokrates, Zeitschrift für die medizinischen Wissenschaften. III. Band, 5. Heft. Athen, 1865; 8°.

Land- und forstwirthschaftliche Zeitung. XVI. Jahrg. Nr. 9. Wien, 1866; 4°.

Mittheilungen des k. k. Génie-Comité. Jahrg. 1866, 2. Heft. Wien; 8°.

Reader. Nr. 168, Vol. VII, London, 1866; Fol.

Reichsforstverein, österr.: Monatsschrift für Forstwesen. XVI. Band. Jahrgang 1866. Januar-Heft. Wien; 8°.

Rohrer, Moriz, Beitrag zur Meteorologie und Klimatologie Galiziens, (Mit Unterstützung der kais. Akademie d. Wissenschaften in Wien). Wien, 1866; 8°.

Society, The Royal Geographical, of London: Proceedings. Vol. X, Nr. 2. London, 1866; 8°.

Wiener medizin. Wochenschrift. XVI. Jahrg. Nr. 22—23. Wien, 1866; 4°.

Wochen-Blatt der k. k. steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft, XV. Jahrg. Nr. 10. Gratz, 1866; 4°.

Zepharovich, Victor v., Mittheilungen über einige Mineralvorkommen aus Österreich. (Aus den Prager Sitzungsberichten, Jahrg. 1865. II. Semester). Prag, 1866; 8°.

Über das Vorkommen von Quercetin in Calluna vulgaris. Salisb.

Von dem w. M. Dr. Fr. Rochleder.

Das Quercetin ist bis jetzt nur in wenigen Pflanzen fertig gebildet vorgefunden worden. Bolley hat in den Früchten von *Hippophaë rhamnoïdes* und *Rhamnus tinctoria*, so wie in dem Holze von *Rhus Cotinus* diesen Körper aufgefunden. In den grünen Theilen von *Calluna vulgaris* ist eine nicht unbedeutende Menge von Quercetin enthalten. Werden die oberirdischen Theile dieser Pflanze zerschnitten, mit Weingeist ausgekocht und der Auszug zum Erkalten gestellt, so scheidet sich eine grosse Menge von wachsartigen Körpern ab, von denen später die Rede sein wird. Wird das vom Wachse abfiltrirte Decoct im Wasserbade abdestillirt, um den Weingeist zu verjagen, so scheidet sich aus dem wässerigen Rückstande der Destillation etwas Quercetin, gemengt mit wachsartigen und fetten Substanzen ab, während die Hauptmenge des Quercetin, mit Hülfe der übrigen Bestandtheile, in Wasser gelöst erhalten wird. Durch Schütteln mit Äther wird das Quercetin ausgezogen, der Äther abdestillirt und der Rückstand zur Krystallisation an einen kühlen Ort gestellt. Nach kurzer Zeit ist das Quercetin in mohnsamenartigen Krystallhäufchen, welche von einer dicken Mutterlauge durchtränkt sind, ausgeschieden. Man spült mit Wasser diese Masse aus dem Destillirgefäße, setzt Weingeist zu, erwärmt bis zur vollständigen Lösung und filtrirt diese in ein Gefäß mit Wasser. Das Quercetin scheidet sich noch etwas unrein ab, wird daher noch einmal durch Lösen in Weingeist und Fällen mit Wasser gereinigt. Zur weitern vollkommenen Reinigung ist das Umkrystallisiren aus heißer Essigsäure anzuempfehlen. Es hat, so dargestellt, alle dem Quercetin zukommenden Eigenschaften, gibt mit Bleizucker-Lösung den charakteristischen rothen Niederschlag, mit salpetersaurer Silberlösung die

Reductionserscheinung und zeigte, bei 127° C. im Kohlensäurestrom getrocknet, die Zusammensetzung, welche das Quercetin aus Quercitrin bei dieser Temperatur getrocknet besitzt.

0·1462 gaben 0·3198 Kohlensäure und 0·0479 Wasser.

C 54 =	324 —	59·67 —	59·66
H 19 =	19 —	3·50 —	3·64
O 25 =	200 —	36·83 —	36·70
	543 —	100·00 —	100·00

Ob die Blätter von mehreren *Rhododendron* und von *Ledum palustre* fertig gebildetes Quercetin enthalten, werde ich in Kurzem ausgemittelt haben. Aus den Blättern von *Ledum palustre* kann Quercetin erhalten werden, ob es als Quercitrin darin enthalten ist, bin ich eben im Begriff zu bestimmen. Die Gerbsäuren dieser Pflanzen erfordern noch einige Zeit, ich hoffe ihre Beziehung zum Gerbstoff der Roßkastanie bald festgestellt zu haben.

Beiträge zur Kenntniss der Mineralquellen im Kaiserthume Österreich.

Von S. Streit und W. Holeček,

Oberlieutenants der k. k. Artillerie.

1. Chemische Analyse der Mineralquelle „Töplitz" bei Weisskirchen in Mähren.

Ausgeführt im chemischen Laboratorium des Herrn Professors Dr. Redtenbacher.

Das beinahe durch drei Jahrhunderte als heilkräftig gekannte, in neuester Zeit durch die thätige Fürsorge der gräflich Hatzfeld'-schen Herrschaft restaurirte Mineralbad „Töplitz", eine halbe Stunde südöstlich von der Stadt Weißkirchen in Mähren entfernt, liegt an dem schönsten Punkte eines anmuthigen Thales, in welchem die aus dem Gebiete des Karpathensandsteines kommende Beczwa die Schichten des Devonkalkes durchbricht.

Unterhalb Weißkirchen betritt dieser der March zueilende Fluß einen weiten Thalgrund, welcher in den Schichten der Culmformation ausgehöhlt ist. Nummulitensandstein, einzelne Partien Menilitschiefer und neueste Flußbildungen erfüllen die Niederungen bei Weißkirchen, während die Schiefer und Sandsteine des Culm im Norden, der Karpathensandstein im Süden dieses breite Thal einschließen.

Nebst dem erwähnten pittoresken Thaleinschnitte bei „Töplitz" und „St. Johann" hat die in der Richtung SW.-NO. streichende Partie des Devonkalkes, der das Liegende der Culmschichten bildet, noch einen interessanten Einsturz aufzuweisen, das sogenannte „Gevatterloch" (slavisch *propast*), welches durch Einbruch des schiefrig-merglichen Kalksteines entstanden ist, und an der Sohle einen tiefen Tümpel zeigt, dessen Wasser nach langjähriger Beobachtung der Bewohner dieser Gegend mit dem Stande der im Thale vorbeifließenden Beczwa

sich ändert, also wahrscheinlich mit dem Flußwasser communicirt. Die Tiefe des Sturzes, vom höchsten Punkte seiner Öffnung bis zum Wassernormale gemessen, beträgt ungefähr 215 Wiener Schuh.

Im Gebiete der Schiefer und Sandsteine der Culmformation, so wie im Bereiche der darauf gelagerten jüngsten Bildungen, treten in der Umgebung an mehreren Punkten eisenhältige Säuerlinge hervor. Die ergiebigsten davon sind die aus dem Lager des Devonkalkes entspringenden „Töplitzer" Quellen, von denen zwei am linken Flußufer als die stärksten, im Flußbette selbst aber mehrere hundert andere, wie nicht ohne Grund anzunehmen ist, durch Dispersion einer tiefliegenden mächtigen Quellenader aus dem Gesteinslager empordringen; letztere sind bei normalem Wasserstande auf einige hundert Schritte ober- und unterhalb des Badehauses sichtbar.

Sämmtliche Quellen von „Töplitz" zeigen ein gleiches Verhalten bezüglich ihrer Ergiebigkeit; Störungen, wie sie im Jahre 1859 beobachtet wurden, wo im Hochsommer fast alle Quellen durch kurze Zeit versiegten, kommen jedoch äußerst selten vor.

Von den beiden mächtigeren, zum Bade- und Trinkgebrauch benützten „Töplitzer" Quellen [1]) bildet jene den Gegenstand der chemisch-analytischen Untersuchung, welche im Curbadhause selbst in einem circa 10 Kubikklafter fassenden, aus Quadern hergestellten Bassin hervorsprudelt.

Unter normalen Verhältnissen liefert diese Quelle in sechs Stunden eine Wassermenge, welche das Bassin fast gänzlich füllt; ihre Ergiebigkeit beträgt also ungefähr 4800 Wiener Eimer per Tag.

Das zum Baden verwendete Wasser wird aus dem Bassin durch ein Pumpwerk und geeignete Röhrenverbindungen in die Badezimmer geleitet; häufig jedoch bedient man sich desselben zu Warmbädern, wozu vorher ein Theil desselben in einem Siedeapparat

---

[1]) Geschichtliche Traditionen und chemische Analysen darüber finden sich in:

Dr. Th. Jordan „De aquis medicatis Moraviae". 1585.

Dr. J. F. Hertod v. Todtenfeld „Tartaro-Mastix Moraviae". Viennae 1669.

H. v. Cranz „Die Gesundbrunnen der österreichischen Monarchie". 1772.

Dr. J. Mayer „Sammlung physikalischer Aufsätze II. Bd. Analyse vom Grafen Mittrovsky". 1792.

Dr. K. Nesrsta „Das Bad Töplitz und dessen Mineralquellen". — Analyse von J. Vogel, Apotheker zu Weißkirchen in Mähren. Olmütz 1820.

erwärmt und alsdann durch eigene Röhrenleitungen den Badekammern zugeführt wird.

Die zur Analyse verwendete Wassermenge wurde direct im Bassin an jener Stelle geschöpft, wo die Quelle unter energischer Gasentbindung aus dem Gesteine hervorbricht.

Im frisch geschöpften Zustande ist das Wasser vollkommen klar und bleibt es auch in wohlverschlossenen Gefäßen; in offenen Gefäßen scheidet sich alsbald ein röthlich-brauner Niederschlag ab; im Bassin abgelagert bildet derselbe eine reichliche Menge gleichfarbigen schlammigen Ockers. Es ist ohne auffallenden Geruch und besitzt einen nicht unangenehm säuerlichen, etwas adstringirenden Geschmack. Nach längerem Stehenlassen desselben setzen sich an den Gefäßwänden reichlich Gasperlen ab, beim Schütteln entbindet es reichlich Gas.

Auf Lackmusfarbstoff reagirt es deutlich sauer; die dabei entstandene schwach weinrothe Reaction verschwindet nach dem Eintrocknen wieder. Nach vorhergegangenem Kochen, wobei sich eine bedeutende Menge unlöslich gewordener Salze ausscheidet, zeigt es deutlich alkalische Reaction. Der durch gänzliches Abdampfen des Wassers erhaltene Rückstand ist röthlich-weiß und wird beim Glühen durch Verkohlung der vorhandenen organischen Substanzen vorübergehend geschwärzt. Gerb- und Gallussäure färbt das Wasser deutlich dunkelviolett; Chlorcadmium so wie Nitroprussidnatrium gibt keine Reaction. Schwefelwasserstoff und Schwefelmetalle sind also nicht vorhanden.

Die Temperatur der Quelle wurde am 3. und 4. September 1865 zu verschiedenen Tageszeiten gemessen und bei der mittleren Lufttemperatur von 16° C. constant mit 22° C. gefunden.

Die unter Anwendung bisher bekannter Methoden ausgeführte qualitative Analyse ergab folgende Resultate für die im Wasser gelösten mineralischen Bestandtheile und Gase:

Kohlensäure,	Strontian,
Kieselsäure,	Magnesia,
Schwefelsäure,	Kali,
Chlor,	Natron,
Phosphorsäure,	Lithion,
Thonerde,	Ammoniak,
Eisenoxydul,	Sauerstoffgas,
Manganoxydul,	Stickgas.
Kalk,	

Die Analyse des im Bassin sich ablagernden schlammigen Ockers ferner erwies neben den obigen Mineralbestandtheilen:

Spuren von . . . Arsen.

Bei der quantitativen Analyse wurde der übliche Gang der allgemeinen Trennungs- und Bestimmungsmethoden eingehalten, und die Bestimmung der einzelnen elementaren Verbindungen theils gewichts-, theils maßanalytisch ausgeführt. Nach dem Wägen wurden sämmtliche Niederschläge auf ihre Reinheit sorgfältig geprüft.

Zur Bestimmung der Kohlensäure füllte man abgemessene Mengen des frisch geschöpften Wassers in gut verschließbare Kolben, welche Kalkhydrat und krystallisirtes Chlorcalcium enthielten. Der erhaltene Gesammtniederschlag wurde im Laboratorium nach dem Mulder'schen Verfahren zerlegt, die Kohlensäure in einem Liebig'schen Kaliapparat absorbirt und aus der Gewichtszunahme des letzteren bestimmt.

Kieselsäure wurde als solche, Schwefelsäure und Chlor aus den erhaltenen Niederschlägen des schwefelsauren Baryts und Chlorsilbers bestimmt.

Die Resultate der Phosphorsäure und Thonerde ergaben sich aus der erhaltenen Menge an phosphorsaurer Thonerde und aus der Quantität des, auf Zusatz von Chlorammonium und schwefelsaurer Magnesia zum Filtrat, ausgefallenen Niederschlages von phosphorsaurer Magnesia-Ammoniak.

Das Eisen wurde theils als Eisensulfür gewichtsanalytisch bestimmt, theils nach vorhergegangener zweimaliger Fällung, Wiederauflösung und Reduction, das erhaltene Eisenoxydul mit chromsaurem Kali titrirt.

Mangan wurde als Mangansulfür gefällt und gewogen.

Der Kalk wurde behufs vollständiger Trennung von der Magnesia zweimal mit oxalsaurem Ammoniak gefällt, und entweder als kohlensaurer oder schwefelsaurer Kalk gewogen.

Die quantitative Bestimmung des Strontians lieferte eine nur so geringe Menge salpetersaures Strontiumoxyd, daß das gewonnene Chlorstrontium noch eben eine deutliche Anzeige im Spectralapparate gab.

Die Bestimmung der Magnesia geschah aus dem mit phosphorsaurem Ammoniak erhaltenen Niederschlage, als pyrophosphorsaure Magnesia.

Die Alkalien wurden vorerst als Chloride bestimmt, das Kali mittelst Platinchlorid von Natron getrennt, und aus den erhaltenen Ergebnissen Kali und Natron berechnet.

Das Lithion wurde als phosphorsaures Lithion bestimmt. Das gewonnene Salz zeigte vor dem Spectralapparate untersucht nur die Lithionlinien, war also frei von Kali und Natron.

Zur Bestimmung des Ammoniaks wurde die Methode nach Boussingault gewählt. In den bei der Destillation als Vorlage angewendeten Kolben wurde eine genau abgemessene Menge Normalsalzsäure eingetragen, das erhaltene Destillat mit Normalkali zurücktitrirt und, bei einem parallel angestellten Differenzversuch mit einer dem Destillat gleichen Menge destillirten Wassers, aus der erhaltenen Differenz das Ammoniak berechnet.

Zur annähernden Bestimmung der organischen Substanzen wurde eine abgemessene Wassermenge mit kohlensaurem Natron versetzt, das erhaltene Filtrat eingedampft, der Rückstand bei 140° C. getrocknet, gewogen, hierauf geglüht, abermals gewogen und der sich ergebende Gewichtsunterschied als organische Substanz in Rechnung gebracht.

Behufs der Controle der ausgeführten Analysen wurden gewogene Wassermengen bis zur völligen Trockene abgedampft, der dadurch erhaltene bei 180° C. getrocknete Rückstand als Summe der fixen Bestandtheile durch Wägen ermittelt, derselbe hierauf in schwefelsaure Verbindungen verwandelt und sein Gewicht abermals bestimmt. Mit diesen beiden Gewichtsresultaten wurden nun jene verglichen, die man erhält, wenn man die Summe der einzeln aus der Analyse hervorgegangenen Ergebnisse für jene Zustände berechnet, wie selbe bei 180° C. oder durch Behandlung der einzelnen Verbindungen mit Schwefelsäure statthaben müßten.

Das specifische Gewicht des Quellwassers wurde mittelst eines Picnometers bestimmt und dafür als Mittel zweier übereinstimmenden Versuche 1·0025 gefunden.

Die folgende tabellarische Zusammenstellung gibt die durch die analytischen Operationen aus bestimmten Wassermengen erhaltenen Resultate in übersichtlicher Weise.

Gesammt-Kohlensäure.

Aus einer Wassermenge in Kubikcent.	Kohlensäure Grm.	Für 10.000 Gewichtstheile		Entsprechend bei 0° C. und 0ᵐ76 Druck Kubikcent.
		nach den Einzelbestimmungen	im Mittel	
270·92	0·8475	31·2043	31·278	15904·2
270·92	0·8515	31·3515		

Kieselsäure.

Aus einer Wassermenge in Kubikcent.	Kieselsäure Grm.	Für 10.000 Gewichtstheile	
		nach den Einzelbestimmungen	im Mittel
3169·5	0·1263	0·3975	0·388
4833·0	0·1922	0·3967	
4658·8	0·1747	0·3741	
3111·9	0·1200	0·3847	

Schwefelsäure.

Aus einer Wassermenge in Kubikcent.	Schwefelsaurer Baryt Grm.	Entsprechend Schwefelsäure Grm.	Für 10.000 Gewichtstheile	
			nach den Einzelbestimmungen	im Mittel
3169·5	0·1087	0·0373	0·1174	0·116
3111·9	0·1037	0·0356	0·1141	

Chlor.

Aus einer Wassermenge in Kubikcent.	Chlorsilber Grm.	Entsprechend Chlor Grm.	Für 10.000 Gewichtstheile	
			nach den Einzelbestimmungen	im Mittel
3086·0	0·5579	0·1379	0·4457	0·443
1300·0	0·2322	0·0574	0·4404	

Phosphorsäure und Thonerde.

Aus einer Wassermenge in Kubikcent.	Basisch phosphorsaure Thonerde Grm.	Phosphorsaure Magnesia Grm.	Entsprechend		Für 10.000 Gewichtstheile	
			Phosphorsäure Grm.	Thonerde Grm.	Phosphorsäure	Thonerde
21785·0	0·0465	0·0619	0·0666	0·0195	0·031	0·0089

Eisenoxydul.

Aus einer Wassermenge in Kubikcent.	Eisensulfür Grm.	Eisenoxydul Grm.	Für 10.000 Gewichtstheile	
			nach den Einzelbestimmungen	im Mittel
21785·0	0·1145	0·0937	0·0429	0·040
4833·0	. . .	0·0194	0·0400	
4658·8	. . .	0·0178	0·0381	

Manganoxydul.

Aus einer Wassermenge in Kubikcent.	Mangansulfür Grm.	Entsprechend Manganoxydul Grm.	Für 10.000 Gewichtstheile
21785·0	0·0147	0·0120	0·0055

Kalk.

Aus einer Wassermenge in Kubikcent.	Kohlensaurer Kalk Grm.	Schwefelsaurer Kalk Grm.	Entsprechend Kalk		Für 10.000 Gewichtstheile
			nach den Einzelbestimmungen Grm.	im Mittel Grm.	
1000·0	1·3310	. . .	0·7454	0·752	7·501
1000·0	. . .	1·8424	0·7586		

Magnesia.

Aus einer Wassermenge in Kubikcent.	Pyrophosphorsaure Magnesia Grm.	Entsprechend Magnesia Grm.	Für 10.000 Gewichtstheile	
			nach den Einzelbestimmungen	im Mittel
4833·0	1·2744	0·4592	0·9478	0·955
4658·8	1·2462	0·4491	0·9616	

Kali und Natron.

Aus einer Wassermenge in Kubikc.	Chlorkalium und Chlornatrium Grm.	Kaliumplatinchlorid Grm.	Entsprechend		Für 10.000 Gewichtstheile			
					nach den Einzelbestimmungen		im Mittel	
			Kali Grm.	Natron Grm.	Kali	Natron	Kali	Natron
3169·5	0·7615	0·2243	0·0432	0·3675	0·1360	1·1566	0·135	1·171
4833·0	1·1733	0·3473	0·0669	0·5660	0·1381	1·1682		
3111·9	0·7645	0·2130	0·0411	0·3709	0·1317	1·1889		

Lithion.

Aus einer Wassermenge in Kubikcent.	Basischphosphorsaures Lithion Grm.	Entsprechend Lithion Grm.	Für 10.000 Gewichtstheile
21785·0	0·0122	0·0047	0·0022

Ammoniumoxyd.

Aus einer Wassermenge in Kubikcent.	Ammoniumoxyd nach den Einzelbestimmungen Grm.	Ammoniumoxyd im Mittel Grm.	Für 10.000 Gewichtstheile
3000·0	0·0045	0·0046	0·0151
3000·0	0·0047		

Organische Substanz.

Aus einer Wassermenge in Kubikcent.	Organische Substanz Grm.	Für 10.000 Gewichtstheile nach den Einzelbestimmungen	Für 10.000 Gewichtstheile im Mittel
1500·0	0·0645	0·4289	0·439
1000·0	0·0450	0·4489	

Summe der fixen Bestandtheile.

Aus einer Wassermenge in Grm.	Rückstand bei 180° C. getrocknet Grm.	Rückstand in schwefelsaure Verbindungen verwandelt Grm.	Für 10.000 Gewichtstheile bei 180° C. getrocknet nach den Einzelbestimmungen	Für 10.000 Gewichtstheile bei 180° C. getrocknet im Mittel	Für 10.000 Gewichtstheile in schwefelsaure Verbindungen verwandelt nach den Einzelbestimmungen	Für 10.000 Gewichtstheile in schwefelsaure Verbindungen verwandelt im Mittel
1377·460	2·5450	3·4013	18·4760	18·534	24·6925	24·693
1300·567	2·4180	. . .	18·5919		. . . .	

Die dargestellten Resultate liefern somit folgende Mittelwerthe für 10.000 Gewichtstheile des Wassers, und zwar:

Kohlensäure	31·278,	Kalk	7·501,
Kieselsäure	0·388,	Strontian	Spuren,
Schwefelsäure	0·116,	Magnesia	0·955,
Chlor	0·443,	Kali	0·135,
Phosphorsäure	0·031,	Natron	1·171,
Thonerde	0·0089,	Lithion	0·0022,
Eisenoxydul	0·040,	Ammoniumoxyd	0·0151,
Manganoxydul	0·0055,	Organische Substanz	0·439,

Summe der fixen Bestandtheile, berechnet . . 18·626,
„ „ „ „ gefunden . . 18·534,
Summe der schwefelsauren Verbindungen, berechnet . . 24·517,
„ „ „ „ gefunden . . 24·693.

Um die Natur der von dem Wasser absorbirten als auch jener Gase kennen zu lernen, die aus dem Quellwasser frei entströmen, wurden an der Quelle zum Zwecke der Bestimmung der absorbirten Gase einige Ballons von bekanntem Inhalte mit frischem Quellwasser gefüllt und gasdicht verschlossen; die sich frei entbindenden Gase aber in mehreren Sammelröhren aufgefangen und letztere zugeschmolzen.

Die Gewinnung der von dem Wasser aufgenommenen Gasarten geschah durch Auskochen der Ballons nach Bunsen's Methode bei gasdichter Verbindung eines vorgelegten, zugleich zur Gasentbindung dienenden Barometerrohres mit dem Apparate, und Auffangen der gewonnenen Gase in einem genau kalibrirten kleinen Quecksilbergasometer.

Aus dem letzteren, so wie aus den vorerwähnten Sammelröhren wurden einzelne Proben der Gase nach Bunsen's gasometrischen Methoden untersucht und nachfolgende Resultate erzielt:

a) Durch Auskochen des Wassers gewonnene Gase.

Inhalt des Ballons in Kubikcent.	Abgelesenes Volumen des gewonnenen Gasgemenges in Kubikcent.		Druck in Meter	Temperatur in C°.	Gasvolumen auf 0° und 1m Druck reducirt in Kubikcent.	Entsprechend für 10.000 Gewichtstheile Kubikcentimeter	
						nach den Einzelbestimmungen	im Mittel
825·0	I	962·74	0·6869	6°	647·10	7824·1	7869·15
866·3	II	1048·21	0·6833	11·5°	687·32	7914·2	

Gasgemenge I lieferte bei der Untersuchung im Eudiometer folgendes Analysenschema:

	Abgelesenes Volumen Kubikcent.	Druck	Temperatur	Volum bei 0° und 1m Druck Kubikcent.
Anfangsvolumen	103·8140	0m6770	6°	68·7725
Nach Absorption der Kohlensäure .	5·8141	0·1460	6°	0·8306
Nach Zusatz von Sauerstoff . . .	12·0330	0·1718	5·5°	2·0265
Nach Zusatz von Wasserstoff . . .	35·2789	0·2993	5·5°	10·3508
Nach der Explosion	25·5821	0·2457	5·5°	6·1616

Dies entspricht:

Kohlensäure	67·9419	Kubikcent.	oder	98·792	Pct.
Sauerstoffgas	0·2005	„	„	0·292	„
Stickgas	0·6301	„	„	0·916	„

Gasgemenge II ergab bei dem Versuche im Eudiometer:

	Abgelesenes Volumen in Kubikcent.	Druck	Temperatur	Volumen bei 0° und 1m Druck Kubikcent.
Anfangsvolumen	115·9341	0m7280	6°	82·5872
Nach Absorption der Kohlensäure .	5·3883	0·1886	6°	0·9944
Nach Zusatz von Sauerstoff . . .	10·2063	0·2071	5·5°	2·0720
Nach Zusatz von Wasserstoff . . .	34·0417	0·3270	5·5°	10·9121
Nach der Explosion	25·1122	0·2816	5·5°	6·9321

Aus diesem Analysenschema resultirt:

Kohlensäure	81·5928	Kubikcent.	oder	98·796	Pct.
Sauerstoff.	0·2491	„	„	0·302	„
Stickstoff	0·7453	„	„	0·902	„

b) Der Quelle frei entströmende Gase.

Diese lieferten bei der gasometrischen Analyse folgendes Schema:

	Abgelesenes Volumen in Kubikcent.	Druck	Temperatur	Volumen bei 0° und 1ᵐ Druck Kubikcent.
Anfangsvolumen	501·92	0ᵐ6557	9·1°	318·50
Nach Absorption der Kohlensäure .	7·80	0·5753	8·9°	4·35
Nach Absorption des Sauerstoffs .	5·80	0·5721	5·0°	3·26
Nach Zulaß von Sauerstoff	erfolgte keine Explosion.			
Nach Explosion mit elektrolytischem Knallgas	der Gasstand nicht geändert.			

Dies ergibt:

Kohlensäure	314·15	Kubikcent.	oder	98·634 Pct.
Sauerstoff	1·09	„	„	0·342 „
Stickstoff	3·26	„	„	1·024 „

Wie die gefundenen Resultate darthun, sind sowohl die absorbirten als freien Gasarten der Quelle von einer und derselben Zusammensetzung; für die Natur des Gasgemenges läßt sich mithin, ohne Beirrung der Genauigkeit, ein Mittelwerth annehmen von

Kohlensäure	98·74 Pct.
Sauerstoff	0·31 „
Stickstoff	0·95 „

Hiemit resultirt für 10.000 Gewichtstheile des Wassers ein absorbirtes, durch Kochen frei werdendes Gasgemenge von

Kohlensäure . .	7770·00	Kubikcent.	bei 0° und 1ᵐ Druck,
Sauerstoff . . .	24·39	„	
Stickstoff . . .	74·76	„	

entsprechend:

Kohlensäure . .	11046·8	„	bei Quellentemperatur und 0ᵐ76 Druck.
Sauerstoff . . .	34·7	„	
Stickstoff . . .	106·3	„	

Denkt man sich die bei der Gewichtsanalyse erhaltenen Elementarbestandtheile nach ihren nächsten chemischen Verwandtschaften zu Salzen gruppirt, so resultirt unter Beiziehung der Resultate der Gasanalyse folgendes Zusammensetzungsschema für die Mineralquelle „Töplitz“, welchem wir die von Professor Schneider im Jahre 1855 gefundenen Ergebnisse entgegenstellen, die er aus der Analyse der kleineren, blos zum Trinkgebrauche benützten, auf ungefähr 100 Schritte vom Curhause stromaufwärts liegenden offenen Quelle erhalten hat:

Zusammenstellung der analytischen Resultate.

Bestandtheile		Gehalt der Curbadhausquelle in 10.000 Gewichtstheilen	Gehalt der Curbadhausquelle in 1 Wr. Pfd. = 7680 Gran	Schneider fand für die kleine Quelle in 10.000 Gewichtstheilen
		Gewichtstheile	Gran	Gewichtstheile
feste	Schwefelsaures Kali	0·250	0·192	0·294
feste	Chlornatrium . . .	0·730	0·561	0·725
feste	Phosphorsaures Natron	0·044	0·034	. . .
feste	Kohlensaures Natron	1·298	0·997	1·528
feste	Kohlensaures Lithion	0·0054	0·0041	Spuren
feste	Kohlensaures Ammoniak	0·028	0·022	. . .
feste	Phosphorsaure Thonerde	0·021	0·016	0·025
feste	Kohlensaures Eisenoxydul	0·064	0·049	0·146
feste	Kohlensaures Manganoxydul . . .	0·0089	0·0068	Spuren
feste	Kohlensaurer Kalk .	13·395	10·287	12·840
feste	Kohlensaurer Strontian	Spuren	Spuren	. . .
feste	Kohlensaure Magnesia	2·006	1·541	1·705
feste	Kieselsäure	0·388	0·298	0·260
feste	Organische Substanz	0·439	0·337	. . .
gasförmige, im Ganzen, dem Gewichte nach	Halbgebundene Kohlensäure	7·527	5·781	7·233
gasförmige, im Ganzen, dem Gewichte nach	Freie Kohlensäure .	16·224	12·460	24·234
		Kubikcent.	Kubikzoll	Kubikcent.
gasförmige, im Ganzen, dem Volumen nach bei Quellentemperatur und 0m76 Druck	Halbgebundene Kohlensäure [1]	4135·5		3980·7
gasförmige, im Ganzen, dem Volumen nach bei Quellentemperatur und 0m76 Druck	Freie Kohlensäure [1]	8913·8		13337·4
gasförmige, im Ganzen, dem Volumen nach bei Quellentemperatur und 0m76 Druck	(zusammen)	13049·3	548·29	17318·1
gasförmige, im Ganzen, dem Volumen nach bei Quellentemperatur und 0m76 Druck	Sauerstoffgas . . .	34·7	1·46	. . . .
gasförmige, im Ganzen, dem Volumen nach bei Quellentemperatur und 0m76 Druck	Stickgas	106·3	4·47	. . . .
		Kubikcent.	Kubikzoll	. . . .
gasförmige, Producte, die das Wasser beim Kochen abgibt, dem Volumen nach bei Quellentemperatur und 0m76 Druck	Kohlensaures Gas .	11046·8	464·15	. . . .
gasförmige, Producte, die das Wasser beim Kochen abgibt, dem Volumen nach bei Quellentemperatur und 0m76 Druck	Sauerstoffgas . . .	34·7	1·46	. . . .
gasförmige, Producte, die das Wasser beim Kochen abgibt, dem Volumen nach bei Quellentemperatur und 0m76 Druck	Stickgas	106·3	4·47	. . . .
		Gewichtstheile	Gran	Gewichtstheile
Summe der fixen Bestandtheile . .		18·534	14·234	17·708

[1] Nach Bunsen 1 Litre Kohlensäure bei 0° und 0m76 Druck = 1·96664. Grm.

Anmerkung. Nach Bunsen ist der Absorptionscoëfficient des Wassers für Kohlensäure bei normalem Druck und 22° C. = 0·8825. Darnach würde das im offenen

Aus der Vergleichung der dargestellten Ergebnisse über die Beschaffenheit der „Töplitzer“ Quellen läßt sich mit Sicherheit schließen, daß sie beide einer und derselben Hauptader angehören und nur durch Zertheilung im Gesteinslager getrennt zu Tage treten; dafür spricht die fast gleiche mineralische Zusammensetzung und ihre gleich mächtige den Sättigungspunkt übersteigende Gasentbindung.

Wie auch zu ersehen, bleiben die Quellen durch die Zeit her in ihrem Gehalte constant.

Bemerkenswerth ist der beträchtliche Verlust, den das Wasser beim Kochen erleidet, indem es dabei seinen werthvollsten Bestandtheil, die freie Kohlensäure, abgibt, von den Basen aber nebst den Alkalien nur jene wenigen zurückbehält, welche im frischen Quellwasser nicht durch Vermittlung der freien, überschüssigen Kohlensäure gelöst waren.

Wir knüpfen an diese Betrachtung den Ausspruch des Professors Dr. H. v. Cranz, der in seiner 1772 erschienenen Abhandlung über die Gesundbrunnen der österreichischen Monarchie,

„einen flüchtigen Mineralgeist,
Alkali und Eisenerde,
etwas Selenit und
mineralisches Alkali“

als wesentliche Bestandtheile der „Töplitzer“ Quellen durch chemische Analyse fand und am Schlusse beifügt: „Der Gebrauch dieses Säuerlings kann nicht beträchtlich sein, wenn man selben zum Baden erwärmt, indem er alsdann seiner natürlichen Kraft beraubt wird.“ Er empfiehlt die Quelle endlich nicht gewärmt, sondern frisch geschöpft zum Baden; am dienlichsten aber sei das Quellwasser zum Trinken.

Quellbassin stehende blos dem Atmosphärendruck ($0^{m}76$) ausgesetzte Wasser, unter Zugrundelegung des specifischen Gewichtes von 1·0025 und 22° C. Temperatur eine Sättigungscapacität, auf 10.000 Gewichtstheile für 8847·06 Kubikcent. Kohlensäure besitzen.

Die von Professor Schneider angegebenen Zahlen für die freie Kohlensäure erscheinen also jedenfalls zu hoch gestellt, da das Wasser nie mehr freies Gas aufzunehmen vermag, als es, dem herrschenden Druck und der Temperatur entsprechend, seine Sättigungscapacität erlaubt.

2. Chemische Analyse der Mineralquelle „Someraubad“ bei Neutitschein in Mähren.

Ausgeführt in demselben Loboratorium.

Die Mineralquelle des „Someraubades“, deren historischer Beginn in die ersten Jahre dieses Jahrhunderts fällt, liegt ungefähr eine halbe Stunde nordöstlich von Neutitschein, am südlichen Saume des sogenannten „hohen Waldes“, welchen die von Neutitschein nach Teschen führende Kaiserstraße durchschneidet.

Der Begründer des Bades (1804), der um das Neutitscheiner Krankenhaus hochverdiente Bürger Martin Ritz [1]) benannte die Quelle, gewöhnlich „Schwefelbad“ genannt, zu Ehren des Freiherrn J. v. Sumeraw, gewesenen Curators der k. k. Theresianischen Ritterakademie, welche damals durch letzteren repräsentirt, in diesem Bezirke die grundobrigkeitlichen Rechte ausübte.

Durch Umbau erhielt im Jahre 1847 das Curgebäude seine gegenwärtige Einrichtung.

Das Gebiet, in welchem die Quelle entspringt, gehört zu den eocenen Schichten, welche in der Form von Sandsteinen und merglichen Schiefern, entweder die Niederungen zwischen den Bergen und Hügeln der Kreideformation ausfüllen, wie in dem Zuge Friedek-Jablunkau, oder das Terrain der Kreideformation gegen die jüngsten Bildungen hin umsäumen, wie auf der Linie: Neutitschein-Braunsberg-Paskau. Im Süden der Quelle lagern die Schichten der oberen Kreide, und weiterhin im Liegenden die der unteren Kreide (Neocomien). Im Osten steht auf der Höhe des Hurkaberges eine isolirte Masse von Jurakalk an, welche von Schichten der jüngeren Kreide umgeben wird.

Die Quelle scheint aus den häufig bituminösen Schichten der Kreideformation hervorzutreten und die wenig mächtigen Eocenschichten zu durchdringen.

Sie bricht in einer flachen Mulde zu Tage [2]). Ein seichter, sonst gewöhnlicher Brunnenschacht dient ihr als Bassin, aus welchem das

---

[1]) Wir verdanken diese Mittheilung dem Neutitscheiner Pfarrer Hrn. P. Prorok.

[2]) Neuerer Zeit wurde nicht weit von dieser, in derselben Mulde eine zweite Quelle erbohrt; nach den eingeleiteten Reactionen an der Quelle selbst, wäre dieselbe von minderem mineralischen Gehalte als die ältere Quelle.

Wasser vermittelst eines Pumpwerkes und einer kupfernen Röhrenleitung zur Verwendung gelangt.

Für gewöhnlich wird es nach vorhergegangenem Anwärmen in einem Siedekessel zum Badegebrauche benützt.

Zu sämmtlichen analytischen Operationen wurde das Wasser durch die Pumpe gehoben.

Frisch geschöpft ist das Quellwasser vollkommen klar, nimmt aber beim Stehenlassen in offenen Gefäßen nach einigen Augenblicken schon eine bläulich-opalisirende Trübung an, welche unter fortdauernder Farbenveränderung bis schwärzlich, schließlich wieder gänzlich verschwindet. Zugleich bildet sich ein geringer schmutzigweißer Niederschlag von ausgeschiedenem Schwefel, der sich aber allmählich in Folge eintretender Oxydation zu Schwefelsäure wieder löst, so daß das Wasser ganz klar wird und nur neben einem noch wahrnehmbaren Stich ins Gelbe, erst nach langem Stehen einen unbedeutenden Absatz eines bräunlichen Präcipitates zeigt.

Das Wasser riecht, namentlich beim Schütteln in halbgefüllter Flasche, deutlich nach faulen Eiern (Schwefelwasserstoff), gibt aber zugleich einen geringen Geruch nach organischen, flüchtigen fetten Säuren zu erkennen; es hat einen unangenehmen, faden Geschmack, entbindet aus der Quelle kein freies Gas. Im Brunnenschachte lange Zeit in Ruhe geblieben, zeigen sich an der Oberfläche desselben zarte fettige Tröpfchen von der Constitution des gewöhnlichen Bergöls, welches sich auch durch Destillation aus dem im Gebiete der Quelle vorkommenden bituminösen Mergelschiefer abscheiden läßt, und zur Zeit der Erbohrung der Quelle in bedeutender Menge vorhanden gewesen sein soll.

Auf Lackmus reagirt das frische Quellwasser schwach sauer, vorher gekocht, zeigt es schwach alkalische Reaction.

Gerb- und Gallussäure färben das Wasser schwach dunkelviolett. Auf Zusatz von Chlorcadmium fällt eine unbeträchtliche Menge Schwefelcadmium nieder. Nitroprussidnatrium gibt keine Reaction; das vorhandene Schwefelwasserstoffgas ist daher als nur im Wasser gelöst zu betrachten.

Der beim Abdampfen des Wassers zurückbleibende feste Rückstand ist röthlich-braun und wird beim Glühen durch die eintretende Verkohlung organischer Substanzen vorübergehend geschwärzt.

Die Temperatur der Quelle wurde am 5. und 6. September 1865 zu verschiedenen Tageszeiten durch Einsenken des Thermometers in den Brunnenschacht gemessen und bei einer mittleren Lufttemperatur von 19° C. constant mit 12° C. gefunden.

Die nach gleicher Methode wie bei den „Töplitzer" Quellen ausgeführte qualitative Analyse ergab an gelösten mineralischen Bestandtheilen und Gasen:

Kohlensäure,	Kalk,
Kieselsäure,	Magnesia,
Schwefelsäure,	Kali,
Chlor,	Natron,
Phosphorsäure,	Lithion,
Thonerde,	Schwefelwasserstoffgas,
Eisenoxydul,	Stickgas.
Manganoxydul,	

Nach Ammoniak, Salpetersäure, Jod, Strontian, organischen flüchtigen Säuren und anderen in Quellwässern häufig vorkommenden Körpern wurde selbst unter Anwendung von großen Wasserquantitäten vergeblich gesucht.

Die quantitative Bestimmung sämmtlicher durch die qualitative Analyse angezeigten Säuren und Basen, so wie die annähernde Bestimmung der organischen Substanzen und die Controle über die Richtigkeit der Summe der fixen Bestandtheile geschah auf dieselbe Art und nach denselben Methoden, wie in der Analyse der „Töplitzer" Quellen erläutert wurde.

Zur quantitativen Bestimmung des im Wasser aufgelösten Schwefelwasserstoffgases wurden abgemessene Mengen des frisch gehobenen Quellwassers in mehrere mit Chlorcadmiumlösung zum Theil gefüllte Flaschen abgelassen, und aus der nach vorheriger Oxydation des Schwefelcadmiums erhaltenen Menge schwefelsauren Baryts, die Menge Schwefelwasserstoff berechnet.

Zur Controle auf maßanalytischem Wege diente das Resultat einer an der Quelle ausgeführten Bestimmung des Schwefelwasserstoffes in mehreren Proben genau abgemessener Wassermengen, welche mit einer Jodlösung vom Gehalte 1 Kubikcent. = 0·00091 Jod titrirt wurden und im Mittel für 10.000 Gewichtstheile des Quellwassers . . . 0·019 Schwefelwasserstoff ergaben.

Da das Wasser nach der Reaction auf Lackmus keine kohlensauren fixen Alkalien enthält, so wurde ferner noch der, beim Kochen gelöst bleibende, also an Schwefelsäure oder Chlor gebundene Kalk bestimmt.

Für das specifische Gewicht des Quellwassers ergab sich als Mittel zweier mittelst eines Picnometers ausgeführter übereinstimmender Versuche 1·00044.

Die aus den einzelnen analytischen Operationen hervorgegangenen Resultate sind in nachstehender Übersicht enthalten:

Gesammt-Kohlensäure.

Aus einer Wassermenge in Kubikcent.	Kohlensäure Grm.	Für 10.000 Gewichtstheile		Entsprechend bei 0° und 0ᵐ76 Druck Kubikcent.
		nach den Einzelbestimmungen	im Mittel	
270·92	0·0948	3·4977	3·461	1759·75
270·92	0·0928	3·4238		

Kieselsäure.

Aus einer Wassermenge in Kubikcent.	Kieselsäure Grm.	Für 10.000 Gewichtstheile	
		nach den Einzelbestimmungen	im Mittel
6175·0	0·0622	0·1007	0·106
21015·7	0·2174	0·1034	
5658·0	0·0639	0·1129	

Schwefelsäure.

Aus einer Wassermenge in Kubikcent.	Schwefelsaurer Baryt Grm.	Entsprechend Schwefelsäure Grm.	Für 10.000 Gewichtstheile	
			nach den Einzelbestimmungen	im Mittel
4516·5	0·6150	0·2112	0·4674	0·471
2922·0	0·4039	0·1387	0·4745	

Chlor.

Aus einer Wassermenge in Kubikcent.	Chlorsilber Grm.	Entsprechend Chlor Grm.	Für 10.000 Gewichtstheile	
			nach den Einzelbestimmungen	im Mittel
1660·5	0·0700	0·0173	0·1041	0·107
2922·0	0·1305	0·0323	0·1105	

Phosphorsäure und Thonerde.

Aus einer Wassermenge in Kubikcent.	Basischphosphorsaure Thonerde Grm.	Pyrophosphoraure Magnesia Grm.	Entsprechend		Für 10.000 Gewichtstheile	
			Phosphorsäure Grm.	Thonerde Grm.	Phosphorsäure	Thonerde
21015·7	0·0139	0·0125	0·0161	0·0058	0·0077	0·0028

Eisenoxydul.

Aus einer Wassermenge in Kubikcent.	Eisensulfür Grm.	Entsprechend Eisenoxydul Grm.	Für 10.000 Gewichtstheile	
			nach den Einzelbestimmungen	im Mittel
6175·0	. . .	0·0202	0·0327	0·035
21015·7	0·0974	0·0797	0·0379	

Manganoxydul.

Aus einer Wassermenge in Kubikcent.	Mangansulfür Grm.	Entsprechend Manganoxydul Grm.	Für 10·000 Gewichtstheile
21015·7	0·0164	0·0134	0·0064

Kalk.

Aus einer Wassermenge in Kubikcent.	Kohlensaurer Kalk Grm.	Schwefelsaurer Kalk Grm.	Entsprechend Kalk Grm.	Für 10.000 Gewichtstheile	
				nach den Einzelbestimmungen	im Mittel
6175·0	. . .	2·1913	0·9023	1·4606	1·454
5658·0	1·4636	. . .	0·8196	1·4479	

Magnesia.

Aus einer Wassermenge in Kubikcent.	Pyrophosphorsaure Magnesia Grm.	Entsprechend Magnesia Grm.	Für 10.000 Gewichtstheile	
			nach den Einzelbestimmungen	im Mittel
6175·0	0·1841	0·0663	0·1073	0·109
5658·0	0·1738	0·0626	0·1106	

Kali und Natron.

Aus einer Wassermenge in Kubikc.	Chlorkalium und Chlornatrium Grm.	Kaliumplatinchlorid Grm.	Entsprechend		Für 10.000 Gewichtstheile			
			Kali Grm.	Natron Grm.	nach den Einzelbestimmungen		im Mittel	
					Kali	Natron	Kali	Natron
5658·0	0·1820	0·0751	0·0145	0·0844	0·0256	0·1491	0·027	0·144
6175·0	0·1887	0·0916	0·0177	0·0853	0·0287	0·1381		

Lithion.

Aus einer Wassermenge in Kubikcent.	Basischphosphorsaures Lithion Grm.	Entsprechend Lithion Grm.	Für 10.000 Gewichtstheile
21015·7	0·0080	0·0031	0·0015

Schwefelwasserstoff.

Aus einer Wassermenge in Kubikcent.	Schwefelsaurer Baryt Grm.	Entsprechend Schwefelwasserstoff Grm.	Für 10.000 Gewichtstheile	
			nach den Einzelbestimmungen	im Mittel
3251·0	0·040	0·0058	0·0178	0·018
Schwefelwasserstoff an der Quelle mit Jod titrirt			0·0190	

Organische Substanz.

Aus einer Wassermenge in Kubikcent.	Organische Substanz Grm.	Für 10.000 Gewichtstheile	
		nach den Einzelbestimmungen	im Mittel
1500	0·0358	0·2386	0·253
1500	0·0400	0·2666	

Kalk, welcher beim Kochen des Wassers gelöst bleibt.

Aus einer Wassermenge in Kubikcent.	Kohlensaurer Kalk Grm.	Entspricht Kalk		Für 10.000 Gewichtstheile
		nach den Einzelbestimmungen Grm.	im Mittel Grm.	
1500	0·0586	0·0328	0·0348	0·232
1500	0·0656	0·0367		

Summe der fixen Bestandtheile.

Aus einer Wassermenge in Grm.	Rückstand		Für 10.000 Gewichtstheile			
	bei 180° C. getrocknet Grm.	in schwefelsaure Verbindungen verwandelt Grm.	bei 180° C. getrocknet		in schwefelsaure Verbindungen verwandelt	
			nach den Einzelbestimmungen	im Mittel	nach den Einzelbestimmungen	im Mittel
1385·030	0·5063	0·6188	3·6555	3·667	4·4678	4·456
1404·262	0·5165	0·6240	3·6781		4·4436	

In 10.000 Gewichtstheilen der „Someraubad"-Quelle sind somit im Mittel enthalten:

Kohlensäure . . . . 3·461,
Kieselsäure . . . . 0·106,
Schwefelsäure . . . . . . 0·471,
Chlor . . . . 0·107,
Phosphorsäure . . . . . 0·0077,
Thonerde . . . . 0·0028,
Eisenoxydul . . . . 0·035,
Manganoxydul . . . . . . 0·0064,
Kalk . . . . 1·454,
Magnesia . . . . 0·109,
Kali . . . . 0·027,
Natron . . . . 0·144,
Lithion . . . . 0·0015,
Organische Substanz . . . 0·253,
Schwefelwasserstoff . . . 0·018,

Summe der fixen Bestandtheile, berechnet . . 3·755,
„ „ „ „ gefunden . . 3·667,
Summe der schwefelsauren Verbindungen, berechnet . . 4·416,
„ „ „ „ gefunden . . 4·456.

Weil sich aus dem Quellwasser kein freies Gas entbindet, so wurde nur nach der Ermittlung jener Gase geforscht, welche das Quellwasser aufgelöst enthält. Die angestellten Versuche mit dem gewonnenen Gasgemenge, welches auf gleiche Weise wie bei den „Töplitzer" Quellen durch Auskochen der an der Quelle gefüllten Ballons entbunden, in einem kleinen Quecksilbergasometer aufgesammelt und gemessen wurde, lieferten folgendes Analysenschema:

Inhalt des Auskochkolbens in Kubikcent.	Abgelesenes Volumen des gewonnenen Gasgemenges in Kubikcent.		Druck in Meter	Temperatur in C.°	Volum auf 0° und 1m Druck reducirt in Kubikcent.	Entsprechend für 10.000 Gewichtstheile in Kubikcent.	
						nach den Einzelnbestimmungen	im Mittel
1000	I	93·44	0·6129	7°	55·838	558·134	560·68
985·0	II	81·92	0·6976	8·1°	55·502	563·224	

Proben des Gases I im Eudiometer nach Bunsen's gasometrischen Methoden untersucht ergaben:

	Abgelesenes Volumen in Kubikcent.	Druck	Temperatur	Volumen bei 0° und 1m Druck Kubikcent.
Anfangsvolumen	61·2782	0m4358	7°	26·0377
Nach Absorption des Schwefelwasserstoffs	61·0551	0·4319	6·7°	25·7374
Nach Absorption der Kohlensäure .	43·1195	0·3384	7·5°	14·2015
Nach Absorption des Sauerstoffs .	43·0828	0·3383	7·5°	14·1852
Nach Zusatz von Sauerstoff . . .	48·0216	0·3633	8·5°	16·9200
Nach der Explosion mit elektrolytischem Knallgas	47·7088	0·3622	7°	16·8483

Dies entspricht, da die gefundenen Werthe für Sauerstoff und Wasserstoff innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler liegen:

Kohlensäure . . .	11·5359	Kubikcent. oder	44·304	Pct.
Schwefelwasserstoff	0·3003	„ „	1·153	„
Stickstoff	14·2015	„ „	54·543	„

Gasgemenge II ergab durch eudiometrische Analyse:

	Abgelesenes Volumen in Kubikcent.	Druck	Temperatur	Volumen bei 0° und 1m Druck Kubikcent.
Anfangsvolumen	98·836	0m5811	9·5°	55·504
Nach Absorption der Kohlensäure und des Schwefelwasserstoffs	68·489	0·4568	8·1°	30·385
Nach Absorption des Sauerstoffs .	68·884	0·4525	8·3°	30·251
Nach Zusatz von Sauerstoff . . .	nicht explodirt.			
Nach der Explosion mit elektrolytischem Knallgas	Gasstand blieb unverändert.			

Jodverbrauch zur Zersetzung des Schwefelwasserstoffs	5·7 Kubikcent,
„ beim Scheinversuch	0·2 „
Jod zur Bestimmung des Schwefelwasserstoffs	5·5 Kubikcent,
entsprechend Schwefelwasserstoff	0·00074 Grammen,
oder bei 0° und 1m Druck	0·487 Kubikcent.

Aus diesem Schema folgt, wenn man den resultirenden Werth für Sauerstoff aus oben angegebenen Gründen vernachlässigt:

Kohlensäure	24·632 Kubikcent.	oder	44·379 Pct.
Schwefelwasserstoff	0·487 „	„	0·877 „
Stickstoff	30·385 „	„	54·744 „

Das vom Wasser aufgenommene Gasgemenge besitzt also im Mittel die Zusammensetzung:

Kohlensäure	44·342 Pct.
Schwefelwasserstoff	1·015 „
Stickstoff	54·643 „

10.000 Gewichtstheile enthalten daher an diesen Gasen absorbirt:

Kohlensäure	248·62 Kubikcent.	bei 0° und 1m Druck,
Schwefelwasserstoff	5·69 „	
Stickgas	306·37 „	

entsprechend:

Kohlensäure	341·5 Kubikcent.	bei Quellentemperatur und 0·76 Druck.
Schwefelwasserstoff	7·8 „	
Stickgas	420·8 „	

Aus der Gruppirung der durch die quantitative Analyse gefundenen Säuren und Basen nach ihren nächsten chemischen Verwandtschaften zu Salzen, resultirt unter Berücksichtigung der durch die gasanalytische Untersuchung gewonnenen Resultate folgendes Zusammensetzungsschema der „Someraubad“-Quelle, für 10.000 Gewichtstheile und 1 Wiener Pfund gerechnet:

Zusammenstellung der analytischen Resultate.

Bestandtheile		Gehalt der Someraubadquelle in 10.000 Gewichtstheilen	Gehalt der Someraubadquelle in 1 Wiener Pfund = 7680 Gran
		Gewichtstheile	Gran
feste	Schwefelsaures Kali . . .	0·050	0·038
feste	Schwefelsaures Natron . .	0·208	0·160
feste	Phosphorsaures Natron . .	0·0088	0·0068
feste	Chlornatrium	0·092	0·071
feste	Chlorlithium	0·0042	0·0032
feste	Chlormagnesium	0·063	0·048
feste	Kohlensaure Magnesia . .	0·172	0·132
feste	Schwefelsaurer Kalk . . .	0·563	0·432
feste	Kohlensaurer Kalk	2·182	1·676
feste	Phosphorsaure Thonerde .	0·0067	0·0051
feste	Kohlensaures Eisenoxydul .	0·056	0·043
feste	Kohlensaures Manganoxydul	0·0104	0·008
feste	Kieselsäure	0·106	0·081
feste	Organische Substanz . . .	0·253	0·194
gasförmige, im Ganzen, dem Gewichte nach	Halbgebundene Kohlensäure	1·075	0·826
gasförmige, im Ganzen, dem Gewichte nach	Freie Kohlensäure	1·311	1·007
gasförmige, im Ganzen, dem Gewichte nach	Schwefelwasserstoff . . .	0·018	0·014
		Kubikcent.	Kubikzoll
gasförmige, im Ganzen, dem Volumen nach bei Quellentemperatur 0m76 Druck	Halbgebundene Kohlensäure	570·6 } 1266·5	53·21
gasförmige, im Ganzen, dem Volumen nach bei Quellentemperatur 0m76 Druck	Freie Kohlensäure	695·9	
gasförmige, im Ganzen, dem Volumen nach bei Quellentemperatur 0m76 Druck	Schwefelwasserstoffgas [1]) .	12·4	0·52
gasförmige, im Ganzen, dem Volumen nach bei Quellentemperatur 0m76 Druck	Stickgas	420·8	17·68
		Kubikcent.	Kubikzoll
gasförmige, Producte, die das Wasser beim Kochen abgibt, dem Volumen nach bei Quellentemperatur 0m76 Druck	Kohlensaures Gas	341·5	14·35
gasförmige, Producte, die das Wasser beim Kochen abgibt, dem Volumen nach bei Quellentemperatur 0m76 Druck	Schwefelwasserstoffgas . .	7·8	0·33
gasförmige, Producte, die das Wasser beim Kochen abgibt, dem Volumen nach bei Quellentemperatur 0m76 Druck	Stickgas	420·8	17·68
		Gewichtstheile	Gran
	Summe der fixen Bestandtheile	3·667	2·816

[1]) Nach Bunsen 1 Litre Schwefelwasserstoff bei 0° und 0m76 Druck = 1·51991 Grm

Anmerkung. Nach Bunsen ist der Absorptionscoëfficient des Wassers für Stickgas bei normalem Druck und 12° C. = 0·01549. Dem entspricht eine Sättigungs-

Am Schlusse unserer Arbeit erlauben wir uns, vor Allem der erlauchten Frau Gräfin v. Hatzfeld, so wie allen jenen Herren, die uns bei unserem Unternehmen freundliche Unterstützung gewährten, an dieser Stelle unseren tiefen, öffentlichen Dank zu sagen.

---

capacität des unter 1 Atmosphärendruck stehenden Quellwassers für 10.000 Gewichtstheile mit 155 Kubikcent. Stickgas.

Die in der Tabelle aufgenommene Ziffer scheint also zu hoch, läßt sich auch kaum durch die Annahme beim Kochen vorsichgehender Zersetzung organischer Verbindungen rechtfertigen?

Chemische Analyse der Quelle des Johannisbades in Baden bei Wien.

Von Dr. Coleman Hidegh.

(Ausgeführt im chemischen Laboratorium des Herrn Professors Redtenbacher.)

Unter den Thermen Badens rechnet man seit lange die des Johannisbades zu den heilkräftigsten, dieselbe kommt in der Stadt selbst zu Tage.

Die Badner Quellen treten zwischen dem marinen tertiären Tegel hervor, welcher den Untergrund der Stadt bildet. Sie liegen so wie die Quellen von Vöslau auf der Linie, welche die Grenze der alpinen Kalkzone gegen das Tertiärland und die jüngsten Bildungen im Wiener Becken bezeichnet. Während sich, im Westen das Helenenthal einschließend, die Kalke und Dolomite der Trias-, Lias- und Juraformation erheben, im Südwesten und Norden der Zug anlagernden Conglomerate und des Leithakalkes fortsetzt; breiten sich gegen Osten die tertiären Tegel und die jüngeren Schotterablagerungen und Anschwemmungen der Flüsse aus.

In dem Tegel finden sich häufig Knollen von Gyps so wie von Eisen und es dürfte der Gehalt an Schwefelwasserstoff bei den Quellen wohl auf Rechnung von Veränderungen zu setzen sein, welche durch dieses Vorkommen bezeichnet werden.

Die Quelle des Johannisbades wird gleich den übrigen Badner Thermen von einem gemauerten mit Holz verkleideten Bassin aufgenommen, dessen hölzerner Boden aus vielfach durchlöcherten Brettern besteht. In einer Wand des Bassins befindet sich eine verschließbare Öffnung, durch welche der Abfluß des Wassers geregelt werden kann.

Die Temperatur der Quelle wurde am 15. November 1865 mit einem Normal-Thermometer zu 32° C. bei einer Lufttemperatur von 7° C. bestimmt.

Das Thermalwasser ist im Bassin vollkommen klar, von starkem Geruch nach Schwefelwasserstoff und besitzt einen faden hepatischen Geschmack; beim längeren Stehen verliert es seinen Geruch und erhält einen weißen Absatz von ausgeschiedenem Schwefel.

Die Reaction des Wassers, wie es aus der Quelle geschöpft wird, ist schwach sauer, nach dem Kochen alkalisch.

Durch die qualitative Untersuchung wurden nachgewiesen:

Kieselsäure, Kohlensäure, Schwefelsäure, Phosphorsäure, Chlor, Schwefelwasserstoff, Eisenoxyd, Thonerde, Kalk, Magnesia, Kali, Natron, Lithion. Mit Nitroprussidnatrium versetzt, entsteht eine blauviolette Färbung, wodurch die Gegenwart von Schwefelalkalien constatirt ist.

Die Prüfung auf Ammoniak nach der Methode von Boussingoult wurden wiederholt mit 3 Litres Wasser vorgenommen, ergab jedoch ein negatives Resultat; ebenso wurde durch die Reaction mit Brucin die Abwesenheit der Salpetersäure constatirt.

Vom Grunde der Quelle entwickeln sich reichlich Gasblasen welche in Maßen emporsteigen, es wurden mehrere Röhren mit diesen Gasen unter Beobachtung der nothwendigen Sorgfalt gefüllt, zugeschmolzen, und nachher gasanalytisch nach der Methode von Bunsen untersucht; ebenso wurden auch die in dem Wasser gelösten Gase durch Auskochen gewonnen und der Analyse unterzogen.

Die quantitativen Bestimmungen wurden theils auf gewichtsanalytischem, theils auf volumetrischem Wege ausgeführt.

Das specifische Gewicht des Wassers wurde mit dem Piknometer bestimmt, und bei zwei Versuchen zu 1·00174 und 1·00166 im Mittel- 1·0017 gefunden.

Die Bestimmung der Kohlensäure geschah, indem an der Quelle gemessene Quantitäten des Wassers in gut verschließbare Kolben über Chlorcalcium und Ätzkalk gefüllt wurden; und der entstandene Niederschlag hierauf im Laboratorium mit Chlorwasserstoffsäure nach der Mulder'schen Methode zerlegt wurde.

Zur Bestimmung des Schwefelwasserstoffes wurden an der Quelle selbst maßanalytische Versuche mit Jodlösung ausgeführt, anderseits gemessene Wassermengen über saure Chlorcadmiumlösung in hermetisch zu verschließende Flaschen gebracht, und der entstandene Niederschlag von Schwefelcadmium im Laboratorium in Salpetersäure gelöst, der Schwefel als schwefelsaurer Baryt bestimmt.

Da nach diesen beiden Methoden gleiche Resultate erhalten wurden, so geht daraus hervor, daß in dem Wasser keine unterschwefligsauren Salze enthalten sind; es wurde dieß auch noch dadurch constatirt, daß frischgeschöpftes Wasser mit essigsaurem Zinkoxyd versetzt, filtrirt, nach Zugabe von salpetersaurem Silberoxyd einen rein weißen Niederschlag lieferte, der auch beim Erwärmen unverändert blieb.

Um die Menge der Schwefelalkalien zu finden, wurden bekannte Quantitäten des Thermalwassers in Kolben gebracht, welche mit doppeltdurchbohrtem Korke versehen waren und nun so lange durch Kalilauge und Quecksilberchlorid gereinigtes Wasserstoffgas durchgeleitet, bis die entweichenden Gasblasen Jodstärke nicht entfärbten. Im Rückstande wurde dann der gebundene Schwefelwasserstoff durch Titriren mit Jodlösung bestimmt.

Kieselsäure, Schwefelsäure, Chlor, Eisenoxyd, Kalk, wurden nach den allgemein üblichen Methoden getrennt und abgeschieden, die gewogenen Verbindungen stets mit Sorgfalt auf ihre Reinheit untersucht.

Die Trennung der Magnesia von den Alkalien geschah mit Barytwasser oder, in einem zweiten Falle mit phosphorsaurem Ammoniak. Immer wurden die Alkalien zuerst als Chloride zusammen bestimmt und hierauf mit Platinchlorid getrennt.

Phosphorsäure, Thonerde, Eisenoxyd, Lithion wurden aus dem Abdampfrückstande von zwölf Litres bestimmt, das Eisen als Eisensulfür gewogen; die Thonerde abgeschieden, der Überschuß der Phosphorsäure als pyrophosphorsaure Magnesia gewogen; das Lithion als phosphorsaures Lithion bestimmt. Bei dieser Gelegenheit wurde auch auf Baryt und Strontian gesucht, jedoch ohne Erfolg.

Zur Bestimmung der nicht flüchtigen organischen Substanzen wurden gewogene Quantitäten des Wassers mit kohlensaurem Natron bis zur alkalischen Reaction versetzt, eingedampft, der Rückstand in wenig Wasser gelöst, von den ausgeschiedenen kohlensauren Erden abfiltrirt, eingedampft, bei 140° getrocknet und dann der Glühverlust bestimmt, welcher als organische Substanz in Rechnung gebracht ist.

Zur Controle für die Richtigkeit der einzelnen Bestimmungen wurden gewogene Wassermengen vorsichtig eingedampft, der Rückstand bei 160° C. getrocknet, die Summe der fixen Bestandtheile ermittelt, und hierauf durch Zusatz von Chlorwasserstoffsäure und

Schwefelsäure in schwefelsaure Salze verwandelt, eingedampft und zur Vertreibung der überschüssigen Säure gelinde geglüht und wieder gewogen.

Die Resultate der verschiedenen analytischen Bestimmungen ergeben sich aus den folgenden Tabellen:

Kohlensäure.

Wassermenge in Grammen	Kohlensäure	Für 10.000 Theile	Mittel
271·38	0·0765	2·818	2·818
271·38	0·0765	2·818	

Schwefelwasserstoff.

A. Durch Titriren mit Jodlösung an der Quelle.

1 CC. Jodlösung = 0·0009337 Grm. Jod.

Wassermenge in Grammen	Verbrauchte Jodlösung	Entspricht SH	Für 10.000 Theile	Mittel
500·8	58·0 CC	0·00709	0·141	0·141
500·8	57·8 CC	0·00707	0·141	
500·8	58·0 CC	0·00709	0·141	

Schwefelwasserstoff.

B. Mittelst Chlorcadmium.

Wassermenge in Grammen	Gibt schwefelsauren Baryt	Entspricht SH	Für 10.000 Theile	Mittel
1273·1	0·121	0·0176	0·139	0·140
1273·1	0·124	0·0181	0·142	

Gebundener Schwefelwasserstoff.

1 CC. Jodlösung = 0·000973 Grm. Jod.

Wassermenge in Grammen	Nach dem Durchleiten von Wasserstoff verbrauchte Jodlösung	Entspricht SH	F 10.000 Theile	Mittel
657·8	23·0 CC	0·003	0·0455	0·0439
656·6	20·9 CC	0·0028	0·0424	

Schwefelsäure.

Wassermenge in Grammen	Gibt schwefelsauren Baryt	Entspricht Schwefelsäure	Für 10.000 Theile	Mittel
1001·7	1·776	0·6098	6·087	6·082
1001·7	1·773	0·6087	6·077	

Chlor.

Wassermenge in Grammen	Gibt Chlorsilber	Entspricht Chlor	Für 10.000 Theile	Mittel
1001·7	1·282	0·317	3·166	3.152
1001·7	1·2705	0·314	3·138	

Kieselsäure.

Wassermenge in Grammen	Gibt Kieselsäure	Für 10.000 Theile	Mittel
4310·4	0·106	0·2459	0·242
4581·9	0·1091	0·2381	

Eisenoxyd.

Wassermenge in Grammen	Gibt Eisensulfür	Eisenoxyd	Für 10.000 Theile	Mittel
12020·4	0·0175	0·0159	0·013	0·012
4310·4	—	0·0047	0·011	

Gesammt-Kalk.

Wassermenge in Grammen	Gibt kohlensauren Kalk	Entspricht Kalk	Für 10.000 Theile	Mittel
1001·7	0·7065	0·3956	3·949	3·964
1001·7	0·712	0·3987	3·980	

Kalk, welcher beim Kochen gelöst bleibt.

Wassermenge in Grammen	Gibt schwefelsauren Kalk	Entspricht Kalk	Für 10.000 Theile	Mittel
1001·7	0·732	0·3014	3·009	2·969
1001·7	0·7125	0·2934	2·929	

Magnesia.

Wassermenge in Grammen	Gibt pyrophosphorsaure Magnesia	Entspricht Magnesia	Für 10.000 Theile	Mittel
3972·7	1·3655	0·492	1·248	1·257
4582·0	1·6385	0·590	1·266	

Alkalien.

Wassermenge in Grammen	Gibt KCl + NaCl	Gibt KCl, $PtCl_2$	Entspricht für 10.000 Theile		Mittel	
			Kali	Natron	Kali	Natron
4310·4	2·1698	0·5372	0·2402	2·4658	0·224	2·429
3972·7	1·9238	0·4415	0·2077	2·3919		

Lithion.

Wassermenge in Grammen	Gibt phosphorsaures Lithion	Entspricht Lithion	Für 10.000 Theile
12020·4	0·0196	0·0076	0·006

Phosphorsäure.

Wassermenge in Grammen	Gibt phosphorsaure Thonerde	Gibt pyrophosphorsaure Magnesia	Entspricht Phosphorsäure für 10.000 Theile
12020·4	0·0088	0·0016	0·005

Thonerde.

Wassermenge in Grammen	Gibt phosphorsaure Thonerde	Entspricht Thonerde	Für 10.000 Theile
12020·4	0·0088	0·0037	0·003

Organische Substanz.

Wassermenge in Grammen	Glühverlust des bei 140° C. getrockneten Rückstandes	Für 10.000 Theile	Mittel
1423·4	0·126	0·885	0·864
1402·6	0·1184	0·844	

26*

Summe der fixen Bestandtheile.

Wassermenge in Grammen	Abdampfrückstand bei 160° C. getrocknet	Als Sulfate gewogen	Für 10.000 Theile			
			Abdampfrückstand	Mittel	Sulfate	Mittel
532·6	0·963	1·039	18·081	18·089	19·507	19·530
617·0	1·1166	1·2065	18·096		19·552	

Zusammenstellung der Mittelwerthe

für 10.000 Theile.

	Johannisbad	Quelle im Sauerhofe	Frauenquelle [1])
Kieselsäure	0·242	0·357	0·226
Schwefelsäure	6·082	6·634	6·506
Phosphorsäure	0·005	—	—
Chlor	3·152	3·800	3·595
Schwefelwasserstoff frei	0·095	0·125	0·143
Schwefelwasserstoff gebunden	0·044		
Eisenoxyd	0·012	0·0195	0·0007
Thonerde	0·003	0·0105	0·0064
Kalk	3·964	4·413	4·100
Magnesia	1·257	1·080	1·331
Kali	0·224	0·242	0·196
Natron	2·429	2·736	2·696
Lithion	0·006	0·011	0·005
Organische Substanz	0·864	0·392	0·415
Kohlensäure gebunden	0·979	2·130	2·630
Kohlensäure halbgebunden	0·979		
Kohlensäure frei	0·860		
Summe der fixen Bestandtheile berechnet	18·088	19·762	19·304
Specifisches Gewicht	1·0017	1·0018	1·0018

[1]) Da von einigen der Badner Quellen aus der letzten Zeit Analysen vorliegen, so dürfte es von Interesse sein, die Resultate derselben mit denen des Johannisbades zu vergleichen. Es folgen die Resultate der Analyse der Quelle im Sauerhofe von den Herren Obltnts. Podzimek und Travniček und die der Frauenquelle von den Herren Obltnts. Exner und Kotrtsch.

Wenn die gefundenen elektronegativen und elektropositiven Bestandtheile zu Salzen gruppirt werden unter Berücksichtigung der vorherrschenden chemischen Verwandtschaften und der beim Kochen des Wassers sich abscheidenden Salze, so erhält man für das Wasser folgende Zusammensetzung:

Bestandtheile	In 10.000 Theilen sind enthalten	In einem Wiener Pfunde (= 7680 Granen) sind enthalten
Schwefelnatrium	0·101	0·0776
Schwefelsaures Kali	0·414	0·3180
Schwefelsaures Natron	5·380	4·1318
Schwefelsaures Lithion	0·022	0·0169
Schwefelsaurer Kalk	4·836	3·7140
Chlorcalcium	1·937	1·4876
Chlormagnesium	2·560	1·9661
Kohlensaurer Kalk	1·777	1·3647
Kohlensaure Magnesia	0·376	0·2888
Eisenoxyd	0·013	0·0100
Thonerde und Phosphorsäure	0·008	0·0061
Kieselsäure	0·242	0·1858
Organische Substanz	0·864	0·6635
Kohlensäure halbgebunden	0·979	0·7519
Kohlensäure frei	0·860	0·6605
Schwefelwasserstoff	0·095	0·0730
Summe der fixen Bestandtheile berechnet	18·088	13·8915
Summe der fixen Bestandtheile gefunden	18·530	14·2310
Als schwefelsaure Salze berechnet	19·659	15·0981
Als schwefelsaure Salze gefunden	19·524	14·9944
Freie Kohlensäure bei normalem Luftdrucke und Quellentemperatur	488.4 CC	1·49 Cb.Z.
Schwefelwasserstoff bei normalem Luftdrucke und Quellentemperatur	69·82	0·295 C.Z.

Die aus dem Wasser frei sich entwickelnden Gase wurden nach den Methoden von Bunsen untersucht, und dabei folgende Resultate erhalten:

(Sämmtliche Volumina sind auf 1 Meter Druck und 0° C. berechnet).

Nach der Gasfüllung	= 138·32	Volum.
Nach der Absorption des Schwefelwasserstoffes	= 138·32	„
„ „ „ der Kohlensäure	= 135·76	„
„ „ „ des Sauerstoffes	= 135·04	„
„ Zusatz von Sauerstoff	= 146·47	„
„ Zugabe von Knallgas und Verpuffung	= 146·39	„

woraus sich folgende Zusammensetzung für 100 Volumina des Gases ergibt:

Kohlensäure	= 1·90
Sauerstoff	= 0·52
Stickgas	= 97·58

Gase, welche durch Auskochen aus dem Wasser erhalten wurden. (auf 1 Meter Druck und 0° C. reducirt.)

Nach der Gasfüllung	86·21
„ Absorption des Schwefelwasserstoffes	84·70
„ der Absorption der Kohlensäure	41·97
„ „ „ des Sauerstoffes	40·72
„ Zugabe von Sauerstoff	62·47
„ „ „ Knallgas und Verpuffung	62·39

gibt in den 86·21 Volum.: (1 Vol. = 0·215 CC.)

Schwefelwasserstoff	= 1·51	Volum	= 0·324 CC
Kohlensäure	= 42·73	„	= 9·186 „
Sauerstoff	= 1·25	„	= 0·269 „
Stickgas	= 40·72	„	= 8·754 „

10000 CC. des Wassers geben beim Auskochen:

Schwefelwasserstoff	= 3·60 CC.
Kohlensäure	= 101·95 „
Sauerstoff	= 2·99 „
Stickgas	= 9·71 „

Über Schwefelallyl.

Von Dr. E. Ludwig.

Als Wertheim aus dem Knoblauchöle das Schwefelallyl darstellte und dessen Eigenschaften studirte, lenkte er seine Aufmerksamkeit besonders auf jene Reactionen, welche es mit den Salzen der edlen Metalle eingeht [1]). Unter diesen Reactionen ist wohl die mit salpetersaurem Silber die interessanteste, weil aus ihr eine deutlich krystallisirte Verbindung resultirt, die stets in ihrer Zusammensetzung constant ist und sich deßhalb für die weitere Untersuchung gut eignet.

Nach Wertheim gibt rohes Knoblauchöl mit einer alkoholischen Lösung von salpetersaurem Silber zusammengebracht, einen weißen krystallinischen Niederschlag, gleichzeitig scheidet sich Schwefelsilber aus und die Flüßigkeit nimmt saure Reaction an. Den krystallinischen Niederschlag bezeichnete Wertheim als „salpetersaures Silberoxyd-Allyloxyd“ und erklärte die Reaction so, daß salpetersaures Silber und Schwefelallyl Schwefelsilber, freie Salpetersäure und Allyloxyd geben, welches letztere sich mit dem noch vorhandenen salpetersauren Silber vereinigt.

Dieses Allyl-Silbersalz ist in Ammoniak löslich unter Abscheidung eines farblosen Öles, welches Wertheim als Allyloxyd bezeichnete, wegen Mangel an Material aber nicht weiter untersuchen konnte.

Es war von Interesse, zu ermitteln, ob dieses Allyloxyd mit dem von Hofmann und Cahours durch Einwirkung von Jodallyl auf Silberoxyd dargestellten Allyläther [2]) identisch sei und ich unter-

---

1) Annal. d. Chem. u. Pharm. Bd. LI, 289.

2) Annal. d. Chem. u. Pharm. Bd. CII, 390.

nahm daher auf Anregung des Herrn Professors Redtenbacher die folgenden Versuche:

Zunächst wurde aus Jodallyl und Schwefelkalium Schwefelallyl bereitet und in eine weingeistige Lösung von salpetersaurem Silber eingetragen: es entstand sofort ein weißer krystallinischer Niederschlag, dem nur sehr kleine Mengen brauner Flocken folgten, die sich selbst nach mehreren Wochen nicht vermehrten; dabei reagirte die Flüssigkeit schwach sauer.

Der krystallinische Niederschlag wurde wiederholt in heissem Alkohol gelöst und umkrystallisirt und die erhaltenen schönen Nadeln der ganz reinen Verbindung über Schwefelsäure im Vacuum getrocknet.

Um zu constatiren, daß die Silberverbindung salpetersaures Silber-Allyloxyd sei, wurden einige Silberbestimmungen vorgenommen, indem gewogene Mengen im bedeckten Porzellantiegel durch gelindes Erwärmen zuerst ruhig abbrennen gelassen und dann bei Luftzutritt so lange geglüht wurden, bis alles kohlige verbrannt war; den Glührückstand nahm ich, so wie es auch Wertheim gethan, als Silber in Rechnung und die gewonnenen Resultate stimmten, wie die folgenden Zahlen zeigen, sehr gut zusammen.

I. 0·4855 Grm. gaben 0·2385 metall. Silber
II. 0·506 „ „ 0·249 „ „

Wertheim's Formel: C_6H_5O, AgO, NO_5 verlangt:	Gefunden		
	von Wertheim	von mir	
		I	II
C_6 — 36—16·43	—	—	—
H_5 — ·5— 2·28	—	—	—
N — 14— 6·39	—	—	—
Ag — 108—49·32	49·21	49·12	49·31
O_7 — 56—25·58	—	—	—
219—100·00			

Von der Siberverbindung wurde nun eine grössere Menge in einem Kolben mit starker Ammoniakflüssigkeit übergossen, wobei sich wie dies Wertheim angibt, unter Erwärmung ein nahezu farbloses Öl abschied. Dieses wurde von der darunter stehenden Flüssigkeit abgehoben, mit Wasser wiederholt gewaschen und über geschmolzenes Chlorcalcium in ein gut zu verschliessendes Gefäß gebracht.

Nachdem die Flüssigkeit einige Tage so gestanden, wurde sie vom Chlorcalcium abgegossen und mit dem Thermometer rectificirt; ohne daß früher etwas überging, destillirte zwischen 139° C. und 141° C. fast alles ab.

Da der Allyläther nach Hofmann und Cahours bei 82° C. siedet und von den bekannten Allylverbindungen nur das Schwefelallyl den Kochpunkt von 140° C. hat, so lag der Gedanke nahe, daß das Destillat Schwefelallyl sei.

Einige Tropfen von dem rectificirten Öle wurden mit Salpetersäure oxydirt, die Flüssigkeit stark verdünnt und mit Chlorbaryum versetzt, wodurch sogleich starke Reaction auf Schwefelsäure eintrat. Es war also kein Zweifel mehr, daß das aus dem Silbersalze erhaltene Öl eine Schwefelverbindung sei und daß in dem Silbersalze ebenfalls Schwefel enthalten sein müsse, ein Versuch bestätigte diese Voraussetzung.

Das reine im Vacuum getrocknete Silbersalz wurde der Analyse unterzogen, die Kohlenstoff- und Wasserstoffbestimmung durch Verbrennen mit chromsaurem Bleioxyd unter gleichzeitiger Anwendung von metallischem Kupfer ausgeführt, die Bestimmung des Schwefels geschah nach der Methode von Carius.

Das Silber wurde in einigen Versuchen als Chlorsilber, in anderen als metallisches Silber gewogen. Im ersten Falle wurde die Silberverbindung mit Salpetersäure vollständig oxydirt, die Flüssigkeit verdünnt und das Silber als Chlorsilber abgeschieden.

Wird das Silbersalz erhitzt, so brennt es ab und beim Glühen bleibt ein weißer Rückstand, den man dem Aussehen nach für reines Silber halten muß. Bringt man denselben als Silber in Rechnung, so fallen die Resultate gegenüber den Chlorsilberbestimmungen viel zu hoch aus; welcher Umstand auf Unreinheit des rückständigen Silbers schließen ließ; es zeigte bei der Untersuchung die Auflösung dieses Silbers in Salpetersäure starke Reaction auf Schwefelsäure; und wenn der Glührückstand im Wasserstoffstrome geglüht wird, so färbt sich die Flamme blau und nach dieser Operation erst bleibt reines Silber zurück. Die auf diesem Wege erhaltenen Resultate stimmen mit den Chlorsilber-Bestimmungen ganz genau überein.

Die Resultate der einzelnen Versuche gaben Zahlen, welche zu der Formel $\mathrm{C_6H_{10}SN_2Ag_2O_6}$ führen.

I.	0·9755	Grm. gaben	0·614	Grm.	Chlorsilber.
II.	0·9055	„ „	0·4295	„	Silber.
III.	0·4325	„ „	0.2685	„	Chlorsilber und 0·0025 Silber.
IV.	0·537	„ „	0·278	„	schwefelsauren Baryt.
V.	0·575	„ „	0·339	„	Kohlensäure und 0·133 Wasser.

Berechnet			Gefunden				
			I	II	III	IV	V
C_6	72	15·86	—	—	—	—	16·08
H_{10}	10	2·20	—	—	—	—	2·57
S	32	7·05	—	—	—	7·11	—
N_2	28	6·17	—	—	—	—	—
Ag_2	215·94	47·57	47·38	47·43	47·3	—	—
O_6	96	21·5	—	—	—	—	—
	453·94	100·00					

Das aus dem Silbersalze durch Ammoniak abgeschiedene Öl wurde sogleich nach der Destillation in Kügelchen gefüllt und diese zugeschmolzen, um Oxydation zu verhüten.

Bei der Analyse erwies es sich als reines Schwefelallyl, Kohlenstoff und Wasserstoff wurden durch Verbrennen mit chromsaurem Bleioxyd gefunden, der Schwefel nach Carius bestimmt.

I.	0·428	Grm. gaben	0·9965	Kohlensäure und 0·345 Wasser
II.	0·195	„ „	0·154	Wasser
III.	0·4995	„ „	1·013	schwefelsauren Baryt
IV.	0·304	„ „	0·598	schwefelsauren Baryt.

$C_6H_{10}S$ verlangt			Gefunden			
			I	II	III	IV
C_6	72	63·16	63·50	—	—	—
H_{10}	10	8·77	8·95	8·77	—	—
S	32	28·07	—	—	27·85	27·0
	114	100·00				

Die Bestimmung der Dampfdichte nach der Methode von Dumas gab folgende Zahlen:

Gewicht des mit Luft gefüllten Ballons	15·5285
„ „ „ Dampf gefüllten Ballons	15·7755
Temperatur der Wage	15·5° C.
Barometerstand	727·7 Millim.
Rauminhalt des Ballons	127·7 C. C.
Volumen der zurückgebliebenen Luft	0·4 C. C.

Berechnete Dampfdichte aus der Formel $C_6 H_{10} S$	Gefundene Dampfdichte
3·939	4·18

Aus diesen Versuchen geht hervor, daß bei der Einwirkung von Schwefelallyl auf salpetersaures Silber sich ein Molecül des ersteren direct mit zwei Molecülen des letzteren vereinigt, und daß die dabei entstehende krystallinische Verbindung salpetersaures Silber-Schwefelallyl ist, welches durch die Formel $2 \left.\begin{matrix} Ag \\ NO_2 \end{matrix}\right\} O + \left.\begin{matrix} C_3H_5 \\ C_3H_5 \end{matrix}\right\} S$ ausgedrückt wird; das durch Ammoniak aus dieser Verbindung abgeschiedene Öl ist reines Schwefelallyl.

Daß Wertheim die Silberverbindung für salpetersaures Silberoxyd-Allyloxyd hielt, lässt sich aus dem Zusammentreffen mehrerer Umstände leicht erklären.

Erstens stand ihm nur Knoblauchöl zu Gebote, welches nebst einfach Schwefelallyl stets auch höhere Schwefelungsstufen enthält, durch welche letzteren das Auftreten von Schwefelsilber und auch der freien Salpetersäure bedingt ist. Bei meinen Versuchen zeigte sich ebenfalls etwas Schwefelsilber und freie Salpetersäure, da das Schwefelallyl, das zu den Versuchen benützt wurde, durch Oxydation wahrscheinlich kleine Mengen von höheren Schwefelungsstufen des Allyls enthielt.

Die Silberbestimmung, wie meine eigenen Versuche auch zeigen, fällt, wenn nicht im Wasserstoffstrome geglüht wird, immer zu hoch aus, und zwar so, daß sie für die von Wertheim angenommene Formel sehr gut paßt.

Da die Darstellung des Schwefelallyl's aus dem Knoblauchöle eine sehr mühsame Arbeit ist, und die Ausbeute so gering ausfällt, war es damals, als Wertheim seine Versuche anstellte, nicht möglich, die Untersuchungen in der Art auszudehnen, wie dies heute geschehen kann, wo man nach der Methode von Hofmann und Cahours sehr leicht Schwefelallyl ganz rein und in größerer Menge erhalten kann.

Die Beobachtung Wertheim's, daß das aus dem Silbersalze durch Ammoniak abgeschiedene Öl mit salpetersaurem Silber kein Schwefelsilber liefert, wird nun natürlich dadurch erklärt, daß das Öl reines Schwefelallyl ist, das, wie oben angeführt, mit salpetersaurem Silber sich direct verbindet.

Zum Schlusse führe ich noch einige Versuche an, die ich mit einem von Wertheim selbst aus Knoblauchöl und salpetersaurem Silber dargestellten Präparate ausführte, welches sich noch von der Zeit, wo Wertheim über Knoblauchöl arbeitete, in der Präparaten-Sammlung des Herrn Professors Redtenbacher findet.

Die erhaltenen Resultate stimmen mit denen, welche das zu meinen Versuchen verwendete Präparat gab, sehr gut überein.

I. 0·5855 Grm. gaben 0·277 Silber
II. 1·017 „ „ 0·496 schwefelsauren Baryt.

	Gefunden I	Gefunden II	Mittel aus den Analysen des von mir dargestellten Silbersalzes
Ag	47·31	—	47·37
S	—	6·70	7·11

Über die neuerlich auf der Insel Santorin Statt findenden vulcanischen Eruptionen.

Das hohe k. k. Ministerium des Äussern hat unter 25. Februar und 1. März der Akademie eine Reihe von Documenten über die gegenwärtig mit so großer Heftigkeit auftretenden vulcanischen Eruptionen auf der Insel Santorin zur Disposition gestellt. Am 3. März erhielt die Akademie eine weitere Mittheilung über dasselbe Phänomen von dem k. Consul in Syra, Herrn Dr. v. Hahn. Bei der Wichtigkeit des Gegenstandes und dem großen Interesse, welche diese merkwürdigen Erscheinungen in allen Kreisen erregen, wurde beschlossen, diese Mittheilungen in die Sitzungsberichte aufzunehmen, wenn sie auch noch keine erschöpfende Darstellung der bisherigen Entwickelung der Eruption enthalten; diese kann wohl erst später, und zwar von der wissenschaftlichen Commission, die von der griechischen Regierung nach Santorin entsendet wurde, erwartet werden.

Es folgt hier zuerst das Schreiben des Herrn v. Hahn aus Syra dd. 12. Februar 1866 an die Akademie, dann zwei Briefe des Med. Dr. Conte de Cigala vom 21. und 23. Jänner, welche jedoch, um Wiederholungen zu vermeiden, in einen Bericht zusammengezogen wurden, und endlich eine Stelle aus einem Schreiben des Eparchen von Thera an den Nomarchen der Kykladen vom 23. Jänner, die Fortsetzung dieses Berichtes enthaltend.

Syra, den 12. Februar 1866.

In der Anlage beehre ich mich mehrere von Augenzeugen verfaßte Berichte über den Wiederbeginn der seit dem Jahre 1707 ruhenden Thätigkeit des unterseeischen Vulcans der Insel Santorin in deutscher Übersetzung einzusenden, und einige Muster des Gesteins beizulegen, aus welchem die Neuhebung besteht.

Ich beschränke mich auf den Zusatz, daß die frühere Tiefe des Meeresbodens der betreffenden Stelle auf 7 Brazzen angegeben wird, welche für den Gesammtbetrag der bisherigen rückenartigen Hebung

eine Höhe von circa 120 Fuß, mithin durchschnittlich eine Hebung von 3—4 Fuß in 24 Stunden ergeben würde.

Ist es erlaubt auf die vorhandenen Berichte eine Vermuthung zu bauen, so fallen die vorliegenden Erscheinungen so ziemlich auf den wahrscheinlichen Mittelpunkt des in der Urzeit ins Meer gestürzten Vulcanes und wäre nun abzuwarten, ob es zur Bildung eines neuen Kraters kommen oder ob sich die Bewegung nur auf eine südliche Verlängerung des Vulcanrückens der vermuthlich im Jahre 1707 gehobenen Insel Nea Kammeni beschränken werde.

Wie man mir schreibt, ist der Director der Sternwarte zu Athen, Herr Julius Schmidt am 3. d. M. mit mehreren griechischen Gelehrten auf einem Kriegsdampfer an Ort und Stelle abgegangen.

. . . .

Hahn.

Der Bericht des Med. Dr. Conte de Cigala lautet wie folgt:

Eine sehr merkwürdige Naturerscheinung beschäftigt seit einigen Tagen die Einwohner von Thera, indem sich am 18. ein dumpfes unterirdisches Getöse auf der Insel „Nea Kammeni" hören ließ, namentlich an der „Vulcano" genannten Stelle, wo die Mineralquellen liegen. Zugleich lösten sich fast ununterbrochen Felsstücke von verschiedenen Stellen der Insel.

Am Morgen des 19. d. M. zeigten sich mehrere Risse an verschiedenen Häusern so wie auch im Erdboden, und selbst an dem neuerbauten Molo. Gegen Mittag wurde das unterirdische Getöse häufiger hörbar und von Zeit zu Zeit vernahm man schußähnliche Explosionen. Im „kleinen Hafen" (Vulcano), in welchen die Schiffe zur Reinigung ihres Kupferbeschlages einlaufen, zeigte sich das Wasser sehr bewegt und eine unzählige Menge von Blasen stieg vom Grunde auf. Zugleich zeigten sich auf der Seefläche und dem benachbarten Strande weisse Dämpfe, welche einen Geruch nach Schwefelwasserstoff verbreiteten. Am Nachmittage nahm das Sieden des Meeres zu und fing der Strandboden sich allmählich zu senken an.

Den 20. gegen 5 Uhr Morgens zeigte sich auf der Oberfläche des Meeres am östlichen Theil des „kleinen Hafens" eine Flamme, welche an ihrer Basis einen Umfang von 10 bis 15 Quadratellen hatte und etwa 4 bis 5 Ellen hoch war, deren Farbe genau der des gewöhnlichen Holzfeuers glich. Diese Flamme erlosch nach dem Verlauf von

einer Stunde. Ich begab mich daher mit dem Eparchen und einigen andern Personen an Ort und Stelle, um die Verhältnisse näher zu untersuchen. Wir bemerkten, daß die ganze Südwestseite der Insel Kammeni mit Erdrissen bedeckt war. Ein Riß namentlich, welcher bei dem Weststrande des Hafens St. Georg beginnt und gegen Osten geht, spaltet den kegelförmigen Hügel der Insel in zwei gleiche Theile und läuft fast durch die ganze Insel. Unzählige andere, theils von Osten nach Westen, theils von Norden nach Süden laufende Risse spalten an den meisten Stellen den Boden des südwestlichen Theiles der Insel. Dieser Boden, welcher nicht aus Erdschichten sondern aus Anhäufungen von Trümmern von Basaltgesteinen besteht, war stets vollkommen trocken und zum Anbaue ungeeignet. Jetzt aber zeigt er vier kleine Seen, welche mit vollkommen klarem und wohlschmeckendem Wasser gefüllt und in allmählicher Ausdehnung begriffen sind; denn wir maßen den größten derselben, welcher kaum 12 Quadratellen Ausdehnung hat, und fanden, daß nach Verlauf von 4 Stunden sein Wasser um 5 Centimeter gestiegen war. Als wir uns der Stelle der vulcanischen Thätigkeit näherten, nahmen wir einen Geruch nach Schwefelwasserstoff wahr, aus dem unterseeischen Boden stiegen weiße, erstickende Dämpfe und von Zeit zu Zeit auch niedrige Flammen von weißgrüner Farbe auf.

Der Erdboden bewegte sich zwar fortwährend, aber sehr leicht, und senkte sich unwahrnehmbar gegen den „kleinen Hafen“ zu. Diese Senkung des Bodens ist in dem westlichen Theile des kleinen Hafens weit bemerkbarer, als in dessen östlichem Theile; denn während bis 4 Uhr Nachmittags der östliche Theil nur eine Senkung von drei Ellen zeigte, betrug die Senkung des westlichen mehr als sechs. Diese Senkung geht, wie gesagt, allmählich und unwahrnehmbar vor sich; denn als wir die Oberfläche des Meeres im Augenblicke unseres Abganges maßen, zeigte der Boden des östlichen Theiles nur eine Senkung von 60 Centimetern. Das Meer war sehr unruhig und röthlich gefärbt; es hatte die gewöhnliche Temperatur, aber einen etwas mehr bitteren Geschmack als sonst. Die dem Sieden ähnliche Bewegung war sehr stark und rührte ohne Zweifel von reichen Quellen her, welche mit grosser Kraft von dem Grunde aufsteigen.

In der Nacht vom 21. auf den 22. war das Meer um Nea Kammeni weiß und milchartig, auf dessen Oberfläche und gegen den Strand des kleinen Hafens zu zeigten sich von Zeit zu Zeit Flammen

von rother Farbe, welche nur wenige Secunden dauerten. In dem Hafen St. Georg bildete sich eine heftige Strömung, welche unter Mitwirkung des wehenden Südwindes die dort geankerten Schiffe am Auslaufen verhinderte.

Am Morgen des 21. steigerte sich die Unruhe des Meeres bei Vulcano nicht nur durch die vulcanische Thätigkeit, sondern auch durch den herrschenden Südwind. In der Umgebung der Kammenischen Inseln war die Oberfläche des Meeres zum Theile grün, zum Theile veilchenblau, und behielt diese Färbung den ganzen Tag über bei. Die am Tage vorher gebildeten Seen hatten etwas an Ausdehnung zugenommen und weitere fünf bildeten sich, welche sämmtlich klares Wasser enthielten. Die allmähliche Senkung des Bodens dauerte an, aber an dem östlichen Theile des Hafens zeigte sie sich langsamer; denn sie wurde per Stunde kaum auf 10 Centimeter geschätzt. Die vorhandenen Risse erweiterten sich und es entstanden neue, doch beschränkten sie sich auf den Südtheil der Insel und überschritten den St. Georghafen nicht; das unterirdische Geräusch hielt an und es fehlte nicht an leichten zeitweisen Erschütterungen des um den Vulcan gelegenen Bodens. Die aufsiedende See wurde lau, ihre Bewegung war sehr stark, so daß sie jede Annäherung der Barken unmöglich machte. Der Schwefeldunst wurde von dem Südwinde bis nach der Stadt Thera getragen. Die Möven und andere Seevögel, welche sich in den zwei vorhergegangenen Tagen in Schwärmen zum Frasse der in dem Busen schwimmenden todten und halbtodten Fische versammelt hatten, erschienen an diesem Tage nicht mehr.

In der Nacht des 22. auf-den 23. zeigten sich mitunter Flammen bei dem kleinen Hafen und besonders an dessen westlichem Strande, von wo vom frühen Morgen an eine Wolke dichten weißen Dampfes mit pfeifendem Getöse aufstieg.

Der Boden fuhr fort sich mit derselben Langsamkeit zu senken. Die Risse, namentlich die an dem südlichen Theile des kegelförmigen Hügels befindlichen, erweiterten sich sichtbar.

Das in den Seen befindliche Wasser, mit Ausnahme eines einzigen, nahm einen salzigbitteren Geschmack an. Das Meer wurde bei Vulcano sehr heiß oder besser gesagt, siedend; auch die Felsen des benachbarten Strandes erhitzten sich. Das Sieden und die Hitze des Meeres erstreckte sich jenseits des „kleinen Hafens“ bis gegen seinen

westlichen Vorsprung, bei welchem der Mittelpunkt der vulcanischen Thätigkeit zu sein scheint. Auch die Färbung des Meeres dehnte sich fast über den ganzen Busen der Insel Thera aus.

Die verflossene Nacht nahmen die aufsteigenden Dämpfe und ihre Ausdünstung zu und mitunter zeigten sich auf der Oberfläche des Meeres bei Vulcano phosphorartige Feuerscheine.

In der Frühe, drei Stunden nach Mitternacht, zeigten sich Flammen rothen Feuers in dem Mittelpunkte der vulcanischen Thätigkeit und der Dampf wurde dichter und schwärzlicher. Diese Flammen senkten sich und dauerten im Ganzen $1 \frac{1}{2}$ Stunden; als sie erloschen, zeigte sich an derselben Stelle ein Hügel, welcher allmählich zunahm.

In dem Berichte des Eparchen von Thera an den Nomarchen der Kykladen, vom 23. Jänner 1866, heißt es:

. . . .

Um 3 Uhr Nachts stiegen Flammen aus dem Centrum der unterseeischen vulcanischen Thätigkeit auf und der Dampf wurde dichter und schwärzer. Die Flammen senkten sich allmählich und erloschen nach einer halben Stunde. Nach ihrem Verschwinden zeigte sich an dieser Stelle ein Hügel, der sich allmählich vergrößerte.

Der Doctor de Cigala besuchte denselben heute und berichtete darüber Folgendes:

Der Hügel bildete sich zur Insel aus, welchem er mit der Barke wegen der Erhitzung des Meeres nicht beikommen konnte. Vom Lande aus dagegen konnte er sich dem Ausbruche bis auf 10 Schritte nähern, da der aufsteigende Dampf durchaus nicht erstickend wirkt. Die Insel vergrößert sich so schnell, daß es dem Auge bemerklich wird. Sie steigt ohne das geringste Beben oder Zittern des Bodens auf. Man hört nur von Zeit zu Zeit ein unterirdisches Geräusch. Sie wirft keine Steine, sondern nur eine weißliche, laue Dampfsäule aus. In dem Augenblicke, wo wir schreiben, schätzen wir die Höhe der entstandenen Insel auf circa 20 bis 30 Fuß, ihre Länge auf 50 Ellen, ihre Breite auf 10 bis 15 Ellen. Die ganze Erscheinung äußerte auf die Insel Thera nicht den geringsten Einfluß, eben so wenig auf das herrschende Wetter, das unbeständig und regnerisch ist.

Gleichwohl sind die Einwohner sehr bestürzt und stellen Bittgänge und Processionen an.

Die neuesten vulcanischen Erscheinungen auf Santorin.

Von **Dr. A. C. Christomanos,**
Privat-Docenten der Chemie an der Universität zu Athen.

(Mit zwei Tafeln und einem Holzschnitt.)

I.

Beinahe im Mittelpunkte des von den Inseln Thera, Therasia und Aspronisi gebildeten Ringes, aus welchem die Inselgruppe von Santorin besteht, befinden sich drei wüste Felseneilande vulcanischen Ursprungs, Mikra Kaymene, Nea Kaymene und Palaea Kaymene, von denen nur die zweite bewohnt ist und wegen der eisen- und schwefelhaltigen Therme als Badeort benützt wird. Nea Kaymene wurde im Jahre 1707 emporgehoben und brauchte mehr als fünf Jahre um in ihrer jetzigen Gestalt zu erscheinen. Bis zum 27. Mai 1708 tobte der entstandene Eruptionskegel mit furchtbarer Gewalt, erlosch sodann allmählich und verharrt noch bis heute in seiner Ruhe.

Es hatte sich jedoch damals südöstlich von diesem Eruptionskegel, der nach unseren Messungen 103 Meter hoch ist, in einer Bucht, die bis zum heutigen Tage Vulkanos genannt wurde, eine warme Quelle im Meere gebildet, welche ausser Eisen und Schwefelwasserstoff noch Schwefelsäure und schwefelige Säure enthielt. Ihre Temperatur war im Jahre 1859 25° C. Diese Bucht war eben hinreichend gross, um zwei grössere Schiffe zu bergen, deren viele diese Gewässer aufsuchten, um durch den Säuregehalt derselben ihren Kupferbeschlag zu reinigen.

Gerade in der Bucht Vulkanos begannen sich die vulcanischen Erscheinungen nach fast 158jähriger Pause wieder zu zeigen. Es war am 30. Jänner 1866 als die Bewohner Nea Kaymene's wahrnahmen, daß die Temperatur des Seewassers an mehreren Orten der Bucht Vulkanos sich bedeutend gehoben hatte, daß sich in derselben mehrere Gassprudel bildeten und daß aus diesen eine leichte Dampfwolke emporstieg, die von Stunde zu Stunde dichter werdend einen heftigen Schwefelgeruch in der Umgegend verbreitete. Während des nächstfolgenden Tages hörte man den nun reichlichen Dampf mit einem Gezische entweichen, das oft von leichtem, unterirdischem Donner begleitet war; zugleich spaltete sich der

Boden in nächster Nähe der Bucht und ein leichtes, fortdauerndes Beben der Erde wurde verspürt, in Folge dessen die meisten umliegenden Häuser Risse und Beschädigungen erlitten. Diese Phänomene folgten sich mit solcher Schnelligkeit, daß viele der bestürzten Einwohner ihr Heil in eiliger Flucht nach der 3100 Meter entfernten Hauptstadt Thera suchten, die sich auf der Hauptinsel Santorin's befindet. Am 1. Februar nahm die Intensität der erwähnten Erscheinungen zu und gegen Mittag desselben Tages sah man zuerst in der Mitte der Bucht von weißem Dampfe umgeben einen schwarzen, zackigen Felsen den Fluthen entsteigen. Dieser Felsen wuchs schnell zu einem runden Inselchen heran, aus dessen Mitte eine dichte Dampfsäule emporstieg. Nachts sah man zuweilen einen rothen Schein im Dampfe über der Insel, welche sich so schnell vergrösserte, daß sie am 6. Februar eine Höhe von 26 Meter und einen Umfang von 40 Meter im Durchmesser hatte.

Als die griechische Regierung von diesen Ereignissen Nachricht erhalten hatte, sandte sie eine wissenschaftliche Commission auf der Dampfgoëlette „Aphroessa“ nach Santorin ab, aus den Herren Julius Schmidt, Director der hiesigen Sternwarte, H. Mitzopoulos, Professor der Geologie und Naturgeschichte, und mir bestehend.

Als wir Sonntag den 11. Februar daselbst ankamen, sahen wir die weiße Dampfsäule schon in einer Entfernung von 40 Seemeilen über dem Horizonte schweben und gewahrten, in dem Ring von Santorin angekommen, daß die Temperatur des Meeres zwar um Weniges, doch immerhin in dem Verhältniß zunahm, als wir uns der Nea Kaymene näherten. Vor Santorin war die Meerestemperatur constant 16·6° C., innerhalb des Ringes $3^1/_2$ Seemeilen von Nea Kaymene 17·9°, in der Entfernung von etwa 2 Meilen 18° C. und in der von $1^1/_2$ Meilen 18·6°. Je näher wir der Insel Nea Kaymene kamen, desto früher wurde das Meer und plötzlich, etwa 1500 Meter von derselben entfernt, fuhren wir in ein grünlich-gelb gefärbtes Wasser ein, das sich scharf von dem übrigen durch seine Farbe unterschied. Nicht weit von dieser Stelle sahen wir von weißem Schaume und durch herumschwimmende Bimssteinstücke, welche durch Eisenoxyd gelb gefärbt waren, zu beiden Seiten begrenzt einen Strom noch heller gefärbten Wassers, aus dem seiner ganzen Ausdehnung entlang, von Nea Kaymene bis etwa 2000 Meter südlich von ihr, leichter Dampf aufstieg. Wir durchfuhren diesen Strom.

Während wir das Wasser vor dem Eintritt in denselben 17° C. fanden, erhob sich die Temperatur in diesem Strome plötzlich bis auf 46° C. im Maximum auf eine Strecke von 40 — 80 Meter Breite. Das Wasser war trübe, grünlich-gelb und schmeckte stark schrumpfend eisenhältig; in einer Flasche geschüttelt entwickelte es viele Gasblasen und roch nach Schwefelwasserstoffgas. Den ganzen Strom hindurch hatte das Meer eine Tiefe von 22—26 Klaftern. Aus diesem Strome ausgetreten, fanden wir die Meerestemperatur plötzlich auf 19·2° C. gesunken. — Mittlerweile hatten wir uns der Nea Kaymene bis auf 250 Meter genähert und sahen, daß die bis zum 6. Februar emporgehobene Insel seitdem sich mit der Nea Kaymene verbunden und daß sie gerade den Raum eingenommen hatte, an welchem früher die Bucht Vulkanos sich befand. In ihrer nächsten Umgebung rauchte und dampfte das Meer so heftig, daß der emporstrebende Dampf uns die Aussicht auf den grössten Theil des neugebildeten Eilandes oder vielmehr Berges benahm. Wir umschifften nun mit gemäßigter Schnelligkeit die ganze Insel Nea Kaymene, um einen Überblick über dieselbe zu erhalten; als wir jedoch an einen Punkt zwischen Palaea und Nea Kaymene, südwestlich vom Hafen St. Georg, kamen, an welchem das Meer nach der englischen hydrographischen Karte 17 — 30 Klafter tief sein soll, fanden wir Grund schon bei 3½ Klafter. Schleunigst wendete das Schiff, um die Insel in einem weiteren Bogen zu umfahren; es wurde jedoch bemerkt, daß die Erhebung des Meeresgrundes in dieser Gegend der Insel nicht nur auf diesen Punkt sich beschränkte, sondern längs der ganzen Südwest- und Westküste stattgefunden hatte. An dem genannten Punkte, etwa 100 Meter vom Eingange des Hafens St. Georg entfernt, sahen wir inmitten des Meeres ein heftiges Aufschäumen des Wassers, dessen Temperatur hier 24° C. war; es sprudelte hier heftig ein geruchloses Gas auf und in solcher Menge, daß das Aufbrausen desselben weithin gehört wurde. Eben an dieser Stelle sollte nach Verlauf einiger Tage ein neues Eiland auftauchen. Fast an der ganzen Südküste zeigte das Thermometer eine Temperatur des Meerwassers von 20 — 21·8° C. — Der nördliche und östliche Theil der Insel zeigte keine Spur von reger vulcanischer Thätigkeit, überall zerklüftetes und zackiges Gestein, hohe Felsen von brauner bis braunschwarzer Farbe und keine Spur von Vegetation.

Wir liefen endlich in den engen Canal zwischen Nea und Mikra Kaymene ein und stiegen an das 10—15 Meter von uns entfernte Land der Nea Kaymene, wo sich auf einem schön angelegten und gemauerten Wehrdamme das aus 26 Häusern und 2 Kirchen bestehende nun öde Dörfchen befindet. Unser Schiff befestigte sich mit vier Ankertauen an den beiden Inseln, da es hier keinen Grund zum Ankern gibt. Mächtige Sprünge und Risse in den Häusern und auf dem Damme beweisen, daß der Boden durch kürzlich stattgefundene Erdbeben gerüttelt worden war. Nur ein Häuschen der Südostspitze der Insel war eingestürzt und lag zertrümmert da, während südlich davon zwei andere halb vom Meere verdeckt, jedoch noch aufrecht standen. Ein schön gepflasterter Weg führt von der Südostspitze westlich gegen die Bucht Vulkanos zwischen der griechischen und katholischen Kirche durch. Vormals führte er zur heißen Quelle im Vulkanos, jetzt jedoch sahen wir etwa 80 Meter von den beiden Kirchen statt der Bucht den neu erstandenen Berg vor uns. Rechts und links vom Wege befinden sich große schwarze Felsblöcke, aus schwarzem und gut geflossenem Trachyte bestehend, die nun vielfach zerspalten sind und aus ihren Spalten und Fugen weißer Dampf von 48—54° C. entströmen lassen. Mit dem Dampfe entweicht ein heftiger Geruch nach Schwefelwasserstoff, der in dieser Gegend die ganze Atmosphäre füllt.

Am Fuße des neuen Berges, den wir nun Vulkanos nennen wollen, befinden sich eingeschlossen zwischen Felsblöcken, die noch von der Eruption von 1707 herrühren, zwei kleine Seen und große Pfützen mit klarem Wasser, dessen Geschmack salzig und eisenhältig ist und dessen Temperatur je nach der Entfernung vom Fuße des Vulkanos zwischen 66° und 84° C. schwankt. Es schwimmen Bimssteinstückchen darauf und beim Aufstören des Grundes entsteigen demselben Gasblasen. Ich füllte eine hinreichende Anzahl von Flaschen mit dem Wasser sowohl, wie mit dem Gase. An manchen Stellen befindet sich auf der Oberfläche des Wassers eine dünne Decke von bläulich schimmernder Farbe, die ich aus kohlensaurem Eisenoxydul und zum Theil aus Eisenoxyduloxyd bestehend fand. Nächst dem Fuße des Vulkanos sprudelt ein kleines kochendes Quellchen aus dem Gesteine, dessen Temperatur 84° C. ist und das weniger salzig schmeckt. Noch näher gegen den Fuß des Berges befinden sich wieder ungeheuere Dampfspalten, aus denen Wasser-

dampf von 104° C. strömt, der sich mit dem übrigen aus der ganzen Peripherie des Berges entsteigenden Dampfe zu einer riesigen Dampfsäule verbindet, die vom Winde bis zur Insel und Stadt Thera und noch 4—5 Seemeilen weit emporgetrieben wird. — Der Berg endlich selbst stößt nordwestlich gegen den Eruptionskegel vom Jahre 1707 und besteht aus auf- und über einander geschichteten schwarzen, zackigen Trachytfelsen, welche die bizarrsten, hornartigen und zerklüfteten Formen bilden. Der Trachyt, aus welchem er besteht, ist meistens gut geschmolzen und gleichartig, er enthält weiße Kryställchen von glasigem Feldspath (Sanidin), oft auch Olivin eingesprengt und ist braunschwarz bis schwarzbraun. Sein specifisches Gewicht ist = 2·62. Die Sanidinkryställchen sind meist 3 — 6 Millim. groß und kommen alle in einer Lagerungsfläche zu liegen, so daß ihre Hauptaxen nahezu in eine und dieselbe Ebene, oder in zu dieser parallelen Ebenen fallen. Die häufigste Krystallform, die ich zu beobachten Gelegenheit hatte, ist säulenförmig mit vorherrschender Basis und Klinopinakoid. Auch drüsenförmige Anhäufungen der Krystalle kommen häufig vor.

Neben dem geschmolzenen Trachyt und oft mit ihm vermischt findet man blasige oder schaumige Hohlräume in etwas heller gefärbtem Trachyte, die wahrscheinlich dadurch entstanden sind, daß die ehedem geschmolzene Masse Luftblasen enthielt, die durch ihren Sauerstoffgehalt eine höhere Temperatur hervorgebracht haben mögen. — Der Berg, welcher am 12. Februar 52—53 Meter hoch war und eine Peripherie von etwa 600 M. hatte, war am 23. Februar 62 M. hoch und hat mehr als 1300 M. im Umfange; er befindet sich also in stetem Wachsen. Der Grund aber weßhalb die Höhe nur langsam zuzunehmen scheint, während der Umfang sich riesig schnell, beinahe sichtbar vergrößert, scheint mir der folgende zu sein: Der neu entstandene Berg hat seit seinem Auftauchen aus dem Meere nie einen spitzen Gipfel gezeigt, sondern stets nur ein Plateau, das den höchsten Theil desselben einnahm. Außer der Erhebung des ganzen Meeresgrundes, auf dem der Berg ruht, ist es hauptsächlich dieses Plateau, das gehoben wird. Da nun ein Theil des Berges mehr als die anderen gehoben wird, ist der ganze Berg in steter Bewegung; nach allen Seiten hin hört man das Rücken und Pressen der Felsmassen, welches besonders an der Oberfläche deutlich wahrnehmbar ist, indem sich hier riesige Felsklumpen losreißen und mit donnerartigem Getöse bis

zum Fuße des Berges herabrollen. Sobald die Mitte des Berges gehoben wird, werden die daselbst befindlichen Blöcke nach allen Seiten hin gedrängt und rollen endlich bis zum Fuße desselben herab. Dadurch wird an der Basis der Umfang so rasch vergrößert, daß die diametrale Zunahme in 2 Stunden etwa 1 M., in 24 Stunden 9—19 M. beträgt.

Die losgetrennten und herabgestürzten Felsenmassen bestehen meist aus braunem Trachyte, der vielfache Blasenräume und Sanidinkrystalle zeigt. In einem Stücke fand ich Olivinkörner, deren Oberfläche blauviolett angelaufen war. Die Temperatur der herabgestürzten Massen ist ungeheuer hoch; stürzt so ein Block in das Meer, so entsteht daselbst ein stundenlang währendes Aufkochen, ein anderer aber von circa 2 Kubikmeter Größe brauchte mehr denn 30 Stunden, um vollkommen zu erkalten. In noch heißem Zustande bewirken die dichten und gut geschmolzenen Trachytstücke eine Ablenkung der Magnetnadel von etwa 2—3 Graden, in kaltem jedoch ist diese Ablenkung viel schwächer und kaum bemerkbar; die porösen Stücke aber sind auf die Nadel ohne Wirkung.

Ein großartig schöner Anblick ist es, besonders bei Nacht, das Losreißen der Felsen von der Nähe zu beobachten. Da wo das Losreißen stattgefunden hat, zeigt sich plötzlich das Innere des Berges rothglühend bis weißglühend, doch kann man die einzelnen rothglühenden Blöcke wohl erkennen, sie sind hier nicht geschmolzen, weder flüssig, noch auch an den scharf ausgeprägten Ecken und Kanten geschmolzen. Ganz in der Nähe des Berges hört man von Zeit zu Zeit ein tiefes Glucken, als ob Luftblasen durch dicken Sirup oder geschmolzenes Harz strichen, von der ganzen Basis aber hört man das Sieden des Wassers, an manchen Stellen heftig und pfeifend, an manchen ganz leise, und reichlicher weißer Dampf strömt daraus in die Höhe. Da wo der Berg Vulkanos an den Eruptionskegel von 1707 stößt (und von Tag zu Tag rückt er an ihm höher gegen den Krater hinauf), sind die weißen Dämpfe sichtbar. Sie streichen nicht nur aus dem neuen Berge, sondern auch aus der unmittelbar angrenzenden Seite des genannten alten Kegels, und wenn der Wind sie gegen die See zu weht, verbreiten sie ringsum eine schauerliche Finsterniß, wobei je nach der herrschenden geringeren Lufttemperatur auch Regentropfen aus der Dampfwolke fallen. Sieht man durch diese Wolke die Sonnenscheibe, so erscheint sie blaßbläulich-grün.

Ganz merkwürdig ist aber der erstickende Geruch, den dieser Dampf mit sich führt. Die kleinen Dampfsäulen, die um den Berg herum aus den Gesteinsfugen emporsteigen, riechen heftig nach Schwefelwasserstoff; Silbermünzen und goldene Gegenstände werden in diesem Dampfe augenblicklich mit einem Überzuge von graugelbem Schwefelmetall bedeckt. Außerdem aber nimmt man durch den Geruch auch schwefelige Säure wahr, die beim Einathmen des Dampfes ein heftiges Husten verursacht und die Augen bis zu Thränen reizt. Ein blaues Lackmuspapier wurde schon in der vom Dampfe freien Luft geröthet. — Gräbt man in der Spalte aus welcher der Dampf strömt herum, so geräth man bald auf Stellen, an denen sich sublimirter gelber Schwefel in sehr lockerem, pulverigem Zustande und weiße Exhalationsproducte befinden, die salzig und krystallinisch aussehen und stark schrumpfend schmecken. Ich untersuchte die Krystalle unter der Loupe und fand neben gut ausgeprägten Würfeln von Kochsalz eine weiße amorphe Substanz, die mit dem gelben Schwefel sich zur dendritischen Gestalt vereinigte. Diese Substanz besteht aus schwefelsaurem Natron, schwefelsaurem Eisenoxydul und Chlornatrium mit einer Spur von schwefelsaurem Kalk. — Ich fand unter Steinen, die dem Dampfstrome ausgesetzt waren, oft schöne Schwefeldendriten, die jedoch zu locker anhafteten um aufbewahrt werden zu können. Wirkliche Solfataren und Fumarolen haben sich indeß an der schon erwähnten Seite des alten Kegels gebildet, aus welchen Wasserdampf und schweflige Säure einem fast 60° C. heißen Boden entströmen. Der Dampf, der dem Plateau des Vulkanos entströmt, zeigt sich etwas gelblich gefärbt und wird er durch Südwind herabgetrieben, so kann man kaum athmen, so erstickend wird dann die Luft.

An einem sehr stürmischen Tage, dem 14. Februar, machte ein heftiger Südwind die ganze Umgebung des Vulkanos beinahe unnahbar; weil nun die Atmosphäre mit den Gasen und Dämpfen so zu sagen geschwängert war, beschloß ich die Luft qualitativ zu analysiren. Mittelst eines Aspirators leitete ich etwa 30 Liter Luft durch eine verdünnte und chemisch reine Lösung von kohlensäurefreiem Ätzkali. Nach ungefähr $^3/_4$ Stunden bildeten sich Krystalle im Ätzkali und ich unterbrach das Durchleiten der Luft. Die Kalilösung war vollkommen neutralisirt Einen Theil derselben unterwarf ich sogleich einer qualitativen Untersuchung, einen anderen aber hob ich auf, um

in Athen die Relation der Gasmengen zu bestimmen. Die Kalilösung war in kohlensaures, schwefelsaures, schwefligsaures Kali und in Chlor- und Schwefelkalium umgewandelt worden. Es ergibt sich demnach, daß der untersuchte Dampf außer Wasserdampf noch Kohlensäure, Schwefelsäure, schwefelige Säure, Chlorwasserstoff und Schwefelwasserstoff enthalten habe, und schon aus dieser vorläufigen Probe konnte ich schließen, daß in diesem Gasgemenge die schwefelige und die Kohlensäure vorherrschend enthalten waren.

Wenn man Nachts auf den alten Krater (ich meine den von 1707) steigt, der in gerader Linie vom höchsten Punkt des Vulkanos höchstens 40 Meter entfernt ist, sieht man aus der Mitte des Vulkanos bläulich-gelbe Flammen von 1—1½ Meter Größe züngeln; rund um die Flammen ragen riesige rothglühende Felsmassen empor, die durch die Gluth und die fortdauernde Einwirkung der sauren Dämpfe fast weiß geworden sind, während in einem weiten Umkreis um dieselben die dichte Dampfsäule emporstrebt, hier von dem Reflex der Rothgluth schön karminroth gefärbt. Bei Nacht strömen die erwähnten Solfataren an der Seite des alten Kegels ein blaues Licht aus, das von verbrennendem Schwefel herrührt, und wenn zugleich der entweichende Dampf sein zischendes Geräusch hören läßt, so gewährt die Mannigfaltigkeit der Farbencontraste, das Zischen und Brodeln ein furchtbar großartiges Schauspiel! Bei alledem äußerten sich die Phänomene so ruhig und so gefahrlos, daß wir dreist wurden und oft den aufsteigenden glühend heißen Berg einige Fuße hoch zu erklimmen suchten. Auch mit der Barke näherten wir uns seinen verschiedenen Extremitäten, ohne irgend welcher Gefahr ausgesetzt zu sein; nur das mit weißer Ölfarbe angestrichene Fahrzeug wurde im schwefelwasserstoffhältigen Meerwasser sogleich braunschwarz gefärbt.

So verhielten sich die Dinge etwa bis zum Morgen des 13. Februar. Schon am 12. Februar, d. i. einen Tag nach unserer Ankunft hörten wir plötzlich um 8 Uhr 35 Minuten Abends eine heftige Detonation, mit welcher zugleich eine mächtige graugelbe bis dunkelgraue Rauchwolke in schwindelnde Höhe stieg, um nach 3—4 Secunden der gewöhnlichen weißen Dampfsäule Platz zu machen. Um 10 Uhr 22 Minuten desselben Abends ließ sich ein neuer Knall und eine 2 Minuten andauernde Detonation vernehmen, auf welche wieder die dunkle Rauchsäule folgte, die aber diesmal eine 200—250 Fuß hohe Feuergarbe senkrecht in die Luft führte, welche aus unzähligen

kleinen Funken bestehend, 21 Secunden lang sichtbar blieb. Darauf folgten in kurzen Zwischenräumen noch drei minder heftige Detonationen und um 10 Uhr 35 Minuten herrschte wieder völlige Ruhe. Den 13. Februar erklommen wir an einem von den Matrosen der „Aphroessa" gebahnten Zickzackwege den steilen Kegel des alten Erhebungskraters, an dem der im Jahre 1707 ausgeworfene Sand das Ersteigen ungemein erschwert, und bemerkten am Krater, der oben einen Durchmesser von 55 bis 60 Meter hatte, tiefe Risse und Spalten, die am vorigen Tage noch nicht existirten. An der Südseite desselben beobachteten wir eine um Weniges höhere Bodentemperatur, als an der vom Vulkanos abgewendeten Nordseite. Die in der etwas vertieften Mulde dieses Kraters herumliegenden Trachytblöcke sind innen schwarz und dicht geschmolzen, von außen aber mit einem gelblichen Überzuge, wahrscheinlich einer Wirkung schwefeliger Dämpfe, überdeckt; auch die vulcanische Asche ist hier gelblicher als der Sand an den Abhängen; aus ihr hat sich wahrscheinlich an manchen Stellen Erde gebildet, in welcher einige wilde Feigenbäume, Grashalme und hochstengelige Nelken, ferner *Senecio vernalis, Rumex bucephalophorus* und *Erodium cicutarium*, die Herr Director Heldreich die Güte hatte mir namhaft zu machen, Wurzel gefaßt haben.

Als wir 10 Uhr 2 Minuten Morgens an den höchsten Punkt des südlichen Kraterrandes ankamen, sahen wir deutlich in der Mitte des auf dem Vulkanos befindlichen Plateaus einen etwa 15 Meter langen und 1—2 Meter tiefen, von Nord nach Süd streichenden Spalt uns entgegengähnen, um welchen herum die Felsblöcke eine weißlichgraue Farbe angenommen hatten. Aus diesem Spalt nun, der wahrscheinlich einstweilen die Stelle eines Kraters vertritt, drang zur genannter Zeit reichlicher Dampf hervor, während sich zugleich ein lang andauerndes Getöse wie ein aus einer Dampfmaschine entweichender Dampf vernehmen ließ, das gegen 10 Uhr 10 Minuten entsetzlich heftig, fast betäubend wurde. Dabei aber zeigten sich keine Flammen und keinerlei Emporschleudern von Rauch oder Steinen. — Von unserem Standpunkt konnten wir recht gut auch den zwischen Nea Kaymene und Palaeo Kaymene vor der Hafenbucht St. Georg gelegenen Gassprudel unterscheiden, der uns heute ungemein erregt schien. Plötzlich, um 10 Uhr 12 Minuten erschien inmitten desselben ein schwarzer Felsenkamm, der sich senkrecht erhob, dann

zur Seite legte, wieder gehoben wurde und endlich 10 Uhr 16 Minuten gänzlich verschwand. Um 1 Uhr wiederholte sich dieses Spiel, bis endlich gegen 6 Uhr Abends der Felsenkamm wieder erschien um nimmer zu verschwinden. Wir erstiegen Abends von Neuem den alten Krater und sahen vor uns das herrlichste Schauspiel, das vielleicht je gesehen wurde. Gerade unter uns kochte und brodelte der Vulkanos wie ein rothglühender Hochofen, von Zeit zu Zeit durch ein schneidendes Dampfgetöse uns seine innere Thätigkeit kundgebend, während eine hohe, an den unteren Rändern hellrothe Dampfsäule gerade in die Luft stieg. Über den Vulkanos weg, weiter gegen Südwesten, tauchte die neue Felseninsel auf, der wir den Namen „Aphroessa“ beilegten. Rothglühend stiegen ihre Felsen aus dem Meere und dicker Dampf umgab dieselben, die nunmehr nicht vereinzelt, sondern compact und zu einer Höhe von 2 — 3 Meter und einen Umfang von 20 bis 30 Meter angewachsen schien. Da jedoch, wo vormals der Gassprudel sichtbar war, schien er auch jetzt noch fortzubestehen; denn zwischen dem Felsen und der Küste der Insel Nea Kaymene waren hellgelbe, meterhohe Flammen sichtbar, die aus dem Meere hochauflodernd, durch den Hauch des Windes fortgetragen wurden und wie riesige Irrlichter auf der Meeresfläche umherfuhren. Das Licht, das diese Flammen ausströmten, war blendend gegen den rothen Schein der nahen glühenden Felsen; weit umher wurden alle Gegenstände hell erleuchtet und denkt man sich hierzu die malerische Umgegend vom ruhigen Silberschimmer des Mondes schwach erhellt, so erhält man einen Begriff von der großartigen Schönheit dieses Schauspieles. Niemals hatte mich etwas so ergriffen, wie dieses ruhige Wirken der Naturkräfte, das heute seine herrlichste Pracht entfaltete, um morgen durch seine zerstörende Gewalt den Contrast nur noch kräftiger hervortreten zu lassen.

Ich bin in dem obigen Berichte nur bis zur Beschreibung der Erscheinungen gelangt, die bis zum 14. Februar stattfanden. Vom 14. bis zum 15. haben sich die Dinge gewaltig geändert; denn Eruptionen und alle damit verbundenen Erscheinungen haben sich ereignet. — Die Beschreibung derselben werde ich mit der nächsten Post der k. Akademie durch die Güte Seiner Excellenz des k. k. österreichischen Gesandten Herrn Baron v. Testa zukommen lassen.

Athen, den 7. März 1866.

II.

In meinem letzten Berichte an die k. Akademie kam ich bis zur Beschreibung der am 13. Februar beobachteten Phänomene.

In der Nacht zum 14. Februar vernahm die Nachtwache der Dampfgoëlette „Aphroessa“ um 1 Uhr 45 Minuten nach Mitternacht ein bedeutendes Getöse, dem eine ungeheure Rauchwolke folgte; zugleich hörte sie von den dem Schiffe zunächst liegenden Abhängen des alten Kegels von 1707 ein über eine Minute lang dauerndes heftiges Herabrollen von Sand und Steinen, das von einem unterirdischen, dumpfen Donner begleitet war.

Als wir Morgens den Uferdamm bestiegen, fanden wir neue Risse und Spalten in demselben, so wie an den Häusern Nea Kaymene's, ein Häuschen an der Südostspitze der Insel war umgestürzt, — wahrscheinlich Wirkungen des heutigen Erdbebens. Aus den Spalten strömte heißer Dampf, der überall nach Schwefelwasserstoff roch, am heftigsten jedoch in der Nähe der Solfataren zwischen dem Vulkanos und dem Südabhange des alten Kegels, wo sich aber auch noch ein starker Geruch nach schwefliger Säure besonders bemerkbar machte. Überall gibt sich hier die Gegenwart des Schwefels kund: in der Luft, im Dampfe, im Wasser des den Berg umspülenden Meeres und in der Erde, und bemerkenswerth ist, daß gerade hier, wo einst die Schwefeltherme bestand die nun durch den Vulkanos verdeckt ist, die Hauptquelle des Schwefels sich zu befinden scheint. Bei der jetzt hier herrschenden hohen Bodentemperatur entzündet sich der Schwefel und verbrennt mit lebhafter, bei Nacht ein blaues Licht verbreitender Flamme. Nach dem Erlöschen der gegenwärtigen Thätigkeit wird aber auch dieser Boden wieder erkalten und dann werden sich hier gewiß ergiebige Solfataren gebildet haben.

Nächst dem Schwefel ist es das Eisen, das sich hier und überhaupt im ganzen Wirkungsumkreis des Vulkanos am reichlichsten vorfindet. Nicht nur als Exhalationsproduct befindet sich das Eisen (als schwefelsaures Eisenoxydul) vom Wasserdampfe vielleicht mitgerissen unter den Steinen der Solfataren und Fumarolen, sondern auch das Meer zeigt in der Nähe der Küste einen ganz ungeheuren Eisengehalt, der an manchen Stellen 5—6% beträgt. Merkwürdig aber ist die Bildung eines Eisensinters im Meerwasser, der sich

hauptsächlich in einiger Entfernung vom Vulkanos, wo die Meerestemperatur schon bis auf 16—17° C. gesunken ist, zeigt. Der ganze Meeresgrund ist hier mit einer zollhohen Schicht eines rothbraunen Niederschlages überdeckt, der sich auch an den Steinen und Stufen des Uferdammes festgesetzt hat. Dieser Sinter ist leicht in Salzsäure löslich mit Hinterlassung eines weißen Pulvers; er besteht aus reinem Eisenoxydhydrat, das sich hier in wahrhaft kolossalen Massen abgesetzt hat. Wird die See von einem Winde aufgewühlt, so nehmen die Wellen wohl einen Theil des Niederschlags mit sich, der dann zur gelben Färbung des Meeres um Nea Kaymene beiträgt; es haftet jedoch noch immer genug an den Steinen, um dieselben gelb zu färben oder um davon abgekratzt werden zu können. Denselben Niederschlag erhält man auch, wenn man das am Fuße Vulkanos befindliche klare und heiße Seewasser bei etwa 90° C. eine Zeit lang eindampft. Es entwickelt sich aus diesem Wasser reichlich Kohlensäure und jedenfalls entsteht das Eisenoxydhydrat durch Freiwerden der Kohlensäure und Zutritt von atmosphärischem Sauerstoffgas aus dem im Wasser gelösten Eisenoxydulbicarbonat. Das beim Lösen in Salzsäure zurückbleibende weiße Pulver besteht nach einer vorläufigen Untersuchung aus einem durch Salzsäure nicht zersetzbaren Silicat und etwas freier Kieselsäure. Genauere Analysen der Gase und Wasser behalte ich mir vor in einem nächsten Berichte an die hohe k. Akademie mitzutheilen, sobald ich dieselben vollendet haben werde.

Ich glaube, daß diese ungeheuren Massen von Schwefel und Eisen uns leicht zu einer Hypothese über die Ursache der gegenwärtigen Erscheinungen führen könnten. Es ist leicht anzunehmen, daß dieselben hervorgerufen werden durch ungeheure Massen von verbrennendem Eisenkies, welcher sich in einem unter Nea Kaymene befindlichen Lager befindet. Man findet mehrfach auf den Cykladen Eisenkies in den daselbst charakteristischen Thonschieferlagern. So z. B. ist es bekannt, daß bei Hagia Kyriaké auf der Insel Melos unweit der noch thätigen Solfataren des Berges Kalamos ein Thon- und Glimmerschieferlager von großartigen Dimensionen sich befindet, das reichlich Eisenkies in sich schließt, der zum Theil zur Bildung jener Solfataren beiträgt, zum Theil aber sich schon zu Eisenvitriol oxydirt hat. Auf Thera nun, der Hauptinsel von Santorin, befindet sich ebenfalls ein mächtiges Thonschieferlager, das besonders in der

Bucht Athenaios südlich von der Stadt Thera zu Tage tritt. Es scheint gleichsam, als sei dieses Lager das primitive Gestein, aus dem Santorin ehemals bestand; denn auf ihm sieht man zwanzig beinahe horizontale Lagerungsschichten vulcanischen Ursprungs aus Trachyt, Tuff, Lava u. s. w. bestehend ausgebreitet. Schließt nun dieser Thonschiefer, in welchem sich auch Chlorit-, Glimmer- und Kieselschiefer findet, Lager von Eisenkies in sich ein, so ist es wohl möglich, daß ein solches unter Nea Kaymene zu liegen komme. Nun ist aber dieses Eiland, und zwar besonders die Südseite desselben, so ziemlich im Mittelpunkte des Ringes von Santorin gelegen und könnte wohl als derjenige Punkt angenommen werden, an dem sich einst vor seinem Einsturze der ungeheure Krater befunden haben muß, dem ganz Santorin seine Entstehung verdankt. Die Nähe des heißflüssigen Erdinnern hat wohl das Eisenkieslager entzündet und wer weiß, seit wie viel Jahrtausenden schon! Die Inseln Palaia Kaymene, Mikra und Nea Kaymene mit ihrem Eruptions-Krater beweisen durch ihr Emporgehobenwerden, daß diese unterirdische Thätigkeit schon seit lange besteht und wirkt. Auch bei den gegenwärtigen Erscheinungen zeigt sich diese Emporhebung als eine Wirkung einer im Erdinnern erzeugten Spannkraft und die hauptsächlichsten der dabei erschienenen Producte scheinen darauf hinzuweisen, daß dieselbe durch ein brennendes Schwefelkieslager hervorgerufen werde.

Merkwürdig ist ferner die Großartigkeit, mit welcher die verschiedenen chemischen Vorgänge hier vor sich gehen. Der aus Eisenoxydhydrat bestehende Niederschlag z. B., von welchem oben die Rede war, hatte sich auch an den Mauern der an der Südostspitze der Insel östlich vom Vulkanos halb unter Wasser stehenden Häuser gebildet und schon seit einigen Tagen vollkommen abgesetzt, als ich eines Morgens bemerkte, daß sich in der nächsten Nähe eines dieser Häuser eine Dampfspalte gebildet hatte, aus welcher warme, saure Dämpfe aufstiegen. Nach einigen Stunden wollte ich den Sinter wieder besichtigen, da war er vollkommen verschwunden und an seiner Stelle das schon erwähnte zarte bläulich-weiße Pulver sichtbar. Es war dies offenbar das Resultat einer Wirkung der sauren Dämpfe, denn das zwischen den vier Wänden des Hauses eingeschlossene Wasser konnte unmöglich von den Wellen erneuert worden sein, indem eben Windstille herrschte und das Meer ruhte;

außerdem reagirte das Wasser schwach sauer, während das Meerwasser keinerlei Reaction zeigte.

Der neue emporgehobene Berg zeigte sich heute wie die vorhergehenden Tage in stetem Wachsen begriffen, er ist ganz von blendend weißem Dampfe umgeben, der ohne Geräusch oder Gezische aus seinen Ufern und aus der Mitte in die Höhe steigt. Um 2 Uhr 25 Minuten hörten wir ein scharfes Zischen, das sich urplötzlich in ein betäubendes Gebrause verwandelte und 2 Minuten lang währte. Während dieser Zeit fanden drei heftige Dampferuptionen statt, die ersten beiden aus dem Plateau und die dritte etwas weiter nordostwärts gegen den Fuß des Berges. Plötzlich schien sich unter Donnergebrüll das Plateau zu öffnen, es strömte, in unzähligen kleinen, jedoch dicht gedrängten Wölkchen emporwirbelnd, und die stets geräuschlos emporsteigenden Ballen weißen Dampfes durchbrechend ein gelbgrauer Rauch, der gerade aufsteigend eine mächtige Rauchsäule bildete hervor, die nur langsam der herrschenden Windrichtung folgte und sich an ihrem oberen Ende garbenförmig ausbreitete. Derartige Dampferuptionen hatten wir schon mehrfach Gelegenheit zu beobachten; sie erreichten höchstens eine Höhe von 200 Meter und führten keine Schlacken und Steine mit sich, sind also wahrscheinlich Explosionen, die durch den sich im glühenden Berge ansammelnden Dampf entstehen, der von allen Seiten eingeschlossen eine heftige Spannkraft erlangt, sich dann durch die über ihn angehäuften Schlackenmassen gewaltsam einen Ausweg bahnt und Alles mitreißt, was ihm im Wege steht. Seine Farbe mag von mitgerissenem Staube der zertrümmerten Felsstücke herrühren.

Vom Südrande des Eruptionskraters des alten Kegels aus, sahen wir auch heute den Felsenkamm zwischen Nea- und Palaia-Kaymene östlich vom Eingange der Bucht von St. Georg schwarz und von Dampf umgeben sich bald vergrößern und bald verkleinern; ausgezeichnet schön war aber dieses Spiel am folgenden Tage, den 15. Februar.

Zum gestern noch vereinzelten Felsen hatte sich heute eine große Anzahl gesellt, die theils miteinander verbunden, theils einzeln aus dem Meeresspiegel emporragten. Sie waren in Dampf förmlich eingehüllt und nur der Wind, der den Dampf mit sich fortführte, ermöglichte auf kurze Augenblicke eine freiere Aussicht. Von 10 zu 10 Minuten veränderte sich beständig ihre Gestalt und gegenseitige

Stellung, so daß die beiliegenden Zeichnungen (Taf. I.) nur ein beiläufiges Bild dieser steten Veränderungen während 40 Minuten bringen, wie ich es von dem genannten Punkte des alten Kegels aus auffassen konnte.

Es hatte sich demnach schon eine förmliche Insel gebildet, zwischen welcher und der Küste Nea Kaymenes man deutlich den emporgehobenen Meeresgrund sehen konnte, der ebenfalls bereit schien aus dem Meere zu tauchen um die neue Insel mit Nea Kaymene zu verbinden.

In einem Kahne fuhr ich an die Insel heran und mußte einen weiten Bogen um sie beschreiben, da bei dem herrschenden Westwinde mir die siedendheißen Wogen entgegengewälzt wurden. Im Westen der Insel angekommen, ließ ich mich bis an die Insel selbst treiben und brach mit Hülfe zweier Matrosen ein Stück eines emporragenden Felsenblockes ab. Es ist auch hier Trachyt, doch porös und leicht zerbröcklich, schwarzgrau bis schwarzbraun und von der Wirkung der sauren Dämpfe zerfressen. Vor der Lampe unschmelzbar wie Trachyt und einen Geruch nach schwefliger Säure entwickelnd. Der Felsen selbst, von dem ich das Stück abbrach, war heiß, jedoch nicht glühend; aber weiter gegen den Mittelpunkt der Insel glühten die Felsen furchtbar und weißlichgelber, stark nach Schwefelwasserstoff und schwefliger Säure riechender Dampf strömte zischend daraus empor. Auch bemerkte ich, daß Wasserstrahlen in einer Höhe von 5—6 Meter emporgerissen wurden und dann fontainenartig und in tausend Tropfen zerstäubt herunterfielen. Da rund um die Insel heftiger Schaum durch Gasentwicklung dieselbe umgrenzte, legte ich ihr den Namen „Aphroessa“ bei, der ihr auch blieb.

Am 15. Februar fanden um 11 Uhr 10 Min., 11 Uhr 15 Min., 3 Uhr und 6 Uhr 50 Min. Dampferuptionen statt, von denen nur die letzte eine heftige Feuergarbe mit sich führte und einige glühende Steine in nächster Nähe des Vulkanos auswarf.

Den 16. Februar weckte uns um 5 Uhr 30 Min. Morgens das Gebrülle einer bis 6 Uhr dauernden Eruption ohne Steinauswurf. Als wir ans Land stiegen, sehen wir an der uns zunächst liegenden Nordseite des alten Kegels tiefe Risse und Spalten, aus denen schwefelhaltige Dämpfe von 31° C. hervordrangen. Die Temperatur der dem Berge zunächst gelegenen Gewässer steigt immerfort und war heute 79—87·2° C. Um 9 Uhr 30 Minuten erfolgte eine kleine

Eruption, die wir aus nächster Nähe kaum 50 Meter vom Fuße des Vulkanos entfernt mit ansahen. Erst mahnte uns ein 5 Minuten langes Gebrause, dann ein kurzes donnerartiges Getöse, sodann stieg aus dem Felsen des Plateaus plötzlich eine dunkelgraugelbe Rauchsäule etwa 200 Meter hoch empor, in welcher es ununterbrochen arbeitete und wirbelte, und schließlich erfolgte ein Steinauswurf in Gestalt einer Garbe. Die spärlich und fast senkrecht geschleuderten Steine drehten sich in der Luft, waren jedoch nicht groß, höchstens mannskopfgroß. Einen Stein sah ich 6 Secunden lang auf und abwärts fallen, was einer Wurfhöhe von beiläufig 90 Metern entspricht; das äußerste Ende der Rauchwolke hingegen erhob sich mehr als doppelt so hoch.

Vom 16. Februar bis Sonntag den 18. Februar blieben sich die Phänomene so ziemlich gleich; auch 1—3 Eruptionen zeigten sich täglich, waren jedoch alle schwächer als die zuletzt geschilderten.

Montag den 19. Februar erfolgte nicht eine einzige Eruption; der Vulcan schien heute ausruhen zu wollen und gewährte von der Hauptstadt Thera aus, die wir an diesem Tage besuchten, einen prächtigen Anblick, den ich in der beiliegenden Zeichnung (Taf. I.) nur schwach wiedergeben kann. Wie zwei blendend weiße Säulen stiegen aus den Feuerschlünden des Vulkanos und der Aphroessa die sich ballenden Dampfwolken empor und vereinten sich in schwindelnder Höhe zu einer breiten gemeinsamen Wolke, die sich majestätisch über dem Horizonte ausbreitete, während den azurblauen Himmel sonst auch nicht ein Wölkchen trübte. Gegen Abend erkletterten auch Damen, die auf einer russischen Fregatte angekommen waren, den ausgestorbenen Kegel. Außer dieser Fregatte waren seit dem 16. Februar drei englische und ein französisches Kriegsschiff angekommen, um die Phänomene zu betrachten und den etwa bedrohten Bewohnern Hülfe zu bringen. Sie fuhren wieder ab, nachdem sie sich überzeugt hatten, daß vor der Hand keine Gefahr bevorstehe.

Dinstag den 20. Februar dauerte das schöne Wetter des vorigen Tages fort. Seit 48 Stunden war keine Eruption mehr beobachtet worden, und auch jetzt 8 Uhr Morgens, verblieb Alles ruhig. Wir stiegen an's Land. Alle Ritzen und Spalten strömen reichlich heiße Dämpfe aus. Der Eisenniederschlag war nun auch an der ganzen Ostküste verschwunden und statt seiner haftete an den Steinen das schon erwähnte weiße Pulver.

An dieser Küste lag heute ein santorinischer Zweimaster, der während der Nacht herangekommen war, um einen neben dem Hause, in welchem ich meine chemischen Apparate aufgestellt hatte, befindlichen Haufen Pozzolanerde (Bimsteinsand) aufzuladen und nach Thera, von woher derselbe vor Kurzem zu Bauzwecken hieher geschafft worden war, zurückzutransportiren. Die Bemannung dieses Zweimasters bestand aus einem Capitän und vier Seeleuten, welche zu jener Stunde alle eifrig Hand an die Arbeit legten. Sie ahnten nicht, die Unglücklichen, was ihnen die nächste Stunde bringen sollte!

Ich will hier die darauffolgenden Ereignisse erzählen, wie ich sie damals unter der Gewalt des eben erlebten Eindruckes in mein Tagebuch eintrug.

Wir betraten die Südostspitze der Insel, wo die zum Theil mit dem Boden Nea Kaymene's in's Meer gesunkenen Häuser sich befinden und wo wir fast die ganze Südhälfte des Beckens von Santorin überblicken konnten. Der Horizont war in, vom Meere aus sich erhebenden Dampf gehüllt, der sich bis Aspronisi hinzog und durch den wehenden Luftzug leicht getrieben sich zu Dampfhosen formte, welche nach Art der Wasserhosen aus zwei mit ihren Spitzen auf einander stehenden Kegeln gebildet waren und sich langsam über die Meeresfläche erhoben um in einiger Höhe in Nichts zu zerfließen.

Der emporgehobene Berg Vulkanos (Manche nennen ihn auch „Georg den Ersten“) zeigte sich heute unseren Blicken in gänzlich veränderter Gestalt. Seit 48 Stunden war derselbe wenigstens um 25 Meter vorgerückt und bedrohte nun auch schon die beiden Kirchen des Dörfchens, die wir am 10. Februar noch etwa 150 Meter von seinem Fuße entfernt fanden, mit dem Einsturze. Ungeheure Felsmassen standen auf seinem Abhange bereit herabzustürzen und fast unaufhörlich hörte man den hellen Klang der kleineren stürzenden Gerölle, die am Fuße angekommen noch eine Strecke weit hinrollen und stundenlang fast glühend heiß bleiben. Ungeheure Ballen weißen Dampfes steigen aus der Mitte des Plateau's und aus der Einsattlung zwischen dem Vulkanos und dem alten Kegel gerade empor, und eben aus diesen Stellen vernahmen wir schon seit $^1/_2$ 8 Uhr ein schneidendes Dampfgeräusch wie das gewaltsame Entweichen des Dampfes vieler Dampfmaschinen zugleich. — Die Temperatur des Bodens in einer Entfernung von 30 Meter ist heute 66° C., etwa 9° mehr als gestern, und das Wasser einiger Pfützen in

nächster Nähe des Vulcans ist 98° C. Es schwimmen Bimssteinstücke auf ihm umher und seine Oberfläche ist von einer bläulich und metallisch schimmernden Decke von Eisenoxyduloxyd überdeckt, außerdem entweicht diesem schrumpfend nach Eisen schmeckenden Wasser heftiger Schwefelwasserstoffgeruch, während ringsum die Luft aus unzähligen Spaltungen des Erdbodens durch schwefelige Säure verpestet wird. Diese Pfütze ist etwa 10—15 Centimeter höher als die Meeresfläche, es fließt also Wasser aus ihr in das 2 Meter entfernte Meeresufer und bildet daselbst ein lebhaft strömendes Bächlein von 82·7° C. Temperatur. Das Bächlein fließt ununterbrochen; da jedoch die erwähnte Pfütze zu klein ist um anzunehmen, daß sie sich durch dasselbe entleert in dem Maße als sie vom heranrückenden Vulkanos gepresst wird, so ist es klar, daß hier mitten im glühenden Erdboden des aufsteigenden Eilandes eine Quelle sich befindet, vielleicht eben die der vormaligen Bucht Vulkanos. Ich hatte schon gestern diese Quelle beobachtet und sie heute mit derselben Wassermenge fließen gesehen. — Wenn sich jedoch der Berg wie bisher ausdehnt, wird er sie jedenfalls in einigen Tagen überdeckt haben.

Alle Phänomene deuteten darauf hin, daß heute nach dem gestrigen Ruhetage der Vulcan im fieberhaften Paroxysmus sich befinde und wir waren zweifelhaft ob wir den alten Kegel besteigen sollten oder nicht, denn das stets mit zunehmender Heftigkeit fortdauernde Geräusch des Dampfes flößte uns gerade kein Zutrauen ein.

Endlich beschlossen wir denselben zu erklimmen.

In der Hälfte des Weges angelangt, hörten wir plötzlich eine furchtbare Detonation, wie eine ferne Artilleriedecharge, die sich etwas schwächer während 15 Minuten noch dreimal wiederholte.

Um 9 Uhr befanden wir uns auf dem Südrande des ausgestorbenen Kraters. Im Krater selbst bemerkten wir heute neue und tiefe Spalten und Risse; mit jedem Schritte sanken wir knietief in den Sand, der nur lose die Öffnungen verdeckte. Bis an die Mitte des Kegels reichen nun die Fumarolen des dem Vulkanos zugewendeten Abhanges und ganz oben gähnt uns ein tiefer Spalt entgegen, aus welchem Wasserdampf mit leichtem Schwefelgeruch hervordringt.

Wir setzten uns Angesichts des Vulkanos, etwa 40 Meter von und über ihm, neben einem Felsen des alten Kraterrandes und besprachen die Natur der während der Nacht um die „Aphroessa“ sichtbaren blendend gelben Flammen, von denen ich schon im ersten

Berichte sprach. Dieselben Flammen waren nun auch bei Tageshelle sichtbar, wenn auch viel glanzloser; sie schienen röthlich gefärbt, hinterließen beim Abbrennen keinen Rauch und fesselten auch heute noch unsere Blicke. Man denke sich nur meterhohe rothe Flammen aus dem Meeresspiegel züngeln und auf demselbem umhertanzen, bald rechts, bald links in gerader Linie vom Winde getrieben, auf dem Meere fortschleichen und endlich verlöschen, um neuen Flammen Platz zu machen! Es gibt fürwahr kein anziehenderes Schauspiel! Doch waren diese Flammen für mich ein Räthsel, um so mehr, als ich kein Gas aus dem sie erzeugenden Gassprudel aufsammeln konnte. Wasserstoffgas konnten sie nicht sein, wenigstens kein reines, dafür sprach der blendende Glanz beim Verbrennen; Kohlenwasserstoffgas ist das Einzige, das ich vermuthe. Es kann dasselbe durch die vorhandene Kohlensäure und Wasserstoff erzeugt worden sein. Als wir am Tage unserer Ankunft mit dem Dampfer über die brausenden Stellen hinwegfuhren, auf welchen nun die Insel Aphroessa steht, wurden wir sogar von dem Luftzuge des aufbrausenden Gases berührt, ohne auch nur eine Spur eines Geruches wahrzunehmen oder davon beim Einathmen incommodirt zu werden.

Wir stritten noch über die Natur des Gases, als plötzlich um 9 Uhr 45 Minuten das Zischen des Dampfes immer lauter wurde und endlich in helles Pfeifen überging. Nach einigen Secunden aber wich dieses dem dumpfen Grollen eines betäubenden Donners, dem untrüglichen Zeichen einer bevorstehenden reichlicheren Dampfergießung, die wir noch nie aus solcher Nähe beobachteten. Etwa eine Secunde lang grollte der unterirdische Donner, als mit einem Male das ganze Plateau des unter uns befindlichen Vulkanos sich zu öffnen schien. Ich sah rechts und links Felsentrümmer auf demselben sich drehen und drängen und hatte kaum Zeit eine daselbst sich bildende tiefe, schwarze Kluft zu betrachten, als plötzlich aus dieser Kluft, aus Felsenspalten, — aus dem ganzen Bergesrücken schwarzer Rauch mit furchtbarer Heftigkeit senkrecht in die Höhe stieg und uns in dichte Finsterniß hüllte. Dieser Rauch lagerte sich dermaßen zwischen uns, daß wir einander auf die Entfernung von zwei Schritten nicht sehen konnten; die plötzlich eingetretene Dunkelheit, das Gefühl des Erstickens beim Einathmen des Rauches, das furchtbare, unsäglich gräßliche Gebrüll, welches die ganze Luft erfüllte, die Stimmen meiner Collegen, die zur Flucht riefen, — dies Alles kam im Nu und

fuhr wie jäher Schreck durch meine Glieder. Unsere Bewegungen lähmte die durch den Rauch veranlaßte Dunkelheit; als aber nach etwa 30—40 Secunden der Wind den Rauch verjagte, rafften wir schnell unsere Notizbücher und Thermometer zusammen und wandten uns zur Flucht.

Ich verlor da meine Collegen Herrn Director Schmid und Prof. Mityopoulos aus den Augen und kann nur das erzählen was ich weiter erlebte. Der Rauch hatte sich verzogen, doch schwebte die Rauchwolke über meinem Haupte, dichte Dunkelheit verbreitend, das furchtbare Getöse tobte nun etwas schwächer, so daß ich mich etwas über den Felsenrand bog, um den Vulkanos zu sehen. Da sah ich, und zugleich hörte ich das von Neuem erstarkende Gebrüll, wie von einem ungeheuren kraterartigen Loche neuer Rauch emporstieg. Im selben Moment sah ich auch, ohne mir eine Vorstellung vom Gesehenen machen zu können, schwarze Körper aus dem Krater steigen, eine ungeheure Fülle, garbenförmig, einen Durchmesser von 30 Meter bildend, schwindelnd hoch emporsteigen und hörte sodann das Niederfallen derselben vor und hinter mir, so dicht, so grausig schnell und heftig, daß ich mich eilends wandte um zu fliehen. Ich hatte kaum drei Schritte gethan, als ich an vielen Stellen des Körpers von kleinen Steinchen empfindlich getroffen vor einem Felsen Halt machte und mich an ihn schmiegte. Da sah ich denn Steine von allen Größen 100—200 Meter hoch in die Luft fliegen, sich immerfort drehen und endlich mit schauderhafter Schnelligkeit, stets sich vergrößernd während des Falles, auf mich zustürzen. Rechts, links und hinter mir polterten dieselben fürchterlich, gewehrschußähnlich und zermalmend, vor mir aber auf den Felsen fielen glüchlicherweise nur kleine Stückchen und grauer Sand, vulcanische Asche. — Ich sah jedoch stets die Masse der Steine sich vergrößern, vernahm in der Luft ein erschreckendes Platzen und Rasseln der aneinanderschlagenden Steine; die Wuth nahm stets zu, das Gepolter um mich her wurde haarsträubend, wie das hundertmal verstärkte Niederrauschen eines Hagelschauers, und meine Angst, getroffen zu werden, dabei die Anstrengung den fallenden Steinen auszuweichen, war unbeschreiblich. Ich drückte mich bald rechts, bald links stets nach oben sehend und mich an den Felsen anklammernd und fühlte schon meine Kraft der Verzweiflung weichen, da immer mehr und wuchtigere Steine herabfielen, als ich von einem Steine hinten am Halse getroffen zu Boden geschleu-

dert wurde. Gleich darauf aber empfand ich an der getroffenen Stelle ein lebhaftes Brennen. Ich stand rasch auf, riß, als das Brennen unerträglicher wurde, meinen schon an mehreren Stellen rauchenden Überrock vom Leibe und entfernte daraus ein kleines Steinstück, das wahrscheinlich von dem Steine, der mich getroffen hatte, abgelöst durch meine Kleidung bis auf den Körper gedrungen war. Doch das Rasseln ließ nicht nach, immer dichter fielen die Steine; da raffte ich mich noch einmal zusammen mit dem Vorsatze, den ausgestorbenen Krater, auf dessen Südrande ich mich befand, gegen Norden etwa 100 Schritte zu durchlaufen, um, im Falle ich auf dem Wege dahin nicht getroffen würde, unserem am Fuße des Nordabhanges liegenden Schiffe näher zu kommen. Doch als ich mich zum Laufen wandte, hemmte plötzlich ein schaudervoller Anblick meine Schritte und ich stand einen Augenblick stille in Mitten des Regens glühender Steine. — Um mich her brannte es lichterloh, rothgelbe knisternde Flammen und dunkler Rauch stiegen aus allen Punkten des alten Kraters ellenhoch in die Höhe. Es hatten nämlich die glühenden Steine sämmtliche brennbare Sträucher und Halme, die im Krater wuchsen, in Brand gesetzt, außerdem hatte sich auch der Krater vielfach zerspalten und aus den Spalten trat der Rauch. Beim ersten Anblick erschrak ich um so heftiger, als ich mir vorstellte, auch dieser Krater bereite sich zu einer Eruption vor. — Ich lief nun durch die Flammen, wurde auf dem Wege von Steinen mehrmals getroffen und von einer dichten Wolke glühend herabfallenden Sandes eingehüllt. Meine Kleider brannten schon an mehreren Stellen, als ich endlich den Nordabhang des Kegels erreichte und mich daselbt fast gänzlich ermattet hinter einen vorragenden Felsen niederkauerte. Fast gleichzeitig hörte das Fallen der Steine auf und begann von Neuem das Pfeifen des Dampfes, das vorhin die Eruption eingeleitet hatte.

Von meinem neuen Standpunkte aus konnte ich erst recht das grausige Bild der allgemeinen Zerstörung überblicken, welche die aufgeregte Natur in einem Zeitraume von 3 Minuten verursacht hatte. Schreckenerregend war der Anblick Mikra Kaymene's. Diese aus dem Jahre 1573 stammende Insel war ziemlich von Gräsern bewachsen, die nun durch die glühenden Steine sämmtlich entzündet wurden und ihre Flammen zu einer einzigen ungeheuren Feuersäule, die die ganze Insel umhüllte, vereinten. Das Meer zwischen den beiden Inseln schäumte und rauchte an den Ufern und schauerlich dröhnte das

Echo des Dampfgebrauses von allen Seiten wieder. — Unter mir ging es indeß gar geschäftig her. Die Eruption hatte von 9 Uhr 48 Min. bis 9 Uhr 51 Min. gedauert; während dieser Zeit hatten die fallenden Steine das Verdeck der „Aphroessa“ dicht übersäet und mit einer Sandschichte von 1 Zoll Mächtigkeit überzogen. Gleich bei den ersten Steinwürfen flüchtete die auf dem Verdecke befindliche Mannschaft in die Cajüten; doch wurden 6 Matrosen leicht und einer schwer am Kopfe verwundet. Gegen das Ende der Katastrophe fielen größere Steine hageldicht auf das Schiff und zischend in's Meer. Am Verdeck gab es kein Brett, das nicht angebrannt worden wäre und ein Block von etwa 1½ Centner im Gewicht, 35 Centim. dick und 72 Centimeter lang fiel neben die Pulverkammer durch das 7 Centimeter dicke Verdeck auf, und durch das Bett des Maschinisten, welches sogleich in Flammen aufging. Einen von den auf das Schiff geschleuderten Steinen sandte ich mit dem ersten Bericht an die k. Akademie ein.

Als ich am Ufer des Meeresarmes anlangte, traf ich meine Herren Collegen bereits daselbst an. Wir fanden stellenweise das Meer siedend heiß durch die hineingefallenen Steinblöcke und den Dampfer in vollen Segeln dem offenen Meere zusteuern. Man hatte eiligst die Taue gekappt und suchte einer neuen Katastrophe durch die Flucht vorzubeugen. So eilig aber wurde dieselbe bewerkstelligt, daß, als wir uns zusammen fanden, das Schiff schon weit von uns entfernt war ohne uns aufzunehmen, da zwei der Barken in Thera abwesend waren, während die dritte von mehreren Steinen durchbohrt ganz unbrauchbar wurde. Endlich kam eine der Barken, nahm uns auf und brachte uns an Bord, wo wir Blutlachen, brennende Hölzer, zerrissene Stricke und Verwundete fanden, gerade als ob das Schiff eben aus einer Seeschlacht zurückgekehrt wäre.

Ein traurigeres Geschick ereilte aber den Zweimaster, der unfern der Goëlette gelegen, dergestalt von glühenden Steinen getroffen wurde, daß alsbald Flammen daraus hervorbrachen und ihn binnen wenigen Minuten vernichteten. Wir waren mittlerweile auf die Bank zwischen Mikra Kaymene und Thera geflüchtet, die etwa 1000 Meter vom Vulkanos entfernt und in meiner Zeichnung durch die daselbst ankernden Schiffe kenntlich ist. Um 11 Uhr v. M. war der Vulcan ruhig und zeigte seine Dampfsäulen, die nun auch ohne Geräusch in die Luft stiegen.

Herr Director Schmidt ließ in der Eile der Flucht seine Barometer auf dem Krater. Da nun eine Barke mit Matrosen abgeordnet wurde, die gekappten Ankertaue an Bord zu schaffen, erbot sich einer derselben auch die Instrumente zu holen. Während der Hinfahrt des Bootes grollte der Vulcan zweimal, ohne aber irgend sonst ein Zeichen einer bevorstehenden Eruption zu verkünden. — Das Boot brachte die Taue und einen Theil der Instrumente mit, zugleich aber auch einen Leichnam. Dicht vor meinem Laboratorium, vor welchem der Zweimaster gelegen hatte und nun verschwunden war, lag die furchtbar verbrannte und verunstaltete Leiche des Capitäns des verunglückten Schiffes. Quer über die Stirne klaffte eine 2 Zoll tiefe Wunde von etwa 4 Zoll Länge, die jedenfalls den Tod blitzschnell verursacht haben wird; außerdem müssen durch darauffallenden Sand oder kleine Steine die Kleider des Unglücklichen in Braud gerathen sein, denn von der Brust bis zu den Füßen war der Leichnam förmlich gebraten.

Dies sind in Kürze die Resultate der 3 Minuten langen Eruption vom 20. Februar. — Von Weitem sah man den unteren Rand der dunklen Rauchsäule rothglühend, die Rauchsäule selbst aber etwa 600—1000 Meter hoch. Die meisten Steine erreichten nur die halbe Höhe der Rauchsäule und fielen in großen Bogen bis zu 600 Meter weit vom Vulkanos in's Meer, woselbst sie ein lebhaftes, auch fernhin sichtbares Aufspritzen verursachten. Die größeren Steine hinterließen beim Fall einen grauen Sandschweif, außerdem aber fiel reichlich grauer Sand aus der langsam der Windrichtung folgenden Wolke. Bis an das nördlichste Ende von Thera, die Stadt Epanomeriá fiel etwa eine Stunde nach der Eruption diese vulcanische Asche und bedeckte die dortigen Dächer.

Am Abende desselben Tages ereignete sich noch eine Eruption, jedoch schwächer als die vom Morgen. Von da an bis zum 25. Februar (d. i. den Tag meiner Abreise von Santorin) ereigneten sich von 2 zu 4 Stunden regelmäßige Eruptionen, von denen nur die vom 22. Februar 3/44 Uhr Nachmittags (Siehe Taf. II.) heftig, ja heftiger als die vom 20. Februar war.

Von der Hafenbucht Athenaios, südlich von der Hauptstadt Thera, nahm ich diese eine volle Viertelstunde währende Eruption auf und brachte sie zu Papier. Es ist dieselbe Zeichnung, die ich mit meinem ersten Berichte an die hohe Akademie eingesandt habe.

Vorstehenden Bericht hat Seine Excellenz Herr Baron v. Testa die Güte an die hohe Akademie der Wissenschaften in Wien gelangen zu lassen.

Athen den 20. März 1866.

III.

Am 25. Februar verließ ich Santorin, um in Athen die gesammelten Gase und Wässer zu analysiren, während die übrigen Mitglieder der Commission, die Herren Dr. J. Schmidt, H. Mityopoulos und P. Bouyoukas (Sections-Chef im Finanzministerium und Inspector der Bergwerke Griechenlands), auf der Insel verblieben um den Verlauf der Phänomene zu beobachten. Auf dem Hinwege wurde auch die an Überresten vulcanischer Thätigkeit so reiche Insel Melos besucht, woselbst sich nicht die geringste Spur einer Erregtheit oder irgend einer Einwirkung des Ausbruches auf der Nachbarinsel zeigte. Die daselbst auf dem Berge Kalamos befindlichen Solfataren strömen, wie vor Jahren aus denselben Fumarolen Wasserdämpfe und Schwefelwasserstoff aus, deren Temperatur zwischen 66° und 79° R. liegt. Die Ergebnisse der Analysen werden im Berichte der Commission veröffentlicht werden.

Ich beschränke mich heute blos auf die Beschreibung des jetzigen Standes der Erscheinungen.

Am 23. März kam ich wieder nach Santorin und schon der erste Anblick Nea Kaymene's zeigte mir, wie gewaltig die Erscheinungen zugenommen haben müssen. Denn die vor einem Monate als eine kleine Insel hinterlassene „Aphroessa" bildet nun einen hohen kegelförmigen Berg, der sich mit Nea Kaymene vollkommen verbunden hat und eine noch mächtigere Rauchsäule als „Vulkanos" entwickelt.

Zwischen der „Aphroessa" und Palaia Kaymene befindet sich nun noch ein 50 Fuß hoher Hügel mit ersterer verbunden, der nach dem österreichischen Kanonenboote „Reka", welches ihn zuerst als isolirte Felseninsel entdeckte, benannt wurde. Der Vulkanos selbst hat an Umfang großartig zugenommen und bildet wohl den sechsten Theil von ganz Nea Kaymene.

Auf Thera traf ich die französischen Gelehrten Herren Verneuil und Fouquet, welche von der französischen Akademie der Wissenschaften hieher gesandt wurden.

Den 24. März besuchte ich mit diesen Herren Nea Kaymene, die ich seit der Eruption vom 20. Februar nicht wieder betreten hatte.

Alle Häuser sind nun eingestürzt und von Auswürflingen durchbohrt. In der am Fuße des alten Kegels befindlichen katholischen Kirche ist ein ungeheurer Block durch die Decke gestürzt, dessen Größe ich auf etwa 2 Kubikmeter schätze. Der Hafendamm ist zum Theil durch Erdbeben, zum Theil durch darauffallende Steinblöcke gänzlich vernichtet und aus den überall befindlichen Rissen strömt 24—32° C. warmer Wasserdampf. — Hält man in das Wasser einer solchen Spalte das Thermometer, so bemerkt man, daß das durch den Wellengang eingeführte Meerwasser von 18·5° C. beim Zurückströmen auf 54—58° C. erwärmt worden ist. — Der Raum zwischen diesem Damme und dem Vulkanos, welchen sonst tiefe Gruben und Felsblöcke ausfüllten, ist nun beinahe eben geworden durch die Masse der ausgeworfenen Schlacken und vulcanischen Asche. Überall findet man oft 4—5 Fuß tiefe Aschenschichten, untermischt mit gut geflossener trachytischer Lava, ferner grauen Bimsstein mit Einsprenglingen von kleinen Feldspathkrystallen und seltener runde, 15—25 Centimeter im Durchmesser enthaltende Bimssteinklumpen, die von außen dicht geschmolzen und zerborsten erscheinen, während sie durch den leichtesten Hammerschlag in viele Stücke zerspringen.

Ich erstieg mit einiger Mühe den Vulkanos (oder „Georg" wie Manche ihn nennen) d. i. den am 30. Jänner zuerst erschienenen Berg, und fand, daß er nicht mehr konisch ist, wie vor einem Monat, sondern aus einem terrassenartigen Plateau und einem darauf ruhenden sehr stumpfen Kegel besteht. Nur ist er, wie zuvor, aus schwarzen bis dunkelbraunen Trachytfelsen zusammengesetzt, die verworren zackig und thurmartig emporstarren.

Man erklimmt erst seine steilen, etwa 60° geneigten Abhänge die etwa 25 Meter hoch sind, wobei das locker über einander liegende Gestein bei jedem Tritte herabrollt, und erreicht dann das Plateau, das durch die ausgeworfene Asche ziemlich eben ist und mit einer Neigung von 6—8° ansteigt. Die Temperatur dieser Aschenlage ist an den Abhängen 32° C., hat sich also seit einem Monat bedeutend abgekühlt, weiter gegen den Kegel zu aber ist sie glühend heiß. Nach etwa 100 Schritten gelangt man an den Kegel, dessen Ersteigung aber durch die daselbst herrschende Glühhitze unmöglich wird. Man

sieht nur, daß an der etwa 30 Meter hohen Spitze desselben die Felsen durch die derselben entsteigenden Dämpfe weißlichgrau geworden sind. Ein wirklicher Krater hat sich auf derselben nicht gebildet, sondern 5—6 tiefe, spaltartige Öffnungen, von ungeheueren weißgrauen Felsen umgrenzt sind es, aus welchen unaufhörlich und unter lautem Gezische glühendheißer, fast farbloser Rauch strömt. Von Zeit zu Zeit aber erstarkt das Zischen zu einem furchtbaren Brüllen, das einige Minuten anhält, wobei der ganze Berg erzittert und mit dem Rauch auch dichte, weiße Dampfwolken und kleine Steinchen emporgeschleudert werden. Doch erhebt sich der Dampf sowohl wie auch der Steinauswurf kaum zu einer Höhe von 3—4 Meter. — Eine derartige Dampfexplosion mit unbeschreiblich betäubendem Getöse trieb auch mich vom „Vulkanos" herab. Dabei empfand ich die mit ungeheurer Spannkraft vor sich gehende Dampfentwicklung als einen gewaltigen Windstoß, der sich von den kraterartigen Öffnungen nach allen Seiten hin ausbreitete, während zugleich die an und für sich schon hohe Temperatur der mich umgebenden Luft sich zur unausstehlichen Hitze steigerte. Außerdem verbreitete sich mit derselben Schnelligkeit ein erstickender Geruch nach schwefeliger Säure.

Ich bestieg nun auch den Kegel der Eruption von 1707—1712, auf welchem ich am 20. Februar so unfreundlich von den Auswürflingen des „Vulkanos" begrüßt worden war. Seiner ganzen Ausdehnung entlang ist er mit frischgefallener vulcanischer Asche, Rapilli und den oben erwähnten Bimssteinbomben bedeckt. Den Krater durchziehen von NO. nach SW. tiefe, früher nicht bestandene Spalten, und am Südrande desselben (wo sich der höchste Punkt des Kraterrandes 351 Fuß hoch befindet) dringt aus einer durch Abrutschungen gebildeten Spalte schwefelwasserstoffhaltiger Wasserdampf von 78° C., der an den umliegenden Steinen glänzende fadendünne Prismen von Schwefel absetzt. Überhaupt ist die ganze Mulde des Kraters um vieles tiefer geworden.

An der Stelle, wo wir am 20. Februar vor der damaligen Eruption saßen, fand ich heute einen damals zurückgelassenen Stock des Herrn Dr. Schmidt und einen geologischen Hammer, zugleich aber auch einen ungeheuren Felsblock, der halb aus geschmolzenem, schwarzem Trachyt, halb aus grauem porösen Bimsstein bestand und wohl 5 Kubikmeter messen kann. — Von dieser Stelle genoß ich einer seit dem letzten Besuche sehr veränderten Aussicht.

Links unter mir der ewig brausende Vulkanos, an dessen Westabhange ein citrongelbes, mehrere tausend Quadratmeter weites Schwefelfeld, aus welchem weiße Dampfballen steigen; rechts, gegen Palaia Kaymene zu die „Aphroessa“, die wie bei ihrem ersten Auftauchen noch immer gelbbraunen Rauch aus ihrem Gipfel entströmen läßt und nun einen mächtigen konischen Hügel bildet.

Ich besuchte ferner die Stelle, wo ich einst den hellrothbraunen Eisenoxydhydratsinter aufgesammelt hatte und fand daselbst nur weißen Schwefelabsatz, den das schwefelwasserstoffhaltige Meerwasser an den dortigen Steinen niedergeschlagen haben mag; an einer anderen Stelle aber fand ich einen dunkelbraunrothen dünnen Sinter an den Steinen, den ich abwusch und mitnahm. — Der südliche Hafendamm ist hier sammt den auf ihm befindlichen Häusern etwa 1 Meter ins Meer gesunken; eben so der südliche Theil des zwischen ihm und dem Vulkanos liegenden Bodens der Nea Kaymene. Dicht am Fuße des Vulkanos fand ich nun auch die heiße Quelle wieder, der ich schon in meinem vorigen Berichte gedachte. Sie ist nun 92° C. heiß und enthält nach einer vorläufigen Analyse viel weniger Eisen und fast keinen Schwefelwasserstoff mehr; Lackmuspapier röthet sie sehr stark.

Von hier aus wandte ich mich westwärts gegen den zwischen Vulkanos und dem alten Kegel befindlichen Thaleinschnitt, der nun durch riesige Felsblöcke und Aschenauswürfe geebnet erscheint.

Hier befinden sich dicht neben einander ein mächtiges citrongelbes Schwefelfeld und ein orangefarbiges von Eisenchloridexhalationen. In diesem finden sich neben Eisenchlorid, Kochsalz, schwefelsaure Salze und Alaun zu einer schwachen Kruste über den vulcanischen Sand vereint, der eine Temperatur von 65° C. zeigt.

Gegen 6 Uhr Abends erkletterten wir bei Mondschein das die Aphroessa vom Vulkanos trennende Vorgebirge der Nea Kaymene und gelangten über zackige Felsen, tiefe Spalten und Schluchten dicht vor die Aphroessa, die schon von Weitem eine große Hitze ausstrahlt. Sie hat sich schon mit Nea Kaymene vereinigt und hat an ihrer Spitze eine kraterförmige Vertiefung, aus welcher eine gelbbraune Rauchsäule aufsteigt, die bei Nacht prächtig glühend erscheint während an ihrer Wurzel meterhohe rothe Flammen aus dem Krater emporschlagen. Ich halte diese intensiv glührothe Färbung für Reflex aus dem Kraterinneren und die Flammen für farblos; denn etwa

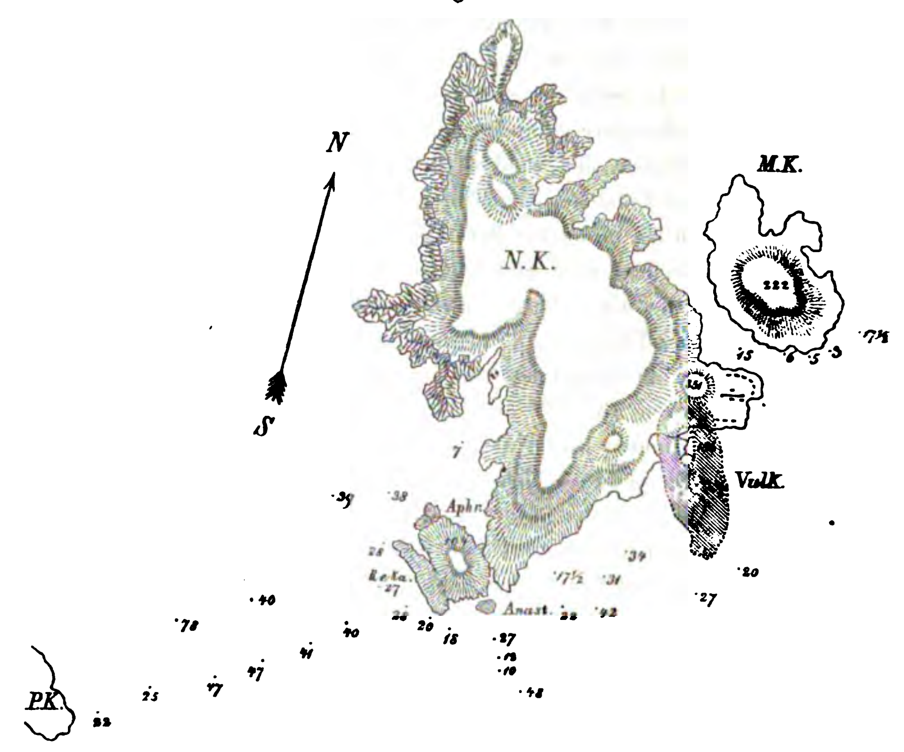
15 Meter unter dem Krater sahen wir aus einer Entfernung von 25 Meter zwei tiefe und weißglühende Öffnungen in den Felsen des uns zugekehrten Abhanges, aus denen farblose und durchsichtige Flammen von 3—4 Meter Höhe mit rasender Schnelligkeit emporzüngelten und dabei ein leises pfeifendes Geräusch verursachten. An ihrer Basis waren sie schwach bläulich, an den Spitzen aber gelblich (wahrscheinlich Natronflamme) gefärbt. Ich halte sie für Wasserstoffgas oder Kohlenwasserstoffgas ($C_2 H_4$), oder wohl beides zusammen. Hierbei will ich nur bemerken, daß ich in manchen der bei meinem ersten Hiersein gesammelten Gasen leichten Kohlenwasserstoff neben Kohlensäure gefunden habe, niemals aber Wasserstoffgas.

Diese Flammen sind wohl zu unterscheiden von denen, welche bei der eben im Entstehen begriffenen Aphroessa beobachtet wurden, und von denen ich im letzten Berichte Erwähnung gethan habe, denn jene waren blendend gelb und langsam abbrennend. — Eine dritte Flammenart, die wir zu beobachten Gelegenheit hatten, waren die blauen Solfatara-Flammen, d. i. von der Verbrennung des dortigen Schwefels herrührenden Flammen.

Die Tage vom 23.—27. März brachten nichts Bemerkenswerthes. Von 5 zu 5 Minuten lassen sich abwechselnd aus beiden Vulcanen schneidende Dampfgetöse hören, welche die kleinen Dampferuptionen begleiten. Abends bietet besonders der Vulkanos ein schönes Schauspiel wegen seiner rothglühenden Krateröffnungen, aus denen zur Zeit der genannten Eruptionen hohe Flammensäulen aufsteigen und die weiße Dampfsäule glühend roth beleuchten; dabei verändert sich auch der Gipfel des Vulkanos beständig. — Ich hatte oftmals Gelegenheit zu bemerken, daß die Windrichtung einen großen Einfluß auf die Wirksamkeit der Krateröffnungen dieses Gipfels ausübe. So z. B. strömt bei Nordwind der Dampf der erwähnten Eruptionen aus den südlichen Öffnungen, bei Ostwind aus den westlichen u. s. w.

Den 28. März herrschte Windstille und der Rauch stieg senkrecht empor, sich zu dichten Wolken verdichtend. Das Ozonometer zeigte heute zum ersten Male den achten Grad der Scala, während an den vorhergehenden Tagen höchstens der zweite oder dritte erreicht wurde. Gegen Mittag umzog sich der Horizont mit dichten Gewitterwolken, die Temperatur sank von 15·5° auf 11° C. und ein heftiges Gewitter brach unter starkem Nordwind los. Es donnerte und blitzte furchtbar, auch fiel ein dichter Hagel.

Den 29. März besuchte ich die eben angekommene und schon früher hier stationär gewesene preussische Dampfcorvette „Nymphe“ mit dem ebenfalls an diesem Tage hier eingetroffenen Professor der Geologie aus Göttingen Dr. v. Seebach. — Der am Bord derselben befindliche Lieutenant Herr Siewerth hatte die Güte mir das Ergebniß seiner Tiefenmessungen zwischen Palaia Kaymene und Aphroessa mitzutheilen, das ich hier folgen lasse.



Aus einer bloßen Vergleichung der hier angemerkten Zahlen mit den auf der großen englischen hydrographischen Karte verzeichneten Tiefen ersieht man, daß hier die Tiefe fast um die Hälfte abgenommen hat.

Herr Lieutenant Siewerth bestimmte ferner die Höhe der „Aphroessa“ zu 104 Fuß, die Spitze des Vulkanos ist 185 Fuß über der Meeresoberfläche. Südsüdwestlich von der Aphroessa fand ich eine durch einen kleinen Canal (6—7 Meter breit) von dieser getrennte Insel gebildet, aus welcher dicker weißer Dampf emporstieg. Ich legte ihr den Namen „Anastasis“ (Auferstehung) bei;

heute (3. April) ist sie mit der Aphroessa verbunden. Ihr Dampf ist im hohen Grade schwefelwasserstoffhältig, während der gegenwärtig dem Vulkanos entströmende weiße Dampf nur mehr schwach darnach riecht. Die Felsblöcke der Reka und der Anastasis gleichen vollständig denen des Vulkanos sowohl der Farbe, als auch der äußeren Gestalt und chemischen Zusammensetzung nach; jene aber der Aphroessa sind durchaus röthlicher, nicht so zackig und thurmartig, sondern mehr knollenartig. Sie enthalten unstreitig mehr Eisen. Auch der Rauch der Aphroessa ist, wie schon erwähnt, gelbbraun, fast orange. Er behält diese Farbe bis zu einer gewissen Höhe in der Luft bei, so lange er noch glühend heiß ist, sodann entwickelt er aus sich selbst mächtige Ballen weißen Dampfes. — Es ist leicht möglich, daß Eisenchlorid in ihm diese Färbung hervorbringt. Ich bedauerte, meinen Spectralapparat nicht mitgebracht zu haben, um bei Nacht die Flammen und den Rauch zu untersuchen; alle Versuche den Rauch aufzufangen, wurden durch die große Hitze der Aphroessa unmöglich gemacht.

Um 11 Uhr Nachts entlud sich wieder ein heftiges Gewitter über Santorin, wo sich Niemand entsinnen kann um diese Jahreszeit Gewitter erlebt zu haben.

Am Morgen des 30. März schiffte ich mich im Hafen von Thera wieder nach den Inseln ein, sammelte einige Gase und setzte die Sondirungen fort. Höchst interessant ist es, während der Fahrt zwischen dem südlichen Vorgebirge des Vulkanos und Aphroessa das Thermometer in's Meer zu halten. Man sieht da das Quecksilber wie in einem Manometer immerfort steigen und sinken und man durchläuft auf diese Weise alle Temperaturen zwischen 12° C. (Normaltemperatur) und 85° C. Oft bewegt man sich zwischen scharfbegrenzten Strömen heißen Wassers von etwa 60°, das sich zwischen ruhendem Wasser von 14°—17° nach der Windrichtung bewegt. An manchen Stellen ist die Oberfläche des Meeres spiegelglatt, wie eine Ölfläche, während ringsum das Meer bewegt erscheint; gewöhnlich ist an solchen Stellen die Temperatur sehr niedrig und die Tiefe gering. An diesen Orten steigen spärliche Gasblasen in die Höhe, die aber von Tag zu Tag reichlicher werden und, analog des vor dem Entstehen des Vulkanos und der Aphroessa beobachteten Gassprudels, wahrscheinlich das Emportauchen neuer Felsenmassen anzeigen. Ich sammelte von diesem geruchlosen Gase.

Den 31. März und die folgenden Tage bis zur Stunde ist Vulkanos und Aphroessa in heftiger Aufregung, fast zweimal in der Minute gehen abwechselnd [1]) an beiden Vulcanen Dampferuptionen vor sich, die jedesmal 5—20 Secunden andauern. Sie charakterisiren sich durch das furchtbar heftige, donnerartige Brausen, das man bis in die 3100 Meter entfernte Stadt Thera hört (bei Windstille in 8—9 Secunden), durch das Aufpuffen dichter Dampfmassen in eine Höhe von 4—10 Meter und bei Nacht durch das Aufblitzen und Aufflackern hoher Flammen, welche man in Thera vor dem Brausen sieht.

Den 1. April um 6 Uhr Abends entlud sich wieder ein furchtbares Gewitter mit Regen und Hagel über Thera, das etwa eine Stunde anhielt. Den ganzen Tag über herrschte schwüle Hitze (21° C.) und gegen Abend verdunkelten den Horizont im Süden, Osten und Nordwesten drei heranziehende dunkle Gewitterwolkenmassen, während über der Stadt die aus den Vulcanen steigende dunkle Dampfwolke schwebte. Um 6 Uhr erhob sich ein leichter Nordwind (Temperatur 15° C.) und nun folgte Blitz auf Blitz. Der Donner machte die Häuser erzittern, so daß die Einwohner auf die Gassen stürzten und ein Erdbeben zu verspüren vermeinten. — Dreimal beobachtete ich wie die Blitze senkrecht in die aus dem Vulkanos aufsteigende Dampfsäule schlugen und sie blendend weiß erscheinen ließen.

Ungestört aber arbeitete dieser fort und zeigte durch keinerlei Zeichen, daß er von den Blitzen incommodirt werde.

Ich habe mittlerweile auch die Hauptinsel Santorin besucht und manche der auf ihr befindlichen Thermen analysirt, worüber ich nächstens berichten werde.

Auf zwei Dinge richtete ich bisher hauptsächlich mein Augenmerk. Erstens, ob wir es hier mit einer Emporhebung oder mit einem Lavaerguß aus der Tiefe zu thun haben, und zweitens wollte ich untersuchen, in wie fern die von Deville angenommene Theorie der zonenartigen Verbreitung der vulcanischen Gasproducte auf die hiesige Eruption anwendbar sei.

---

[1]) Niemals gleichzeitig.

Ich beschränkte mich bisher nur auf die Erzählung und Beschreibung des Gesehenen ohne zu folgern, behalte mir aber vor, dies bei der Veröffentlichung der Analysen zu thun. Von vornherein aber glaube ich behaupten zu dürfen, daß im vorliegenden Falle die Vergrößerungen Nea Kaymene's durch Emporhebung entstanden seien und daß sodann die erstarrte Lava in Form der allenthalben sichtbaren Trachytblöcke aus den durch die Emporhebung gebildeten Spalten der emporgehobenen Erdkruste herausgedrückt worden sei. — Meersand, Seepflanzen, Austernnester und Theile von einst an diesen Stellen versunkenen Schiffen, die mit den ersten Trachytblöcken aus dem Meere stiegen, ferner die Erhebung des Meeresgrundes rund um die Stelle der Eruption sind hinreichende Gründe, diese Behauptung aufstellen zu dürfen.

Was die Aneinanderreihung der Gase und sonstigen Producte vulcanischer Natur anbelangt, so bietet sich hier eine große Mannigfaltigkeit dar. Man findet Exhalationen von Eisenchlorid, neben Kochsalz und Schwefel, Producte aus der Einwirkung der sauren Dämpfe auf Trachyt, wie schwefelsaure Salze, Alaun, Gyps, Vitriol etc., neben Kohlensäure-Entwicklungen, und die brennbaren Gase entweichen aus den Kratern mit schwefeligsauren Dämpfen; die Eruption ist zu klein, um die auf Temperaturverschiedenheit beruhenden chemischen Phänomene zu zeigen. Vom Krater, wo jedenfalls die höchste Temperatur stattfindet, bis an den Fuß des Kegels, wo die gewöhnliche Temperatur herrscht, sind wenige Meter Entfernung [1], es kann sich also nicht wie auf dem Vesuv oder Ätna eine abgegrenzte Region für Chlorverbindungen, eine für Schwefelverbindungen, eine für Kohlenstoff etc. vorfinden.

Bilden sich die Schwefelverbindungen (SO_2, HS und S) aus den Sulphaten des Meerwassers, so ist es auffallend, warum jetzt, da doch, nach der mächtigeren Dampfsäule zu urtheilen, dieselbe oder vielmehr eine viel größere Wassermasse verdampft als vor einigen Wochen, warum jetzt weniger Schwefelwasserstoff und schwefelige Säure im Dampfe auftreten. — Nimmt man ferner an, daß die sauren Dämpfe sich mit dem Eisen des Trachyts verbinden, daß nach mannigfachen chemischen Processen doppelt kohlensaures Eisenoxydul entsteht, aus welchem ehedem hier so massenhaft viel Eisenoxyd-

[1]) Beim Vulkanos circa 100, bei der Aphroessa 35—40 Meter.

hydrat abgesetzt wurde, so nimmt es Wunder, wie jetzt höchst spärliche Eisenabsonderungen statthaben und der Eisengehalt des Meerwassers bedeutend abgenommen hat.

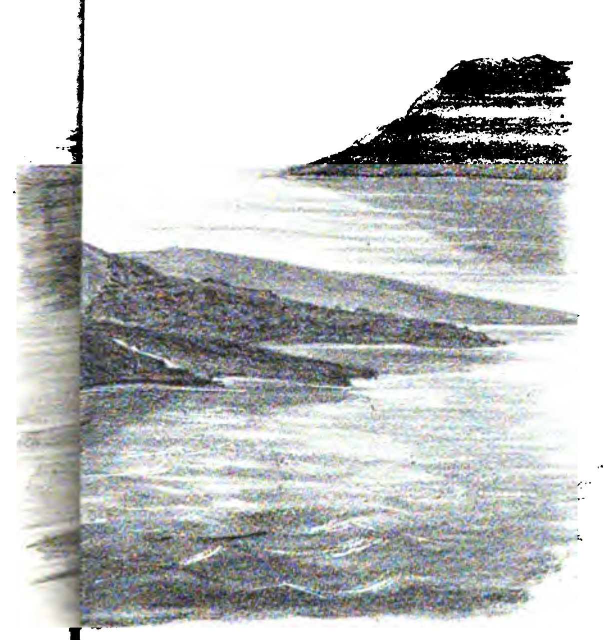
Daß die Temperatur noch nicht in der Weise gesunken ist, um auf die chemischen Verrichtungen ohne Einfluß zu sein, davon legen das stete Wachsen der beiden Vulcane, die Flammen, die rothglühenden Krater und eine Spur von Chlorwasserstoff im entweichenden Wasserdampf Zeugniß ab, so wie die in stets größerer Ausdehnung begriffene Erwärmung des Meeres.

Thera auf Santorin den 3. April 1866.

Dr. A. Christomanos.

P. S. Dieser dritte Bericht gelangt durch die besondere Güte Seiner Excellenz des Herrn Baron v. Testa an die hohe Akademie der Wissenschaften.





707
ne
ym.

Nea Kaym. Therasia

2. 10 Uhr.

66.

Aus d. k.k. Hof u. Staatsdruckerei



Anhang

zur vorstehenden Mittheilung, betreffend die chemische Zusammensetzung zweier Arten von Eruptivgesteinen der neuen Erhebung von Prof. A. Schrötter.

Die k. Akademie erhielt durch die Gefälligkeit des Herrn Consuls v. Hahn in Syra, zwei Exemplare von Eruptivgesteinen von Santorin, welche ich der mathem.-naturw. Classe seiner Zeit vorgelegt habe.

Bei der Wichtigkeit des Gegenstandes schien es nicht überflüßig Analysen dieser Eruptivgesteine von verschiedenen Stellen der neuen Emporhebung in möglichst grosser Zahl zu erhalten. Ich habe daher, wie ich auch schon bei der Vorlage der Gesteine ankündigte, Herrn J. Habermann, Praktikanten am chemischen Laboratorium des polytechnischen Institutes veranlaßt, die Analyse dieser beiden Stücke vorzunehmen.

Eines derselben stammt von der neuen Emporhebung und gehört, soviel ich aus der kurzen Mittheilung hierüber entnehmen kann, dem Materiale an, aus welchem diese der Hauptmasse nach besteht; das zweite, später eingelangte Stück ist ein Auswürfling aus dem neuentstandenen Krater von der Eruption am 20. Februar dieses Jahres.

Das erstere, welches ich mit *(A)* beginnen will, ist schwarz, scharfkantig, spröde, gibt am Stahle Funken, besitzt Fettgtanz, einen flachmuschligen Bruch und eine Härte gleich 6. Die Hauptmasse ist gleichförmig, enthält nur wenige kleine Blasenräume und in ziemlicher Anzahl kleine gelblichweiße durchscheinende Krystalle.

Das zweite Stück *(B)* ist ebenfalls schwarz, glanzlos, rauh anzufühlen, weniger scharfkantig im Bruche, enthält viele und ziemlich grosse Blasenräume, von denen mehrere mit kleinen, weißen Krystallen, die noch nicht näher bestimmt werden konnten, besetzt sind. Eingewachsene Krystalle finden sich in demselben nur sehr

wenige. Die Härte von *(B)* beträgt an einigen Stellen nur 4, an anderen erreicht sie aber ebenfalls 6.

Beide Mineralien werden durch concentrirte Salzsäure bei erhöhter Temperatur bis auf einen geringen Rückstand aufgeschlossen.

Zum Behufe der Analyse wurden die Mineralien mit kohlensaurem Natron geschmolzen.

Die Resultate der Analyse sind folgende:

In 100 Theilen sind enthalten:

	(A)	(B)
Kieselsäure	66·00	67·7
Titansäure	2·05	0·95
Thonerde	16·15	17·38
Eisenoxyd	1·20	1·30
Eisenoxydul	3·30	3·50
Mangenoxydul	0·66	1·40
Magnesia	3·38	0·83
Kalk	3·19	3·17
Natron	7·07	6·46
		102·69

Man sieht hieraus, daß beide Stücke, obwohl sie ohne Zweifel von sehr entfernten Theilen der in vulkanischer Thätigkeit begriffenen Masse herrühren, dennoch hinsichtlich ihrer entfernteren Bestandtheile nahezu gleich sind.

Die Titansäure wurde anfangs mit der Kieselsäure zusammen gewogen, dann diese als Kieselfluorwasserstoff verflüchtigt und die hiebei zurückbleibende Titansäure bestimmt. Die angegebene Menge dieser Säure ist jedoch jedenfalls um etwas zu gering, da nicht bestimmt wurde, wie viel davon bei der Thonerde und dem Eisenoxyde zurückgeblieben ist.

Zur Bestimmung des Eisenoxyduls wurde das Mineral in einer Atmosphäre von Kohlensäure mit Borax geschmolzen, die Masse dann ebenfalls bei Ausschluß der Luft mit Schwefelsäure aufgeschlossen und das Oxydul durch Titriren mit übermangansaurem Kali bestimmt.

Bei *(A)* wurde der Gehalt an Natron nur aus der Differenz berechnet; die für dasselbe angegebene Zahl ist also mit der Summe sämmtlicher Beobachtungsfehler behaftet. Auffallend ist es, daß diese Mineralien kein Kali enthalten; es konnte dieses weder mittelst

Platinchlorid nachgewiesen werden, noch zeigten sich selbst im Spectrum die Kaliumlinien, was allerdings neben der starken Natriumreaction das Vorhandensein sehr kleiner Mengen von Kali nicht ausschliessen würde. Bestimmbar wären jedoch diese Mengen keinesfalls. Es müssen grössere Mengen des Minerals, als man gewöhnlich zur Analyse verwendet, eigens auf Kali geprüft werden, um über die gänzliche Abwesenheit desselben sicher zu sein.

Bei *(B)* hingegen wurde das Natron direct als schwefelsaures Salz gewogen.

Von *(A)* wurden zur Untersuchung nur Stücke gewählt, die möglichst frei von den eingewachsenen weissen Krystallen waren.

Es wäre wohl zu früh, aus diesen zwei Bestimmungen irgend welche weitere Schlüsse ziehen zu wollen, nur sei bemerkt, daß die Sanidine von der Eifel, wie sie E. Mitscherlich in seiner hinterlassenen Abhandlung: „Über die vulkanischen Erscheinungen in der Eifel“ [1]) zusammenstellt, bis auf den Gehalt an Kali in ihrer Zusammensetzung sehr nahe mit den oben angegebenen übereinstimmen, während keiner der von Abich untersuchten Sanidine einen 60 Pct. übersteigenden Gehalt an Kieselsäure zeigt. Der grössere Eisengehalt ist wohl aus den Daten, welche Herr Dr. Christomanos in seiner interessanten Abhandlung angeführt hat und aus der Natur des ganzen Vorganges, dem diese Eruptivgesteine ihre Entstehung verdanken, erklärlich. Es ist vielleicht nicht unwahrscheinlich, dass diese Eruptivgesteine einem Natronfeldspath ihre Entstehung verdanken.

Nachdem die obige Untersuchung bereits abgeschlossen war, erhielt ich am 24. April die Verhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt vom 17. April, in welchen sich mehrere Analysen von Gesteinen von Santorin von Herrn Bergrath K. Ritter v. Hauer befinden. Dieselben stimmen mit den hier angeführten so nahe überein, als dies bei Gesteinen dieser Art nur überhaupt erwartet werden kann. Der Hauptunterschied liegt in dem Mangel eines Gehaltes an Titansäure in den der geologischen Reichsanstalt zugekommenen und bis jetzt analysirten Stücken, und in ihrem Kaligehalt.

---

[1]) Denkschriften der k. Akademie d. W. zu Berlin 1865. Im Auftrage dieser Akademie aus dem Nachlasse E. Mitscherlich's, herausgegeben von J. Roth.

Einem an mich gerichteten Schreiben des Herrn Dr. Christomanos vom 19. Mai entnehme ich Folgendes:

„Eine große Freude verursachte mir die Übereinstimmung der Analysen, welche Sie die Güte hatten mir mitzutheilen, mit den Meinigen. Ich habe 14 verschieden gefärbte, zum Theile auch verschieden dichte Stücke untersucht und fand, daß die Blöcke sowohl der neuerlich emporgehobenen Inseln resp. Vorgebirge, als auch die der schon seit 1707 bestehenden Insel Nea Kaymene dieselbe chemische Zusammensetzung zeigen. Sogar diejenigen, welche sich auf Paläa Kaymene befinden und eine ausgesprochene trachytische Natur mit grauer Farbe und schieferiger Structur zeigen und von den Jahren 198 v. Chr. — 1457 n. Chr. stammen, haben dieselbe Zusammensetzung mit etwas kleinerem Eisen- und grösserem Kali- und Magnesiagehalt. Kieselsäure = 65 — 66·5%.

Der von Ihnen mit *(B)* bezeichnete Auswürfling dürfte Ihnen vielleicht nicht richtig als solcher angegeben worden sein, da unsere Analysen zwar in Bezug auf das Product der Emporhebung, d. h. auf die chemische Zusammensetzung der den Vulkan constituirenden Felsblöcke stimmen, diejenige aber der von mir gesammelten Auswürflinge, die, abweichend von ihrer Beschreibung, meist ein bimssteinartiges Aussehen zeigen, nicht so vollkommen mit der Zusammensetzung der genannten Blöcke harmonirt.

Ich fand in den meisten braunen Arten der Emporhebung:

		in den dichteren schwarzen
Kieselsäure	65·3 %	66·5
Titansäure	1·75	1·25
Thonerde	17·52	16·2
Eisenoxyd	1·5	1·11
Eisenoxydul	3·1	3·6
Manganoxydul	1·05	0·875
Magnesia	0·65	0·55
Kalk	2·92	3·24
Natron	5·66	5·37
Kali	0·58	1·023

Die Auswürflinge hingegen haben folgende Zusammensetzung: (Es wurde bisher nur eine Sorte untersucht.)

Kieselsäure	68·0 %
Thonerde	18·2
Eisenoxyd	0·96

Eisenoxydul	2·8	
Manganoxydul	Spur	
Kalk	3·45	
Magnesia	Spur	
Kali und Natron . . .	6·6	(aus der Differenz berechnet).

Seit dem Empfang Ihres werthen Schreibens hatte ich keine Zeit, um andere Stücke auf Titansäure zu prüfen; das untersuchte aber enthält davon Nichts.

Der ausgeworfene Sand zeigt fast dieselbe Zusammensetzung.

Die meisten Berichte von Santorin zeugen von einem grossartigen Aufschwung der Phänomene. Während vom 20. März bis 15. April fast keine Eruption, sondern nur Dampfexplosionen stattgefunden haben, sollen sich jetzt Eruptionen mit Steinauswurf und Rauchsäule ereignen, welche die am 20. und 22. Februar noch übertreffen. Besonders am 2. Mai folgte eine derartige auf die andern, die Häuser auf Thera erzitterten durch das furchtbare Getöse. Man zählte in diesen Tagen während 24 Stunden bei 500 Eruptionen. Von der Südspitze des Vulkanos bis zur Aphroessa sind neue Felsen emporgetaucht und sollen sich dieselben alle zu einer Masse vereinigt haben. Der Rauch der Aphroessa ist noch immer orangefarbig. Der Gipfel des Vulkanos ist nicht mehr spitzig, sondern eben, und man bemerkt, dass seine Abhänge durch die reichlich ausgespieenen Massen sich zu einem regelmäßigen Eruptionskegel zu formen beginnen. — Bei jeder während der Nacht stattfindenden Eruption sieht man Flammen[1]) von ungeheurer Höhe emporzüngeln. Der Eruptionskegel von 1707 wankt unaufhörlich, ist zerklüftet und mehrfach gespalten und in aus ihm steigenden Dampf gehüllt.

Wenn Sie die vorstehenden Mittheilungen über den Vulkan für werth erachten zur Kenntniß der hohen Akademie gelangen zu lassen, so bitte ich davon Gebrauch zu machen.“ . . . .

---

[1]) Die Existenz der Flammen scheint nun schon hinlänglich constatirt zu sein.

Allgemeine Entwicklung der Beziehungsgleichungen zwischen der Seite und dem Halbmesser regelmässiger Sehnenpolygone, deren halbe Seitenzahl ungerad.

Von **Dr. August Schwarzer,**
Lehrer am Realgymnasium zu Tábor

(Vorgelegt in der Sitzung am 1. Februar 1866.)

In der im 52. Bande der Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Classe der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften veröffentlichten Abhandlung über die Beziehungsgleichungen zwischen der Seite und dem Halbmesser gewisser regelmässiger Kreisvielecke wurde die Gleichung entwickelt:

$$a^2_{\frac{n-p}{2}} = 2r^2 - pra + \frac{a}{r}\left(a^2 + a_2^2 + a_3^2 + \ldots a^2_{\frac{p-1}{2}}\right)$$

oder wenn man $r = 1$ setzt:

$$a^2_{\frac{n-p}{2}} = 2 - pa + a\left(a^2 + a_2^2 + a_3^2 + \ldots a^2_{\frac{p-1}{2}}\right) \qquad (1)$$

Darin bedeutet $r = 1$ den Halbmesser des Kreises, a, a_2, a_3 die Sehnen des einfachen, des doppelten, des dreifachen Bogens, n die halbe Anzahl der Seiten eines regulären Sehnenvieleckes mit der Beschränkung, daß sie ungerade sei, und p eine beliebige ungerade Zahl, ungerad deshalb, damit die Zeiger $\frac{n-p}{2}$ und $\frac{p-1}{2}$ ganze Zahlen werden.

Soll nun diese Gleichung die Beziehung zwischen der Seite des Polygons und dem Halbmesser unmittelbar ausdrücken, müßen $a^2_{\frac{n-p}{2}}$ und die Summe $a^2 + a_2^2 + a_3^2 + \ldots\ldots a^2_{\frac{p-1}{2}}$ als Functionen von a ausgedrückt werden.

Dies soll im Folgenden durchgeführt werden.

a) Um allgemein a_m^2 durch a auszudrücken, kann man von der Gleichung ausgehen:

$$\sin^2 mx = A \sin^2 x + B \sin^4 x + C \sin^6 x + \ldots$$

Bestimmt man darin etwa durch beiderseitige Differentiation die unbestimmten Coëfficienten, so gelangt man zu der Gleichung:

$$\sin^2 mx = m^2 \sin^2 x - \frac{2^2}{4!} m^2 (m^2-1) \sin^4 x + \ldots .$$
$$\ldots \frac{(-1)^{m-1} 2^{2m-1}}{(2m)!} m^2(m^2-1)(m^2-2^2) \ldots [m^2-(m-1)^2] \sin^{2m} x.$$

Setzt man für $r = 1$,

$$\frac{a}{2} = \sin x,\ \frac{a_2}{2} = \sin 2x,\ \frac{a_m}{2} = \sin mx,$$

so übergeht die Gleichung in:

$$a_m^2 = m^2 a^2 - 2\frac{m^2(m^2-1)a^4}{4!} + \ldots$$
$$\ldots \frac{(-1)^{m-1}}{(2m)!} m^2(m^2-1)(m^2-2^2) \ldots [m^2-(m-1)^2] a^{2m}. \quad (2)$$

b) Um die Summe $a^2 + a_2^2 + \ldots a_m^2$ in eine Function von a umzuwandeln, kann man abermals von der Summe:

$$S(\sin^2 mx) = \sin^2 x + \sin^2 2x \ldots + \sin^2 mx$$

ausgehen. Setzt man darin nach der bekannten Formel:

$$\sin^2 mx = \left[\frac{e^{imx} - e^{-imx}}{2i}\right]^2$$

die bezüglichen Werthe ein, so verwandelt sich dieselbe in:

$$S(\sin^2 mx) = \frac{m}{2} - \frac{1}{4}\left[\begin{matrix} e^{2ix} + e^{4ix} + \ldots + e^{2mix} \\ e^{-2ix} + e^{-4ix} + \ldots + e^{-2mix} \end{matrix}\right]$$

Die in der eckigen Klammer enthaltenen geometrischen Reihen laßen sich nun leicht summiren, und geht man nach geschehener Summirung auf die Sinuse zurück, so folgt:

$$S(\sin^2 mx) = \frac{m}{2} - \frac{1}{4} \frac{\sin^2(m+1)x - \sin^2 mx - \sin^2 x}{\sin^2 x}$$

oder, wenn man für die Sinuse die Sehnen einsetzt:

$$S(a_m^2) = 2m+1 - \frac{a_{m+1}^2 - a_m^2}{a^2}. \tag{3}$$

Diese Gleichung läßt sich mit Anwendung der Gleichung (2) in eine gesetzmäßig gebildete Reihe entwickeln.

Schreibt man zur Abkürzung die Gleichung (2):

$$a_m^2 = m^2a^2 - A_m a^4 + B_m a^6 - \ldots (-1)^{m-1} P_m a^{2m}$$

und analog:

$$a_{m+1}^2 = (m+1)^2 a^2 - A_{m+1} a^4 + B_{m+1} a^6 - \ldots (-1)^m P_{m+1} a^{2(m+1)}$$

so ist:

$$S(a_m^2) = (A_{m+1} - A_m)\,a^2 - (B_{m+1} - B_m)\,a^4 + \ldots (-1)^{m-1} P_{m+1} a^{2m}$$

und wenn man die Coëfficienten der Reihe ausrechnet, ergibt sich schließlich:

$$S(a_m^2) = (2m+1)\left[m(m+1)\frac{a^2}{3!} - (m-1)m(m+1)(m+2)\frac{a^4}{5!} + (m-2)\ldots(m+3)\frac{a^6}{7!}\ldots(-1)^{m-1}P_{m+1}a^{2m}\right] \tag{4}$$

Das Bildungsgesetz der Coëfficienten besteht darin, daß in jedem folgenden Coëfficienten zu der natürlichen Zahlenfolge zwei Factoren hinzukommen, und zwar im Zähler der nächst höchste und der nächst kleinste, im Nenner die zwei nächst höchsten. Mit Hülfe der Gleichungen (2) und (4) kann nun die Gleichung (1) in eine Function von r und a umgewandelt werden. Setzt man in der Gleichung (1) für

$$\frac{n-p}{2} = m \text{ und für } \frac{p-1}{2} = m',$$

so übergeht sie in die folgende:

$$a_m^2 = 2 - pa + a\,(a^2 + a_1^2 + \ldots a_{m'}^2)$$

und diese mit Anwendung der Gleichungen (2) und (4) in:

$$m^2a^2 - 2m^2(m^2-1)\frac{a^4}{4!} + 2m^2(m^2-1)(m^2-2^2)\frac{a^6}{6!}\ldots(-1)^{m-1}P_m a^{2m} = 2 - pa + (2m'+1)\left[m'(m'+1)\frac{a^3}{3!} - (m'-1)\ldots(m'+2)\frac{a^5}{5!}\ldots(-1)^{m'-1}P_{m'+1}a^{2m'+1}\right]. \tag{5}$$

Die Größen m und m' sind abhängig von der Größe p, die eine willkürlich zu wählende ungerade Zahl vorstellt. Um den Grad der Gleichung (5) möglichst zu erniedrigen, kann man p so wählen, daß die Differenz der höchsten Potenzexponenten auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens eine möglichst kleine werde.

Setzt man diese Differenz $2m-(2m'+1)$ gleich Null, so wird $p=\frac{n}{2}$, ein Werth, der nicht gebraucht werden kann, da wegen n ungerad $\frac{n}{2}$ ein Bruch ist, und p eine ganze Zahl sein muß. Setzt man daher

$$2m-(2m'+1)=\pm 1,$$

so wird

$$p=\frac{n\pm 1}{2}.$$

Von diesen Werthen für p ist stets einer ungerad und daher brauchbar. Hiernach sind die Polygone für welche $\frac{n+1}{2}$ ungerad, oder was gleichbedeutend ist, für welche $n-1$ durch 4 theilbar, von jenen zu trennen, für welche $\frac{n-1}{2}$ ungerad, oder für welche $n+1$ durch 4 theilbar ist. Erstere mögen Polygone A, letztere Polygone B heißen.

I. Entwicklung der Gleichung der Polygone A.

Für diese ist $p=\frac{n+1}{2}$, daher

$$m=\frac{n-p}{2}=\frac{n-1}{4}$$

und

$$m'=\frac{p-1}{2}=\frac{n-1}{4},$$

daher $m=m'$, und wenn man dies auf die Gleichung (5) anwendet, und überdies auch p durch m ausdrückt, erhält man:

$$2-(2m+1)a-m^2a^2+(2m+1)m(m+1)\frac{a^3}{3!}+2m^2(m^2-1)\frac{a^4}{4!}-\cdots$$
$$(-1)^m P_m a^{2m}+(-1)^{m-1}Qa^{2m+1}=0.$$

Diese Gleichung enthält noch den Factor $2-a$, und wenn man denselben durch Division entfernt, ergibt sich als Quotient die gesetzmäßig gebildete Reihe:

$$
(6)\quad \begin{aligned} 1-ma-\binom{m+1}{2}a^2+\binom{m+1}{3}a^3+\binom{m+2}{4}a^4-\binom{m+2}{5}a^5\,.\;.\;. \\ (-1)^m\binom{2m-1}{2m-1}a^{2m-1}+(-1)^m\binom{2m}{2m}a^{2m}=0. \end{aligned}
$$

Diese Reihe bricht mit dem $2m+1^{\text{ten}}$ Gliede ab, somit verschwindet auch bei diesem Gliede der Rest der Division.

Schreibt man die Reihe in umgekehrter Ordnung, so erhält sie die Form:

$$
(7)\quad \begin{aligned} a^{2m}+a^{2m-1}-\binom{2m-1}{1}a^{2m-2}-\binom{2m-2}{1}a^{2m-3}+\binom{2m-2}{2}a^{2m-4}+ \\ +\binom{2m-3}{2}a^{2m-5}-\binom{2m-3}{3}a^{2m-6}-\binom{2m-4}{3}a^{2m-7}\,.\;.\;.\;.\;. \\ .\;.\;.\;.\;.\;(-1)^{m-1}ma+(-1)^m=0 \end{aligned}
$$

und wenn man endlich für $m=\frac{n-1}{4}$ setzt:

$$
(8)\quad \begin{aligned} a^{\frac{n-1}{2}}+a^{\frac{n-3}{2}}-\frac{n-3}{2}a^{\frac{n-5}{2}}-\frac{n-5}{2}a^{\frac{n-7}{2}}+\binom{\frac{n-5}{2}}{2}a^{\frac{n-9}{2}}+\binom{\frac{n-7}{2}}{2}a^{\frac{n-11}{2}}\,.\;.\;. \\ .\;.\;.\;(-1)^{\frac{n-5}{4}}\left(\frac{n-1}{4}\right)a+(-1)^{\frac{n-1}{4}}=0. \end{aligned}
$$

Dies ist die Gleichung der Polygone A; sie ist stets vom geraden Grade.

2. Entwicklung der Gleichung für die Polygone B.

Für diese ist $p=\frac{n-1}{2}$ und

$$
m=\frac{n-p}{2}=\frac{n+1}{4}
$$

$$
m'=\frac{p-1}{2}=\frac{n-3}{4},
$$

daher $m'=m-1$ und $p=2m-1$.

Mit diesen Werthen übergeht die Gleichung (5) in die folgende:

$$2-(2m+1)a-m^2a^2+(2m-1)(m-1)m\frac{a^3}{3!}+2m^2(m^2-1)\frac{a^4}{4!}\dots$$
$$(-1)^m R a^{2m-1}+(-1)^m P_m a^{2m}=0$$

und wenn man den darin enthaltenen Factor $2+a$ wegdividirt, folgt:

$$1-ma-\binom{m}{2}a^2+\binom{m+1}{3}a^3+\binom{m+1}{4}a^4-\dots$$
$$\dots(-1)^{m-1}\binom{2m-2}{2m-2}a^{2m-2}+(-1)^m\binom{2m-1}{2m-1}a^{2m-1}=0 \qquad (9)$$

oder wenn man die Gleichung umgekehrt schreibt und $m=\frac{n+1}{4}$ einsetzt:

$$a^{\frac{n-1}{2}}-a^{\frac{n-3}{2}}-\frac{n-3}{2}a^{\frac{n-5}{2}}+\frac{n-5}{2}a^{\frac{n-7}{2}}+\binom{\frac{n-5}{2}}{2}a^{\frac{n-9}{2}}-\binom{\frac{n-7}{2}}{2}a^{\frac{n-11}{2}}\dots$$
$$\dots(-1)^{\frac{n+5}{4}}\binom{n+1}{4}a+(-1)^{\frac{n+1}{4}}=0. \qquad (10)$$

Das ist die Gleichung der Polygone B, sie ist stets von ungeradem Grade.

Als Beispiel seien hier angeführt die Gleichungen:

für das 10-Eck, $n=5$: $a^2+a-1=0$
„ „ 14 „ $n=7$: $a^3-a^2-2a+1=0$
„ „ 18 „ $n=9$: $a^4+a^3-3a^2-2a+1=0$
„ „ 22 „ $n=11$: $a^5-a^4-4a^3+3a^2+3a-1=0.$

Bericht über die Kulik'schen Factorentafeln.

Von dem w. M. Prof. Petzval.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 15. März 1866.)

Das wirkl. Mitglied Prof. Petzval erstattet Bericht über den Nachlaß des Prof. Kulik zu Prag, und hebt unter den vielen Leistungen dieses in seiner Art hervorragendsten Arithmetikers eine, die staunenswertheste hervor, nämlich: Seine Tafeln der kleinsten Factoren aller durch 2, 3 und 5 nicht theilbaren Zahlen von 3 bis 100 Millionen, die der kais. Akademie in sechs großen Foliobänden vorgelegt wird.

Frühere Bearbeiter dieses Gegenstandes haben das manchmal äußerst mühsame Geschäft der Zerlegung größerer Zahlen in ihre einfachen Factoren durch ähnliche Tafeln zu erleichtern gesucht, von ihnen gehen die Burchart'sche bis 3,100.000; fernere 3 Millionen befinden sich im Manuscripte bei der königl. Berliner Akademie der Wissenschaften, sind aber nicht veröffentlicht worden. Endlich hat der in ganz Europa noch in frischem Angedenken stehende Rechenkünstler Zacharias Dase auf Anrathen des Göttinger Astronomen Gaufs fernere zwei, nämlich die 7. und 8. Million vollendet, welche 2 Millionen in zwei schwachen Foliobänden im Druck erschienen sind, so daß also das, was bisher an derlei Tabellen veröffentlicht worden, 8 Millionen beträgt, mit einer jedoch in der Mitte liegenden Lücke von 3 Millionen.

Der Berichterstatter kömmt nun auf die besondere Einrichtung der Kulik'schen Tafeln zu sprechen, und bemerkt unter Andern, wie es auffalle: daß Dase zu je 1 Million einen Band braucht, während bei Kulik 97 Millionen in nur 6 Bänden enthalten sind. Dies komme daher, daß Kulik zur Bezeichnung der beiläufig 1200, höchstens 4ziffrigen Primzahlen, die als kleinste Factoren in seinen Tafeln auftreten, nicht die arabischen Zahlzeichen gebraucht, sondern andere Zeichen verwendet, die nur die Hälfte des Raumes einnehmen.

nämlich die Buchstaben des kleinen lateinischen Alphabets, und die aus ihnen gebildeten Amben. Daher kommt es, daß er noch eine Hülfstafel braucht, der die Zahlenwerthe der Symbole wie *aa*, *kx* u. s. w. zu entnehmen sind, die aber nur eine Seite einnimmt, und die Auffindung der gesuchten Factoren nicht wesentlich verzögert, während durch diese Maßregel der Umfang des Werkes auf die Hälfte herabgeht. Eine sehr dankenswerthe Raumherabsetzung, aber leider noch nicht genügend; denn so gern man auch das verdienstvolle Werk gemeinnützig gemacht und durch den Druck verbreitet sähe, so steht doch diesem Wunsche der noch immer viel zu große Umfang desselben hindernd gegenüber, indem die Kosten der Drucklegung sowohl als so auch der Anschaffung eines solchen Druckwerkes sich viel zu groß ergeben dürften, und auch die Bequemlichkeit des Gebrauches durch den großen Umfang beeinträchtigt erschiene.

Bei der Wichtigkeit des Gegenstandes sieht man sich aber doch genöthigt auf Mittel zur Beseitigung des einzigen Hindernisses des zu großen Volumens zu sinnen, und findet solche gerade auf dem von Kulik selbst betretenen Wege. Konnte nämlich Kulik durch Einführung von Doppelzeichen wie *ad* anstatt 4ziffriger Primzahlen den Umfang seines Werkes auf die Hälfte reduicren, und die Erklärung der speciellen Bedeutung von *ad* einer besonderen Tabelle zuweisen, so kann man ja auch anstatt eines jeden Symboles wie *ad* ein zweckmäßig erdachtes viel einfacheres verwenden, da es augenscheinlich gleichgültig ist, ob man aus der besonderen Tabelle die Bedeutung des einfachen, oder des Doppelzeichens zu entnehmen hat. Die kolossale Arbeit Kulik's kann also der Veröffentlichung zugeführt werden durch Erfindung einer neuen Symbolik, einer Primzahlzeichen-Stenographie. Die Aufgabe ist also folgende:

1. Es sind einfache Zeichen zu erfinden für alle 1-, 2-, 3- und 4ziffrigen Primzahlen, beinahe 1200.

2. Diese Zahlen sollen einen möglichst geringen Raum einnehmen in horizontaler sowohl als auch in verticaler Richtung, sie sollen daher analog den lateinischen Buchstaben *r*, *s*, *a*, *e*, *c* auf der ihnen eingeräumten Zeile bleiben, und nicht wie *b*, *p*, *q*, *d* einen Arm nach oben oder unten ausstrecken, weil dies im Drucke mit großem Raumverlust verbunden ist.

3. Sie sollen sich von einander möglichst unterscheiden, damit eine Verwechslung möglichst vermieden werde.

4. Sehr delicate Bestandzüge, wie sehr feine Haarstriche oder Punkte, die im Drucke gerne ausbleiben, dürfen darin nicht vorkommen.

5. Sie sollen in eine systematische Ordnung gebracht sein, und vermöge dieser leicht ersichtliche Kennzeichen tragen, aus welchen auf einen Blick zu erkennen ist, ob sie zu einer 2-, 3- oder 4ziffrigen Primzahl gehören und ob zu einer größeren oder kleineren. Z. B. eine Linie, gerade oder krumm gibt eine 2ziffrige, 2 Linien eine 3ziffrige, 3 und 4 Linien eine 4ziffrige Primzahl. Dies erleichtert die Aufsuchung in der Hülfstabelle.

6. Sie müssen, wenn auch nicht jedes Zeichen für sich, doch wenigstens im Buche ein angenehmes Bild geben. Selbstverständlich ist, daß vor allem anderen für die Bequemlichkeit des Rechners gesorgt werden muß.

Mit Hülfe einer solchen rationellen Bezeichnung also könnte das Werk Kulik's auf den vierten Theil des Umfanges herabgebracht werden, und die gesammten 100 Millionen Factorentafeln würden in etwa 4 Bänden im Formate der Logarithmentafeln Platz finden, deren jede 25 Millionen enthielte.

Und dies wäre nach dem Ermessen des Berichterstatters der einzige Weg, die von Kulik aufgespeicherten Schätze der rechnenden Welt zugänglich zu machen.

Wien den 13. März 1866.

Die jedem Fachmanne bekannten, bei der raschen Entwickelung der Wissenschaft von Jahr zu Jahr sich steigernden Unzukömmlichkeiten, welche mit der cumulativen Herausgabe von Abhandlungen verbunden sind, die sich auf sämmtliche naturwissenschaftliche Fächer beziehen, haben die mathematisch-naturwissenschaftliche Classe der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften bestimmt, ihre Sitzungsberichte in zwei gesonderten Abtheilungen erscheinen zu lassen.

Die **erste Abtheilung** enthält die Abhandlungen aus der Mineralogie, Botanik, Zoologie, Anatomie, Geologie und Paläontologie; die **zweite Abtheilung** die aus der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

Von jeder dieser Abtheilungen erscheint jeden Monat mit Ausnahme von August und September ein Heft, welches drei Sitzungen umfasst. Der Jahrgang enthält somit zehn Hefte.

Dem Berichte über jede Sitzung geht eine vollständige Übersicht aller in derselben vorgelegten Abhandlungen voran, selbst wenn diese nicht zur Aufnahme in die Schriften der Akademie bestimmt werden.

Der Preis des Jahrganges beträgt für eine Abtheilung 12 Gulden ö. W.

Von allen grösseren Abhandlungen kommen Separatabdrücke in den Buchhandel und sind durch die akademische Buchhandlung Karl Gerold's Sohn zu beziehen.



SITZUNGSBERICHTE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LIII. BAND. IV. HEFT.

Jahrgang 1866. — April.

(Mit 2 Tafeln.)

ZWEITE ABTHEILUNG.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN, BUCHHÄNDLER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1866.

INHALT.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

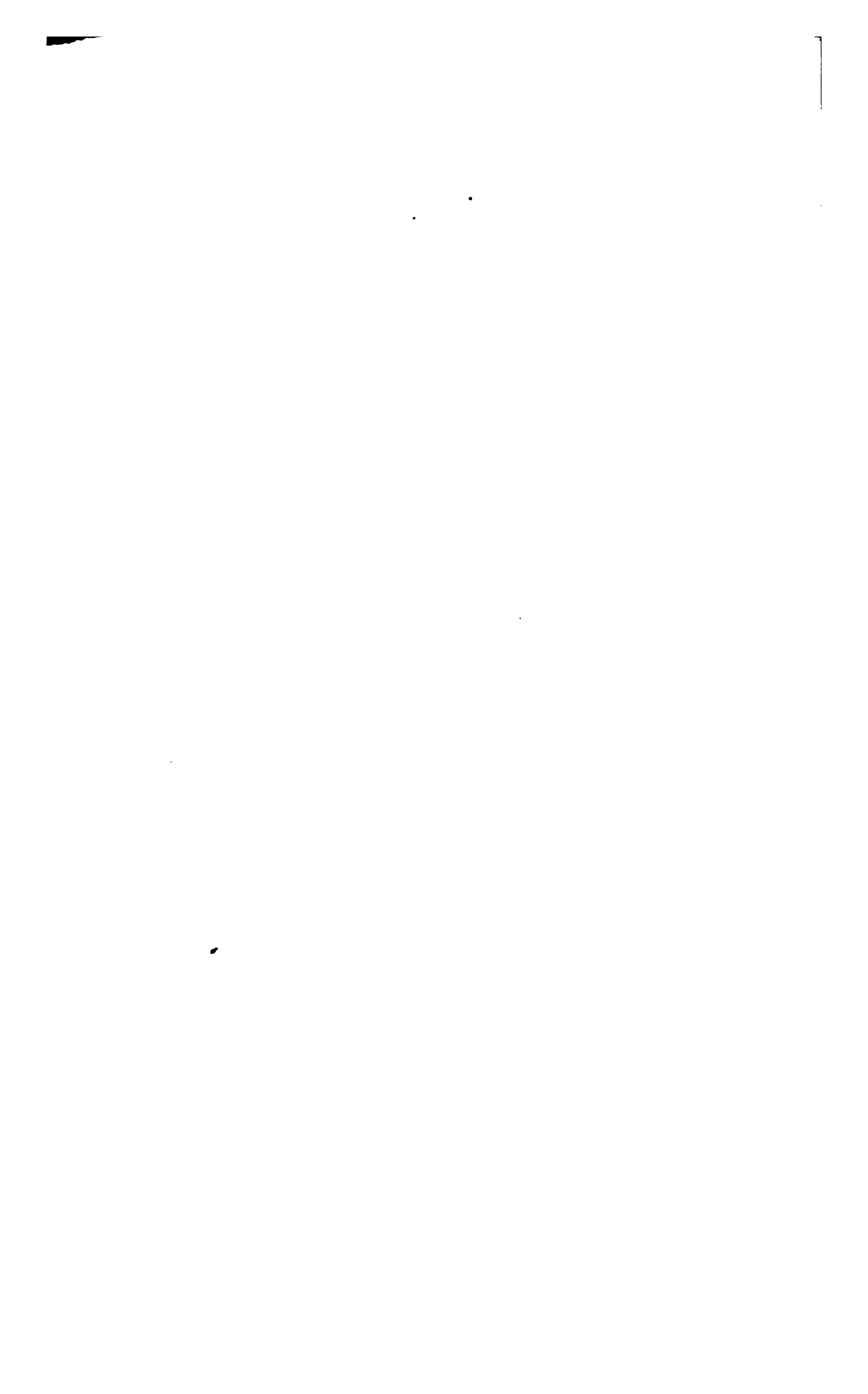
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LIII. BAND.

ZWEITE ABTHEILUNG.

4.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.



X. SITZUNG VOM 12. APRIL 1866.

Herr Regierungsrath Ritter v. Ettingshausen im Vorsitze.

Se. Excellenz der Herr Staatsminister setzt die Akademie, mit Zuschrift vom 27. März, von der zu London im Mai l. J. zu veranstaltenden, mit einem botanischen Congresse verbundenen, internationalen Blumen-Ausstellung in Kenntniß, und stellt die Anfrage, ob sich die Akademie veranlaßt finde, aus ihrer Mitte und auf ihre Kosten Vertreter zu diesem Congresse zu entsenden.

Die k. ungarische Hofkanzlei übermittelt, mit Note vom 4. April die tabellarischen Ausweise über die Eisverhältnisse der Donau und Maros im Jahre 1864/5.

Das k. k. Ministerium des kais. Hauses und des Äußern übersendet, mit Zuschriften vom 21. März, 4. u. 7. April, weitere Berichte über die neuesten vulkanischen Erscheinungen auf Santorin von den Herren Dr. A. C. Christomanos, Privatdocenten der Chemie an der Universität zu Athen und dem Schiffslieutenant, Herrn A. Noelting.

Das auswärtige Ehrenmitglied, Herr Geheimrath Dr. K. E. von Baer zu St. Petersburg gibt, mit Schreiben vom $\frac{\text{24. März}}{\text{5. April}}$ l. J. Nachricht von der neuerlichen Auffindung eines Mammuths in der Nähe der Tas-Bucht.

Herr J. U. Dr. Justin Kulik dankt mit Schreiben vom 1. April für den Bericht über die handschriftlich hinterlassenen Factorentafeln seines verstorbenen Vaters.

Herr Prof. Dr. Fr. Rochleder zu Prag übersendet eine „Notiz über die Bestandtheile der Wurzelrinde des Apfelbaumes".

Herr Prof. Dr. H. Hlasiwetz zu Innsbruck übermittelt die Fortsetzung seiner mit Herrn L. v. Barth ausgeführten Untersuchung über „die Zersetzungsproducte einiger Harze" nebst den Resultaten der mit dem Herrn Grafen Grabowski angestellten Versuche „über die künstliche Nachbildung einiger Harze".

Der Secretär legt heliochromatische Bilder von Poitevin und eine Setzwage neuer Construction von Herrn Starke, Vorstand der astronomischen Werkstätte am k. k. polytechnischen Institute, vor.

Herr Prof. Dr. R. Kner übergibt die dritte Fortsetzung des „Ichthyologischen Berichtes über eine nach Spanien und Portugal unternommene Reise“ von Herrn Dr. Fr. Steindachner.

Derselbe spricht ferner „über die fossilen Fische der Asphaltschiefer von Seefeld in Tirol“.

Herr Hofrath A. Freiherr von Burg überreicht drei „Abhandlungen aus dem Gebiete der höheren Mathematik“ von Herrn J. Pranghofer, Assistenten der höheren Mathematik am k. k. polytechnischen Institute.

Herr Prof. Dr. E. Brücke überreicht eine im physiologischen Institute der k. k. Universität ausgeführte Untersuchung des Herrn Dr. F. Holm aus St. Petersburg „über die nervösen Elemente in den Nebennieren“.

Herr Dr. K. Friesach legt eine Abhandlung „über die Einwirkung eines rechtwinkeligen Parallelepipeds von gleichförmiger Dichte auf einen Punkt“ vor.

Herr Dr. S. Stricker übergibt eine Abhandlung „über die Entwickelung der ersten Blutbahnen im Hühnerembryo“, von Herrn Dr. Afanasieff aus St. Petersburg.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 4. Jahrg. Nr. 7. Wien, 1866; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1576—1578. Altona, 1866; 4°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXII, Nr. 11—13. Paris, 1866; 4°.

Cosmos. 2e Série. XVe Année, 3e Volume, 12e—14e Livraisons. Paris, 1866; 8°.

Gesellschaft, Zoologische, zu Frankfurt a./M.: Der Zoologische Garten. IV. Jahrg. Frankfurt a./M., 1863; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXVII. Jahrg. Nr. 13—15; Wien, 1866; 8°.

Istituto, I. R., Veneto di Szienze, Lettere ed Arti: Atti. Tome XI, Serie 3a, Disp. 1a—11a Venezia, 1865—66; 8°.

Land- und forstwirthschaftliche Zeitung. XVI. Jahrg. Nr. 10—11. Wien, 1866; 4°.

Leipzig, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus den Jahren 1858—1865. 8°, 4° et Folio.

Moniteur scientifique. 222ᵉ—223ᵉ Livraisons. Tome VIII. Année 1866. Paris; 4°.

Nagy, K., Die Sonne und die Astronomie. Leipzig, 1866; gr. 8°.

Reader. Nr. 169—171, London, 1866; Folio.

Reslhuber, Augustin, Resultate aus den im Jahre 1864 auf der Sternwarte zu Kremsmünster angestellten meteorologischen Beobachtungen. Linz, 1865; 8°.

Société Impériale des Naturalistes de Moscou: Bulletin. Année 1865. Tome XXXVIII, 2ᵉ Partie et Supplément au Nr. IV de 1665. Moscou; 1865; 8°.

— de Médecine de Constantinople: Gazette médicale d'orient. IXᵉ Année, Nr. 11. Constantinople, 1866; 4°.

Sonklar Edler von Innstädten, Karl, Die Gebirgsgruppe der Hohen-Tauern, mit besonderer Rücksicht auf Orographie, Gletscherkunde, Geologie und Meteorologie. (Mit Unterstüzzung der kais. Akademie der Wissenschaften in Wien) Wien, 1866; gr. 8°.

Trost, J. J., Proportionslehre mit einem Kanon der Längen-, Breiten- und Profilmaaße aller Theile des menschlichen Körpers. Wien, 1866; 4°. — Die Proportionslehre Dürer's nach ihren wesentlichen Bestimmungen. Wien, 1859; 4°.

Wiener medizin. Wochenschrift. XVI. Jahrg. Nr. 24—29. Wien, 1866; 4°.

Wochen-Blatt der k. k. steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. XV. Jahrg. Nr. 11. Gratz, 1866; 4°.

Zeitschrift des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins. XVIII. Jahrg., 3. Heft. Wien, 1866; 4°.

Untersuchungen über die Bedeutung der Silberzeichnungen an den Capillaren der Blutgefäße.

Von **Dr. S. Federn.**

Aus dem physiologischen Institute der Wiener Universität.

(Mit 1 Tafel.)

(Vorgelegt in der Sitzung vom 22. März 1866.)

Wenige Injectionen der Blutgefäße mit Silberlösung überzeugten mich, daß die auf solchem Wege erhaltenen Zeichnungen in den Capillargefäßen regelmäßig wiederkehren, einen bestimmten Charakter haben, und somit höchst wahrscheinlich in der Structur der Wände begründet sind. Ich habe aber auch sehr bald erfahren, daß bis jetzt noch nicht alle Behelfe erschöpft sind, welche zur Deutung dieser Zeichnungen aufgebracht werden können.

So wurde bis jetzt nur von Kernen gesprochen, welche innerhalb der durch die Silberbilder abgegrenzten Felder liegen, und es wurde dieses Verhältniß für die Zellennatur der Felder verwerthet. Man kann aber kaum eine größere Capillarstrecke absuchen, ohne auf Kerne zu stoßen, welche von den versilberten Streifen gekreuzt werden, so daß ein Kern in zwei Felder hineinreicht. Ich will nicht behaupten, daß ein solcher Umstand einer zelligen Zusammensetzung der Capillarwände im Sinne Auerbach's [1]), Aeby's [2]), Eberth's [3]) und Chrzonszczewsky's [4]) absolut widerspricht. Herr Prof. Brücke theilte mir mit, daß er mit der Hartnack'schen Immersionslinse Nr. 11 an den Epithelien der Zunge sehr deutliche seitliche Facetten wahrnehmen kann; wenn ich mir nun denken will, daß auch die Zellen der Capillaren sich mit solchen Facetten aneinander legen, und wenn ich mir denken will, daß ein Kern sich theilweise unter eine solche Facette hinunterschiebt, dann wird es ganz gut möglich, daß das

---

1) Centralblatt, Nr. 12. 1865.

2) Centralblatt, Nr. 14. 1865.

3) Würzburger naturw. Zeitschr. Bd., VI.

4) Virchow's Archiv. III. Folge, V. Bd. 169.

Silber zwischen den oberflächlichen Kanten eine lineare Zeichnung hervorruft, welche über den Kern hinüberläuft. Wenn uns aber auch eine solche Annahme zur Verfügung steht, so würden wir sie doch erst dann anwenden können, wenn wir wüßten, daß Zellen vorhanden sind; so lange wir das aber nicht wissen, ist das Überschrittenwerden der Kerne durch die Silberstreifen immerhin ein Stoß für die schwankende Logik, daß die Felder Zellen sein müssen, weil Kerne darin liegen; denn angenommen, die Silberstreifen sind keine Zellengrenzen, sondern etwas anderes, können dann die Kerne der Capillaren nicht auch in den Feldern liegen? und wird dieser Einwand nicht stichhältiger, wenn einmal ein Kern in zwei Felder hineinreicht?

Ich muß mich im Vorhinein gegen den Verdacht verwahren, als hätte ich Niveau-Differenzen nicht beachtet, und darum Kerne einer Wand auf die Silberzüge einer andern bezogen. Herr Dr. Stricker hat die betreffenden Präparate mit Immersionslinse Nr. 11 geprüft, und mir dabei gezeigt, daß man nicht nur die obere und die untere Wand des Rohres, sondern auch in jeder Wand selbst noch Niveau-Differenzen unterscheiden kann; eine Erfahrung, welche ich später noch benützen werde.

Die früher genannten Autoren zeichnen oder sprechen ferner nur von Feldern, welche, wenn auch unregelmäßig, doch als Zellen gedeutet werden können; das ist in sehr vielen Fällen richtig, aber nicht in allen. Wenn ich aber nur eine Stelle finde, von der ich aussagen darf, hier können die Silberzeichnungen nicht Zellengrenzen bedeuten, dann ist der nächste Schluß der, daß in den Capillaren auch andere Dinge gefärbt werden können als Zellengrenzen, und dann fällt die ganze üblich gewordene Deutung, wenn sie keine festere Grundlage hat, als die, daß die Silberzeichnung Zellengrenzen entspreche, weil sich Zellengrenzen zeichnen.

Bei genauer Betrachtung fällt es auf, daß zuweilen Feldchen abgegrenzt werden, welche viel kleiner sind als die kleinsten Capillarkerne. Auerbach sagt bei den Lymphgefäßen allerdings, das waren Schaltplättchen. Wenn ich wieder bestimmt wüßte, daß die Capillaren aus zelligen Platten aufgebaut werden, dann bliebe mir nichts übrig, als Schaltplatten anzunehmen. So lange mir aber die Lehren der Entwicklungsgeschichte und der pathologischen Anatomie übereinstimmend sagen, daß die Capillaren als solide Fäden entstehen, ist die Annahme der Schaltplatten nicht zwingend.

Es kommen ferner an den Capillaren kleineren Calibers Zeichnungen vor, welche so complicirt sind, daß sie mit dem besten Willen nicht im Sinne von Zellengrenzen gelöst werden können, so genau man auch die obern und untern Wände auseinander hält. Solche Stellen hat Herr Dr. Stricker immer sorgfältig mit den Immersionslinsen 10 und 11 geprüft und noch die freundliche Zeugenschaft des Herrn Prof. Brücke in Anspruch genommen, dann erst hat sie Herr Dr. Heitzmann, ohne von mir beeinflußt zu werden, abgebildet. (Siehe Abbildung und Erklärung derselben.)

An einzelnen solchen Stellen sieht man zunächst, daß Silberlinien an einer Gefäßwand einen verworrenen Plexus bilden, bei welchem man mit der größten Sicherheit wahrnehmen kann, daß ein Faden, ich will mich vorläufig dieses Ausdruckes bedienen, über den andern hinüberläuft.

Wenn die braunen Linien Zellengrenzen entsprächen, könnten sie wohl auch einen deutlichen Körper wahrnehmen lassen. Herr Dr. Stricker zeigte mir einmal die Kittsubstanz zwischen den Zellen des Pleura-Epithels nach der Silberfärbung als selbstständige Fäden isolirt, und ein anderes Mal ein ähnliches Bild an den Eihäuten der Maus. In solchen Fällen müssen aber zwei Linien, welche sich kreuzen, an der Kreuzungsstelle sich so verhalten, wie etwa das Centrum eines aus einem Stücke getriebenen Kreuzes. Wenn aber ein Faden über den andern hinüberläuft, so daß man an der Kreuzungsstelle einen nach dem andern einstellen kann, dann entspricht dieses Verhältniß nicht mehr der Vorstellung, welche wir uns von einer Kittsubstanz bilden.

Unter anderen ist ein Präparat in den Besitz des physiologischen Instituts übergegangen, an welchem man deutlich sieht, daß ein Faden von der Oberfläche der obern Gefäßwand nach oben abbiegt, und man sieht ihn da auf dem Querschnitte deutlich und scharf mit einer drehrunden Begrenzung.

Man könnte einwenden, daß sich an dieser Stelle die Gefäßwand nach oben ausbuchtet und daher die scheinbare Abbiegung des Fadens; von dem aufgekrämpten Faden lauft aber ein zweiter dünnerer zurück und lauft hier über die braunen Linien der obern Wand weg, wobei er namentlich eine senkrecht kreuzt. Wenn ich nicht annehmen will, daß diese obere Wand aus zwei Zellenlagen

besteht, dann ist ein solches Verhältniß mit der Annahme von Zellenplatten in der Capillarwand nicht vereinbar.

Es wurde schon mehrfach angegeben, daß die fraglichen Zellen zuweilen spiralig gewunden sind. Richtig ist vorläufig nur, daß sich die braunen Linien, besser Fäden, um das Gefäß schlingen. Ich habe viele solcher Windungen gesehen und es ließ sich zuweilen mit Sicherheit constatiren, daß der Körper des Fadens über die seitlichen Contouren des Gefäßes hinüberragt.

An einem Präparate, das gleichfalls in der Präparaten-Sammlung des Institutes niedergelegt ist, sieht man an einer Stelle, wo der Faden nahezu senkrecht an der Seite eines Gefäßes herunterlauft, mit der größten Bestimmtheit nahezu den ganzen drehrunden Querschnitt des Fadens über den Gefäßcontour prominiren. Es scheint dabei, als liefe der Gefäßcontour unter dem Faden durch, so etwa wie der Contour eines von der Seite gesehenen Glasrohres unter einer um dasselbe gewundenen Rebschnur.

Es scheint nur, sage ich, weil an der Stelle, wo der Gefäßcontour durch den Faden gesehen wird, eine Täuschung möglich ist. Wenn in diesem Falle die Entscheidung in dem Sinne, wie es zu sein scheint, möglich wäre, dann wäre die ganze Frage insofern erledigt, als man sagen könnte, die braunen Fäden liegen stellenweise auf den Gefäßen, sind also stellenweise keine Zellengrenzen. An dieser erwähnten Stelle sieht man aber auch mit Sicherheit den drehrunden Querschnitt und den Übergang desselben in schöne Linien der obern und untern Wand; es liegt also an dieser Stelle auch kein Kunstproduct vor, wenn die braunen Fäden überhaupt keine Kunstproducte sind. Angenommen indessen, es sei nicht vollkommen sichergestellt, daß der Gefäßcontour unter dem Faden fortläuft, es solle hier, wie mir Herr Prof. Brücke vorstellt, eingewendet werden können, daß Erscheinungen der totalen Reflexion mit im Spiele seien, dann ist es doch zum mindesten gewiß, daß der Faden mit dem größten Theile seiner Circumferenz über den Gefäßcontour vorragt, und das entspricht gewiß nicht der Annahme, daß die Fäden Kittsubstanz zwischen den Zellen sind.

Wenn übrigens Jemand auf ein Glasrohr sieht, um welches eine wenig durchsichtige Schnur gewunden ist, und er wollte behaupten, der Contour der Glasröhre laufe unter der Schnur nicht continuirlich fort, weil er sie an der fraglichen Stelle nicht deutlich sieht, so hat

er seine Behauptung erst zu beweisen, wenn er daraus weitere Schlüsse ziehen will, und in solcher Lage befinden sich die Anhänger der Zellenplatten dem genannten Präparate gegenüber.

Wenn wir uns nun fragen, was bleibt von den Beweisen, welche für die mehrfach erwähnte Lehre ins Feld geführt wurden, übrig, so muß die Antwort lauten: Aus der Silbermethode gar keine.

Wenn ich über ein mit Kernen versehenes Rohr Linien ziehe, dann werden die Kerne entweder von den Fäden gekreuzt oder sie bleiben in den Feldern, welche durch die Linien abgegrenzt werden. Beide Verhältnisse sind an den Capillaren sichtbar, und es ist daher aus der Kernstellung nichts für die genannte Lehre zu gewinnen.

Wenn Chrzonszczewsky[1]) einen Beweis, daß die Innenfläche der Capillaren mit Epithelien belegt ist, daraus gewinnen will, daß nach starker Dehnung der Capillaren die innere Zellenschichte einreißt, so wird ihm da kaum Jemand folgen. Wenn er Felder ohne Kerne sieht, so ist das kein Beweis, daß etwas gerissen ist. Wenn man mit guten Mikroskopen arbeitet, so müssen Rißstellen an anderen Kriterien erkannt werden, als an dem Mangel eines Kernes. Wenn überhaupt die braunen Linien Zellengrenzen sein sollten, dann müßten die Zellen oberflächlich liegen, wie das Hoyer[2]) andeutet, aber auch dafür ist gar kein anderer Beweis zu geben, als daß sich Zellengrenzen färben. Es ist aber zweifellos, daß sich auch andere Formelemente färben können, wie das ja beispielsweise Cohnheim für die contractile Substanz der quergestreiften Muskelfasern gezeigt hat.

So wie die Kittsubstanz der Epithelien, so wie das Protoplasma, so wie die contractile Muskelsubstanz können auch jene runden Fäden, welche an den Capillarröhren zu finden sind, und welche stellenweise über die Oberfläche derselben hervorragen, mit dem Silber eine Verbindung eingehen, und es würde eben so berechtigt sein, diese Fäden für contractile Substanz zu halten, als es berechtigt ist, sie für Kittsubstanz zu erklären, so lange uns weitere Anhaltspunkte fehlen. Ich enthalte mich jeder Annahme über die Natur dieser Fäden. Ich habe die Arbeit über Aufforderung des Herrn Dr. Stricker übernommen, weil er mir auf Grundlage seiner auf

---

1) A. a. O.

2) Reichert's Archiv 1865, pag. 244.

dieses Thema bezüglichen Arbeiten [1]) in Aussicht stellte, daß von den Capillaren aus, sich werde beurtheilen lassen, ob die Silberbilder nicht allzu einseitig verwerthet wurden.

Ich habe die Bilder vorurtheilsfrei geprüft und übergebe die Resultate mit der Überzeugung der Öffentlichkeit, daß diejenigen, welche gute Injectionen vor Augen haben, den Einwänden, welche ich erhoben, gewiß beitreten werden.

Ich habe bis jetzt noch nichts von der Präparations-Methode gesprochen, und doch wird auch diese nicht ohne Belang sein, wenn man zu einer Übereinstimmung gelangen soll.

Ich habe Katzen und Mäuse von der absteigenden Aorta aus injicirt, und bediente mich der Glaskanülen, welche durch Kautschukröhrchen mit einer kleinen Glasspritze verbunden wurden.

Vor der Injection lies ich das Thier verbluten, injicirte aber jedesmal kurz nach dem Tode des Thieres. Anfangs trieb ich die Blutkörperchen durch Wasserinjection aus den Gefäßen; ich habe mich aber überzeugt, daß ein solches Verfahren zum Mindesten überflüssig ist.

Will man so lange Wasser injiciren, bis dieses ungefärbt abfließt, so bekommt man ein solches Oedem, daß die nachträgliche Silberinjection erschwert wird. Ich hielt es daher für zweckmäßig, gleich mit der Silberlösung zu beginnen und das Einspritzen bei geringem Druck unter Pausen von einigen Minuten über eine halbe Stunde fortzusetzen. Dadurch bewirkt man, daß die Blutkörperchen allmählich aus den Capillaren getrieben werden, daß nachträglich eine ziemlich reine Lösung auf die Wände einwirkt, und man bedarf dabei keiner so großen Flüssigkeitsmenge als wenn man continuirlich injicirte. Wollte man die ganze Flüssigkeit unter höherem Drucke rascher durchtreiben, so wäre für das Ausfließen wenig Zeit gelassen, und es würden sich auch mehr störende Extravasate bilden. Sobald die Injection vollendet war, legte ich die Präparate, namentlich den Darm, auf dessen Oberfläche man den Erfolg der Injection ohne Weiteres merkt, in Alkohol, in welchem ich sie wenigstens einen Tag liegen ließ. Am zweckmäßigsten fand ich die Muskellager des Darmes, welche sich aus Alkoholpräparaten sehr leicht mit der Pincette fassen und schichtweise abtragen lassen. Solche Schichten sind in der

---

[1]) Sitzungsberichte. Bd. LII.

Regel dünn genug um die Anwendung der stärksten Vergrößerungen zu gestatten. Die abgespaltenen Platten habe ich theils in Glycerin, theils in Damar aufbewahrt.

Auch hatte ich mich vielfach bemüht die Kerne, welche wie bekannt, nach der Silberinjection sehr undeutlich werden, durch Essigsäure oder durch Färbung darzustellen. Essigsäure ist nicht ganz nutzlos, sie bringt aber die Kerne nicht mit solcher Klarheit zu Tage, wie sie etwa bei frischen Capillaren sind. Die Farbversuche sind mir ebenfalls zumeist mißlungen.

Karminsaures Ammoniak macht die Silberzeichnung erbleichen, zuweilen ganz unkenntlich.

In einzelnen Fällen hatten karminsaures Kali oder Natron einen leidlichen Erfolg, ohne daß man sagen könnte, die Kerne wären dadurch besonders exact zu Tage getreten. Die Färbung mit Safrantinctur ließ mich vollständig im Stiche.

Ich habe indessen von Kernen so viel gesehen um sagen zu können, daß sie gewiß nicht überall mit der Regelmäßigkeit eingetragen sind, wie Ebert und Chrzonszczewsky nach vielleicht glücklicheren Präparaten abgebildet haben.

Ich habe mich mit ihrer Darstellung durch andere Färbemittel nicht weiter beschäftigt, da ich einmal einsehen lernte, daß aus der Kernstellung sich nahezu eben so viel für, als gegen die vielfach erwähnte Annahme plaidiren läßt.

5

ot
n.

a-
m
gt,
on
er
r-
m

n-
en
in

en
e-
s-
he
ie,
ler

gte
las
or-

hr-
kte
in
de,
ge-
len
che
an

4

R
zu
th

b
E
g
T
si

z

le
d
ti

k
tr
gl

ni
K
e

druckerei.

Erklärung der Tafel.

(Sämmtliche Figuren sind nach Präparaten abgebildet, welche aus der Muscularis eines Mausedarmes dargestellt sind.)

Fig. 1. Ein Capillar-Rohr, an welchem die Kerne durch karmins. Kali gefärbt wurden, bei *a* sieht man den Silberfaden über einen Kern hinüberlaufen. Beide gehören in diesem Falle der unteren Gefäßwand an.

„ 2. In Figur 2 gehören die Fäden *a*, insoweit sie mit den stärksten Contouren ausgeführt sind, der oberen Wand des Gefäßes an, *b* ist die im Text erwähnte Stelle, welche von der Gefäßwand nach oben abbiegt, man sieht hier den drehrunden Querschnitt des braunen Fadens; von hier aus läuft ein in der Zeichnung durch Punctirung angegebener Faden über *a* weg; die in der Abbildung schwächer angelegten Silberzeichnungen *c c* gehören der untern Gefäßwand an, stehen aber dem Niveau nach höher als die am schwächsten angelegten Fäden *u u*.

„ 3. Hier sieht man bei w^1, w^2 w^3 Silberfäden um den Gefäßrand sich winden; bei w^1 ragt der Querschnitt eines senkrecht nach abwärts ziehenden Fadens über den Gefäßcontour hinaus, bei w^2 und w^3 sieht man ein ähnliches Verhältniß minder scharf ausgeprägt.

„ 4. Entsprechen wieder die am stärksten angelegten Contouren der oberen Gefäßwand, man sieht hier bei *s* ein Feldchen in der untern Wand abgegrenzt, welches viel kleiner erscheint als irgend ein bei gleicher Vergrösserung (Imm. 10) gesehener Capillarkern; die Silberfäden, welche dieses Feldchen begrenzen, liegen wieder nicht strenge in einer Ebene, gehören aber gewiß der untern Gefäßwand an, bei *w* sieht man wieder die Hervorragung eines nach abwärts laufenden Silberfadens.

„ 5. Stellt jenen verworrenen Fadenplexus vor, auf welchen ich im Texte bereits hingewiesen; die Stelle bei *u* ist diejenige, bei welcher man das Überbrücktwerden eines Fadens durch den andern sehr deutlich wahrnehmen kann.

„ 6. Ließ ich den Zeichner einen Fadenplexus abbilden, welcher höchst wahrscheinlich einem größeren Gefäße (Vene) angehört. Ich habe im Texte das Verhältniß der Zellenbilder aus den größeren Gefäßen zu jenen in den Capillaren unberücksichtigt gelassen, ich bin auch nicht im Stande, vorläufig darüber eine bestimmte Angabe zu machen, aber die beigegebene Zeichnung muß es immerhin ersichtlich machen, daß auch in den großen Gefäßen nach der Silberinjection, neben anderen auch solche Bilder erscheinen, welche gewiß weit eher an ein Faserwerk als an Kittsubstanz zwischen Zellen denken lassen.

nach Abscheidung des Phloridzin eine eigenthümliche Modification des Gerbstoffes enthalte, ebenso verschieden von dem Gerbstoffe der Galläpfel als von dem Gerbstoffe des Catechu. Fünf Jahre später (1844) hat Heumann aus dem weingeistigen Extracte der Wurzelrinde des Apfelbaumes durch Wasser den Gerbstoff ausgezogen, der die Eisenoxydsalze grün färbt, mit Salzsäure und Schwefelsäure gefällt werden kann und bei dem Digeriren des so entstandenen Niederschlages mit der Säure in eine prächtig rothe Substanz übergeht, welche wenig in Wasser, leicht mit carmoisinrother Farbe in Alkohol löslich ist. Dieser Gerbstoff ist identisch mit dem Gerbstoffe von *Aesculus Hippocastanum*. Er ist offenbar das Material, aus welchem das Phloretin gebildet wird, welches sich durch ein Plus von $C_4 H_4$ in der Zusammensetzung von dem Gerbstoffe unterscheidet und bei seiner Spaltung wie der besagte Gerbstoff Phloroglucin liefert. Eine mit der Salicylsäure homologe Säure entsteht bei dem Phloretin die Protocatechusäure dagegen aus dem Gerbstoffe aus einer Substanz, welche mit der Salicylsäure gleiche Zusammensetzung hat.

Die Rinde des Stammes der Apfelbäume enthält einen Stoff, der zum Gelbfärben verwendet werden kann. Ich werde demnächst in der Lage sein zu bestimmen, ob dieser Farbstoff Quercitrin ist oder ein anderes verwandtes Pigment.

Über einige Harze.

I. Zersetzungsproducte derselben durch schmelzendes Kali.

Von dem w. M. H. Hlasiwetz und L. Barth.

Als Fortsetzung unserer früheren Mittheilungen über diesen Gegenstand [1]) berichten wir hier noch über die Resultate, die mit den Harzen von *Xantorrhoea hastilis* (Acaroidharz), von *Ferula persica* (Sagapenum), von *Pastinaca opopanax* (Opopanax), dann mit der Myrrhe, dem Aldehydharz und Akrylharz erhalten wurden, und haben nur vorauszuschicken, daß wir stets blos die, durch Auflösen in Alkohol, Abdestilliren dieser Lösung und Fällung des Rückstandes mit Wasser gereinigten Pflanzenharze verwendet haben. Wie in unsern rüheren Versuchen wurde auf einen Theil Harz 3 Theile festes Ätzkali angewandt.

Die wesentlichen Zersetzungsproducte fanden sich wie früher immer in dem ätherischen Auszug der, mit Schwefelsäure abgesättigten Schmelze.

Aus der, von diesem Auszug getrennten wässerigen Flüssigkeit erhielten wir keine anderen Producte.

Mit Ausnahme eines neuen Körpers aus dem Opopanax waren alle diesmal erhaltenen Zersetzungsproducte identisch mit den schon früher beschriebenen, und unsere lange Beschäftigung mit denselben machte das Wiedererkennen sehr leicht. Wir haben jedoch alle Sorgfalt auf das Vergleichen derselben verwendet, und auch einige derselben nochmals analysirt.

Acaroidharz.

Nach den Erfahrungen von Stenhouse enthält dieses Harz etwas Zimmtsäure und Benzoësäure präformirt, liefert bei der trockenen Destillation Phenylsäure neben kleinen Mengen Benzol und Cinnamol, und bei der Oxydation mit Salpetersäure Pikrinsäure

[1]) Annal. 134, S. 265.

(Annal. d. Ch. 57, S. 84). Bekanntlich ist das Harz ein geschätztes Material zur Darstellung der letzteren Säure in den chemischen Fabriken.

Diese Thatsachen ließen uns erwarten, daß das Acaroidharz zu denjenigen Harzen gehört, die mit Kali oxydirt Paraoxybenzoësäure geben, und wir fanden wirklich, daß die Ausbeute an dieser Säure so reichlich ist, daß es zur Darstellung derselben am meisten empfohlen werden kann.

Das Harz verschmilzt leicht unter Entwicklung eines aromatischen Dampfes, und beim Absättigen der Schmelze scheidet sich sehr wenig unzersetzt aus. Bedeutend ist die Menge flüchtiger Fettsäuren, die sich bilden. Aus dem ätherischen Auszuge krystallisirt nach dem Verjagen des Äthers bald eine ansehnliche Menge Paraoxybenzoësäure. In den braunen Mutterlaugen dieser fanden wir außerdem etwas Resorcin, die, von uns zuerst aus der Benzoë erhaltene Doppelverbindung von Protocatechusäure und Paraoxybenzoësäure [1]) und Brenzkatechin.

Der Gang, diese Körper zu isoliren, war folgender:

Die mit Wasser verdünnte Mutterlauge wurde mit Sodalösung bis zur alkalischen Reaction versetzt, und dann wieder mit Äther ausgeschüttelt. Der Äther löste das Resorcin und das Brenzkatechin, die ihrestheils durch essigsaures Bleioxyd getrennt, und in bekannter Weise gereinigt wurden.

Die mit Äther ausgeschüttelte Flüssigkeit wurde wieder mit Schwefelsäure übersättigt und nochmals mit Äther behandelt. Nunmehr löste der Äther die Doppelsäure und die Reste von Paraoxybenzoësäure. Der nach dem Abdestilliren des Äthers bleibende Rückstand wurde auf dem Wasserbade von der größten Menge der vorhandenen flüchtigen Säuren befreit, und dann durch wiederholte Behandlung mit Bleizuckerlösung die beiden Säuren geschieden.

Der Bleiniederschlag enthält nach der ersten Fällung bei weitem nicht die ganze Menge vorhandener Doppelsäure, weil noch Essigsäure gegenwärtig ist, in der ein Theil des Niederschlages sich wieder löste. Darum muß die, von der Fällung getrennte und mit Schwefelwasserstoff entbleite Flüssigkeit nochmals eingedampft, der trockene Rückstand wieder gelöst und gefällt werden u. s. w.

---

[1]) Annal. 134, S. 278.

Von 18 Loth gereinigten Harzes erhielten wir 36 Grm. Paraoxybenzoësäure, 4 Grm. Resorcin, etwa 5 Grm. Brenzkatechin, und 6½ Grm. der Doppelsäure.

Die Analyse der letzteren gab:

0·2952 Grm. Substanz verloren bei 100° 0·0336 Grm. Wasser.

0·2606 „ trockener Subst. gaben 0·549 Grm. Kohlens. u. 0·0962 Grm. Wass.

	$C_{14}H_{12}O_7$		Gefunden.
C	57·5	—	57·5
H	4·1	—	4·1

	Berechnet.		Gefunden.
$C_{14}H_{12}O_7$	—	—	—
$2H_2O$	11·0	—	11·3

Sagapenum.

Es bedarf sehr anhaltenden Schmelzens, um das Sagapenum mit Kali zu oxydiren, aber die Zersetzung ist dann so vollständig, daß beim Absättigen der Schmelze nur sehr wenig einer humusartigen Substanz sich ausscheidet.

Der ätherische Auszug hinterläßt einen krystallisirbaren Syrup. Mit Wasser verdünnt und mit Bleilösung behandelt, fällt eine ganz geringe Menge eines grauen Niederschlages, der mit Schwefelwasserstoff zersetzt eine Spur eines, noch stark gefärbten, undeutlich krystallinischen Niederschlages liefert, dessen Reaction mit Eisenchlorid roth ist, der seiner geringen Menge wegen aber nicht so weit gereinigt werden konnte, um zu vergleichen, ob er, was wahrscheinlich ist, mit den Körpern von ähnlichem Verhalten aus der Benzoë und dem Drachenblut übereinkommt [1]).

Die, vom Bleiniederschlag abfiltrirte Flüssigkeit entbleit und eingedampft, lieferte viel Resorcin, und es könnte, ginge die Oxydation des Harzes leichter von Statten, das Sagapenum als ein gutes Material zur Gewinnung des Resorcins bezeichnet werden.

0·2812 Grm. Subst. gaben 0·671 Grm. Kohlensäure und 0·143 Grm. Wasser.

	$C_6H_6O_2$		Gefunden.
C	65·5	—	65·1
H	5·5	—	5·6

Flüchtige Fettsäuren fanden sich beim Sagapenum nur Spuren.

[1]) Annal. 134, S. 281.

Opopanax.

Dieses Harz verschmilzt mit Kali nicht schwer, und gibt beim Absättigen der Schmelze wenig Ausscheidung.

Der ätherische Auszug gab nach dem Abdestilliren einen Rückstand, der mit Wasser verdünnt und mit essigsaurem Bleioxyd gefällt wurde.

In dem Niederschlage ist eine Verbindung enthalten, die wir bisher noch nicht beobachtet hatten.

In der davon abgelaufenen Flüssigkeit fanden wir nur Protocatechusäure und etwas Brenzkatechin.

Daß wir die Protocatechusäure diesmal vornehmlich in der, von der Bleifällung getrennten Flüssigkeit, und nur Spuren derselben in dem Niederschlage fanden, muß daher rühren, daß die Menge freier Säure in der Flüssigkeit vor der Fällung groß genug war, um das Bleisalz der Protocatechusäure in Lösung zu erhalten, während die schwerer lösliche Verbindung des neueren Körpers herausfallen konnte.

Der Bleiniederschlag wurde unter heißem Wasser mit Schwefelwasserstoff zersetzt. Die entbleite Flüssigkeit gab bei starker Concentration Krystalle, die durch Thierkohle entfärbt werden konnten. Sie schießen langsamer an als die der Protocatechusäure, und wenn man die erste spärliche Krystallisation entfernt, entfernt man damit auch den kleinen Antheil dieser Säure, die der ersteren Menge noch eine schwach grüne Eisenreaction ertheilt.

Die wässerige Lösung der reinen Substanz, ziemlich stark sauer von Reaction, gibt mit Eisenchlorid eine röthlich gelbe Färbung, reducirt Trommer'sche Kupferlösung, Silberlösung aber erst auf Zusatz von Ammoniak in der Hitze, wird von Alkalien nicht verändert, und gibt nach dem Neutralisiren mit Ammoniak keine Niederschläge mit Chlorbaryum und Chlorcalcium.

Über die Zusammensetzung dieser Säure werden wir später berichten. Zu einer vollständigen Untersuchung reichte bis jetzt unser Material nicht aus, dessen größter Theil uns überdieß durch einen Zufall verloren ging. Für diesmal müßen wir uns darauf beschränken anzuführen, daß dieses Harz eine Besonderheit bietet, die bei der weiteren Prüfung seiner Bestandtheile beachtet werden muß.

Die Myrrhe oxydirt sich schwierig, und nur zum kleinen Theil mit Kali; die Hauptmenge scheidet sich aus der angesäuerten Schmelze als zähes Harz wieder ab.

Die wesentlichsten Producte der Oxydation sind Protocatechusäure und etwas Brenzkatechin.

Vom Aldehydharz und dem Akrylharz können wir nur angeben, daß die Zersetzung sehr schwer und unvollständig von Statten geht.

Sie verhalten sich auffallender Weise in dieser Beziehung wie die Harze von der Natur der Colophonium's.

Bei beiden entstehen nur Spuren eines, in Äther löslichen, wie es scheint auch krystallinischen Körpers mit rother Eisenreaction.

II. Künstliche Harzbildung.

Aus den vorstehenden und den früher mitgetheilten Versuchen geht hervor, daß die Harze sehr verschiedener Pflanzen sich bei der Oxydation durch Kali bis zu einem gewissen Grade ähnlich verhalten.

Ein beträchtlicher Theil jedes Harzes zersetzt sich wie bei der trockenen Destillation in flüchtige Verbindungen, aromatisch riechende Dämpfe, Kohlenwasserstoffe u. dgl.; ein anderer, seiner Menge nach wechselnder Theil scheidet sich wieder harzig aus, oder es bilden sich humusartige Producte; niemals fehlen Essigsäure und ihre nächsten Homologen.

Daneben aber erhält man vornehmlich:

1. **Protocatechusäure** $\Theta_7 H_6 \Theta_4$.
   Aus Guajak, Benzoë, Drachenblut, Asa fötida, Myrrha. Acaroidharz, Opopanax.

2. **Paraoxybenzoësäure** $\Theta_7 H_6 \Theta_3$.
   Aus Benzoë, Drachenblut, Aloë, Akaroidharz.

3. **Phloroglucin** $\Theta_6 H_6 \Theta_3$.
   Aus Drachenblut, Gummigutt.

4. **Resorcin** $\Theta_6 H_6 \Theta_2$.
   Aus Galbanum, Asa fötida, Ammoniakgummiharz, Sagapenum, Acaroidharz (wahrscheinlich aus allen Umbelliferon liefernden Harzen.)

Das, bei den Protocatechusäure liefernden Harzen auftretende Brenzkatechin ist jedenfalls nur ein secundäres Zersetzungsproduct dieser Säure, und ein ähnliches secundäres Product ist vielleicht auch der immer nur in kleinen Mengen auftretende mehrfach erwähnte Körper mit der rothen Eisenreaction.

Vereinzelt ist das Auftreten des Orcins bei der Aloë, der Isuvitinsäure und der Brenzweinsäure beim Gummigutt.

Die vier Hauptproducte: die Protocatechusäure, Paraoxybenzoësäure, das Phloroglucin und das Resorcin erhält man meist so reichlich, daß man annehmen muß, sie seien Zersetzungsproducte der wesentlichen Bestandtheile, und nicht die zufälliger oder wechselnder Beimengungen. Es ist nun ferner nachgewiesen worden, wie in einigen Fällen diese Producte aus anderen krystallisirten nicht harzartigen Bestandtheilen der Harze entstehen können, so die Protocatechusäure aus der Ferulasäure, die Paraoxybenzoësäure aus der Paracumarsäure.

Das Phloroglucin ist als ein sehr häufiges Zersetzungsproduct gewisser Verbindungen erkannt worden, die entweder wahre Glucosiden sind (Phloridzin, Quercitrin . . .) oder solcher, die ihrer, den zusammengesetzten Äthern analogen Constitution nach als Phloroglucide bezeichnet werden könnten: Verbindungen, in denen das Phloroglucin die Rolle des Zuckers spielt (Maclurin, Phloretin . . .).

Das Resorcin steht im nächsten Zusammenhange mit dem Umbelliferon [1], dessen Derivation aus den näheren krystallisirten Bestandtheilen der Harze noch zu erforschen bleibt, die flüchtigen Fettsäuren endlich können theils primäre Zersetzungsproducte sein (Ferulasäure), meistens aber werden sie als secundäre betrachtet werden müßen, wie sie sich bei so vielen Oxydationsprocessen aus den verschiedenartigsten Verbindungen bilden.

Die Formeln der genannten Zersetzuugsproducte zeigen, daß sie selbst im System nicht weit auseinander stehen, und Glieder, (oder Isomere derselben) folgender Reihen sind:

C_6H_6 Phenol,
C_6H_6O Phenylalkohol,
$C_6H_6O_2$ Oxyphensäure, Hydrochinon, Resorcin,
$C_6H_6O_3$ Phloroglucin, Pyrogallussäure,

[1] S. d. folgenden Abschnitt.

C_7H_6	Toluylen,
C_7H_6O	Benzaldehyd,
$C_7H_6O_2$	Benzoësäure,
$C_7H_6O_3$	Paraoxybenzoësäure, Oxybenzoës., Salicylsäure,
$C_7H_6O_4$	Protocatechusäure, Carbohydrochinonsäure,
$C_7H_6O_5$	Gallussäure.
C_7H_8	Toluol,
C_7H_8O	Benzalkohol, Cresylalkohol,
$C_7H_8O_2$	Toluylsäure, Guajacol, Orcin,

und man kann auf die Vermuthung kommen, daß man in den Harzen, welche diese Producte liefern, Übergangsglieder dieser Verbindungen nach unbestimmten Proportionen (wenn dieser Ausdruck noch gebraucht werden darf) zu suchen habe.

Man würde sich hierüber Aufschluß verschaffen, wenn man irgend ein Glied dieser Reihen künstlich in ein Harz überführen, und aus diesem die, von den natürlichen Harzen enthaltenen Zersetzungsproducte wieder darstellen könnte.

Die Beschaffenheit eines Harzes setzt im Allgemeinen die flüßige oder verflüßigte Form einer Verbindung voraus, und es mußte daher das Nächste sein, mit den flüßigen Substanzen aus den genannten Reihen die Versuche zu beginnen. Mit Absicht hat man bisher solche Verharzungsversuche noch nicht angestellt, und wo man auf harzige Producte stieß, waren sie immer nur lästige Begleiter der Reactionen, um die man sich selten weiter gekümmert hat.

Aber man kann diese zufällig gemachten Erfahrungen benützen, die Mittel aufzufinden, die natürlichen Harze künstlich nachzubilden, um sich dadurch eine Vorstellung zu verschaffen, wie diese Körper in den Pflanzen entstehen mögen.

Es gehört, wie man weiß, zu den charakteristischen Eigenschaften mancher Aldehyde, sich leicht in harzige Producte umzusetzen, und das Bittermandelöl wurde daher zunächst gewählt, um zu erfahren, ob es sich nicht in Benzoëharz überführen lasse. Bekanntlich sind es besonders starke Alkalien und concentrirte Säuren, die diese verharzende Wirkung äußern, und nach einigen Vorversuchen fand man bald in der wasserfreien Phosphorsäure eines der Mittel, die Verharzung einiger Verbindungen, darunter die des Bittermandelöls einzuleiten.

Die folgenden Versuche sind von dem Einen von uns (Hlasiwetz) in Gemeinschaft mit Herrn Grafen Grabowski ausgeführt.

Bittermandelölharz. Trägt man in Bittermandelöl, welches sich in einem weitmündigen, mit einem Glasstöpsel verschließbaren Gefäß befindet, wasserfreie Phosphorsäure in kleinen Partien ein, so erwärmt sich das Ganze beträchtlich, und kühlt man nicht gut ab, so findet, nachdem unter stetem Umrühren mit einem Glasstabe so viel Phosphorsäure eingetragen ist, daß die Maße eine breiige Consistenz hat, unter starker Bräunung eine tiefgehende Zersetzung statt.

Läßt man das Gemisch 12—14 Stunden an einem mäßig warmen Ort stehen, so findet man es nach dieser Zeit erhärtet, und warmes Wasser, welches man hinzubringt, weicht es nur sehr allmählich wieder auf. Das Öl ist hierbei in eine braunschwarze klumpig bröcklige Masse verwandelt, die, nachdem man sie zerrieben, mit Wasser ausgewaschen und getrocknet hat, von Alkohol nur zum kleinsten Theil gelöst wird.

Der braune alkoholische Auszug hinterläßt beim Verdunsten nur mehr oder weniger sprödes, grünbraunes Harz, welches noch etwas nach dem Öle riecht, bei längerem Erwärmen auf dem Wasserbade aber diesen Geruch ganz verliert.

Das, was der Alkohol ungelöst gelassen hatte, das Hauptproduct dieser weit gegangenen Zersetzung, ist eine nach dem Trocknen zu einem staubigen Pulver zerfallende braune Substanz von den äußeren Eigenschaften der Humuskörper, und gegen Lösungsmittel, selbst gegen ätzende Laugen sehr indifferent.

Vermeidet man aber bei der Reaction der Phosphorsäure auf das Öl sorgfältig jede Erhitzung, und trägt nur so viel Phosphorsäure ein, daß das Gemisch die Consistenz eines breiigen Syrups hat, so färbt es sich nur gelbbräunlich, wird aber nach einigen Tagen bei Zimmertemperatur sich selbst überlassen, gleichfalls fest.

Behandelt man nun mit warmem Wasser, so erhält man zunächst nur eine, durch unzersetztes Öl flüssige dickliche Masse, die aber, nachdem sie gut ausgewaschen und vom Wasser getrennt ist, auf einer Schale im Wasserbade, wobei das überschüssige Öl verjagt wird, leicht zu einem in der Wärme weichen, in der Kälte spröden, geruchlosen, kolophoniumähnlichen Harz eintrocknet.

Es kann dadurch gereinigt werden, daß man es in wenig Alkohol auflöst, und mit Wasser fällt. Meist entsteht auf den Wasser-

zusatz bloß eine milchige Flüssigkeit, allein beim Hinzubringen von ein wenig Salzsäure scheiden sich schnell dichte Harzflocken aus, die auf einem Filter ausgewaschen werden können.

Man nimmt sie noch feucht vom Papier, und trocknet sie in ganz gelinder Wärme. Sie bilden dann ein licht gelblich, bräunliches, stark elektrisches, fast geschmackloses Pulver, erweichen in der Wärme und schmelzen im Wasserbade.

Die Analyse gab von

0·2971 Grm. Substanz 0·820 Gr. Kohlensäure u. 0·1374 Grm. Wasser.
0·2961 „ „ von anderer Bereitung gab. 0·809 CO_2 u. 0·144 Gr. Wass.

	In 100 Theilen.	
C	75·3	74·5
H	5·1	5·4
O	19·6	20·1

Das, von van der Vliet analysirte Alphaharz der Benzoë enthält nach der von ihm berechneten Formel:

C — 74·2
H — 6·0
O — 19·8.

Zahlen, welche denen des künstlichen Harzes so nahe kommen, als es bei solchen Substanzen nur erwartet werden kann.

Das Bittermandelölharz löst sich nur zum Theil in Äther; die alkoholische Lösung wird von alkoholischer Bleizuckerlösung nicht gefällt. Es gibt bei der trockenen Destillation ein dickes brenzliches Öl und viel Benzoësäure neben einem kohligen Rückstande.

Verschmilzt man es mit vier Theilen Kalihydrat in der früher oft beschriebenen Weise, so erhält man Benzoësäure und Paraoxybenzoësäure, die durch Schwefelkohlenstoff getrennt werden können. Zur Beseitigung jedes Zweifels wurde mit der letzteren außer einer genauen Prüfung ihrer Eigenschaften auch eine Analyse vorgenommen.

0·2430 Gr. Subst. gaben bei 100° getr. 0·5379 Kohlensäure u. 0·0988 Gr. Wass.
0·2759 „ „ verloren bei 100° 0·0323 Gr. Wasser.

	$C_7H_6O_3$	Gefunden.
C	60·9	60·2
H	4·3	4·5

	Berechnet.	Gefunden.
$C_7H_6O_2$	—	—
H_2O	11·5	11·7

Hiermit ist also ein Weg gezeigt vom Bittermandelöl vermittelst directer Oxydation durch das Zwischenglied der Benzoësäure zur Paraoxybenzoësäure zu gelangen, und das Auftreten dieser Säure bei der Oxydation des Benzoëharzes durch Kali erklärt sich ganz einfach.

Ferner wird man schließen können, daß ein Theil des Benzoëharzes aus Bittermandelöl entsteht, und daß der Benzoëbaum, *Styrax benzoin*, Bittermandelöl, oder eine dieses liefernde Verbindung producirt.

Die Zusammensetzung des Bittermandelölharzes zeigt, daß es zwischen dem Bittermandelöl und der Benzoësäure mitten inne steht.

	Bittermandelöl.	Harz (Mittel d. Analysen).	Benzoësäure.
C	79·2	74·9	68·9
H	5·7	5·3	4·9
O	15·1	19·8	26·2

Das Mittel der Procentgehalte des Bittermandelöles und der Benzoësäure ist C74·0; H5·3; O20·7.

Gewiß ist aber das Harz kein Gemisch dieser beiden Substanzen, sondern es ist eine Verbindung, ein Zwischenglied des Überganges der einen in die andere.

Für Verbindungen dieser Art und Beschaffenheit fehlt uns bis jetzt noch eine zulässige Betrachtungsweise.

Sie in einen Typus unterzubringen, wäre eben so willkürlich als sie nach einer anderen rationellen Schreibweise zu notiren, denn über ihre innere Constitution läßt sich trotz der Bekanntschaft mit ihrer Entstehungsweise nichts Bestimmtes aussagen, weil es nicht zu entscheiden ist, ob die harzige Beschaffenheit aus einer molecularen Umwandlung, wie wir sie bei einigen Aldehyden beobachten, oder einer Verdichtung, einer Accumulation des Molecüls wie bei den Glycolen, der Kieselsäure, oder aus welchem Grunde sonst hervorgeht.

Ebenso schwierig ist es, eine Erklärung für die verharzende Wirkung der Phosphorsäure zu geben, die dabei selbst so wenig eine Veränderung erfährt, wie die Schwefelsäure bei der Humificirung des Zuckers und ähnlichen durch „Katalyse“ verlaufenden Processen, es wäre denn, daß man in solchen Fällen annehmen will, diese Säuren

disponiren, den Sauerstoff der Luft zur Ozonbildung und dadurch zur Oxydation.

Bezüglich des so oft beobachteten Auftretens der Protocatechusäure als Oxydationsproduct der Harze könnte man, scheint es, um eine Annahme nicht sehr verlegen zu sein, nachdem nunmehr nachgewiesen ist, aus wie vielen verschiedenen Verbindungen Protocatechusäure als Zersetzungsproduct hervorgehen kann.

Inzwischen ist mit Ausnahme der Ferulasäure doch keine dieser Verbindungen als einer der Hauptbestandtheile der Harze gefunden, und diese selbst findet sich gerade in, sonst reichlich Protocatechusäure liefernden Harzen wie Guajak, Opopanax, Drachenblut u. s. w., nicht.

Es muß also noch einfache Harze geben, die direct Protocatechusäure liefern, so wie das Bittermandelölharz Paraoxybenzoësäure, und es kam auf einen Versuch an, auch ein solches künstlich darzustellen und mit den natürlichen zu vergleichen.

Die zwischen der Ferulasäure und Eugensäure aufgefundene Beziehung (vergl. die folgenden Abschnitte) hat uns die Gewinnung eines solchen sehr erleichtert, und wir sind, indem wir das, bei dem Bittermandelöl befolgte Verfahren auf die Eugensäure anwandten, bald zu einem solchen gelangt.

Eugenharz erhält man, wenn man in Eugensäure unter den früher beschriebenen Vorsichtsmaßregeln so viel Phosphorsäure einträgt, daß das ganze eine terpentinartige Consistenz erhält. Die röthlich gefärbte Masse wird einige Stunden lang einer Temperatur von 50—80° ausgesetzt und erscheint nach dieser Zeit dunkelroth und steinhart.

Um sie aufzuweichen, was sehr langsam von Statten geht, bringt man heißes Wasser in das Gefäß und stellt es in ein Bad mit siedendem Wasser. Mit einem Glasstabe befördert man die Ablösung eines Harzes, welches sich bei richtig getroffenem Verhältniß sofort als zähe Masse ausscheidet, mit Wasser wiederholt abgewaschen, in Alkohol gelöst und mit Wasser nach Zusatz von etwas Salzsäure gefällt werden kann.

Anfangs noch etwas zähe und klebend, wird es durch längeres Stehen in gelinder Wärme zuletzt ganz hart und spröde. Es ist ge-

ruchlos, kolophoniumartig, von aromatisch bitterlichem Geschmacke und hat die charakteristische Eigenschaft eines prachtvoll veilchenblauen Dichroismus seiner weingeistigen Lösung.

Bei einem Überschuß von Phosphorsäure erhält man nach dem Aufweichen der rohen Masse mit Wasser, welches in diesem Falle viel leichter erfolgt, nicht sofort eine Ausscheidung des Harzes, sondern eine homogene zähe Lösung, die sich mit Wasser beliebig verdünnen läßt.

Auf Zusatz von Salzsäure fällt zwar sofort eine copiöse Ausscheidung heraus, die sich wieder harzartig vereinigt, allein auch diese zeigt für neue Wassermengen wieder eine beträchtliche Löslichkeit, ist noch stark sauer, und wie es scheint, eine Art Phosphorsäureverbindung. Um aus dieser das Harz zu gewinnen, verfährt man am besten so, daß man sie in warmem Wasser ganz auflöst, dann bis zum Sieden erhitzt und aufgeschlemmten kohlensauren Baryt bis zum Aufhören des Brausens einträgt.

Auf diesen Zusatz fällt neben dem sich bildenden phosphorsauren Baryt sofort das Harz heraus und bildet mit diesem und dem überschüssigen kohlensauren Baryt ein klumpiges Gemenge, von welchem man die Flüssigkeit abgießt.

Es wird gewaschen, dann mit warmer verdünnter Salzsäure behandelt, wieder gewaschen, und nun der Rest mit Alkohol ausgezogen. Die filtrirte, schön blau fluorescirende Lösung wird mit Wasser unter Zusatz von etwas Salzsäure gefällt, und das ausgeschiedene, weißliche Harz lange gewaschen. Es enthält aber nach dieser Behandlung immer noch kleine Mengen von Phosphorsäure. Bis auf Spuren entfernt man diese durch Auflösen des Harzes in verdünnter Kalilauge, Fällen des Harzes mit Salzsäure, anhaltendes Waschen mit Wasser, und öftere Wiederholung dieser Operation.

So lange es noch Phosphorsäure enthält, ist das Harz selbst im Sauerstoffstrome nur sehr unvollkommen verbrennlich.

Die Analyse gab:

0·2373 Substanz gaben 0·5955 Grm. Kohlensäure und 0·1516 Grm. Wasser
0·2278 „ „ 0·5745 „ „ „ 0·1435 „ „

Der Procentgehalt des Eugenharzes steht wieder in der Mitte zwischen dem der Eugensäure und dem einer nächst höheren Sauerstoffverbindung.

	$C_{10}H_{12}O_2$ Eugensäure.		Harz.			$C_{10}H_{12}O_3$
C	— 73·2	—	68·4	— 68·8	—	66·6
H	— 7·3	—	7·1	— 7·0	—	6·6
O	— 19·5	—	—	— —	—	26·8

und es läßt sich demnach so wie das Bittermandelölharz als ein Übergangsglied zweier um ein Atom Sauerstoff differirender Verbindungen betrachten.

Bei der trockenen Destillation erhält man ein kreosotartig riechendes Öl, welches eine grüne Eisenreaction gibt, während ein anderer Theil verkohlt wird.

Mit Salpetersäure oxydirt liefert es fast nur Oxalsäure. Mit Kali oxydirt dagegen, wie wir erwartet haben, beträchtliche Mengen Protocatechusäure neben etwas Essigsäure. Die erhaltene Protocatechusäure ergab bei der Analyse:

0·2988 Grm. lufttrockene Substanz verloren bei 100° 0·0313 Gr. Wasser.
0·2675 „ Substanz gaben 0·5316 Grm. Kohlensäure und 0·0974 Gr. Wasser.

	$C_7H_6O_4$		Gefunden.
C	54·5	—	54·2
H	3·9	—	4·0

		Berechnet.		Gefunden.
$C_7H_6O_4$	—	—	—	—
H_2O	—	10·5	—	10·5

Das Harz ist in alkoholischer Lösung durch Bleizucker fällbar, aus dem Niederschlage aber wurde keine Ferulasäure erhalten.

Einige andere Öle, auf welche die Versuche mit der Phosphorsäure ausgedehnt wurden, verhielten sich etwas abweichend.

Cassiaöl wird von der Phosphorsäure sofort heftig angegriffen. Selbst bei guter, äußerer Abkühlung wird das Gemisch schwarz, theerig, verdickt sich und wird endlich fest. Mit Wasser ließ sich die Masse nur allmählich aufweichen, und beim Abfiltriren der sauren Flüßigkeit hinterblieb eine große Menge einer braunen, bröcklich pulverigen, huminartigen Substanz, die getrocknet zu einem staubigen Pulver zerreiblich war, und sich in Alkohol, Äther und verdünnten Laugen nur spurenweise löste.

Rautenöl verändert durch Phosphorsäure beim Stehen in gelinder Wärme seinen Geruch in einen terpentinölartigen, während der, in dem Öl befindliche Kohlenwasserstoff unverbunden die Masse durchtränkt.

Beim Aufweichen mit Wasser scheidet sich ein grünbraunes dickliches Öl ab. Gewaschen und in einer Schale auf dem Wasserbade erwärmt, verflüchtigt sich der unangegriffen gebliebene Theil, und es hinterbleibt ein. zuletzt spröde werdendes, dunkelbraunes Harz, welches mit Kali träge und unvollkommen verschmilzt und als Oxydationsproduct nur Spuren einer krystallinischen Substanz mit violetter Eisenreaction gibt.

Ganz ähnlich verhielten sich Angelicaöl und Kümmelöl.

Guajacol gibt mit Phosphorsäure bis zur breiigen Consistenz vermischt, nach dem Stehen in der Wärme eine festweiche Masse, die mit Wasser behandelt, ein dickes Öl abscheidet, von welchem größere Wassermengen viel lösen. Wahrscheinlich ist es eine Phosphorsäureverbindung. Ein Theil desselben mit fünf Theilen Kalihydrat bis zur Wasserstoffentwicklung verschmolzen und weiter behandelt wie früher, gab reichlich Protocatechusäure.

Phenylalkohol löst viel Phosphorsäure auf, und gibt damit eine, bisher noch nicht beschriebene Verbindung, über welche demnächst weiter berichtet werden wird.

Anisstearopten. Bei einem, wenn auch in anderer Absicht angestellten Versuche haben wir gefunden, daß das Stearopten des Anisöles leicht und schnell seiner ganzen Menge nach verharzt werden kann.

Wir suchten zu erfahren, ob sich dieses Stearopten, welches bekanntlich nach der Formel $C_{10}H_{10}O$ zusammengesetzt ist, nach dem, jüngst von Peltzer (Annal. 136, S. 197) und Kekulé (Annal. 137, S. 162) beschriebenen Verfahren in ein Jodsubstitutionsproduct und dieses nach Art der Jodphenylsäure in ein Hydroxylsubstitutionsproduct verwandeln läßt.

Man hätte so erhalten können:

$$C_{10}H_9JO + H_2O = C_{10}H_{10}O_2 + HJ.$$

$C_{10}H_{10}O_2$ aber ist die Formel der Eugensäure.

In diesem Sinne behandelten wir Anisstearopten nach der, von Körner (Annal. 137, S. 213) gegebenen Gleichung mit Jodsäure und Jod unter Zusatz von Kalilösung, so daß die Flüßigkeit noch freies Jod enthielt.

Bei gelindem Erwärmen schon verwandelte sich in wenig Augenblicken die ganze Quantität des Stearoptens in eine braune Harzmasse, die in der Wärme fadenziehend, in der Kälte brüchig und

spröde war, die sich in siedendem Alkohol nur theilweise löste, und deren unlöslicher, jodfrei befundener Theil von Äther aufgenommen wurde und dadurch gereinigt werden konnte.

Er war fast farblos und gab bei der Analyse:

0·2754 Grm. Substanz gaben 0·8120 Grm. Kohlensäure und 0·1960 Grm. Wasser.
0·2525 „ „ „ 0·7446 „ „ 0·1828 „ „

	In 100 Theilen.		
C	80·4	—	80·4
H	7·9	—	8·0

Das Anisstearopten verlangt C 80·1; H 8·1 und das Harz ist also nur um ein Geringes sauerstoffreicher als dieses.

Mit Kali verschmolz es langsam, und gab nur eine kleine, zur Analyse unzureichende Menge eines krystallisirten Körpers, der, soweit es aus den Eigenschaften geschlossen werden konnte, Anissäure war.

III. Über die Eugensäure.

Von dem w. M. H. Hlasiwetz und A. Grabowski.

Vergleicht man die Formeln der Eugensäure und der Ferulasäure, so scheint es, daß diese beiden Säuren in derselben Beziehung stehen wie die Essigsäure und Oxalsäure.

$$\underbrace{C_2H_4O_2}_{\text{Essigsäure.}} \quad - \quad \underbrace{C_2H_2O_4}_{\text{Oxalsäure.}}$$

$$\underbrace{C_{10}H_{12}O_2}_{\text{Eugensäure.}} \quad - \quad \underbrace{C_{10}H_{10}O_4}_{\text{Ferulasäure.}}$$

Man kennt bis jetzt keine Reaction um direct von der Essigsäure zur Oxalsäure oder rückwärts von dieser zur Essigsäure zu gelangen, so daß man vermittelst derselben prüfen könnte, ob eine solche Umwandlung auch zwischen der Eugensäure und der Ferulasäure möglich sei.

Allein die fragliche Vermuthung würde schon sehr an Wahrscheinlichkeit gewinnen, wenn sich nur ein gewisser Paralellismus der Zersetzung nachweisen, und z. B. aus der Eugensäure eben so als Hauptproduct Protocatechusäure erhalten ließe, wie das bei der Ferulasäure möglich ist.

Dies gelingt nun in der That mit großer Leichtigkeit, und die Eugensäure ist, da das Nelkenöl jetzt sehr rein und wohlfeil im Handel zu haben ist, sogar ein sehr gutes Material für die Darstellung der Protocatechusäure.

Zu diesem Ende löst man 3 Theile festes Ätzkali in einer geräumigen Silberschale in wenig Wasser, bringt dann 1 Theil eugensaures Kali (erhalten durch Vermischen des Nelkenöls mit starker alkoholischer Kalilösung und Abpressen des Krystallbrei's in einer Schraubenpresse) hinzu, und erhitzt.

Erst wenn das Kali als Hydrat schmilzt, vereinigt sich das eugensaure Salz damit unter Bräunung zu einer homogenen Masse, welche bald darauf eine breiige krümliche Consistenz annimmt. Erhitzt man nun weiter, so schmilzt diese von Neuem, und nun beginnt der Oxy-

dationsprozeß unter einer Wasserstoffentwicklung und verlauft ziemlich schnell. In diesem Zeitpunkt muß man das Ganze unausgesetzt rühren, sonst endigt die Operation leicht mit einem Verglimmen der Masse.

Wenn der Schaum einzusinken beginnen will, entfernt man das Feuer, bringt vorsichtig Wasser auf die Masse, und löst sie darin auf. Die braune Lösung wird dann mit verdünnter Schwefelsäure übersättigt, von einer gewissen Menge eines humusartigen Absatzes durch ein Filter getrennt, und das Filtrat nach dem Auskühlen zweimal mit Äther ausgeschüttelt.

Nach dem Abdestilliren des Äthers hinterbleibt ein dickflüssiger Rest, der bald krystallinisch erstarrt.

Die abgepreßten Krystalle werden in der mehrfach beschriebenen Weise gereinigt.

Die erhaltene Protocatechusäure ist identisch mit der aus der Ferulasäure, der Piperinsäure, und den früher untersuchten Harzen gewonnenen; ihre Eigenschaften wurden genau verglichen und dieselben gefunden.

Die Analyse gab:

0·280 Grm. lufttrockene Substanz verloren bei 100° 0·0313 Grm. Wasser.
0·2487 „ bei 100° getr. Subst. gaben 0·4961 Gr. Kohlens. u. 0·0804 Gr. Wass.

	$C_7H_6O_4$		Gefunden.
C	— 54·5	—	54·4
H	— 3·9	—	3·7

	Berechnet.		Gefunden.
$C_7H_6O_4$	—	—	—
H_2O	10·5	—	11·2

Die Mutterlauge der Protocatechusäure enthält noch ein Zersetzungsproduct gelöst, welches sich immer dann bildet, wenn, was nicht leicht zu vermeiden ist, die Masse an einzelnen Stellen zu glimmen angefangen hatte.

Sättigt man diese Laugen nach dem Verdünnen mit Soda ab, und schüttelt die Flüssigkeit wieder mit Äther aus, so geht dieses Product in Lösung. Nach dem Abdestilliren des Äthers hinterblieb es als ein syrupöser Rest, der durch Destillation für sich gereinigt wurde. In dem fast farblosen Destillat entstanden Krystalle, die die Zusammensetzung des Brenzkatechins besaßen.

0·2295 Gr. Substanz gaben 0·5485 Grm. Kohlensäure und 0·1207 Grm. Wasser.

	$C_6H_6O_2$		Gefunden.
C	65·5	—	65·2
H	5·5	—	5·8

Die Substanz war durch essigsaures Bleioxyd fällbar, hatte jedoch einen niedrigeren Schmelzpunkt als das Brenzkatechin, und vermuthlich enthielt sie etwas von dem isomeren Hydrochinon; sie gab auch mit Eisenchlorid außer einer grünen Färbung noch eine Ausscheidung eines schwarzgrünen Niederschlages.

Die ölige Flüssigkeit, in der sich die kleine Menge dieser Krystalle gebildet hatte, krystallisirte, obwohl sie die Reactionen der Krystalle zeigte, so lange nicht, daß man sie für das, mit Hydrochinon und Brenzkatechin isomere Öl hätte halten können, welches H. Müller aus dem Kreosot mit Jodmethyl erhalten hat [1]).

Es ist zweckmäßig, die Zersetzung der Eugensäure nicht mit zu großen Mengen auszuführen.

Mit 20 Grm. eugensaurem Kali läßt sich der Proceß eben noch gut leiten. Nachdem man sich durch einen vorläufigen Versuch mit seinem Verlauf bekannt gemacht hat, wird er bei vorsichtiger Operation nicht leicht mißlingen. Es wurde nach dieser Methode bereits eine größere Quantität Protocatechusäure als Material für eine nähere Untersuchung derselben dargestellt, mit deren Ausführung Dr. Barth beschäftigt ist.

Die nächste Gleichung, durch die das Zerfallen der Eugensäure ausgedrückt werden könnte, wäre:

$$\underbrace{C_{10}H_{12}O_2}_{\text{Eugensäure.}} + 4O = \underbrace{C_7H_6O_4}_{\text{Protocatechusäure.}} + \underbrace{C_3H_6O_2}_{\text{Propionsäure.}}$$

Wir fanden jedoch statt der Propionsäure Essigsäure.

Die, durch Absättigen der Kalischmelze mit Schwefelsäure erhaltene Flüssigkeit gab bei der Destillation ein saueres Wasser, 'elches mit Soda neutralisirt und dann mit salpetersaurem Silberoxyd ‘zt ein, nach dem Umkrystallisiren farbloses, am Licht sich w. ³rbendes Silbersalz lieferte, in welchem C 14·6, H 1·9, Ag 64·1 zerse... de.
schwach ... Silberoxyd verlangt C 14·3, H 1·8, Ag 64·7.
gefunden wur...
Essigsaures S...

1) Zeitschrift f. Chemie u. Pharm. 1864, S. 704.

Entstand daher Propionsäure zuerst, so war sie doch jedenfalls zu Essigsäure zersetzt worden.

Die Ferulasäure gibt neben der Protocatechusäure gleichfalls Essigsäure, und vielleicht ist auch sie nur ein secundäres Product, wenn die erste Phase der Zersetzung durch die Gleichung ausgedrückt würde:

$$\underbrace{C_{10}H_{10}\Theta_4}_{\text{Ferulasäure.}} + 4\Theta = \underbrace{C_7H_6\Theta_4}_{\text{Protocatechusäure.}} + \underbrace{C_3H_4\Theta_4}_{\text{Malonsäure.}}$$

Die Malonsäure gibt bekanntlich schon bei der trockenen Destillation Essigsäure.

Davon abgesehen aber sind die Zersetzungsgleichungen:

$$\underbrace{C_{10}H_{12}\Theta_2}_{\text{Eugensäure.}} + 7\Theta = C_7H_6\Theta_4 + C_2H_4\Theta_2 + C\Theta_2 + H_2\Theta$$

$$\underbrace{C_{10}H_{10}\Theta_4}_{\text{Ferulasäure.}} + 4\Theta = C_7H_6\Theta_4 + C_2H_4\Theta_2 + C\Theta_2$$

IV. Über das Umbelliferon.

Von denselben.

Eine nähere Untersuchung dieses interessanten Körpers, den **Zwenger** und **Sommer** zuerst in der Rinde des Seidelbastes und unter den trockenen Destillationsproducten der Umbelliferenharze aufgefunden haben [1]), war durch die Arbeit über die Harze ebenfalls nöthig geworden, da man vermuthen konnte, daß er bei der Bildung der bisher erhaltenen Zersetzungsproducte wesentlich betheiligt sei.

Das Umbelliferon wurde aus dem, in Alkohol löslichen Theil des Galbanums dargestellt. Die Ausbeute daran ist um so reichlicher, bei je höherer Temperatur man das Harz destillirt. Bei sehr langsamer Destillation erhält man oft nur Spuren davon. Das ölige blaugrüne Destillat erstarrt bei gut geleiteter Operation bald zu einem grünlichen Brei, aus welchem durch Pressen zwischen Leinwand das Rohproduct getrennt wurde, welches man hierauf in einer Schraubenpresse von dem größten Theil des anhängenden Öles befreite.

Durch öfteres Umkrystallisiren wurde es dann weiter gereinigt.

---

1) Annal. d. Ch. 115, S. 15. Vergl. auch die Versuche von **Mössmer**, Annal. 119 S. 260.

Der nächste Versuch galt der Veränderung dieses Körpers unter dem Einflusse des schmelzenden Kalis.

Fünf Grammen desselben wurden mit der dreifachen Menge festen Ätzkalis so lange geschmolzen bis eine starke Wasserstoffentwicklung eintrat, und Proben der in Wasser gelösten Schmelze durch eine Säure nicht mehr getrübt wurden; dann wurde das Ganze in Wasser aufgenommen, mit Schwefelsäure abgesättigt, filtrirt, mit Äther einige Male ausgeschüttet, und die ätherische Lösung abdestillirt.

Es hinterblieb ein syrupöser, bald krystallisirender Rückstand, und es war leicht die Krystalle als Resorcin wieder zu erkennen.

Die, wie früher durch Krystallisation und Destillation gereinigte vollkommen farblose Substanz gab bei der Analyse:

0·3039 Grm. Substanz gaben 0·7286 Grm. Kohlensäure und 0·1568 Grm. Wasser.

	$C_6H_6O_2$		Gefunden
C	65·5	—	65·4
H	5·5	—	5·7

Außer dem Resorcin und Kohlensäure, die sich beim Absättigen der Schmelze reichlich entwickelte, wurde kein weiteres Zersetzungsproduct gefunden, und die Menge des ersteren ist auch bedeutend genug, um die Abwesenheit anderer Producte zu erklären.

Das Umbelliferon hat dieselbe Zusammensetzung wie das Chinon $C_6H_4O_2$, und Mössmer hat eine Bromverbindung desselben untersucht, die mit der Formel $C_6H_2Br_2O_2$ im Einklang steht. Die Bildung des Resorcins schiene demnach einfach zu sein:

$$C_6H_4O_2 + H_2 = C_6H_6O_2$$

Allein dem widerspricht, daß das Resorcin aus dem Umbelliferon in Folge eines Oxydationsprocesses hervorgeht, dann aber auch, daß bei der Einwirkung des nascirenden Wasserstoffes auf das Umbelliferon eine ganz andere Verbindung gebildet wird, deren Zusammensetzung darthut, daß das Umbelliferon nicht isomer, sondern nur polymer mit dem Chinon sein kann.

Erhitzt man eine, mit etwas Natronlauge alkalisch gemachte nicht zu verdünnte Lösung von Umbelliferon, die sich in einem, mit einem umgekehrten Kühler verbundenen Kolben befindet, mit Natriumamalgam bis zur Entfärbung, oder so lange, bis eine herausgenommene Probe der Flüßigkeit beim Absättigen keine Ausscheidung von Umbelliferon mehr gibt; übersättigt dann das Ganze mit verdünnter Schwefel-

säure, filtrirt die meist etwas trübe Flüssigkeit, und schüttelt sie nach dem Auskühlen mit Äther aus, so nimmt der Äther eine Verbindung auf, die nach dem Abdestilliren desselben am besten so gereinigt wird, daß man den Destillationsrückstand in warmem Wasser löst, mit etwas Bleizuckerlösung von einer gewissen Menge einer gleichzeitig gebildeten dadurch fällbaren Substanz (a) befreit, die Flüßigkeit mit Schwefelwasserstoff entbleit, und das farblose Filtrat bei ganz gelinder Temperatur, oder besser noch unter der Luftpumpe eindampft.

Bei genügender Concentration bilden sich dann farblose, gut ausgebildete körnige Krystalle und Krystallkrusten, die durch wiederholtes Umkrystallisiren gereinigt werden können.

Der neue Körper ist eine Säure, die wir

Umbellsäure

nennen, und hat folgende Eigenschaften:

Farblos, Geschmack und Reaction sauer, zersetzt mit Leichtigkeit Kohlensäuresalze, nicht sehr löslich in kaltem Wasser, leicht in Alkohol und Äther, gibt mit Eisenchlorid eine grüne Farbenreaction, wird verändert durch Einwirkung der Luft auf alkalische Lösungen, nicht gefällt durch neutrale Metallsalzlösungen, reducirt kalische Kupferoxydlösung in der Hitze, in der Kälte schon eine ammoniakalische Silberlösung, löst sich in erwärmter Schwefelsäure mit gelber Farbe, und wird in wässeriger Lösung durch Bromwasser flockig gefällt.

Bei 100° C. entweicht kein Wasser, und bei der Analyse wurden Zahlen erhalten, die zur Formel $Θ_9 H_{10} Θ_4$ führen.

I. 0·293 Grm. Substanz gaben 0·636 Grm. Kohlensäure und 0·1486 Grm. Wass
II. 0·2767 „ „ „ 0·605 „ „ „ 0·1415 „ „

	$Θ_9H_{10}Θ_4$		I		I
C	59·3	—	59·2	—	59·6
H	5·5	—	5·6	—	5·7

Trocknet man die Substanz über 100°, so steigt der Gehalt an Kohlenstoff, und der Wasserstoff wird kleiner. Sie verliert also Wasser, allein nur in Folge einer beginnenden Zersetzung. Sie wird dabei gelb und schmilzt. Man erhielt:

	bei 110°	bei 125° (geschmolzen)
C —	62·0	63·9
H —	5·2	5·1

Es verlangt:

$2(C_9H_{10}\Theta_4) - H_2\Theta$	$3(C_9G_{10}\Theta_4) - 2H_2\Theta$
C 62·4	63·4
H 5·2	5·1

Als Controle für die Formel $C_9H_{10}\Theta_4$ lassen sich zwei Salze: mit Baryum und Calcium anführen, die, wenn auch nicht krystallisirt (die Säure scheint überhaupt nur amorphe Verbindungen zu geben), doch den Formeln $C_9H_9Ca\Theta_4$ und $C_9H_9Ba\Theta_4$ genügend entsprechen.

Sie wurden durch Absättigen der Lösung der Säure mit den kohlensauren Salzen dieser Metalle in der Hitze erhalten.

Die Filtrate trockneten firnißartig ein, und die trockenen Massen gaben völlig weiße Pulver. Nach dem Trocknen bei 105° gab das

Calciumsalz

von 0·3118 Grm. Substanz 0·6139 Grm. Kohlensäure und 0·130 Grm. Wasser
0·3021 „ „ 0·1038 „ schwefelsauren Kalk.

	$C_9H_9Ca\Theta_4$		Gefunden.
C	— 53·7	—	53·7
H	— 4·5	—	4·6
Ca	— 10·0	—	10·1

Baryumsalz.

0·2859 Grm. Substanz gaben 0·4495 Grm. Kohlensäure und 0·0968 Gr. Wasser.
0·2732 „ „ „ 0·1262 Gr. schwefelsauren Baryt.

	$C_9H_9Ba\Theta_4$		Gefunden.
C	— 43·3	—	42·9
H	— 3·6	—	3·8
Ba	— 27·5	—	27·2

Die Umbellsäure gibt mit schmelzendem Kali oxydirt ebenso Resorcin wie das Umbelliferon.

Nimmt man diesen Bestimmungen nach für die Umbellsäure die Formel $C_9H_{10}\Theta_4$ an, so folgt daraus, daß das Umbelliferon nicht sowohl durch $C_6H_4\Theta_2$, als durch $C_9H_6\Theta_3$ ausgedrückt wird, und dann erfolgt die Bildung der Umbellsäure nach dem Schema:

$$\underbrace{C_9H_6\Theta_3}_{\text{Umbelliferon.}} + H_2 + H_2\Theta = \underbrace{C_9H_{10}\Theta_4}_{\text{Umbellsäure}}$$ [1]).

[1]) Neben der Umbellsäure fand sich bei der Behandlung des Umbelliferons mit Wasserstoff stets mehr oder weniger von einer amorphen Verbindung gebildet, die durch

Die Entstehung einer Säure aus einem so indifferenten Körper wie das Umbelliferon durch den Einfluß des Wasserstoffes im Entstehungszustande, gehört nicht zu den oft beobachteten Fällen, allein vielleicht nur darum, weil dieser Einfluß bei ähnlichen Verbindungen überhaupt noch sehr wenig studirt worden ist.

Für die Bildung des Resorcins aus Umbelliferon hätte man:

$$C_9H_6O_3 + 5O = C_6G_6O_2 + 3CO_2.$$

Umbelliferon und Jodwasserstoff. Kocht man Umbelliferon mit Jodwasserstoff von 1·7 spec. Gew. durch einige Stunden, so findet man den größten Theil desselben in eine dunkelbraune harzige Masse verwandelt. Die Flüßigkeit enthält freies Jod, sonst aber nur Spuren organischer Substanz gelöst.

Das braune Zersetzungsproduct läßt sich durch ammoniakhaltigen Alkohol zu einer blutrothen Flüßigkeit auflösen, die durch Wasser ziemlich vollständig in rothbraunen Flocken gefällt wird, welche zu einem rothen Pulver austrocknen.

Sie waren übrigens auch durch wiederholte Operationen dieser Art nicht von kleinen Mengen Jod zu befreien, und ließen sich nicht in krystallisirte Form bringen. Die beschränkte Menge Material erlaubte nicht viele Versuche, und die Analyse gab kein brauchbares Resultat.

Bleizuckerlösung in backenden Flocken fällbar ist. (Niederschlag *a.*) Durch Zersetzen des Bleiniederschlages mit Schwefelwasserstoff unter heißem Wasser wurde sie abgeschieden, und beim Eindampfen der Lösung als ein gummiartiger Rückstand erhalten, der in kaltem Wasser sehr wenig, in größeren Mengen heißen leicht löslich ist, bei dem jedoch alle Versuche ihn zu krystallisiren vergeblich blieben.

Nur um eine ungefähre Vorstellung von seiner Zusammensetzung zu erhalten, wurde er nach dem Trocknen bei 100°, wobei er zu einem Pulver zerreiblich wurde, analysirt. Man erhielt C 66,4; H 5,5.

Es wäre möglich, daß die Substanz das Product einer secundären Reaction des Wasserstoffes auf schon gebildete Umbellsäure ist, die dadurch wieder theilweise desoxydirt wurde. Inzwischen ist das eine Vermuthung, die nur dadurch etwas gestützt werden könnte, daß die Menge dieser Substanz wechselnd ist, und wie wir wahrzunehmen glaubten, um so größer, je länger die Einwirkung des Wasserstoffs auf das Umbelliferon gedauert hat.

Vielleicht ließe sich ihre Bildung bei einem etwas modificirten Verfahren, welches zu ermitteln es uns jedoch an Material gebrach, ganz vermeiden.

Auffällig ist die purpurrothe Farbe der ammoniakalischen Lösung dieser Substanz, und der intensive grüne Flächenschiller einer alkoholischen etwas alkalisch gemachten Lösung.

Zur Aufstellung von rationellen Formeln für die im Vorstehenden beschriebenen Verbindungen glauben wir noch nicht berechtigt zu sein.

Wohl aber läßt sich schließlich noch auf einige Beziehungen hindeuten, die sich aus den empirischen Formeln zu ergeben scheinen.

Man könnte das Umbelliferon in eine Reihe bringen mit dem Cumarin und dem Aesculetin

$C_9H_6O_2$	Cumarin,
$C_9H_6O_3$	Umbelliferon,
$C_9H_6O_4$	Aesculetin.

Der Umbellsäure scheinbar homolog wäre die Orsellsäure

$C_8H_8O_4$	Orsellsäure,
$C_9H_{10}O_4$	Umbellsäure,

allein während die Orsellsäure Orcin liefert, gibt die Umbellsäure das niedrigere homologe Glied, Resorcin, statt wie bei echten Homologien das nächste höhere.

Doch läßt sich hieraus wenigstens entnehmen, daß das Umbelliferon der Umbelliferenharze mit dem, bisher ausschließlich den Flechten vindicirten eigenthümlichen Verbindungen nahe verwandt ist.

Vielleicht verdankt auch das Orcin, welches man so reichlich aus der Aloë erhält, seine Entstehung einer Verbindung, die dem, unter denselben Verhältnissen Resorcin liefernden Umbelliferon ähnlich ist.

Isomer mit der Umbellsäure sind ferner die Everninsäure und die Veratrumsäure. — —

Bei den, im Vorstehenden mitgetheilten Arbeiten sind wir Herrn Pharm. cand. Höhm für seine thätige Mithilfe zu großem Dank verpflichtet worden.

Abhandlungen aus dem Gebiete der höheren Mathematik.

Von J. Pranghofer,
Assistenten der höheren Mathematik am Wiener Polytechnicum.

I.

Einfacher Beweis des Gauss'schen Kriteriums über die Convergenz unendlicher Reihen.

Ist eine unendliche Reihe bezüglich ihrer Convergenz oder Divergenz zu beurtheilen, so ist nach Cauchy die Reihe convergent, wenn $\lim \frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ und divergent, wenn $\lim \frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$ ist, vorausgesetzt, daß man es mit einer fallenden unendlichen Reihe mit unendlich abnehmenden Gliedern zu thun hat und u_n das n^{te}, so wie u_{n+1} das $(n+1)^{te}$ Glied ist. Falls aber $\lim \frac{u_{n+1}}{u_n} = 1$ wird, so gibt das Verfahren von Cauchy keinen Aufschluß und man kann dann nach Gauß vorgehen in dem Falle, wenn $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ in der Form

$$\frac{n^k + A_1 n^{k-1} + \ldots + A_k}{n^k + a_1 n^{k-1} + \ldots + a_k}$$

erscheint, und die Reihe ist convergent, wenn $a_1 - A_1 > 1$ ist.

Ich will nun im Folgenden einen sehr einfachen Beweis des Gauß'schen Kriteriums geben.

Wo das Gauß'sche Verfahren zur Beurtheilung der Convergenz einer Reihe angewendet wird, kann man sich das allgemeine Glied der Reihe

$$S = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots\ldots + u_n + \ldots\ldots$$

immer in der Form $U_n = \frac{n^\alpha + a.n^{\alpha-1} + \ldots}{m.n^\beta + b.n^{\beta-1} + \ldots}$ entwickeln oder entwickelt denken.

Bekanntlich ist die Reihe

$$S_1 = 1 + \frac{1}{2^m} + \frac{1}{3^m} + \ldots + \frac{1}{n^m} \ldots$$

convergent für $m > 1$, und dies gilt auch von der Reihe

$$S_2 = A + \frac{A}{2^m} + \frac{A}{3^m} + \ldots + \frac{A}{n^m} + \ldots$$

falls nur A eine endliche Zahlengröße ist. Stellt man nun das allgemeine Glied u_n der Reihe S in der Form

$$u_n = \frac{1 + a \cdot \frac{1}{n} + \ldots}{m + b \cdot \frac{1}{n} + \ldots} \cdot \frac{1}{n^{\beta-\alpha}} = A \cdot \frac{1}{n^{\beta-\alpha}}$$

dar, wo A nun eine endliche Zahlengröße ist, so ersieht man, daß die Reihe, deren allgemeines Glied $u_n = \frac{n^\alpha + a \cdot n^{\alpha-1} + \ldots}{m \cdot n^\beta + b \cdot n^{\beta-1} + \ldots}$ ist, convergent wird, für $\beta - \alpha > 1$.

Nun hat man

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(n+1)^\alpha + a(n+1)^{\alpha-1} + \ldots}{m(n+1)^\beta + b(n+1)^{\beta-1} + \ldots} \cdot \frac{m \cdot n^\beta + b \cdot n^{\beta-1} + \ldots}{a_n + a \cdot n^{\alpha-1} + \ldots}$$

$$= \frac{n^{\alpha+\beta} + \left[\alpha + \left(a + \frac{b}{m}\right)\right] n^{\alpha+\beta-1} + \ldots}{n^{\alpha+\beta} + \left[\beta + \left(a + \frac{b}{m}\right)\right] n^{\alpha+\beta-1} + \ldots} = \frac{n^h + A_1 \cdot n^{h-1} + \ldots}{n^h + a_1 \cdot n^{h-1} + \ldots}$$

wenn man $\alpha + \beta = h$, $\left[\alpha + \left(a + \frac{b}{m}\right)\right] = A_1$ und $\left[\beta + \left(a + \frac{b}{m}\right)\right] = a_1$ setzt.

Da nun die Reihe, deren allgemeines Glied u_n ist, convergent wird für $\beta - \alpha > 1$, also auch wenn

$$\left[\beta + \left(a + \frac{b}{m}\right)\right] - \left[\alpha + \left(a + \frac{b}{m}\right)\right] > 1,$$

somit wenn

$$a_1 - A_1 > 1$$

ist, so ist hiermit das Gauß'sche Kriterium begründet.

Zugleich ist hier klar ersichtlich, daß wenn $a_1 - A_1 \leqq 1$ wird, die Reihe divergent ist; überdies bemerkt man noch, daß es auf die

endlichen Zahlengrößen $m, a, b\ldots$ bei Beurtheilung der Convergenz der Reihe gar nicht ankommt.

Für die Praxis sei noch bemerkt, daß, wenn u_n schon in der Form $\frac{n^\alpha + a.n^{\alpha-1} + \ldots}{m.n^\beta + b.n^{\beta-1} + \ldots}$ entwickelt vorkommt, es überflüßig ist $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ zu bilden, da ja die Reihe nur convergent ist, wenn $\beta - \alpha > 1$ wird.

II.

Über eine bemerkenswerthe Gattung von Flächen.

Es seien

$$\left.\begin{array}{l} F_1(x, y, z) = 0 \\ F_2(x, y, z) = 0 \end{array}\right\} \ldots\ldots(1)$$

die Gleichungen irgend einer Linie im Raume;

ferner eine zweite Linie gegeben durch die Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} f_1(x, y, z) = 0 \\ f_2(x, y, z) = 0 \end{array}\right\} \ldots\ldots(2)$$

Betrachtet man (1) als Leitlinie und (2) als Erzeugende und zwar derart, daß sie eine sonst beliebige, aber gleichmäßige Drehung macht, so sind statt x, y, z in (2) die Ausdrücke zu setzen, wie sie sich aus der Transformation der Coordinaten ergeben, somit kommen noch die Winkel α, β, γ in Betracht, unter denselben die gewöhnliche Bedeutung verstanden, daher heißen die Gleichungen der Erzeugenden

$$\left.\begin{array}{l} f_1(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma) = 0 \\ f_2(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma) = 0 \end{array}\right\} \ldots\ldots(2').$$

Verbindet man nun (2′) mit (1) und eliminirt x, y, z, so erhält man als Bedingungsgleichung, welche erfüllt werden muß, damit die Erzeugende immer einen Punkt mit der Leitlinie gemein hat:

$$\varphi(\alpha, \beta, \gamma) = 0 \ldots.(2),$$

wobei sich einer der Winkel aus den bekannten Beziehungen als abhängig von den beiden anderen darstellen läßt.

Verbindet man mit (3) die Gleichungen der Erzeugenden, so erhält man eine Gleichung:

$$F(x, y, z) = 0 \ldots\ldots(4),$$

als Gleichung der erzeugten Fläche.

Vereinfachen wir nun die gestellte Aufgabe dahin, daß

$$\left.\begin{array}{l} F_1(x, y, z) = 0 \\ F_2(x, y, z) = 0 \end{array}\right\} \ldots\ldots(1)$$

die Gleichungen der Leitlinie seien, und eine Curve möge sich parallel zur Ebene XY so bewegen, daß sie immer einen Punkt mit der Leitlinie gemein hat und gleichzeitig eine successive Drehung macht, so werden ihre Gleichungen sein

$$\left.\begin{array}{l} f_1(x, y, z, \alpha, m) = 0 \\ f_2(x, y, z, \alpha, m) = 0 \end{array}\right\} \ldots\ldots(2),$$

wobei α der Drehungswinkel und m der verticale Abstand der Erzeugenden von der XY-Ebene ist.

Eliminirt man aus (1) und (2) x, y, z, so erhält man die Bedingungsgleichung der Berührung, nämlich:

$$\varphi(\alpha, m) = 0 \ldots\ldots(3).$$

Nimmt man nun ein bestimmtes α an, so erhält man aus (3) das m und diesen Werth in (2) substituirt, ergibt sich die Lage der erzeugenden Curve.

Allein, da es sich in der Regel nicht um eine bestimmte Lage der Erzeugenden, sondern um den Inbegriff aller dieser Lagen, d. i. um die Gleichung der erzeugten Fläche handelt, so machen wir uns unabhängig von den einzelnen α und m.

Verbinden wir daher mit (3) die Gleichungen der Erzeugenden und eliminiren wir hieraus α und m, so erhalten wir als Gleichung der gesuchten Fläche

$$F(x, y, z) = 0.$$

Um eine Anwendung zu machen, sei eine Parabel gegeben in der Ebene der XZ, ihre Axe nach der x gerichtet und den Scheitel im Ursprung, so sind ihre Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} z^2 = px \\ y = 0 \end{array}\right\} \ldots\ldots(1);$$

und eine zweite Parabel, welche parallel zur XY-Ebene sich fortbewegt und gleichzeitig sich so dreht, daß immer ein Punkt der-

selben in Berührung ist mit der gegebenen Curve, wird gegeben durch die Gleichung:

$$\left.\begin{aligned}(y \cos \alpha - x \sin \alpha)^2 = P(x \cos \alpha + y \sin \alpha)\\ z = m\end{aligned}\right\}\ldots\ldots(2).$$

Eliminirt man nun aus (1) und (2) x, y, z, so erhält man als Bedingungsgleichung für den Schnitt der Erzeugenden mit der Leitlinie

$$\frac{m^2}{p} = \frac{P \cos \alpha}{\sin \alpha^2} \ldots\ldots(3).$$

Eliminirt man nun aus diesen und aus (2) α und m, so erhält man als Gleichung der gesuchten Fläche:

$$p\left[y\sqrt{\frac{-P_p \pm \sqrt{P^2{}_{p^2+4z^4}}}{2P_p}} - x\right]^2 = z^2\left[x + y\sqrt{\frac{2P_p}{-P_p \pm \sqrt{P^2{}_{p^2+4z^4}}}}\right].$$

Für $y = 0$, erhält man $z^2 = px$ und

„ $z = 0$, $x^2 = Py$, wie es sein muß.

Es sei noch als Leitlinie eine Gerade gegeben durch die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned}x = az\\ y = bz\end{aligned}\right\}\ldots\ldots(1).$$

Eine zweite Gerade, durch die Z-Axe gehend, bewege sich parallel zur XY-Ebene so fort, daß sie zugleich eine drehende Bewegung mache, welche proportional der fortschreitenden Bewegung ist. Es ist die Gleichung der dadurch erzeugten Fläche aufzustellen.

Die Gleichungen der erzeugenden Geraden werden sein:

$$\left.\begin{aligned}x \sin \alpha - y \cos \alpha = A(x \cos \alpha + y \sin \alpha) + B\\ z = \frac{\alpha h}{360.}\end{aligned}\right\}\ldots\ldots(2),$$

wobei α der entsprechende Drehungswinkel und h jenes z ist, wo $\alpha = 360^\circ$ wird.

Zunächst erhält man als Bedingungsgleichung für den Durchschnitt von (2) mit (1)

$$\alpha h(a \sin \alpha - b \cos \alpha) = A\alpha h(a \cos \alpha + b \sin \alpha) + 360\, B.$$

Aus dieser und (2) die Größen B und α eliminirt, erhält man als Gleichung der gesuchten Fläche:

$$\text{I}\ldots\ldots\ldots z\left[(a-Ab)\sin\frac{360z}{h}-(b+Aa)\cos\frac{360z}{h}\right]$$
$$=(x-ay)\sin\frac{360z}{h}-(y-ax)\cos\frac{360z}{h}.$$

Nimmt man als Leitlinie die Z-Axe, so hat man $a=b=0$ zu setzen, daher

$$y=x\operatorname{tg}\frac{360z}{h},$$

also die Gleichung der Schraubenfläche, ohne daß wir die Gleichung der Schraubenlinie zuerst aufgestellt hätten.

Man hätte in diesem Falle begreiflicherweise die Gleichungen der Erzeugenden auch darstellen können in der Form

$$\left.\begin{aligned} y&=(x+c)\operatorname{tg}\alpha\\ z&=\frac{h\alpha}{360.}\end{aligned}\right\}\ldots\ldots(2),$$

wobei α und c die constanten Parameter sind.

Zunächst erhält man (2) mit (1) verbindend:

$$\frac{h\alpha}{360}=\left(\frac{c}{b-a}\right)\operatorname{tg}\alpha\ldots\ldots(3).$$

Mit (3) die Gleichungen der Erzeugenden (2) verbunden, ergibt sich als Gleichung der gesuchten Fläche:

$$y+(a-b)z=x\operatorname{tg}\frac{360z}{h}\ldots\ldots\text{I}.$$

Man kann diese Fläche vermöge ihrer Entstehung und den praktischen Beziehungen zu den Schneckensteigen, Schneckenfläche nennen.

Setzt man $a=b=0$, so muß man wieder die Gleichung der Schraubenfläche erhalten, was in der That der Fall ist.

III.

Bemerkenswerthe Beziehungen des Momentes der Gesammtresultante und der Momente der nach den Axen der x, y, z wirkenden Seitenresultanten beliebiger auf einen freien Punkt wirkender Kräfte.

Wirken auf einen frei beweglichen Punkt A die Kräfte $P_1, P_2, P_3 \ldots\ldots$ nach beliebigen Richtungen, so kann man bekanntlich die Wirkungen aller dieser Kräfte ersetzen durch die nach den Richtungen der Axen irgend eines Coordinatensystems des Raumes wirkenden Kräfte.

Wir wollen hier ein rechtwinkliges Coordinatensystem voraussetzen, und die nach den Richtungen der x, y, z wirkenden Seitenresultanten mit X, Y, Z bezeichnen, welche also äquivalent sein sollen den Kräften $P_1, P_2, P_3 \ldots\ldots$

Die Resultante dieser drei Kräfte X, Y, Z sei $\mathfrak{R}$, so ist ihre Größe gegeben durch

$$\mathfrak{R} = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

und ihre Richtung durch

$$\cos(\mathfrak{R}, x) = \frac{X}{\mathfrak{R}}, \quad \cos(\mathfrak{R}, y) = \frac{Y}{\mathfrak{R}}, \quad \cos(\mathfrak{R}, z) = \frac{Z}{\mathfrak{R}}.$$

Fällen wir nun von irgend einem Punkte 0, der die Coordinaten x_1, y_1, z_1 haben soll, sowohl auf die $\mathfrak{R}$, wie auf X, Y, Z Senkrechte, die wir mit $\mathfrak{r}, p, q, r$ bezeichnen wollen, so ist

der Abstand des Punktes 0 von der x-Axe : $p = \sqrt{y_1^2 + z_1^2}$,

von der y-Axe : $q = \sqrt{x_1^2 + z_1^2}$,

und von der z-Axe : $r = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$.

Ferner ist der Abstand des Punktes 0 von der Resultante $\mathfrak{R}$:

$$\mathfrak{r} = \frac{1}{\mathfrak{R}} \sqrt{(p^2X^2 - 2y_1z_1YZ) + (q^2Y^2 - 2x_1z_1XZ) + (r^2Z^2 - 2x_1y_1XY)}$$

denn: sind

$$\left.\begin{aligned} x &= az \\ y &= bz \end{aligned}\right\}$$

die Gleichungen der Resultanten $\mathfrak{R}$, so ist nach der Formel

$$D = \sqrt{(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 + z^2 - \frac{K^2}{a^2+b^2+1}},$$

wobei $K = a(x-\alpha) + b(y-\beta) + z$ ist.

Für unseren Fall wird: $\alpha = 0$, $\beta = 0$ und statt $x, y, z \ldots$ x_1, y_1, z_1 gesetzt.

$$D = \mathfrak{r} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - \frac{(ax_1 + by_1 + z_1)^2}{a^2+b^2+1}}$$

oder

$$D = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2+1}} \times$$

$$\sqrt{[a^2(y_1^2+z_1^2) - 2by_1z_1] + [b^2(x_1^2+z_1^2) - 2ax_1z_1] + [x_1^2+y_1^2 - 2abx_1y_1]}$$

und da

$$\cos(\mathfrak{R}, x) = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2+1}}, \text{ und } \cos(\mathfrak{R}, x) \text{ auch} = \frac{X}{\mathfrak{R}},$$

$$\cos(\mathfrak{R}, y) = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2+1}}, \text{ und } \cos(\mathfrak{R}, y) \text{ auch} = \frac{Y}{\mathfrak{R}}.$$

$$\cos(\mathfrak{R}, z) = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2+1}}, \text{ und } \cos(\mathfrak{R}, z) \text{ auch} = \frac{Z}{\mathfrak{R}},$$

somit

$$a = \frac{X}{Z} \text{ und } b = \frac{Y}{Z}.$$

daher, wenn man substituirt:

$$D = \mathfrak{r} = \frac{1}{\mathfrak{R}} \sqrt{(p^2X^2 - 2y_1z_1YZ) + (q^2Y^2 - 2x_1z_1XZ) + (r^2Z^2 - 2x_1y_1XY)}$$

Sucht man nun das Moment der drei Seitenresultanten X, Y, Z und der Hauptresultante $\mathfrak{R}$ bezüglich des Punktes 0, so hat man:

Moment der Summe der nach x wirkenden Componenten : $X.p$
" " " " " y " " $= Y.q$
" " " " " z " " : $Z.r$
" " " " Hauptresultante $\mathfrak{R}$ .... : $\mathfrak{R}.\mathfrak{r}$.

Wäre $\mathfrak{R} = 0$, so ist bekanntlich vermöge $\mathfrak{R} = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$ auch $X = 0$, $Y = 0$, $Z = 0$.

Wäre $\mathfrak{r}=0$, so muß auch:

$$p^2X^2+q^2Y^2+r^2Z^2-2y_1z_1YZ-2x_1z_1XZ-2x_1y_1XY=0$$

sein, oder auch, wenn man statt p, q, r die obigen Werthe substituirt:

$$(z_1Y-y_1Z)^2+(y_1X-x_1Y)^2+(z_1X-x_1Z)^2=0,$$

somit als Bedingungsgleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} z_1Y-y_1Z=0 \\ y_1X-x_1Y=0 \\ z_1X-x_1Z=0 \end{array}\right\}$$

hieraus

$$X:Y:Z=x_1:y_1:z_1,$$

das heißt: Sieht man einen Punkt 0 der Gesammtresultante als Momentenpunkt an, so verhalten sich die Seitenresultanten gerade so wie die Coordinaten des Punktes 0.

Wichtiger als das eben Gesagte ist es, zu untersuchen, unter welchen Bedingungen die Summe der Momente der Seitenresultanten gleich ist dem Momente der Hauptresultante.

Man hat hier die Gleichung:

$$pX+qY+rZ=\mathfrak{R}.\mathfrak{r}$$

oder

$$X\sqrt{y_1^2+z_1^2}+Y\sqrt{x_1^2+z_1^2}+Z\sqrt{x_1^2+y_1^2}=$$

$$=\sqrt{X^2(y_1^2+z_1^2)+Y^2(x_1^2+z_1^2)+Z^2(x_1^2+y_1^2)-2y_1z_1YZ-2x_1z_1XZ-2x_1y_1XY}.$$

Quadriren und reduciren wir obige Gleichung und schreiben statt $x_1, y_1, z_1 : x, y, z$, so erhalten wir als Bedingungsgleichung:

$$XZ(xz+\sqrt{y^2+z^2}\sqrt{x^2+y^2})+YZ(yz+\sqrt{x^2+z^2}\sqrt{x^2+y^2})+$$
$$+XY(xy+\sqrt{z^2+x^2}\sqrt{z^2+y^2})=0.$$

Zunächst ergibt sich, daß es für positive X, Y, Z kein positives x, y, z gibt; also daß es im selben Raume keinen Punkt gibt, der der aufgestellten Forderung genügen würde.

Sucht man jedoch für positive X, Y, Z jene reellen x, y, z, so ersieht man bald, daß sich alle Gleichungen, welche die entsprechenden Flächen darstellen, auf folgende drei reduciren:

für negative x:

$$YZqr + XZpr + XYpq = -YZyz + XZxz + XYxy \ldots . (a)$$

oder für y und z negativ;

für negative y:

$$YZqr + XZpr + XYpq = +YZyz - XZxz + XYxy \ldots . (b)$$

oder für x und z negativ;

für negative z:

$$YZqr + XZpr + XYpq = YZyz + XZxz - XYxy \ldots . (c)$$

oder für x und y negativ.

Wir können daher die Gleichung (a) als Repräsentanten dieser drei Gleichungen ansehen, und uns nur erinnern, daß hier das x schon negativ eingeführt wurde.

Schreiben wir die Gleichung (a) in folgender Form:

$$YZ(qr+yz) + XZ(pr+xz) + XY(pq-xy) = 0.$$

Da jeder der Ausdrücke innerhalb der Klammer wesentlich positiv ist, so ersieht man, daß es im ganzen Raume keinen Punkt gibt, der den obigen Bedingungen für positive X, Y, Z entsprechen würde.

Untersuchen wir, was sich ergibt, wenn die X, Y, Z bald positiv, bald negativ sind, so ersieht man, daß sich alle hier möglichen Fälle reduciren auf:

für negative X:

$$YZqr - XZpr - XYpq = -YZyz + XZxz + XYxy \ldots (a)$$

oder für negative Y und Z;

für negative Y:

$$-YZqr + XZpr - XYpq = +YZyz - XZxz + XYxy \ldots . (b)$$

oder für negative X und Z;

für negative Z:

$$-YZqr - XZpr + XYpq = +YZyz - XZxz + XYxy \ldots . (c)$$

oder für negative X und Y, von welchen (a) der Repräsentant ist; also die allgemeine Gleichung dieser Fläche ist:

$$XZ(pr+xz) + XY(pq+xy) - YZ(qr+yz) = 0.$$

Diese Gleichung, welche der Inbegriff aller jener x, y, z ist, durch welche der obigen Forderung Genüge geschieht, repräsentirt eine Fläche, welche wir Momentenfläche nennen wollen.

Suchen wir nun den Schnitt dieser Fläche mit der xy-Ebene, so haben wir, wenn man die Werthe für p, q, r restituirt:

$$z=0;\; XZy\sqrt{x^2+y^2}+XYxy-XZx\sqrt{x^2+y^2}=0$$

oder

$$Z\sqrt{x^2+y^2}(Yx-Xy)-2XYxy\ldots\ldots(e).$$

Also eine Linie der vierten Ordnung.

Für den Durchschnitt mit der xz-Ebene hat man:

$$y=0;\; 2XZxz+XYz\sqrt{x^2+z^2}-YZx\sqrt{x^2+z^2}=0$$

oder

$$Y\sqrt{x^2+z^2}(Zx-Xz)=2XZxz;$$

also ganz so gebaut wie (e).

Für den Durchschnitt mit der yz-Ebene hat man:

$$x=0;\; XZy\sqrt{y^2+z^2}+XYz\sqrt{y^2+z^2}-2YZyz=0$$

oder

$$X\sqrt{y^2+z^2}(Yz-Zy)=2YZyz,\,.$$

also ähnlich wie (e) gebaut.

Für den speziellen Fall, daß $X=Y=Z$ ist, hat man als Gleichung der Momentenfläche:

$$(\sqrt{y^2+z^2}\sqrt{x^2+y^2}+xz)+(\sqrt{y^2+z^2}\sqrt{x^2+y^2}+xy)-$$
$$-(\sqrt{x^2+z^2}\sqrt{x^2+y_2}+yz)=0.$$

Nun erhält man für $z=0$

$$y\sqrt{x^2+y^2}-x\sqrt{x^2+y^2}+2xy=0,\text{ oder }(x^2+y^2)(y-x)^2=4x^2y^2$$

oder

$$(x^2+y^2)^2=2xy(x+y)^2\ldots\ldots(e).$$

Obwohl diese Gleichung bezüglich x und y vom vierten Grade ist, so kann man sie doch auf folgende Weise sehr einfach auflösen:

Setzt man

$$\left.\begin{aligned} x+y&=z \\ xy&=v \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} &x^2+y^2+2xy=z^2, \text{ also } x^2+y^2=z^2-2v, \\ &\text{sonach } (z^2-2v)^2=2vz^2 \end{aligned}$$

$z^4-6vz^2=-4v^2$, $z^2=v(3\pm\sqrt{5})=\alpha v$, wenn wir $(3\pm\sqrt{5})$ mit α bezeichnen.

Weiter hat man jetzt:

$$x^2+2xy+y^2=\alpha.xy.$$

Man erhält also als Schnittlinien vier Gerade, wie man sich leicht überzeugt.

Sucht man den Durchschnitt mit der xz-Ebene, so hat man nur $y=0$ zu setzen; also wird:

$$2xz+z\sqrt{x^2+z^2}-x\sqrt{x^2+z^2}=0$$

oder

$$(x^2+z^2)(x-z)^2=4x^2z^2;$$

also wie früher eine Gleichung des vierten Grades, und auf gleiche Weise kann man sich überzeugen, daß hier vier gerade Linien dargesellt sind.

Für $x=0$ hat man

$$y\sqrt{y^2+z^2}+z\sqrt{y^2+z^2}-2yz=0,\ (y^2+z^2)(y+z)^2=4y^2z^2,$$

oder auch

$$(y^2-z^2)^2+2yz(y^2+z^2)=0.$$

Auch hier erhält man vier gerade Linien, und zwar gehen alle diese Geraden durch den Ursprung, wie aus den Gleichungen selbst zu ersehen.

Liegen die sämmtlichen Kräfte in einer Ebene, und auch der Mittelpunkt 0 der Momente in dieser Ebene, so nehme man diese zur Ebene xy: dann hat man in den allgemeinen Gleichungen $Z=0$ und $z=0$ zu setzen, und die fragliche Bedingungsgleichung wird:

$$pX+qY=\mathfrak{Rr},$$

d. i.

$$pX+qY=\pm\sqrt{x^2Y^2+y^2X^2-2xyXY}=\pm(xY-yX)$$

oder

$$X(p\pm y)+Y(q\mp x)=0.$$

Diese Bedingungsgleichung zerfällt in die beiden folgenden:

$$p \pm y = 0 \text{ und } q \pm x = 0,$$

woraus sofort folgt, daß entweder

$$p + y = 0 \text{ und } q - x = 0 \ldots (1)$$

oder gleichzeitig

$$p - y = 0 \text{ und } q + x = 0 \ldots (2)$$

sein muß.

Da nun aus den obigen allgemeinen Werthen für p und q, die man als positiv annimmt, für den vorliegenden Fall $p = y$ und $q = x$ folgt, so fordert der erste Fall (Gleichung 1): daß von den Coordinaten des Punktes 0 sofort x positiv und y negativ; dagegen im zweiten Falle (Gleichung 2) x negativ und y positiv sei; d. h. es muß der Punkt 0 überhaupt nur außerhalb des Winkels YAX liegen.

Für Punkte 0, welche innerhalb des Winkels YAX liegen, entspricht, da y positiv und p negativ ist, die Gleichung (1).

Aus dieser Darstellung ersieht man, daß der Satz:

„Das Moment der Gesammtresultante zweier unter einem rechten Winkel auf einen freien Punkt in der Ebene wirkender Kräfte ist gleich der algebraischen Summe der Momente der Seitenresultanten für irgend einen Punkt derselben Ebene"

nur ein specieller Fall des oben angegebenen ist.

XI. SITZUNG VOM 19. APRIL 1866.

Herr Regierungsrath Ritter v. Ettingshausen im Vorsitze.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Notiz über die Blätter von Epacris“ von Herrn Prof. Dr. Fr Rochleder in Prag.

„Über Fluor-Silicium“ von Herrn M. Stransky in Brünn.

„Myrmecologische Beiträge“ von Hrn. Dr. Gust. L. Mayr in Wien.

„Untersuchungen über die Entwickelungsgeschichte des Farbstoffes in Pflanzenzellen“, von Herrn Dr. Ad. Weiss, k. k. Professor der Botanik an der Universität zu Lemberg.

Das w. M. Herr Prof. Dr. J. Stefan überreicht zwei Abhandlungen, und zwar: *a)* „Über eine neue Methode die Längen der Lichtwellen zu messen“, und *b)* „Über den Einfluß der inneren Reibung in der Luft auf die Schallbewegung“.

Das w. M. Herr Dr. A. Boué legt eine Abhandlung vor, betitelt: „Einige Bemerkungen über amerikanisch-mexicanische Geographie und Geologie, sowie über die sogenannte Central-Kette der europäischen Türkei“.

Das c. M. Herr Prof. Dr. K. Peters übergibt eine für den „Anzeiger“ bestimmte Mittheilung über die geologische Bedeutung der *Congeria polymorpha* und ihr Vorkommen im Donau-Delta.

Herr Dr. S. Stricker überreicht eine von ihm gemeinschaftlich mit Herrn Dr. Kocslakoff aus St. Petersburg ausgeführte Arbeit, betitelt: „Experimente über Entzündungen des Magens“.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Academy, The Royal Irish: Transactions. Science: Parts IV & VI; Antiquities: Parts III & IV; Polite Literature: Part II. Dublin, 1865; 4°. — Proceedings. Vol. VII & VIII. 1857 — 1860 & 1861—1864; Vol. IX, Part. I. Dublin, 1865; 8°.

Academia Pontificia de' Nuovi Lincei: Atti. Anno XVIII. Sess. 1ª—VIIIª. Roma, 1865; 4°.

Akademie der Wissenschaften, Köngl. Preuss., zu Berlin: Abhandlungen aus dem Jahre 1864. Berlin, 1865; 4°. — Preisfragen der philos.-histor. Classe für 1868.

— — Köngl. Bayer., zu München: Sitzungsberichte. 1865. II. Hft. 3—4. München; 8°.

Annalen der Chemie et Pharmacie von Wöhler, Liebig und Kopp. N. R. Band LX, Heft 3. December 1865; IV. Supplementband, 1. Heft. 1865; Band LXI, Heft 1—3. Januar—März 1866. Leipzig & Heidelberg; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 4. Jahrgang, Nr. 8. Wien, 1866; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1579. Altona, 1866; 4°.

Bericht, Amtlicher, über die 39. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte in Giessen im September 1864. Herausgegeben von den Geschäftsführern Wernher und Leuckart. Giessen, 1865; 4°.

Cosmos. 2e Série. XVe Année, 3e Volume, 15e Livraison. Paris, 1866; 8°.

Gesellschaft der Wissenschaften, Oberlausitzische: Neues Lausitzisches Magazin. XLII. Band. Görlitz, 1865; 8°. — Dem Herrn Karl Wilhelm Dornick am Tage seiner 50jährigen Amts-Jubelfeier den 2. April 1865. Görlitz, 1865: 4°.

— — Königl., zu Göttingen: Göttingische gelehrte Anzeigen. 1865. I.—II. Band. — Nachrichten von der k. Gesellschaft der Wissenschaften und der Georg-Augusts-Universität aus dem Jahre 1865. Göttingen, 1865; kl. 8°.

— — köngl. Sächsische, zu Leipzig: Abhandlungen der philolog.-histor. Classe. IV. Band, Nr. 5 & 6; V. Band, Nr. 1. 1865. — Abhandlungen der mathem.-phys. Classe. VII. Band, Nr. 2—4; VIII. Band, Nr. 1. 1865. — Berichte. Philolog.-histor. Classe. XVI. Band, 2. & 3. Heft. — Mathem.-phys. Classe. XVI. Bd. Leipzig, 1864; 8°.

— Fürstlich Jablonowski'sche: Jahresbericht 1865. 8°.

— physikalische, zu Berlin: Die Fortschritte der Physik im Jahre 1863. XIX. Jahrgang. Berlin, 1865; 8°.

— Deutsche geologische: Zeitschrift. XVII. Band, 3. Heft. Berlin, 1865; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXVII. Jahrg. No. 16. Wien, 1866; 8°.

Grunert, Joh. Aug., Archiv der Mathematik und Physik. XLIV. Theil, 4. Heft. 1865; XLV. Theil, 1. Heft. Greifswald, 1866; 8°.

Institution, The Royal, of Great Britain: Proceedings. Vol. IV, Parts 5 & 6, Nrs. 41—42. London, 1865; 8°.

Jahrbuch, Neues, für Pharmacie u. verwandte Fächer, von F. Vorwerk. Band XXIV. Heft 5 — 6. Speyer, 1865; Band XXV. Heft 1—3. Speyer, 1866; 8o.

Jahresbericht, fünfzehnter, über die wissenschaftl. Leistungen des Doctoren-Collegiums der medicin. Facultät in Wien, im Jahre 1864—1865. Wien, 1866; 8o.

Lotos. XVI. Jahrgang. Januar—März 1866. Prag; 8o.

Reader. No. 172, Vol. VII. London, 1866; Folio.

Société Impériale de Médecine de Constantinople: Gazette médicale d'orient. IXe Année, Nr. 12. Constantinople, 1866; 4o.

Society, The Chemical, of London: Journal. Ser. 2, Vol. III. Juli—December 1865. London; 8o.

— The Royal, of Edinburgh: Transactions. Vol. XXIV, Part 1. 1864—65. 4o. — Proceedings. Vol. V. Nrs. 65—67. Edinburgh, 1865; 8o.

— The Royal Geological, of Ireland: Journal. Vol. I. Part 1. 1864—65. London, Dublin, Edinburgh. 1865; 8o.

— The Asiatic, of Bengal: Journal. 1865. Part 1. Nr. 3; Part II. Nr. 3. Calcutta; 8o.

Verein für Naturkunde im Herzogthume Nassau: Jahrbücher. XVII. & XVIII. Heft, Wiesbaden, 1862—1863.

— der Freunde der Naturgeschichte in Meklenburg: Archiv. 19. Jahrg. Neubrandenburg, 1865; 8o.

— siebenbürgischer, für Naturwissenschaften zu Hermannstadt: Verhandlungen und Mittheilungen. XVI. Jahrgang. Hermannstadt, 1865; 8o.

— Naturw. für Sachsen und Thüringen in Halle: Zeitschrift für die gesammten Naturwissenschaften. Jahrg. 1865. XXV. & XXVI. Band. Berlin, 1865; 8o.

Wiener medizin. Wochenschrift. XVI. Jahrg. Nr. 30—31, Wien, 1866; 4o.

Wochen-Blatt der steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. XV. Jahrg. Nr. 12. Gratz, 1866; 4o.

Zeitschrift für Chemie etc. von F. Beilstein, R. Fittig und H. Hübner. VIII. Jahrg. N. F. Band. I. Heft 24. Göttingen 1865; IX. Jahrg. II. Band, Heft 1—5. Leipzig, 1866; 8o.

Notiz über die Blätter von Epacris.

Von dem w. M. Dr. Friedrich Rochleder.

Durch die k. Akademie erhielt ich Zweige und Blätter von *Epacris* und Zweige von *Casuarina*. Obwohl in Blechkisten verlöthet, war dennoch das Material in einem keineswegs guten Zustande. Es war mit Seewasser in Berührung gekommen und daher stark salzhaltig. Mit den Blättern von *Epacris* konnte Herr Tonner einige Versuche ausführen und er hat zwei Substanzen daraus dargestellt, einen Gerbstoff und einen harzähnlichen Körper. Da Herr Tonner das Laboratorium verlassen mußte, ehe die Untersuchung zu Ende war, so habe ich die weiteren nöthigen Arbeiten vorgenommen, um über diese beiden Körper in's Reine zu kommen. Die Zweige der *Casuarina* waren zur Untersuchung nicht zu verwenden, alle organischen Substanzen waren mehr minder in braungelbe, den Humussubstanzen ähnliche Körper verwandelt worden. Obgleich ich nicht in der Lage bin ein Bild von der Zusammensetzung der *Epacrideae* zu geben, so dürfte doch das Wenige, was ich hier mitzutheilen im Stande bin, nicht ohne Interesse für diejenigen sein, welche auf die Erforschung des Zusammenhanges der Form der Gewächse und ihrer Zusammensetzung einen Werth legen. Die Zusammensetzung der *Epacrideae* ließ Ähnlichkeit mit der Zusammensetzung der *Ericeae* vermuthen. Die *Epacrideae* sind gleichsam die Stellvertreter der *Ericeae* in Neu-Holland und den zunächst gelegenen Inseln.

Aus den *Epacris*-Blättern hat Herr Tonner durch Auskochen mit Weingeist und Abdestilliren des Alkohols eine bedeutende Menge einer grünen Masse erhalten, wie sie gewöhnlich bei den Pflanzenanalysen als ein Gemenge von Fett, Wachs und Chlorophyll aufgeführt erscheint. Aus diesem Gemische hat er einen Körper dargestellt, dan dem sich alle Eigenschaften des Urson finden, welches Trommsdorff in den Blättern von *Arctostaphylos Uva ursi* entdeckt un-

Herr Prof. Hlasiwetz analysirt hat. Eine Analyse dieser Substanz gab die folgenden Resultate.

0·1381 bei 120° C. in einem Kohlensäurestrom getrocknete Substanz gab 0·3975 Kohlensäure und 0·1303 Wasser was mit der Formel $C_{40} H_{32} O_4$ nahe übereinstimmt.

		Berechnet		Gefunden
C_{40}	=	78·95	—	78·50
H_{32}	=	10·53	—	10·48
O_4	=	10·52	—	11·02
		100·00	—	100·00

Die hohe Temperatur, bei welcher das Urson schmilzt und sich verflüchtigt, so wie seine Fähigkeit, sich, wenn auch nur schwer, mit Bleioxyd zu verbinden, lassen mich die Formel $C_{40} H_{32} O_4$ der Formel $C_{20} H_{16} O_2$ vorziehen.

Der Gerbstoff, den Herr Tonner aus den Blättern von *Epacris* dargestellt hat, gleicht nach vollständiger Reinigung in allen Eigenschaften vollkommen dem Gerbstoff der Roßkastanie. Die prachtvoll rothe Verbindung von Gerbsäure mit dem durch Wasserentziehung daraus entstehenden Producte, welche bei nicht zu energischer Wirkung von Salzsäure auf den Gerbstoff entsteht, habe ich der Analyse unterworfen.

0·3509 bei 105° C. in Kohlensäure getrocknete Substanz gaben 60·12 pCt. Kohlenstoff (0·7735 Kohlensäure) und 4·43 pCt. Wasserstoff (0·1382 Wasser) was genau der Formel

$$C_{52} H_{22} O_{22} + 2\ [C_{26} H_{12} O_{12}]$$

entspricht. — Dieser Gerbstoff findet sich auch in *Ledum palustre* wie es scheint. Ich werde den Beweis in kürzester Frist liefern können.

Über eine neue Methode die Längen der Lichtwellen zu messen.

Von dem w. M. J. Stefan.

Hat man eine Quarzsäule mit parallel zur optischen Axe angeschliffenen Flächen und läßt polarisirtes Licht auf dieselbe fallen, so theilt sich im Allgemeinen jeder in den Quarz eintretende Strahl in zwei senkrecht gegen einander polarisirte, nämlich in den ordentlichen und den außerordentlichen. Sind alle auffallenden Strahlen unter einander parallel, auch die Fläche, durch welche die Strahlen in den Quarz eintreten, parallel zu jener, durch welche sie austreten, so sind auch die ausfahrenden ordentlichen und außerordentlichen Strahlen unter einander parallel. Diese beiden Arten von Strahlen pflanzen sich im Quarz mit ungleichen Geschwindigkeiten fort, treten also mit einem Gangunterschiede aus dem Quarz aus. Werden sie durch einen Analyseur auf eine gemeinschaftliche Polarisationsebene gebracht, so können sie interferirend sich verstärken oder schwächen, je nach der Größe des Gangunterschiedes. Beträgt dieser eine ungerade Anzahl halber Wellenlängen, so können sie sich auch ganz auslöschen, wenn ihnen gleiche Intensität innewohnt. Um letzteres zu erreichen, wird man die Hauptebene des Polariseurs unter 45° gegen die Axe des Quarzes neigen und dasselbe auch mit der Hauptebene des Analyseurs thun.

Ist die Quarzsäule oder Quarzplatte sehr dünn, so erweist sich bei Anwendung von weißem Licht die stattgefundene Interferenz durch die Färbung des aus dem Analyseur kommenden Lichtes. Hat aber die Quarzsäule eine beträchtliche Dicke, so ist das aus dem Analyseur kommende Licht farblos. Die stattgefundene Interferenz kann aber nachgewiesen werden durch prismatische Zerlegung dieses Lichtes. Es erscheinen dann im Spectrum an allen jenen Stellen, deren zugehörige Farben durch Interferenz ausgelöscht wurden, dunkle Streifen.

Um die Anzahl dieser Streifen in ihrer Abhängigkeit von der Dicke der Quarzsäule zu bestimmen, betrachten wir zuerst den Fall,

daß die Strahlen senkrecht auf die Quarzfläche fallen, also die ordentlichen und außerordentlichen Strahlen in derselben unveränderten Richtung durch die Quarzsäule hindurch gehen. Ist D die Dicke der Quarzsäule, und sind μ_0 und μ_e die Brechungsquotienten für den ordentlichen und außerordentlichen Antheil eines Strahles, so haben diese Antheile nach ihrem Austritte aus dem Quarz den Gangunterschied

$$D(\mu_e - \mu_0).$$

An jenen Stellen im Spectrum, für welche dieser Ausdruck gleich wird einer ungeraden Anzahl halber Wellenlängen, entstehen dunkle Streifen. Die Bedingung für die Entstehung eines solchen an einer bestimmten Stelle des Spectrums ist daher die, daß der Ausdruck

$$\frac{2D(\mu_e - \mu_0)}{\lambda}$$

für diese Stelle eine ungerade Zahl werde. λ bedeutet die dieser Stelle entsprechende Wellenlänge.

Da die Differenz $\mu_e - \mu_0$ vom rothen gegen das violette Ende hin wächst, λ hingegen abnimmt, so entsprechen den vom rothen gegen das violette Ende hin auf einander folgenden Streifen immer größere ungerade Zahlen, in der Gleichung

$$\frac{2D(\mu_e - \mu_0)}{\lambda} = 2n + 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (a)$$

nimmt n von Streifen zu Streifen um eine Einheit zu.

Bedeuten μ_0', μ_e', λ' für eine zweite Stelle des Spectrums, was dieselben Buchstaben ohne Strich für die erste, und hat man für diese zweite Stelle

$$\frac{2D(\mu_e' - \mu_0')}{\lambda'} = 2(n + x) + 1$$

so ist offenbar x die Anzahl der dunklen Streifen von der ersten Stelle bis zur zweiten. Man hat also

$$x = \frac{D(\mu_e' - \mu_0')}{\lambda'} - \frac{D(\mu_e - \mu_0)}{\lambda} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (b)$$

Aus dieser Gleichung ist zugleich ersichtlich, daß man z. B. λ' bestimmen könne, sobald man D, x, λ und die Brechungsquotienten kennt. Nimmt man die Wellenlänge der Fraunhofer'schen Doppel-

linie D als bekannt an, so kann man durch Abzählen der zwischen dieser und den übrigen Linien liegenden Interferenzstreifen die Wellenlängen aller übrigen finden, von welchen man die Brechungsquotienten kennt.

Die Gleichung (a) zeigt aber, daß die Wellenlänge λ für eine Linie unmittelbar bestimmt werden kann, ohne daß dazu die Kenntniß der Wellenlänge einer anderen Linie erforderlich wird, sobald die Zahl n gegeben ist. Diese kann aber auf folgende Weise ermittelt werden.

Man denke sich die Dicke der Quarzsäule ein wenig verringert. Soll dann die Gleichung (a) noch für dasselbe n befriedigt werden, so muß der Quotient

$$\frac{\mu_e - \mu_0}{\lambda}$$

größer genommen werden. Es wird also bei Verringerung der Dicke der Quarzplatte jede Interferenzlinie von ihrer ursprünglichen Stelle im Spectrum etwas weiter gegen das violette Ende rücken. Ist die Dicke nunmehr D', so daß

$$\frac{2D'(\mu_e - \mu_0)}{\lambda} = 2n - 1$$

wird, so wird die ursprünglich mit einem dunklen Streifen versehene Stelle wieder mit einem solchen bedeckt sein. Hat man daher diese Stelle von Anfang an fixirt dadurch, daß man sie das Fadenkreuz des Beobachtungsfernrohrs schneiden läßt, so wird man bei continuirlicher Verminderung der Dicke der Quarzsäule ein Wandern der Interferenzlinien vom rothen gegen das violette Ende wahrnehmen. So oft eine solche Linie das Fadenkreuz passirt, ist der Quotient

$$\frac{2D(\mu_e - \mu_0)}{\lambda}$$

um zwei Einheiten kleiner geworden. Passirten bei der Abnahme der Dicke von D zu D' y Linien das Fadenkreuz, so hat man für y die Gleichung

$$\frac{2D'(\mu_e - \mu_0)}{\lambda} = 2(n - y) + 1$$

und aus dieser und der Gleichung (a) folgt nunmehr

$$\lambda = \frac{(D - D')(\mu_e - \mu_0)}{y} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (c)$$

Wird die Dicke der Quarzplatte successive bis zu D' vergrößert, statt verkleinert, so wandern die Interferenzlinien in umgekehrter Richtung. Die daraus sich ergebende Gleichung für λ ist dieselbe, wie die vorhergehende, nur daß man $D'-D$ statt $D-D'$ einzusetzen hat.

Die in Rede stehenden Interferenzstreifen sind schon von Fizeau und Foucault beobachtet worden. Auch haben diese beiden Physiker das Mittel, die Quarzdicke mittelst zweier Keile zu variiren, schon angegeben. Den großen Werth dieses Interferenzversuches für die Bestimmung von Wellenlängen berühren sie nicht, sie heben im Gegentheile hervor, daß derselbe besonders dazu geeignet wäre, den Unterschied zwischen dem Berechnungsquotienten des ordentlichen und des außerordentlichen Strahles sehr genau zu liefern. Die genaue Bestimmung dieser Differenz gelingt aber eben so gut auf directem Wege. Auch hat sie die Bedeutung, welche ihr Fizeau und Foucault gaben, nicht. Der Unterschied dieser beiden Brechungsquotienten steht mit dem Unterschiede der Geschwindigkeiten, mit welchen sich die beiden circular polarisirten Strahlen in der Richtung der Axe des Quarzes fortpflanzen, in gar keiner durch die Theorie begründeten Verbindung. Eine genaue Bestimmung dieses Unterschiedes kann zunächst nur von Bedeutung sein für den hier in Rede stehenden Zweck, für die Bestimmung von Wellenlängen.

Es entsteht aber nun die Frage, mit welcher Genauigkeit die Wellenlängen nach dieser Methode ermittelt werden können. Darauf gibt die Gleichung für λ Antwort. Bezeichnet man die Fehler, welche an den beobachteten Größen $D-D'$, $\mu_e-\mu_0$, y haften, durch die Differentiale dieser Größen, ebenso die durch diese Fehler entstehende Änderung von λ durch $d\lambda$, so ist

$$\frac{d\lambda}{\lambda}=\frac{d(D-D')}{D-D'}+\frac{d(\mu_e-\mu_0)}{\mu^e-\mu_0}-\frac{dy}{y}.$$

Nehmen wir beispielsweise den Fall, es handle sich um die Wellenlänge der Linie D, für welche Fraunhofer $\lambda=0{\cdot}0005888^{mm}$ gefunden. Ist $D-D'=20^{mm}$, so wird y etwa $=300$ sein. Ferner ist nach Rudberg $\mu_e-\mu_0=0{\cdot}00910$. Aus diesen Daten ergibt sich, daß für

$$d(D - D') = 0 \cdot 005^{mm}$$
$$d(\mu_e - \mu_0) = 0 \cdot 000002$$
$$dy = 0 \cdot 1.$$

die daraus sich ergebenden Antheile des Fehlers $d\lambda$ werden

1, 1, 2 Einheiten

in der siebenten Decimalstelle, oder in der vierten der vier Ziffern 5888.

Daß die Beobachtung der einzelnen Elemente mit der geforderten Genauigkeit gemacht werden kann, ist kein Zweifel. Namentlich was die Bestimmung von $D - D'$ und y betrifft, läßt sich durch wiederholte Versuche noch eine größere Genauigkeit erzielen. Was endlich die Differenz $\mu_e - \mu_0$ anbelangt, so hätte es allerdings große Schwierigkeiten, wenn jeder der beiden Brechungsquotienten so genau bestimmt werden sollte. Viel leichter ist es jedoch, wenn es sich nur um die Differenz der beiden handelt, da ja diese mit einem und demselben Prisma aus zwei sehr nahe liegenden Spectren zu bestimmen sind, also die Fehler, die aus der Unrichtigkeit des Prismenwinkels und anderen Ursachen kommen, in fast ganz gleicher Weise tragen.

Da ich über einen solchen Keilapparat nicht verfüge, so konnte ich Messungen von Wellenlängen nach dieser Methode nicht vornehmen. Wohl aber habe ich solche nach einer anderen, freilich weniger Genauigkeit zulassenden, ausgeführt. Diese soll nun im Folgenden erklärt werden.

Soll das beschriebene Interferenzphänomen zur absoluten Bestimmung von Wellenlängen verwendbar sein, so handelt es sich darum, den Gangunterschied zwischen dem ordentlichen und außerordentlichen Strahle successive zu vergrößern oder zu verkleinern. Dies kann aber ganz einfach mit einer Quarzsäule allein auch bewirkt werden. Dadurch, daß man die Strahlen immer schiefer und schiefer auf die Quarzsäule auffallen läßt und umgekehrt, also dadurch, daß man diese Quarzsäule aus ihrer gegen die Strahlen senkrechten Stellung allmälig herausdreht und allmälig dieselbe wieder zurückdreht.

Fällt ein Strahl unter dem Winkel i auf eine planparallele Platte von der Dicke D auf, so hat er nach seinem Austritte aus der Platte

gegen einen zur selben Planwelle gehörigen aber durch die Luft gegangenen Strahl den Gangunterschied

$$D(\sqrt{\mu^2 - \sin^2 i} - \cos i)$$

wenn μ der Brechungsquotient der Platte ist.

Die aus der Quarzsäule kommenden ordentlichen und außerordentlichen Strahlen haben daher einen Gangunterschied Δ, der durch die Gleichung

$$\Delta = D\sqrt{\mu_e^2 - \sin^2 i} - D\sqrt{\mu_o^2 - \sin^2 i}$$

bestimmt ist. An jeder Stelle des Spectrums, für welche Δ eine ungerade Anzahl halber Wellenlängen beträgt, befindet sich ein dunkler Streifen. Nimmt der Winkel i ein wenig zu, so wird Δ größer, also ein ungerades Vielfache der Hälfte einer größeren Wellenlänge. Es rückt daher bei Vergrößerung des Winkels i jede Interferenzlinie vom violetten gegen das rothe Ende, umgekehrt bei Verkleinerung des Winkels i vom rothen gegen das violette Ende des Spectrums. Jede Interferenzlinie erreicht im Spectrum das Maximum der Deviation, sobald $i = 0$ ist, und kann dieser Umstand auch zur Einstellung der Quarzsäule benützt werden.

Geht man vom Winkel i zum kleineren i' über, so verwandelt sich der Gangunterschied Δ in Δ', so daß

$$\Delta' = D\sqrt{\mu_e^2 - \sin^2 i'} - D\sqrt{\mu_o^2 - \sin^2 i'}$$

ist. Gehen nun während dieses Überganges y Interferenzlinien durch eine fixirte Stelle des Spectrums, so ist

$$\Delta - \Delta' = y\lambda,$$

somit hat man zur Bestimmung von λ die Gleichung

$$\lambda = \frac{D}{y} \cdot \left[\left(\sqrt{\mu_e^2 - \sin^2 i} - \sqrt{\mu_o^2 - \sin^2 i}\right) - \left(\sqrt{\mu_e^2 - \sin^2 i'} - \sqrt{\mu_o^2 - \sin^2 i'}\right)\right]$$

Der Einfachheit wegen wird man beim Versuche $i' = 0$ nehmen und am besten folgendermaßen verfahren. Man stelle zuerst mittelst des oben angegebenen Kennzeichens die Quarzflächen senkrecht gegen die einfallenden Strahlen, drehe nun die Quarzsäule, bis y Interferenzlinien das Fadenkreuz passiren und lese den Stand des

Index auf dem zur Messung des Drehungswinkels bestimmten Kreise ab. Nun drehe man wieder zurück in die ursprüngliche Lage und über diese hinaus nach der entgegengesetzten Seite so weit, bis wieder y Linien das Fadenkreuz passirt haben. Liest man wieder den Stand des Index am Kreise ab, so gibt diese Ablesung mit der früheren den doppelten Einfallswinkel i. Man hat dadurch zugleich den Fehler, der bei der senkrechten Einstellung der Säule gemacht wurde, eliminirt. Zur Berechnung von λ dient nun die Formel

$$\lambda = \frac{D}{y}\left[\left(\sqrt{\mu_e^2 - \sin^2 i} - \sqrt{\mu_o^2 - \sin^2 i}\right) - (\mu_e - \mu_o)\right] \ldots (d)$$

Es sollen nun die Versuche folgen, welche ich zur vorläufigen Prüfung dieser Methode gemacht habe. Sie beziehen sich zunächst auf die Bestimmung der Wellenlänge der Linie D. Ich erhielt

für $y = 10\frac{1}{8}$, $i = 19°46'$
$16\frac{1}{8}$ $24°51'$
$20\frac{1}{8}$ $27°50'$
$30\frac{1}{8}$ $34°\ 2.'$

Aus diesen Zahlen und den von Rudberg bestimmten Brechungsquotienten erhält man nach der Formel (d) folgende Werthe von λ:

$\lambda = 0{\cdot}0005893^{mm}$
5882
5909
5887

aus denen das arithmetische Mittel

$$\lambda = 0{\cdot}0005893^{mm}$$

folgt, das mit den besten bisherigen Bestimmungen von Fraunhofer, Ångström und Ditscheiner in außerordentlicher Übereinstimmung steht.

Mit Hilfe dieses Werthes von λ habe ich nun nach der Formel (b) auch die Wellenlängen der übrigrn Fraunhofer'schen Hauptlinien gerechnet, da ich die Anzahl der Interferenzlinien zwischen jeder dieser Linien und der Linie D bestimmt habe. Es liegen nämlich

zwischen	*B*	und	*C*	. . . . . $17\frac{1}{2}$	Interferenzlinien
„	*C*	„	*D*	 46	„
„	*D*	„	*E*	. . . . . $54\frac{1}{2}$	„
„	*E*	„	*F*	 44	„
„	*F*	„	*G*	. . . . $76\frac{1}{2}$	„
„	*G*	„	*H*	 60	„

Man erhält für die Wellenlängen der Linien *B*, *C*, *E*, *F*, *G*, *H* folgende Werthe

0·0006873, 6578, 5271, 4869, 4291, 3959.

Die große Übereinstimmung zwischen diesen Zahlen und jenen, welche aus den Beugungserscheinungen feiner Gitter abgeleitet wurden, ist ein Beweis für die Brauchbarkeit der neuen Methode einerseits und andererseits zugleich ein Beweis für die Richtigkeit der Theorie der Beugung in so weit, als sich auf dieselbe die Bestimmung der Wellenlängen gründet.

Über den Einfluß der inneren Reibung in der Luft auf die Schallbewegung.

Von dem w. M. J. **Stefan.**

Die Differentialgleichung, deren Integration zu den Gesetzen der Schallbewegung in der Luft führt, wird aus den allgemeinen Gleichungen für die Bewegung flüßiger Körper gewonnen. Man setzt dabei voraus, daß die Geschwindigkeiten der einzelnen Lufttheilchen, ihre Änderungen von Theilchen zu Theilchen, so wie die dadurch entstehenden Verdichtungen und Verdünnungen sehr klein sind und vernachlässigt die Glieder, welche bezüglich dieser Größen von der zweiten Ordnung sind. Unter diesen Voraussetzungen soll auch im Folgenden die Differentialgleichung der Schallbewegung abgeleitet werden, jedoch nicht aus den gewöhnlichen hydrodynamischen Gleichungen, sondern aus jenen, bei deren Aufstellung auf die innere Reibung in der Flüssigkeit Rücksicht genommen ist. Wirken auf die Flüssigkeit keine äußeren Kräfte, so können diese Gleichungen in folgender Weise geschrieben werden:[1]

$$\begin{aligned}
\frac{\partial p}{\partial x} &= -\rho\frac{d.u}{dt} + (\lambda+\mu)\frac{\partial\theta}{\partial x} + \mu\Delta u,\\
\frac{\partial p}{\partial y} &= -\rho\frac{d.v}{dt} + (\lambda+\mu)\frac{\partial\theta}{\partial y} + \mu\Delta v,\\
\frac{\partial p}{\partial z} &= -\rho\frac{d.w}{dt} + (\lambda+\mu)\frac{\partial\theta}{\partial z} + \mu\Delta w.
\end{aligned} \tag{1}$$

Darin bedeuten p, ρ Druck und Dichte, u, v, w die nach den Richtungen der Coordinaten geschätzten Componenten der Geschwindigkeit im Punkte x, y, z zur Zeit t. λ und μ sind von der inneren Reibung abhängige Constante. Ferner ist abkürzend

---

[1]) Sitzungsberichte Bd. XLVI, pag. 8.

$$\theta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

gesetzt und $\frac{d.}{dt}$, Δ sind Operationszeichen, bestimmt durch die symbolischen Gleichungen

$$\frac{d.}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y} + w\frac{\partial}{\partial z}$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Zu den Gleichungen (3) kommt nun noch eine, die sogenannte Continuitätsgleichung hinzu, welcher nach den eingeführten Bezeichnungen die Form

$$\frac{d.\rho}{dt} + \rho\theta = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

gegeben werden kann.

Sind nun u, v, w so wie ihre Differentialquotienten, eben so die Differentialquotienten von ρ sehr klein und vernachlässigt man die Glieder zweiter Ordnung, so hat dies den Effect, daß man in den Gleichungen (1) und (2) das Operationszeichen $\frac{d.}{dt}$ durch $\frac{\partial}{\partial t}$ ersetzen kann.

Bedeutet ρ_0 die Dichte der Luft im Zustande der Ruhe, σ die durch die Bewegung entstehende Verdichtung, so kann man

$$\rho = \rho_0 (1 + \sigma) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

setzen, worin ρ_0 constant, σ Function von x, y, z, t und zwar eine kleine Größe erster Ordnung ist. Da in den Gleichungen (1) ρ als Factor bei ebenfalls kleinen Größen erster Ordnung, nämlich den Differentialquotienten von u, v, w nach t als Factor steht, so kann man es daselbst durch ρ_0 ersetzen.

Differenzirt man nun die erste der Gleichungen (1) nach x, die zweite nach y, die dritte nach z und addirt die Resultate, so erhäl man, wie leicht zu übersehen ist

$$\Delta p = -\rho_0 \frac{\partial \theta}{\partial t} + (\lambda + 2\mu)\Delta\theta \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (4$$

Die Gleichung (2) gestattet θ durch ρ auszudrücken. Ersetzt man $\rho\theta$ durch $\rho_0\theta$, so geht diese Gleichung über in

$$\rho_0 \frac{\partial \sigma}{dt} + \rho_0 \theta = 0,$$

woraus man

$$\theta = -\frac{\partial \sigma}{\partial t} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

erhält.

Ist p_0 der Druck der Luft im Zustande der Ruhe, so hat man in dem Falle der Schallbewegung, bei welcher die Luft ihre Dichte ändert, ohne Wärme dabei abzugeben oder zu empfangen, zwischen p, p_0, ρ, ρ_0 die Relation

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\frac{c}{c_1}},$$

wenn c die Wärmecapacität der Luft bei constantem Druck, c_1 die Wärmecapacität bei constantem Volumen ist. Führt man in diese Gleichung den Werth von ρ aus (3) ein und ersetzt die Potenz von $1+\sigma$ durch die zwei ersten Glieder ihrer nach dem binomischen Satze gemachten Entwicklung, so folgt

$$p = p_0\left(1 + \frac{c}{c_1}\sigma\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

Mit Hilfe dieses Werthes von p und des Werthes von θ aus (5) verwandelt sich nunmehr die Gleichung (4) in

$$p_0 \frac{c}{c_1} \Delta\sigma = \rho_0 \frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} - (\lambda + 2\mu)\,\Delta \frac{\partial \sigma}{\partial t}$$

oder wenn man

$$\frac{p_0 c}{\rho_0 c_1} = k, \quad \frac{\lambda + 2\mu}{\rho_0} = h$$

setzt, in

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} = k\Delta\sigma + h\Delta \frac{\partial \sigma}{\partial t} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

Handelt es sich um ebene Schallwellen, so kann man ihre Fortpflanzungsrichtung zur Axe der x wählen und σ von y und z als unabhängig betrachten. Dann geht vorstehende Gleichung über in

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} = k \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} + h \frac{\partial^3 \sigma}{\partial x^2 \partial t} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (8)$$

Ein particuläres Integral dieser Gleichung kann in der Form

$$\sigma = X \sin \gamma t + Y \cos \gamma t \tag{9}$$

aufgestellt werden, worin X, Y nur Functionen von x sind, γ eine arbiträre Constante bedeutet. Führt man diesen Werth von σ in die Gleichung (8) ein, so folgt

$$-\gamma^2 X \sin \gamma t - \gamma^2 Y \cos \gamma t =$$
$$k \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} \sin \gamma t + k \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} \cos \gamma t + h\gamma \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} \cos \gamma t - h\gamma \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} \sin \gamma t.$$

Aus dieser Gleichung, die für jeden Werth von t erfüllt sein muß, folgen die beiden

$$\begin{aligned} -\gamma^2 X &= k \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} - h\gamma \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} \\ -\gamma^2 Y &= k \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} + h\gamma \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} \end{aligned} \tag{10}$$

Führt man in diese zwei Gleichungen als particuläre Auflösungen die Werthe

$$X = Ae^{\alpha x}, \quad Y = Be^{\alpha x} \tag{11}$$

ein, worin A und B Constante sind, so erhält man

$$\begin{aligned} -\gamma^2 A &= k\alpha^2 A - h\gamma\alpha^2 B \\ -\gamma^2 B &= k\alpha^2 B + h\gamma\alpha^2 A. \end{aligned} \tag{12}$$

Sollen diese zwei Gleichungen gleichzeitig gelten, so muß offenbar zwischen A und B die Relation

$$\frac{A}{B} = -\frac{B}{A} \quad \text{oder} \quad A^2 = -B^2$$

bestehen. Daraus ergibt sich also

$$B = +Ai \quad \text{oder} \quad B = -Ai.$$

Nimmt man den ersten dieser beiden Werthe für B, so gehen dann die Gleichungen (12) über in die folgende

$$-\gamma^2 = k\alpha^2 - h\gamma\alpha^2 i$$

aus welcher α durch γ bestimmt werden kann. Es ist

$$\frac{\alpha^2}{\gamma^2} = -\frac{1}{k-h\gamma i},$$

woraus sich

$$\frac{\alpha}{\gamma} = \pm\frac{1}{m}\left(\sqrt{\frac{m-k}{2}} - i\sqrt{\frac{m-k}{2}}\right)$$

ergibt, worin m den Modul der complexen Zahl $k-h\gamma i$ bedeutet, also

$$m = \sqrt{k^2+h^2\gamma^2} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (13)$$

ist. Setzt man der Kürze wegen

$$p = \frac{\gamma}{m}\sqrt{\frac{m-k}{2}},\ q = \frac{\gamma}{m}\sqrt{\frac{m-k}{2}} \quad . \ . \ . \quad (14)$$

so hat man

$$\alpha = \pm(p-qi) \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (15)$$

Nimmt man den zweiten der obigen Werthe von B, so erhält man

$$\alpha = \pm(p+qi) \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (16)$$

Jeder dieser vier Werthe von α kann in (11) eingesetzt werden. Man erhält vier Ausdrücke von X, von denen jeder mit einer andern willkürlichen Constanten versehen werden kann. Ebenso hat man vier Werthe für Y, deren Constanten die mit $+i$ oder $-i$ multiplicirten Constanten der entsprechenden Glieder in X sind, je nachdem das zugehörige α aus (15) oder (16) entnommen ist. Man kann also die allgemeinen Lösungen der Gleichungen (10) so schreiben

$$X = Ae^{(p-qi)x} + A'e^{-(p-qi)x} + A''e^{(p+qi)x} + A'''e^{-(p+qi)x}$$
$$Y = Aie^{(p-qi)x} + A'ie^{-(p-qi)x} - A''ie^{(p+qi)x} - A'''ie^{-(p+qi)x}.$$

Setzt man diese Werthe in (9) ein, so gelangt man nach einigen Umformungen zu folgender Formel

$$\sigma = e^{-px}[(A'+A''')\,i\sin(\gamma t-qx) - (A'-A''')\cos(\gamma t-qx)]$$
$$+ e^{px}\ [(A+A'')\ i\sin(\gamma t+qx) - (A-A'')\ \cos(\gamma t+qx)],$$

worin den willkürlichen Größen A, A', A'', A''' solche Werthe gegeben werden können, daß alle Glieder reell werden.

Diese Formel für σ stellt vier Züge einfacher Wellen dar, von denen zwei in der Richtung der positiven x, zwei in der Richtung der negativen x fortschreiten. Betrachten wir einen einzelnen Wellenzug ersterer Art, so können wir ihn darstellen durch

$$\sigma = Ae^{-px} \sin(\gamma t - qx) \quad \ldots \ldots \quad (17)$$

Diese Gleichung lehrt nun zunächst, daß die Amplitude jeder Welle während ihres Fortschreitens abnimmt und zwar in geometrischer Progression, wenn der von der Welle zurückgelegte Weg in arithmetischer wächst. Die Abnahme ist eine um so stärkere, je größer p ist. Es findet also in der Luft eine Absorption des Schalles statt.

Da h eine sehr kleine Größe im Vergleiche zu k ist, so kann man annähernd

$$m = \sqrt{k^2 + h^2\gamma^2} = k\left(1 + \tfrac{1}{2}\frac{h^2\gamma^2}{k^2}\right)$$

setzen und erhält für p dann den genäherten Werth

$$p = \frac{h\gamma^2}{2k\sqrt{k}}.$$

Die Größe γ ist bestimmt durch die Höhe des sich fortpflanzenden Tones. Ist die Anzahl der Schwingungen in einer Secunde $= n$, so ist $\gamma = 2n\pi$. Es wächst also p mit der Höhe des Tones, und zwar m quadratischen Verhältniß.

Nach den Bestimmungen von E. Meyer ist $\mu = 0{\cdot}0003$ Milligramm für das Centimeter als Längen-, die Secunde als Zeiteinheit: Somit ist $\frac{\mu}{\rho} = 0{\cdot}22652$. Setzt man $\lambda = 0$, so wird

$$h = \frac{2\mu}{\rho} = 0{\cdot}45304.$$

Man erhält für die Distanzen von 10, 100, 1000 Metern als Divisoren der ursprünglichen Amplituden folgende Zahlen:

Für einen Ton von 100 Schwingungen in der Secunde

1·00000 1·00002 1·00022;

für einen Ton von 1000 Schwingungen in der Secunde

1·00022, 1·00222, 1·02244;

für einen Ton von 10000 Schwingungen in der Secunde

1·0224, 1·2485, 9·1991.

Für einen Ton von 31623 Schwingungen in der Secunde, der schon nahe der Grenze der noch wahrnehmbaren hohen Töne sich befindet, fällt die Amplitude schon bei 100 Meter Distanz auf $\frac{1}{2}$.

Durch die Formel (17) ist auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles v bestimmt durch

$$v = \frac{\gamma}{q}, \quad v^2 = \frac{\gamma^2}{q^2} = \frac{2m^2}{m+k}$$

und in erster Annäherung

$$v^2 = k + \frac{h^2\gamma^2}{k}.$$

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles erscheint also von der Tonhöhe abhängig und zwar in der Art, daß sie mit derselben wächst. Diese Zunahme ist jedoch eine außerordentlich geringe, sie beträgt für einen Ton von 33200 Schwingungen in der Secunde nur etwa 0·001 Millimeter.

Die im Vorhergehenden für Planwellen geführte Rechnung gilt auch für Kugelwellen, sobald man σ durch $r\sigma$ und x durch r ersetzt, unter r den veränderlichen Radius der Kugelwelle verstanden.

Das particuläre Integral (9) der Gleichung (8) diente dazu, die Gesetze des Fortschreitens ebener Schallwellen zu liefern. Zu den Gesetzen, welchen stehende Schwingungen unterworfen sind, führt ein anderes particuläres Integral von der Form

$$\sigma = T \sin \beta x \text{ oder } T \cos \beta x,$$

worin T eine Function von t allein ist. Substituirt man die erste dieser zwei Formen in die Gleichung (8), so bleibt zur Bestimmung von T die Gleichung:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = -\beta^2\left(kT + h\frac{\partial T}{\partial t}\right),$$

welcher man durch das particuläre Integral

$$T = e^{-\frac{h\beta^2 t}{2}} \cos \beta t \sqrt{k - \frac{h^2\beta^2}{4}}$$

genügen kann.

Ist λ die Länge einer der stehenden Wellen, so ist in der vorstehenden Formel

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$

zu setzen. Diese Formel lehrt nun zunächst, daß stehende Wellen nur möglich sind, wenn ihre Länge einen gewissen Werth, der durch

$$\frac{h^2\beta^2}{4} = k \text{ oder } \lambda = \frac{\pi h}{\sqrt{k}}$$

gegeben ist, überschreitet. Man findet nach Einsetzung der obigen Werthe von h und k für diesen Grenzwerth von λ die Zahl 0·00004287 Centimeter. Dem zugehörigen Tone entsprechen 772 Millionen Schwingungen in der Secunde. Diese Zahlen liegen schon nahe denjenigen, welche die neue Gastheorie für die mittlere Länge des Weges, den ein Luftmolecül von einem Zusammenstoße mit einem andern bis zu einem nächsten Zusammenstoße macht, so wie für die mittlere Anzahl von Stößen, welche ein Theilchen in einer Secunde erfährt, liefert. Diese Zahlen sind nämlich nach E. Meyer 0·000014 Centimeter und 3000 Millionen. Es beträgt also die mittlere Weglänge etwa $\frac{1}{4}$ der kleinsten möglichen Wellenlänge.

Ferner lehrt die Formel für T noch, daß die Amplituden der einzelnen Theilchen in einer stehenden Welle in Folge der Reibung allein in geometrischer Progression abnehmen, wenn die Zeit in arithmetischer Progression wächst. Man erhält für die Zeiten 1, 10, 100 Secunden als Divisoren der ursprünglichen Amplituden folgende Zahlen:

Für einen Ton von 100 Schwingungen in der Secunde

1·0001, 1·0018, 1·0081;

für einen Ton von 1000 Schwingungen in der Secunde

1·0081, 1·0845, 2·2511.

Bei einem Tone von 10000 Schwingungen in der Secunde hat man schon nach einer Secunde für die ursprüngliche Amplitude den Divisor 2·25, und bei einem Tone von 31623 Schwingungen denselben schon nach 0·1 Secunde. Es wird also um so schwieriger einen Ton durch stehende Schwingungen in der Luft zu erhalten und um so stärkere Verdichtungen der Luft sind dazu nothwendig, je höher der Ton ist.

Experimente über Entzündungen des Magens.

Von Dr. S. Stricker und Dr. Kocslakoff.

Von der Absicht ausgehend, die entzündlichen Veränderungen der Magenwand zu untersuchen, begannen wir damit Hunden Magenfisteln anzulegen. Wir dachten uns dabei, daß wir bei längerem Bestande der Fistel von Zeit zu Zeit Gewebsstücke herausbefördern werden, um sie im frischen Zustande zu untersuchen. — Es zeigte sich aber, daß ein solcher Vorgang viel zu zeitraubend sei, weil die Hunde, wenn sie nicht aufgebunden werden, sich gegen den jedesmaligen Eingriff wehren; ein öfteres Aufbinden aber bekanntlich sehr umständlich ist.

Wir gingen daher mit unseren Versuchen zu Kaninchen über. Es zeigte sich dabei, daß diese Thiere Magenfisteln noch besser vertragen wie Hunde, und die Leichtigkeit, mit welcher diese Thiere zu beherrschen sind, bewog uns bei denselben zu bleiben. Mit Rücksicht auf unser Vorhaben stellte es sich aber heraus, daß das Trauma nicht hinreichend ist, um eine tief greifende Entzündung hervorzurufen.

Die Kaninchen sind gegen solche Eingriffe wenig empfindlich. Wir schlugen daher ein noch einfacheres Verfahren ein, wir öffneten die Bauchwand groß genug, um die Magenwand hervorziehen zu können, stießen durch dieselbe eine Kanule und injicirten Ammoniakwasser.

Wir wendeten anfangs je einige Cubikcentimeter *Ammonia pura liquida* an, wie sie hier käuflich zu haben ist.

Die Thiere ertrugen aber den Eingriff nicht, sie starben schon im Verlaufe der ersten Stunde unter Erscheinungen von Tetanus, abwechselnd mit klonischen Krämpfen. Wir haben dabei zu bemerken, daß die Temperatur des Thieres während des Tetanus nicht stieg, sondern um einige Zehntel bis 1° C. sank[1].

---

[1] Ein Kapeller'sches Zehntel-Thermometer wurde zu diesem Zwecke durch die Bauchwunde auf die kleine Curvatur des Magens gebracht.

Wenn man ein Kaninchen aufbindet, so sinkt die Temperatur in der Bauchhöhle auch wenn keine weiteren Eingriffe gemacht wurden im Laufe von 1—2 Stunden, um nicht ganz 1° C. Wir können daher nicht sagen, ob überhaupt eine Temperaturveränderung auf Rechnung des Tetanus zu setzen war.

Wir verdünnten sodann unser Ammoniakwasser bis zu sieben Theilen mit Wasser, und spritzten davon je 13 Cubik-Centimeter ein. Die meisten Thiere ertrugen diesen Eingriff, nur einzelne rothäugige halb ausgewachsene Kaninchen gingen im Verlaufe der ersten zwei Stunden zu Grunde. Bei allen den genannten Thieren, war der Magen stark mit Speisenresten überladen. Wir ließen sodann die Kaninchen 24 Stunden ohne Nahrung und spritzten 7—8 Cub.-Centim. von auf die Temperatur des Thieres erwärmter Flüssigkeit ein. Drei in solcher Weise behandelte Thiere starben im Verlaufe der ersten Stunde unter den schon erwähnten Erscheinungen.

Im Allgemeinen können wir sagen, daß 13 Cub.-Centim. unserer Flüssigkeit dem Maximum nahe liegt, welches halb ausgewachsene Kaninchen, welche nicht gehungert haben, ertragen können.

Die Wirkung war zwar nicht überall gleich intensiv. In einem Falle sank die Temperatur 4 Stunden nach der Operation continuirlich bis um 4·3° C. Das Thier überlebte aber den Eingriff und als wir es nach 24 Stunden wieder aufbanden, war die Temperatur um 1° höher als wir es Tags vorher aus der Beobachtung ließen, sank dann im Laufe einer Stunde wieder bis zur früheren Tiefe; als wir nun das Thier tödteten, zeigte es sich, daß die Magenwand von außen her blauröthlich war und die Innenfläche in ihrer ganzen Ausdehnung schmutzig-braunroth, stellenweise von opaken zerreißlichen Fetzen bedeckt.

Mit Ausnahme von zwei Thieren fanden wir bei einer ziemlich großen Reihe mehr weniger ausgebreitete Substanzverluste und ringsumher Erkrankungen verschiedener Intensität.

In einem Falle, wo wir das Thier 24 Stunden nach dem Eingriffe tödteten, war der Befund von besonderem Interesse. Der Substanzverlust war von etwa Thalergröße und erstreckte sich vom Pylorus ausgehend entlang der vorderen Magenwand; rings um den Substanzverlust war die Schleimhaut stark geschwellt, die Falten derselben vollständig ausgeglichen, und ringsum die geschwellte Partie war die Schleimhaut von gewöhnlicher Faltung und nur stellenweise punkt-

oder inselförmig geröthet. An diesen letztgenannten Orten reagirte die Magenschleimhaut sauer, an der geschwellten Partie neutral.

Diese letztere war von einer durchsichtigen Gallerte bedeckt, und in dieser stacken senkrecht opake Säulchen. Die Säulchen waren etwa 2‴ lang, und wo sie einzeln stunden von mit freiem Auge deutlich wahrnehmbarer Dicke; stellenweise stunden sie zu Gruppen von zwei zu zwanzig vereinigt.

Unter dem Mikroskope zeigten die Säulchen nichts anderes als eine punktförmige Masse; in Salzsäure von 1:1000 quollen sie auf und wurden vollständig durchsichtig. In Wasser schrumpften sie wieder ein und wurden in verdünnter Essigsäure abermals durchsichtig. Auch die Gallerte schrumpfte theilweise im Wasser und quoll in Salzsäure von 1:1000 wieder auf. Die Säulchen wie die Gallerte wurden im Millon'schen Reagens bei Erwärmung roth gefärbt, die ersteren aber intensiver als die letztere. Es konnte also keinem Zweifel unterliegen, daß die Säulchen aus einem Eiweißkörper bestehen, welcher sich wie Fibrin verhält und ferner, daß sich in der Gallerte gleichfalls ein ähnlicher Eiweißkörper befand. Wir sind also nach den Auffassungen der Pathologen berechtigt zu sagen, daß wir hier einen Crup der Magenwände vor uns hatten. Nach den Angaben Rokitansky's ist eine solche Krankheitsform beim Menschen nach der Einwirkung von Ätzammonium beobachtet worden. Außerdem schildert er ihn als Begleiter des Typhus, der Puerperalkrankheiten. Nach einer mündlichen Mittheilung von Oppolzer sah er den Crup des Magens auch als Begleiter der Cholera.

Rokitansky [1]) spricht indeß nur von einer Membran mit areolirter Anlagerungsfläche, die er als Crupmembran auffaßt. In solcher Weise wie wir die Fibrinsäulchen beobachtet haben, ist aber die Erkrankungsform im Menschen noch nicht zur Kenntniß gekommen. Wir selbst haben diese Form nur bei einem einzigen Kaninchen gesehen, bei vielen anderen aber sahen wir nur die durchsichtige Gallerte auf der geschwellten Magenschleimhaut liegen.

Es mag uns also gestattet sein, daran zu erinnern, daß in dem einen Falle, wo wir die Crupsäulchen gesehen haben, die Magen-

[1]) Lehrbuch III. Bd. pag. 186.

schleimhaut unter derselben neutral reagirte, dort wo wir aber die Gallerte allein fanden, sauer. Wir können uns also vorstellen, daß wir in dem einen Falle die Fibrinsäulchen deßwegen fanden, weil hier unter ihnen kein saurer Magensaft abgesondert wurde, in welchem bekanntlich das Fibrin aufquillt. Es mochte in diesem Falle die Aufquellung erst zu Stande kommen durch das Herüberfließen von saurem Magensaft aus den Nachbargegenden her. Da wir aber die Gallerte viel häufiger fanden, so können wir uns also auch denken, daß möglicherweise der Crup des Magens eine viel häufigere Erkrankung ist, als man bis jetzt vermuthete, nur daß die Crupcylinder durch den Magensaft zur Quellung gebracht werden; und wir können uns dieser Vermuthung um so mehr hingeben, als ja die meisten Beobachtungen bis jetzt von menschlichen Leichen herrühren, welche viel zu spät untersucht werden, um die Crupcylinder noch anzutreffen.

Unter den Crupcylindern war die Magenschleimhaut abgesehen von der Schwellung vollkommen gut erhalten; die Magendrüsen und die Grübchen, in welche sie gruppenweise münden, waren deutlich zu sehen. Die Enchymzellen und das Cylinderepithel waren gut und deutlich sichtbar.

Mit Rücksicht auf die histologischen Veränderungen haben wir zunächst anzuführen, daß das Epithel an vielen Stellen scheinbar stark aufgequollen war; während an normalen Schleimhautflächen die mosaikartig aneinander geordneten Grundflächen des Cylinderepithels eben erscheinen, waren sie an erkrankten Stellen uneben, ragten viele Zellen ungleich hoch, kolbig hervor. Auch einzelne freie Zellen, welche im Gesichtsfelde herumlagen, zeigten sich bei der Seitenansicht mächtiger als die normalen Epithelien, und war namentlich der Kern in ihnen auffallend groß. Nur selten sahen wir Epithelzellen mit zwei Kernen. An ganz vereinzelten Stellen, nämlich an solchen, die intensiv erkrankt waren, zeigten sich an den Zellen einzelne größere und kleinere Fettkörnchen. Bei einem Hunde ferner, welcher nach Anlegen einer Magenfistel in der Pylorusgegend am vierten Tage nach der Operation und nach anhaltend heftigem Erbrechen zu Grunde ging, war das Epithel in der Umgebung der Fistel sehr reich an Fett.

Bei einem Kaninchen erwiesen sich die Cylinderzellen des Magens auf große Strecken hinaus durchgehends als Düten mit auf den Grund derselben anhaftenden kleinen Protoplasmaklümpchen. Die Düten

hatten eine ziemlich weite offene Mündung, waren aber sonst ungleich lang und ungleich dick, bald glockenförmig, bald konisch oder mit langen Fortsätzen versehen. Wir hatten also hier genau die Bilder vor uns, welche Brettauer und Steinach (Sitzungsberichte Bd. XXIII.) an dem in phosphorsaurem Natron 12—18 Stunden lang aufbewahrten Darme eines Hundes beschrieben und abgebildet haben. Im frischen Zustande haben wir diese Düten bei weiter keinem der operirten Thiere wieder gefunden. Nachdem aber unsere Präparate einen Tag in Chromsäure oder saurem chromsaurem Kali aufbewahrt waren, erwies sich an den erkrankten Partien nahezu das gesammte Cylinderepithel entweder als vollständig leere Düten, oder doch als solche, welche von oben her bis auf etwa $^1/_2$ Theil der Tiefe ausgehöhlt waren. Wir wollen also nicht behaupten, daß etwa eine Umgestaltung der Epithelzellen in Düten zu den regelmäßigen Folgen des Eingriffes gehört. Da aber die gesunde Magenschleimhaut nach der Aufbewahrung in Chromsäure, oder saurem chromsaurem Kali die Erscheinungen nur sehr selten und so ausgebreitet niemals bietet, welche wir an erkrankten Schleimhäuten nahezu regelmäßig finden, so müssen wir doch behaupten, daß in Folge der Erkrankung eine gewiße Veränderung der Epithelzellen Statt hat, in Folge deren ein Theil des Protoplasma entweder schon während des Lebens abgestoßen oder wenigstens so verändert wird, daß es in dem Reagens entweder ausgestoßen werden oder mächtig schrumpfen muß. Der letztere Fall war da, wo die Düten nahezu leer erschienen unwahrscheinlich, weil wir in solchen Fällen keine Kerne vorfanden.

Mit Rücksicht auf die streitige Frage, ob becherförmige Zellen im Magen überhaupt vorkommen, wie dieß bis jetzt von Donders allein angegeben wurde, und ferner, ob die Düten als besondere Gebilde zwischen den gewöhnlichen Cylinderzellen vorkommen, wie dieß Henle behauptet, können wir uns unserer Beobachtung zufolge doch einen Ausspruch erlauben. Wir sind erstens nicht berechtigt zweierlei untereinander gemengtes Epithel anzunehmen, von denen die eine Art dütenförmig ist und die andere nicht, weil wir an ausgedehnten Strecken eine Düte neben der andern fanden. Wir müssen uns ferner vorstellen, daß wenigstens ein sehr großer Theil sämmtlicher Epithelien des Magens von Kaninchen und Hunden von solcher dütenförmigen Membran umgeben ist oder wenigstens unter uns unbekannten Verhältnissen umgeben werden, da es nicht ausgemacht ist, wie rasch

die oberflächlichen Schichten eines Protoplasma zu einer Membran erhärtet werden können. Mit Rücksicht auf unsern Befund können wir ferner die Vermuthung aussprechen, daß ein Theil des Protoplama's einer Cylinderzelle während des entzündlichen Vorganges ausgestoßen werden kann, so daß die dütenförmige Hülle mit einem größeren oder geringeren Reste von Protoplasma zurückbleibt. Wir können darauf bezüglich einer mündlichen Mittheilung von Brücke erwähnen. Er beobachtete einmal in dem dünnflüssigen Secrete, welches sich im Beginne des Schnupfens absondert, eine birnförmige membranlose Flimmerzelle, die durch die Bewegung ihrer Cilien im Sehfelde fortgetrieben wurde; sie mußte also vor noch nicht langer Zeit aus ihrer becherförmigen Hütte ausgestoßen sein. In Anbetracht dieser Beobachtung und in Anbetracht der Erwägung, daß man die freien Zellen auf der Oberfläche einer katarrhalisch entzündeten Schleimhaut wie Eiter oder Schleimkörperchen von den Epithelen selbst ableitete, mag also die Vermuthung gerechtfertigt sein, daß hier Abschnürungsproducte des Protoplasma ausgestoßen werden um auf der Oberfläche der Schleimhaut ihrem weiteren Schicksale entgegen zu gehen. Sicher gestellt kann eine solche Anschauung erst werden, bis man das Austreten solcher mit Kernen versehenen Stücke beobachtet. Wohl sahen wir unter den freien zelligen Elementen, welche auf der Oberfläche der Magenschleimhaut anzutreffen waren, solche, deren Kern genau das Ansehen der Epithelkerne hatten und ringsum welche, eine sehr zarte Schichte von Protoplasma lag, eine Schichte, welche auf dem erwärmten Objecttische förmlich um den Kern herumkroch, sich bald da und dort zu einem größeren Klümpchen ballte, um bald wieder den Kern mit gleichmäßiger Dicke zu umkleiden. Es kann also nicht gezweifelt werden, daß wir hier um einen dem Epithelkerne gleichen Kern eine Schichte jungen Protoplasma's fanden und es mag schon sein, daß diese Elementarformen aus den Fpithelen ausgestoßen werden; aber sichergestellt ist dieses wie gesagt nicht, aus Gründen, die wir sogleich erwähnen werden.

An stark erkrankten Stellen waren die Kerne der Enchymzellen erstens auffallend vermehrt. Viele von jenen zeigten 2, andere 3—4 bis 6 Kerne. Diese waren ungleich groß, manchmal ellyptisch, manchmal kugelig oder eingeschnürt; viele von ihnen waren von Epithelkernen oder von Kernen der freien Zellen nicht zu unterscheiden.

Sobald sich aber auch in den Enchymzellen die Kerne vermehren, so ist gar nicht einzusehen, warum solche mit einer geringen Protoplasmaschichte nicht auch von hier abgelöst werden könnten, um dann aus der Drüse herausbefördert zu werden, und es muß zum mindesten offen gelassen werden, ob die freien Elemente auf der Oberfläche von den Epithelien allein, oder von den Enchymzellen allein oder von beiden zugleich herrühren.

Wir haben die Magenschleimhaut von gesunden Kaninchen und Hunden in Chromsäure erhärtet und dann Durchschnitte daraus bereitet. Es zeigte sich auf diesen Durchschnitten, daß die Enchymzellen nicht einfach an den Wänden der strukturlosen Drüsenschläuche haften, sondern in Taschen sitzen. Von den Wänden der strukturlosen Membranen oder Schläuchen ragen nämlich Leisten hervor, so daß niedere offene Taschen gebildet werden, deren Seitenwände nicht ganz die Höhe der Zellen erreichen. Dieser Befund gilt namentlich für die obere Hälfte des mit Enchymzellen versehenen Drüsentheiles. Zwischen den Enchymzellen verläuft in jeder Drüse ein centraler Canal, ebenso wie ihn Henle bei der Untersuchung des Magens von einem hingerichteten Menschen fand und abbildete.

An erkrankten Drüsen sind nicht nur die Kerne vermehrt, sondern auch die Enchymzellen vergrößert, ja zuweilen erschienen sie so kolossal, daß wir glauben mochten, wir hätten es mit einer Gruppe zusammengeballter Zellen zu thun, namentlich mit Rücksicht auf die zahlreich vorhandenen Kerne. Eine solche Auffassung ist indessen schwer zulässig, weil man die Grenzen der einzelnen Zellen nachweisen muß, um sagen zu dürfen, daß man es mit einem Zellenhaufen zu thun habe, was in unseren Fällen nicht constatirt werden konnte.

An besonders intensiv erkrankten Partien war das submucöse Gewebe auffallend stark geschwellt, bald gallertartig durchscheinend, bald mehr trübe, die bindegewebige Grundsubstanz der Submucosa verlor den Charakter des fibrillären Baues und zeigte ein Stroma von einem feinfädigen Netzwerke nach Art des adenoiden Gewebes der Lymphdrüsen. In diesem Netzwerke waren mehr oder weniger zellige Elemente mit einem oder zwei oder auch mehreren Kernen versehen, anzutreffen. Zuweilen war das Netzwerk von solchen Elementen vollgepfropft. Diese Elemente zeigten annäherungsweise die Charaktere des sogenannten Eiterkörperchens, dazwischen waren aber zuweilen gleichmäßig Blutkörperchen eingestreut.

Die bindegewebigen Septa, die sich von der Submocosa aus zwischen die Muskelbündel hinein erstrecken, waren gleichfalls von solchen Elementen massenhaft durchsetzt, und selbst außerhalb der Muskularis in einem subperitonealen Stratum waren sie ziemlich reichlich anzutreffen. Solche Veränderungen waren schon 24 Stunden nach dem Eingriffe zu finden, und wir sahen also wie rasch der größte Theil der zelligen Elemente des Magens mit Ausnahme der glatten Muskelfasern angegriffen werden könne. An diesen letzteren selbst haben wir keinerlei Veränderungen wahrgenommen.

Der Magen der erkrankten Thiere war in vielen Fällen stark erweitert, aber nicht gelähmt; auf directes Ansetzen der Elektroden eines kleinen Du Boi'schen Schlittens fanden wir sehr energische Contractionen.

XII. SITZUNG VOM 26. APRIL 1866.

Herr Regierungsrath Ritter von Ettingshausen im Vorsitze.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Über den Lullin'schen Versuch und über die Lichtenberg'schen Figuren" von Herrn Prof. Dr. A. v. Waltenhofen.

„Theorie der hypergeometrischen Reihe und Anwendung derselben insbesondere auf die Kugelfunctionen." (I. Abhandlung.) Von Herrn Dr. H. Hankel, Privatdocenten an der Universität zu Leipzig.

Das w. M. Herr Prof. J. Stefan übergibt eine Abhandlung: „Über Interferenzversuche mit dem Soleil'schen Doppelquarz".

Das c. M. Herr Prof. E. Suess legt eine Abhandlung des Herrn Barbot de Marny in St. Petersburg: „Über die jüngeren Ablagerungen des südlichen Rußland" vor.

Derselbe überreicht ferner eine von ihm selbst verfaßte Abhandlung, betitelt: „Untersuchungen über den Charakter der tertiären Bildungen im Kaiserthum Österreich. I. Über die Gliederung der tertiären Bildungen zwischen dem Mannhardt, der Donau und dem äußern Saume des Hochgebirges".

Das c. M. Herr Director K. Jelinek übergibt eine „Mittheilung über einige in den letzten Jahren beobachtete Staubfälle".

Herr Dr. J. R. Lorenz legt die Resultate seiner, mit Unterstützung der k. Akademie angestellten „Brakwasser-Studien an den adriatischen Küsten" vor.

Herr Dr. G. Tschermak übergibt die dritte Fortsetzung seiner Abhandlung über „einige Pseudomorphosen".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Académie Impériale des Sciences de St. Pétersbourg: Mémoires. (Collection in 8°.) Vol. II—VII, & Vol. VIII, Part. I. St. Pétersbourg, 1862—1865; 8°. (Russisch.)

Astronomische Nachrichten. Nr. 1580—1581. Altona, 1866; 4°.

Bauzeitung, Allgemeine. XXXI. Jahrgang. 2. & 3. Heft. Nebst Atlas. Wien, 1866; 4° & Folio.

Bern, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1864/5. 8° & 4°.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des sciences physiques et naturelles. N. P. Tome XXIV, Nr. 96; Tome XXV, N. 97. Genève, Lausanne, Neuchatel, 1866; 8°·

Carl, Ph., Repertorium für physikalische Technik. etc. I. Bd., 5. & 6. Heft. München, 1866; 8°·

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXII. Nr. 14—15. Paris, 1866; 4°·

Cosmos. 2e Série. XVe Année, 3e Volume, 16e Livraison. Paris, 1866; 8°·

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXVII. Jahrg. Nr. 17. Wien, 1866; 8°·

Greifswald, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1865. 8° & 4°·

Halle, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1865. 8° & 4°·

Königsberg, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1865/6. 8°, 4° & Folio.

Land- und forstwirthschaftl. Zeitung. XVI. Jahrg. Nr. 12. Wien, 1866; 4°·

Maatschappij der Wetenschappen, Hollandsche, te Haarlem: Natuurkundige Verhandelingen. XXI. Deel, 2e Stuk; XXII. & XXIII. Deel. Haarlem, 1864—1865; 4°·

Mittheilungen aus J. **Perthes'** geographischer Anstalt. Jahrg. 1866, III. Heft. Gotha; 4°·

Moniteur scientifique. 224e Livraison. Tome VIIIe, Année 1866. Paris; 4°·

Reader. Nr. 173, Vol. VII. London, 1866; Folio.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Jahrbuch. Jahrgang 1866. XVI. Band, Nr. 1. Wien. 4°·

Report of the Commissioner of Patents for the Year 1853. Part I. Washington, 1854; for the Year 1862. Vol. I & II. Washington 1864—1865; 8°·

Société Impériale de Médicine de Constantinople: Gazette médicale d'orient. Xe Année, Nr. 1. Constantinople, 1866; 4°·

Wiener medizin. Wochenschrift. XVI. Jahrg. Nr. 32—33. Wien, 1866; 4°·

Über Interferenzversuche mit dem Soleil'schen Doppelquarz.

Von dem w. M. J. Stefan.

Ich habe in einer früheren Abhandlung einen Interferenzversuch angegeben, durch welchen bewiesen werden kann, daß im Quarz in der Richtung der optischen Axe sich links und rechts circular-polarisirtes Licht mit verschiedenen Geschwindigkeiten fortpflanzen. Seitdem ist es mir gelungen, durch einen anderen viel einfacheren Versuch in mehreren Modificationen dieselbe Thatsache zur Anschauung zu bringen.

1. Ich klebte die zum Soleil'schen Saccharimeter gehörige Doppelplatte, bestehend aus zwei gleich dicken aber entgegengesetzt drehenden Quarzplatten, so auf ein Interferenzprisma, daß die Kante des Prisma in die Ebene fiel, in welcher die beiden Quarzplatten zusammenstossen.

Als Kennzeichen dafür, daß diese Stellung erreicht ist, dient das deutliche Erscheinen der Interferenzstreifen. Wenn nämlich beide Platten gleich dick sind, so stört der in der angegebenen Weise auf das Interferenzprisma geklebte Doppelquarz die Symmetrie der Interferenzerscheinung nicht, wenn das eintretende Licht gewöhnliches oder linear-polarisirtes ist. Schickt man hingegen circular-polarisirtes Licht auf das Prisma, so verschieben sich die Interferenzstreifen nach rechts oder links, je nach der Lage der beiden Quarzplatten und die Verschiebung geht immer in die entgegengesetzte über, sobald das auf's Prisma fallende Licht aus der einen Art der circularen Polarisation in die entgegengesetzte übergeht.

2. Einfacher noch, als der eben erklärte ist der folgende Versuch. Hat man zwei neben einander befindliche parallele Spalten und beobachtet das durch sie erzeugte Beugungsphänomen nach der Fraunhofer'schen Methode, so sieht man im hellen Mittelfelde den Spalten parallele schwarze Linien. Bedeckt man die eine Spalte mit einem dünnen Glimmerblatt, so verschieben sich diese schwarzen

Streifen entsprechend der Verzögerung, welche das von der einen Spalte ausgehende Licht durch das Glimmerblatt erfährt.

Ebenso wie durch diesen Versuch bewiesen wird, daß sich das Licht im Glimmer langsamer fortpflanzt, als in der Luft, kann man durch einen analogen Versuch auch die ungleich schnelle Fortpflanzung des links und rechts circular-polarisirten Lichtes im Quarz nachweisen. Man klebe ein Staniolblättchen oder auch ein dunkles Papierblättchen, in welches zwei Spalten von etwa einem Millimeter Breite in einem Millimeter Abstand von einander eingeschnitten sind, so auf die Doppelplatte, daß eine Spalte auf den links drehenden, die andere auf den rechts drehenden Quarz fällt. Die Interferenzerscheinung in dem hellen Mittelfelde bleibt, wenn gewöhnliches oder linear-polarisirtes Licht angewendet wird, in Bezug auf die Anordnung der Streifen dieselbe, wie sie die Doppelspalte für sich liefert; nur erscheinen die Streifen selbst nicht schwarz, sondern mehr violett. Es tritt aber eine Verschiebung der Interferenzstreifen ein, sobald man circular-polarisirtes Licht in den Apparat schickt.

3. Das circular-polarisirte Licht wird aus dem gewöhnlichen hergestellt durch einen Apparat, bestehend aus einem Nicol'schen Prisma und einem Fresnel'schen Parallelepiped. Letzteres kann auch durch ein Glimmerblatt, welches zwischen den beiden Strahlen einen Gangunterschied von $^1/_4$ oder $^3/_4$ Wellenlänge erzeugt, ersetzt werden. Damit durch den schlechten Schliff des Nicol's und des Parallelepipedes oder durch die Unebenheiten des Glimmerblattes das Zustandekommen einer schönen Interferenzerscheinung nicht gehindert werde, ist es nothwendig, diese Theile vor der Spalte anzubringen. Es eignet sich daher zu diesen Versuchen am besten ein Spectralapparat, auf dessen Prismentisch die Doppelplatte mit dem Interferenzprisma oder den beiden Spalten aufgestellt ist. Das Licht wird von einem Spiegel durch den polarisirenden Apparat auf die Spalte geschickt und tritt in parallelen Strahlen aus dem Collimator aus. Die Interferenzerscheinung wird beim Prisma durch die Loupe, bei der Doppelspalte durch das Fernrohr beobachtet. Das Zimmer braucht nicht dunkel zu sein, wenn man, wie so eben vorausgesetzt wurde, Sonnenlicht anwendet. Man sieht aber die Erscheinung auch bei Kerzenlicht in einem etwas dunklen Zimmer.

4. Damit eine Verschiebung der Interferenzstreifen eintritt, ist es nicht nothwendig, daß das Licht genau circular-polarisirt sei, es

genügt, wenn es stark elliptisch polarisirt ist. Dieses kann als aus circular- und linear-polarisirtem Licht zusammengesetzt betrachtet werden und sobald die erstere Componente die intensivere ist, so wird die Verschiebung sichtbar. Man sieht die Verschiebung schon, wenn der polarisirende Nicol mit der Einfallsebene im Fresnel'schen Parallelepiped einen Winkel von 30° bildet. Läßt man das aus dem Collimator kommende Licht zuerst auf ein total reflectirendes Prisma fallen und dann erst in die Doppelplatte und das Interferenzprisma oder die Doppelspalte treten, so sieht man die Verschiebung der Streifen ganz deutlich, sobald das auf die total reflectirende Fläche fallende Licht nahe unter 45° gegen die Einfallsebene polarisirt ist.

5. Die Excursion eines Theilchens in einer Lichtwelle, welche sich in der Richtung der Axe der x mit der Geschwindigkeit v fortpflanzt, kann dargestellt werden durch die Formel

$$\sigma = a \sin \frac{2\pi}{\tau}\left(t - \frac{x}{v}\right)$$

worin a die Amplitude, τ die Schwingungsdauer, t die Zeit, in welcher die Excursion σ stattfindet, bedeuten. Zerlegt man σ in zwei Componenten nach zwei auf einander senkrechten Richtungen y und z, so hat man, wenn σ mit der Axe der y den Winkel α bildet, die beiden Componenten η und ζ bestimmt durch

$$\eta = \sigma \cos \alpha, \ \zeta = \sigma \sin \alpha.$$

Hat das Medium, in dem sich die Lichtwelle fortpflanzt, die Eigenschaft, die Polarisationsebene zu drehen, so ist der Winkel α veränderlich und wächst der Erfahrung gemäß mit x in geradem Verhältniß. War er im Anfangspunkte der Coordinaten Null, so ist er, nachdem die Welle um die Strecke x sich fortgepflanzt hat, $= kx$, worin k eine von der Natur des Mittels und der Farbe des Lichtes abhängige Constante ist, welche die Größe der Drehung bestimmt.

Daraus, daß bei Anwendung von linear-polarisirtem und auch gewöhnlichem Licht die Doppelplatte keine Störung in der Symmetrie der Interferenzerscheinung hervorruft, folgt also, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer sich drehenden linearen Schwingung in beiden Quarzen dieselbe ist, eine bemerkenswerthe Eigenschaft der beiden Quarzplatten, welche aus zwei verschiedenen Krystallindividuen von entgegengesetztem Drehungsvermögen geschnitten sind.

6. Es läßt sich aber von den beiden Ausdrücken für η und ζ, nämlich

$$a \sin \frac{2\pi}{\tau}\left(t - \frac{x}{v}\right) \cos kx,\ a \sin \frac{2\pi}{\tau}\left(t - \frac{x}{v}\right) \sin kx$$

der erste auflösen in die Summe zweier Sinus, der zweite in die Differenz zweier Cosinus, so daß man schreiben kann

$$\eta = \frac{a}{2} \sin \frac{2\pi}{\tau}\left[t - x\left(\frac{1}{v} - \frac{k\tau}{2\pi}\right)\right] + \frac{a}{2} \sin \frac{2\pi}{\tau}\left[t - x\left(\frac{1}{v} + \frac{k\tau}{2\pi}\right)\right]$$

$$\zeta = \frac{a}{2} \cos \frac{2\pi}{\tau}\left[t - x\left(\frac{1}{v} + \frac{k\tau}{2\pi}\right)\right] - \frac{a}{2} \cos \frac{2\pi}{\tau}\left[t - x\left(\frac{1}{v} - \frac{k\tau}{2\pi}\right)\right]$$

Es erscheinen η und ζ als Resultanten je zweier mit verschiedenen Geschwindigkeiten sich fortpflanzenden Componenten. Die erste in η mit der zweiten in ζ läßt sich nun wieder zusammensetzen in eine links circulare Schwingung, die sich mit einer Geschwindigkeit l, bestimmt durch die Gleichung

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{v} - \frac{k\tau}{2\pi},$$

fortpflanzt. Ebenso gibt die zweite Componente von η mit der ersten von ζ eine rechts circulare Schwingung, deren Fortpflanzungsgeschwindigkeit r gegeben ist durch

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{v} + \frac{k\tau}{2\pi}.$$

Die Fresnel'sche Theorie der Drehung der Polarisationsebene ist daher nichts anderes, als ein durch eine einfache trigonometrische Transformation gewonnener Ausdruck der Thatsache der Drehung.

Medien, für welche k positiv ist, sind linksdrehende. Medien für welche k negativ ist, sind rechtsdrehende. Bedeuten für ein solches v', r', l' dieselben Größen, welche mit v, r, l für ein linksdrehendes bezeichnet wurden, so hat man bei gleichem absoluten Drehungsvermögen, also bei demselben k

$$\frac{1}{l'} = \frac{1}{v'} + \frac{k\tau}{2\pi},\ \frac{1}{r'} = \frac{1}{v'} - \frac{k\tau}{2\pi}.$$

Nun ist nach dem früheren für die beiden Quarze $v = v'$, somit

$$r = l',\ r' = l.$$

Es vertauschen also der rechts und links circular-polarisirte Strahl in den beiden Arten des Quarzes nur ihre Rollen, in beiden Arten treten dieselben Werthe der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten auf.

7. Zu diesem Resultate gelangt man noch ohne Hinzuziehung der Geschwindigkeiten v und v' auf folgendem Wege. Der Werth von k folgt aus den obigen Gleichungen

$$k = \frac{\pi}{\tau}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{l}\right)$$

Für ein gleich stark rechts drehendes Medium wird

$$k = -\frac{\pi}{\tau}\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{l'}\right) = \frac{\pi}{\tau}\left(\frac{1}{l'} - \frac{1}{r'}\right)$$

Man hat also die Gleichung

$$\frac{1}{r} - \frac{1}{l} = \frac{1}{l'} - \frac{1}{r'}$$

Nun zeigt aber der Versuch mit der Doppelplatte, daß die Verschiebung der Interferenzstreifen in die entgegengesetzte übergeht, sobald eine Art circular-polarisirten Lichtes mit der anderen vertauscht wird. Die auf die Dicke 1 der Doppelplatte reducirten Gangunterschiede der durch die beiden Hälften derselben gehenden Strahlen sind aber ihrem absoluten Werthe nach in den beiden Fällen

$$\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \text{ und } \frac{1}{l'} - \frac{1}{l}.$$

Aus der Gleichheit dieser beiden Gangunterschiede und der obigen Gleichung folgt nun wieder

$$r = l', \; r' = l.$$

8. Dieses Resultat läßt sich noch auf directe Weise dadurch prüfen, daß man die Größe der Verschiebung bestimmt, welche die Interferenzstreifen beim Übergange von der einen Art des circular-polarisirten Lichtes zur andern Art erleiden. Nach dem Vorhergehenden muß der Gangunterschied, den zwei Theile eines rechts-circular-polarisirten Strahles erhalten, wenn der eine durch eine linksdrehende, der andere durch eine rechtsdrehende Quarzplatte geht, derselbe sein, den eine einzige Platte von gleicher Dicke zwi-

schen einem rechts und einem links circular - polarisirten Strahle erzeugt. Letzterer läßt sich aber aus dem bekannten Winkel, um den die Platte die Schwingungsrichtung eines linear-polarisirten Strahles dreht, aus der obigen Formel für k berechnen.

Um die Größe der Verschiebung messen zu können, muß man homogenes Licht anwenden. Zu einer näherungsweisen Bestimmung genügt es, Licht zu nehmen, welches im Spectrum des weißen Lichtes ein kleines Feld einnimmt. Es genügt z. B., die Spalte des Spectralapparates mit einem rothen Glase zu verdecken, oder ein solches Glas zwischen Ocular und Auge zu bringen. Bei einem solchen Versuche mit der Doppelspalte betrug der Abstand zweier Interferenzstreifen 56″. Die Verschiebung beim Übergange vom linear- zum circular-polarisirten 38″, also 0·68 der Streifendistanz, oder 0·68 einer Wellenlänge. Das durch das rothe Glas gegangene Licht zeigt sich, durch das Prisma betrachtet, als ein Streifen, in dessen Mitte die Fraunhofer'sche Linie C sich befindet. Licht von der Wellenlänge dieser Linie wird in seiner Schwingungsrichtung durch eine Quarzplatte von 1 Millim. Dicke um 17°22 gedreht oder im Bogenmaß um

$$\frac{\pi.\ 17{\cdot}22}{180}$$

Setzt man diesen Werth in die obige Formel für k, so folgt

$$\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{l}\right)\frac{1}{\tau} = 0{\cdot}095.$$

Diese Zahl gibt den Gangunterschied der beiden Strahlen für eine 1 Millim. dicke Quarzplatte. Da die Soleil'sche Doppelplatte eine Dicke von 7·5 Millim. hat, so ergibt sich für diese der Gangunterschied 0·71 in großer Übereinstimmung mit dem oben beobachteten.

9. Bei diesem Versuche ist aber noch etwas zu bemerken. Bei Anwendung von linear-polarisirtem oder gewöhnlichem Licht erscheinen die Interferenzstreifen nicht schwarz, sondern nur wenig dunkel. Sie werden aber ganz schwarz, sobald circular-polarisirtes Licht in den Apparat geschickt wird. Dieß hat folgenden Grund. Die eine der beiden Platten im Doppelquarz dreht die Polarisationsebene des rothen Lichtes um 7·5 mal 17°22, d. i. um 129° nach rechts, die andere um eben so viel nach links. Die aus der Doppelplatte kommenden zwei Strahlenbüschel enthalten also Schwingungen, die unter dem Winkel 129 + 129 = 258° gegen einander geneigt sind, welcher Winkel von

drei Rechten nur um 12° verschieden ist. Die von der Perpendicularität wenig verschiedene Lage der Schwingungsrichtungen hindert das vollständige Auslöschen des rothen Lichtes. Daß die Streifen wenig dunkel sind bei linear-polarisirtem und bei gewöhnlichem Licht, ist zugleich ein Beweis, daß auch die im gewöhnlichen Lichte enthaltenen Schwingungen als linear betrachtet werden können.

10. Es läßt sich aber mit dem Doppelquarz in anderer Weise der Beweis liefern, daß senkrecht gegen einander stehende geradlinige Schwingungen sich durch Interferenz nicht auszulöschen vermögen, und daß auch im gewöhnlichen Lichte lineare Schwingungen vorhanden sind. Bedeckt man den einen Quarz der Doppelplatte mit einem Glasblättchen und läßt den anderen frei, bringt nun die Doppelplatte so am Collimator an, daß das aus demselben tretende Licht zu gleichen Theilen durch die beiden Hälften der Doppelplatte geht, breitet das aus dieser tretende Licht in ein Spectrum aus, so erscheinen in diesem die schon öfter erwähnten Interferenzstreifen. Bei Anwendung von elliptisch oder circular-polarisirtem Lichte erscheinen sie im ganzen Spectrum, bei Anwendung von gewöhnlichem oder linear-polarisirtem Lichte fehlen sie an drei Stellen, nach der Linie C, vor der Linie F und bei der Linie G. Es sind dieß jene Stellen, für welche die Summe der Drehungen, welche die Schwingungsrichtungen durch die beiden Quarzplatten erleiden, drei, fünf und sieben Rechte betragen.

Mittheilung über einige in den letzten Jahren beobachtete Staubfälle.

Von dem c. M. Dr. C. Jelinek.

In der Sitzung vom 31. März 1864 hatte ich die Ehre, der kais. Akademie der Wissenschaften einen Auszug aus einem Schreiben des Prof. Dr. Cohn in Breslau in Betreff eines in der Nacht vom 21. zum 22. Jänner 1864 stattgehabten merkwürdigen Staubfalles in Preußisch- und Österreichisch-Schlesien mitzutheilen.

Herr Prof. Cohn hat seitdem in den „Abhandlungen der schlesischen Gesellschaft für vaterländische Cultur" eine Abhandlung über diese Erscheinung veröffentlicht und in derselben nicht blos alle von ihm mit großem Eifer gesammelten Beobachtungen zusammengestellt, den Umkreis, in welchem der berührte Staubfall eintrat, festgestellt, sondern auch dem Ursprung dieser räthselhaften Erscheinung nachgeforscht. Er gelangte zu dem Schlusse, daß man es hier mit einer der unter dem Namen Meteor- oder Passatstaubfälle bekannten Erscheinungen zu thun habe, daß die Staubmasse ein sehr feines und gleichmäßiges Gemenge verschiedenartiger durch längeren Transport in der Atmosphäre vermittelst eines sehr heftigen Südsturmes auf das Innigste durch einander gemischter Bodenarten darstelle, von denen ein großer Theil aus der Provinz selbst durch den Sturm emporgeführt worden ist, daß es jedoch viele Gründe sehr zweifelhaft machen, ob die ganze Masse des Staubes einheimischen Ursprunges sein könne und ob nicht vielmehr ein größerer Theil desselben von Süden her durch jene Äquatorialströmung herbeigeführt worden sei. Er führt endlich drei Staubfälle in Schlesien an, jenen vom 31. Jänner 1848, der vom Geh. Rath Prof. Göppert constatirt und von Ehrenberg mikroskopisch untersucht wurde, jenen vom 15. Februar 1854 und einen in der Sylvesternacht des Jahres 1862.

In derselben Sitzung vom 31. März 1864 wurde ferner ein Schreiben des Reichsrathsabgeordneten und Custos am krainischen Landesmuseum Hrn. Carl Deschmann vorgelegt, in welchem derselbe über einen ähnlichen Fall bei Reifnitz in Krain berichtet. Der von Herrn Deschmann berichtete Staubfall ist um so interessanter als in derselben Nacht vom 20. zum 21. Februar 1864 ein ähnlicher Niederschlag in Rom und in der ganzen Romagna beobachtet wurde [1]. In dieser Nacht brach über Rom ein wüthender Südwind ein, der starken Regen und mit ihm einen Niederschlag von Staub brachte, der sich in Menge auf mit Blei oder Schiefer gedeckten Terrassen vorfand. Man konnte die Dicke der von ihm gebildeten Schichte auf ungefähr $^1/_5$ Millim. schätzen. Dieser Staub war von gelbröthlicher Farbe, dem Ziegelmehl ähnlich; er war äußerst fein und nicht zu erfassen (*impalpabile*), dabei merklich schwerer als das Wasser. Wenn man denselben mit dem Mikroskope betrachtete, mußte man die stärksten Vergrößerungen benützen, um seine Formen zu erkennen und da fand man ihn durchaus von sehr kleinen unregelmäßigen Fragmenten gebildet, von welchen einige Bruchstücke von Conchilien, andere durchsichtige kieselartige Körner, einige dunkelgelb, andere röthlich zu sein schienen. Mit Säuren behandelt, erfolgte ein lebhaftes Aufbrausen, allein der größte Theil blieb unlöslich. Der Niederschlag bot keine Spur vollständiger organischer Substanzen dar, mit Ausnahme einiger weniger eiförmiger Körper von ungewisser Beschaffenheit. Der Director der Sternwarte des Collegio Romano P. Angelo Secchi spricht sich mit Entschiedenheit für einen Ursprung dieser Staubmassen in den Wüsten Afrika's aus und findet, daß dieser Erklärung die große Entfernung nicht entgegensteht, nachdem in der Nacht vom 21. zum 22. Februar in Rom ein so heftiger Sturm (zwischen Süd und Südsüdost) herrschte, daß seine Geschwindigkeit in der Stunde 23—28 italienische Meilen betrug. Der Weg, den die Staubmasse von der afrikanischen Wüste nach Rom zurückzulegen hatte, war nicht viel weiter, als von der Sahara zu den kanarischen Inseln, auf welchen letzteren ein ähnlicher Staubfall in einem früheren Jahre beobachtet und dessen Herkunft aus den Wüsten der Sahara außer Zweifel gesetzt worden war.

---

[1] Bullettino meteorologico dell' Osservatorio del Collegio Romano Vol. III, pag. 18.

Ein weiterer Staubfall war der am 28. März 1864 von dem k. k. Consular-Agenten zu Valona in Albanien, Hrn. Luigi Calzavara beobachtete, von welchem ich eine Probe der k. Akademie der Wissenschaften zu überreichen die Ehre hatte. Herr Calzavara schreibt darüber: Der Schlammregen *(pioggia fangosa)* der zwischen 3 und 5 Uhr Nachmittags am 28. März fiel und bei welchem die gesammte Regenmenge zu 7·01 Par. Linien gemessen wurde, kam von Süd mit heftigem Sturme (Grad 9 der 10theiligen Scale der Windstärken) und ebenso zogen die Wolken in der Richtung von Süd nach Nord. Der Sturm begann in der Nacht vom 27. zum 28. und am 29. März um 4 Uhr Nachmittags erfolgte starker und dichter Hagel, der die Gipfel des Canina-Gebirges oder Acroceraunus bedeckte und darauf bis zum Morgen des 30. liegen blieb. In der Nacht währte der Sturm zur See und zu Lande fort und um 7 Uhr Vormittags steigerte sich der Wind (immer aus Süd) zu einem wahren Orkan. Um 4 Uhr Nachmittags erfolgte der zweite Regen, der aber weniger Schlamm mit sich führte *(meno fangosa)*; die Regenmenge betrug 4·50 Par. Linien. Der Wind währte mit nahe orkanartiger Stärke fort bis Mitternacht und am 31. bei Tagesanbruch wiederholte sich der Sturm und legte sich erst in der folgenden Nacht. Andere als die eben erwähnten Regen erfolgten nicht zwischen dem 28. und 31. März. Der erdige Niederschlag, den Herr Calzavara einsandte, war zwei Fenstertafeln *(due cristalli)* seiner Wohnung entnommen.

Ein vierter Staubfall ist jener, der am 15. März 1865 zu Tunis — auf der dort stationirten italienischen Dampfcorvette „Etna" — und zu Rom beobachtet wurde [1]. Secchi fand in diesem Falle eine neue Bestätigung der von ihm aufgestellten Behauptung, daß diese Staubfälle in der Regel ihren Ursprung in den Wüsten Afrika's nehmen und durch stürmische Südwinde nach Italien und selbst weiter hinaus getragen werden.

Der letzte Fall dieser Art wird von Herrn Fabriks-Director Johann Prettner aus Klagenfurt berichtet. Derselbe schreibt: Bei dem das Gewitter vom 28. Februar 1866 begleitenden Schneefalle fiel im Thale von Bleiberg an der Südseite der Villacher Alpe (Dobratsch) zugleich ein brauner Staub, der den Schnee oberflächlich ganz bedeckte, während der tiefer darunter liegende Schnee schön

[1] Bullettino meteorologico dell' Osservatorio del Collegio Romano Vol. IV, pag. 41.

weiß war. In einer Schneemenge, die 20 Maß Wasser gab, waren 83 Wiener Gran solchen Staubes enthalten. Unter dem Mikroskop sah derselbe ganz amorph aus und ließ nur Spuren von Pflanzenzellen, wahrscheinlich Blatt, jedenfalls Parenchym-Zellen erkennen. Bei der chemischen Analyse ergaben sich die Bestandtheile eines eisenhältigen Thonmergels, sowie kohlensaure Magnesia in ziemlicher Menge.

Ein erhöhtes Interesse gewinnt dieser Fall durch den Umstand, daß Secchi zu Rom in der Nacht vom 28. Februar zum 1. März einen schwachen Regen beobachtete, der an einem gegen Süden gerichteten Fenster des Observatoriums einen sehr feinen röthlichen Niederschlag zurückließ. Secchi ließ die Glastafel behutsam aus dem Fensterrahmen herausheben und eine neue an deren Stelle einsetzen. Als aber der Beobachter F. Marchetti am Morgen des 3. März die meteorologischen Beobachtungen anstellen wollte, bemerkte er einen röthlichen Überzug auf der neuen Tafel und glaubte, es sei die alte wieder an ihre Stelle gebracht worden. Es hatte somit ein neuer mit Regen gemischter Staubfall stattgefunden. Über die atmosphärischen Verhältnisse vor und während dieses Staubfalles bemerkt Secchi, daß am 28. Februar und 1. März eine ungewöhnliche Wärme (Maximum 28° C.) geherrscht hatte, und daß darauf eine beträchtliche Abkühlung (Minimum am 2. März 10·0 C.) gefolgt sei. Der merkwürdigste Umstand sei aber eine gewisse Trübung des Himmels gewesen, welche bewirkte, daß man die Sonne wenn sie noch hoch am Himmel stand, ungescheut betrachten konnte. Dieser Zustand der Luft sei zu Rom nicht selten und werde nicht von Wasserdünsten hervorgebracht, da das Psychrometer eine größere Trockenheit als gewöhnlich anzeige. Schon im Jahre 1864 habe er die Vermuthung geäußert, daß diese Trübung der Luft von sehr feinen Staubtheilen herrühre, welche vom Winde aus den afrikanischen Wüsten herübergetragen werden, indem bei einem ähnlichen Zustande des Himmels immer auch Scirocco-Winde beobachtet werden [1]).

Auch Herr Dr. Rudolf v. Vivenot hat dieselbe Ansicht in zwei Aufsätzen [2]) und in einem in der österreichischen Gesellschaft für

---

1) Bullettino meteorologico dell' Osservatorio del Collegio Romano Vol. V, pag. 17.

2) Bullettino meteorologico dell' Osservatorio del Collegio Romano Vol. IV, pag. 65 und Bullettino meteorologico dell' Osservatorio di Palermo 1865, Nr. 10, Ottobre.

Meteorologie abgehaltenen Vortrage vertheidigt und es scheinen die näheren Verhältnisse des Phänomens insoweit sicher gestellt zu sein, daß wenigstens bei einer großen Classe von Staubfällen, die sich bei stürmischen Süd- oder Südostwinden ereignen, der Ursprung derselben in den Wüsten Afrika's als höchst wahrscheinlich betrachtet werden kann.

Fälle, in welchen mit Regen oder Schnee fremdartige, theils vegetabilische theils mineralische Substanzen niedergeschlagen wurden, sind keineswegs selten zu nennen. In Gehler's Lexicon [1]) ist eine ganze Reihe solcher Fälle aufgezählt, ebenso in Arago's Werken [2]). Einer der merkwürdigsten Fälle dieser Art scheint der zu Gerace in Calabrien am 14. März 1813 beobachtete Fall gewesen zu sein, wo bei einem Ostwinde, der seit zwei Tagen wehte, eine dichte Wolke vom Meere gegen das Innere des Landes hinzog und die Sonne in der Art verdunkelte, daß deren Farbe zuerst blaß-, dann feuerroth wurde. Gegen 4 Uhr Abends wurde die Stadt in eine solche Finsterniß versetzt, daß man im Innern der Häuser Licht anzünden mußte. Die Dunkelheit vermehrte sich immer mehr und der ganze Himmel erschien in der Farbe des rothglühenden Eisens. Dann fingen große Tropfen eines röthlichen Regens zu fallen an. Der rothe Staubregen zeigte sich nicht bloß in den beiden Calabrien, sondern auch auf der entgegengesetzten Seite der Abruzzen [3]). Derselbe Staubfall wurde bei Arezzo in Toscana und Tolmezzo in Friaul, sowie bei Idria in Krain in der Form eines rothen 2 bis 3 Finger (Zolle?) mächtigen Schnees wahrgenommen und höchst wahrscheinlich ist jener rothe Schneefall zu „Franzosenzeiten", der sich in der Volkstradition der Reifnitzer noch erhalten hat, identisch mit dem am 14. März 1813 zu Idria beobachteten und dürfte demnach dieser auch in Krain eine große Ausdehnung gehabt haben [4]).

---

[1]) Gehler's physikalisches Wörterbuch VII. Band 2. Abtheilung S. 1227 u. f. f.

[2]) Arago's sämmtliche Werke. Deutsche Originalausgabe von Hankel. XVI. Bd. p. 394 u. f. f.

[3]) Arago, am angeführten Orte.

[4]) C. Deschmann: Ein merkwürdiger Schneefall (Laibacher Zeitung, Nr. 67).

Über die Entwicklung der ersten Blutbahnen im Hühnerembryo.

Von **Dr. Afanasieff** aus Petersburg.

(Mit einer Tafel.)

(Vorgelegt von Dr. Stricker in der Sitzung vom 12. April 1866.)

Über die Entwicklung der allerersten Blutbahnen im Embryo liegen uns ganz bestimmte Angaben vor.

So behauptet Kölliker[1], sie entstünden als solide Zellenstränge, welche unter Verflüssigung ihres Inhaltes hohl werden und dann zusammenfließen, um eine vollständige Blutbahn zu bilden. Kölliker gibt übrigens nicht an, an welchen Objecten er seine Erfahrungen gemacht hat.

Remak sagt[2], daß im Gefäßhofe des Hühnerkeimes von vornherein netzförmig verbundene Cylinder erscheinen, welche aus kernhältigen granulirten Zellen bestehen.

Weniger verständlich sind die Angaben Remak's über die Gefäßanlagen im Fruchthofe (*area pellucida* der Autoren); hier sollen einmal leere Canäle erscheinen, und dann Fäden von größerer Feinheit, welche diese leeren Canäle mit den soliden Strängen des Gefäßhofes verbinden. Außerdem spricht Remak von (hohlen?) Substanzinseln im Fruchthofe und endlich noch von Blutinseln oder Blutgerinnungen.

Ich werde auf diese beiden Bezeichnungen später zurückkommen, wenn ich einmal daran gehen kann mich über ihre Bedeutung auszusprechen.

Vorläufig habe ich diese Bezeichnungen nur angeführt, um zu zeigen, welch' verschiedene Dinge im Fruchthofe mit den Gefäßbildungen in Zusammenhang gebracht wurden, und wie wenig Ursache wir daher haben, diese Frage für erledigt zu halten.

---

[1]) Handbuch der Gewebelehre.

[2]) Entwicklungsgeschichte.

Sollte aber Jemand einwenden wollen, daß sich die unsicheren Angaben nur auf die *area pellucida* beziehen, daß aber für die *area opaca* die zelligen Stränge ein ganz verständliches Bild geben, so müßte ich ihn auf eine genauere Würdigung der fraglichen Objecte hinweisen.

Die *area opaca* ist wegen der Anhäufung von Dotterzellen trüb, und läßt sich gewiß nicht im Entferntesten mit dem vergleichen, was die *area pellucida* namentlich im frischen Zustande bietet. Und es spricht gewiß nicht zu Gunsten der Glaubwürdigkeit einer Angabe, wenn gesagt wird, klar und verständlich sei sie nur für den opaken Hof, unverständlich werde sie erst dort, wo man so recht im Stande ist die Sachen deutlich zu sehen.

Die *area pellucida* bietet, wenn sie frisch in $^1/_2$ percentiger Kochsalzlösung oder in einer verdünnten Lösung von 2 CrO_3KO untersucht wird, ein Object, welches an Klarheit kaum etwas zu wünschen übrig läßt, und wenn es überhaupt gelingt, das Blastoderma des Hühnchens unverletzt auf den Objectträger zu bringen, kann man hier zuweilen an einem Präparate so viel Entwicklungsstufen neben einander sehen als zum Gesammtverständnisse nöthig sind.

Die *area opaca* ist dem gegenüber im besten Falle ein unverläßliches Object, aus welchem man die Einzelnheiten allenfalls herausfindet, wenn man die Sachen schon kennt. Wenn also davon gesprochen wird, daß man hier den ersten Entwurf der Gefäßanlagen überblicken könne, so darf dagegen zum Mindesten eingewendet werden, daß es wegen der zahlreichen undurchsichtigen Zellen nicht sichergestellt werden kann, ob dem als primär bezeichneten Stadium nicht noch andere Bildungen vorausgehen; es darf dies um so eher eingewendet werden, als angegeben wird, daß schon auf den ersten Wurf netzförmig verbundene Cylinder da sind, die doch zweifellos auch ihre Entstehungsgeschichte haben.

Ich habe mich bei meinen Untersuchungen eines kleinen Blechofens bedient, welchen Herr Dr. Stricker schon seit mehreren Jahren benützt. Die in Baumwolle gehüllten Eier liegen in einem Sandbade, welches durch eine kleine Spiritusflamme erwärmt wird. Ein kleines Schälchen mit Wasser, welches zwischen die Eier gestellt wird, reicht hin um die Luft feucht zu erhalten. Über die einzuhaltenden Temperaturgrenzen brauche ich nach den ausführlichen Angaben Baer's kaum etwas zu erwähnen. Ich will jedoch die

bekannte Thatsache in Erinnerung bringen, daß die Entwicklung um so rascher vor sich geht, je höher innerhalb gewisser Grenzen die Temperatur erhalten wird, daß es demgemäß nicht zweckmäßig ist, von Brütstunden oder Tagen zu sprechen, wenn man nicht die Temperatur in ausgezeichneter Weise geregelt hat, oder wenn man nicht von einer Henne brüten läßt.

Ich gewann das Blastoderma rein für die Untersuchung nach der folgenden mir von Herrn Dr. Stricker angegebenen Methode. Ich schlage das Ei an dem bei der Horizontallage höchst gelegenen Punkte auf, breche mit der Pincette ein kleines Fenster aus, und wenn ich die Überzeugung gewonnen habe, daß es bebrütet ist, breche ich die Schale rasch in zwei Hälften und lasse den Inhalt in eine flache Schale fallen. In der Regel liegt dann das Blastoderma nach oben gewendet. Dann steche ich eine Scheerenspitze durch die Dotterhaut und schneide ringsum das Blastoderma bis zur Vollendung der Kreislinie. Dann schiebe ich durch die Schnittöffnung ein flaches Uhrgläschen ein, so daß das ganze durch den Schnitt abgegrenzte Segment des Dotters auf das Schälchen zu liegen kommt.

Wenn ich endlich das Schälchen in die $1/2$ percentige Kochsalzlösung bringe, hebt sich die Dotterhaut mit dem Blastoderma von selbst ab. Das Schälchen mit dem Dotterreste entferne ich rasch, um die Lösung nicht zu trüben.

Nunmehr fasse ich die vereinigte Keimhaut und Dotterhaut an einem freien Rande der letzteren mit der Pincette und schüttle sie so lange, bis die erstere sich ablöst und zu Boden sinkt. Hier (unter Wasser) breite ich es endlich auf einen Objectträger, und hole diesen aus der Flüssigkeit hervor.

Die Untersuchung geht wohl am besten ohne Deckglas vor sich. Mit welchen Vorsichtsmaßregeln ich auch die Präparate unter Schutz brachte, so litten sie doch mehr oder minder. Bilder, welche man einmal gesehen hat, erkennt man indessen wieder, wenn man das Blastoderma durch einen entsprechenden dicken Papier- oder Zinkwall geschützt in doppeltchromsaurem Kali aufbewahrt.

Mit Rücksicht auf diese Bemerkungen, will ich also ohne genaue Bestimmung der Brütstunden die erste Erscheinung beschreiben, welche sich auf die Gefäßbildung im Fruchthofe beziehen läßt.

In dem früher gleichmäßig klaren Hofe erscheinen einzelne blasenartige Gebilde. Blasenartig nenne ich sie darum, weil jedes

derselben in der Peripherie das Aussehen von Protoplasma zeigt, im Centrum aber eine Masse birgt, welche einen anderen Brechungsindex hat, ganz homogen aussieht, kurz den Eindruck macht, als wenn hier eine Flüssigkeit eingeschlossen wäre.

Die Wand einer solchen Blase ist ungleichmäßig dick, trägt stellenweise längliche Kerne und stellenweise buckelförmige Erhabenheiten, bald an der inneren, bald an der äußeren Fläche.

Zunächst sieht man schon im ersten Auftreten Blasen verschiedener Größe, Fig. III, b_1, b_2, so daß es nicht unwahrscheinlich ist, daß sie schon in der Anlage verschieden groß sind. Ich kann indeß nicht bezweifeln, daß viele von ihnen sich durch Wachsthum vergrößern [1]).

Nach den Abbildungen, welche Remak von dem Fruchthofe entworfen hat, sind diese Blasen mit seinen Substanzinseln identisch. Remak hat sie wohl auch hohl gesehen, nur setzte er diese Bemerkung *per parenthesin* mit einem Fragezeichen, weil es ihm doch nicht räthlich erscheinen mochte, von hohlen Substanzinseln zu sprechen.

Thatsächlich behalten diese Gebilde nicht lange den Charakter hohler Blasen. Es wächst nämlich die Wand von der innern Fläche heraus in Form von Fäden, von kernhältigen Knoten, so daß endlich der ganze innere Raum von einem zarten Netzwerk ausgefüllt erscheint. Fig. IV *a* stellt ein solches Gebilde dar, welches Herr Dr. Heitzmann vollständig naturgetreu wiedergab. Es macht den Eindruck, als wenn es von sternförmigen Zellen ausgefüllt wäre, deren Äste sich untereinander verbinden.

Während einzelne Blasen schon vollständig von dem Netzwerke durchflochten sind, können andere benachbarte noch leer sein, und wieder andere Zwischenstufen zeigen, wie das gleichfalls in Fig. IV wiedergegeben ist.

Die Wände der erwähnten ursprünglich blasenartigen Gebilde treiben ferner auch Fortsätze von ihrer äußern Wand aus, gegen ein

---

[1]) Ich übergehe hier die Entwicklungsgeschichte dieser Blasen selbst, wiewohl ich nach bestimmten Bildern gar nicht zweifeln kann, daß sie durch das Auftreten von Vacuolen in ursprünglich soliden Protoplasmamassen entstehen. Zweifelhaft ist mir aber dabei, ob ich es bei den größeren Gebilden mit einer einzigen vergrößerten Zelle oder mit einem Haufen von solchen zu thun habe, und ich will, da ich den Zweifel nicht heben kann, diese Frage nicht weiter behandeln.

Nachbargebilde hin, so daß man nicht selten, bald freie spitze Ausläufer, bald fadenförmige Verbindungen zweier Blasen antrifft.

Diese Ausläufer haben wieder das Aussehen von Protoplasma, sind mit Kernen besetzt, können endlich hohl werden, um die Räume der blasenartigen Gebilde untereinander zu verbinden.

Wenn die blasenartigen Gebilde schon zahlreich vorhanden sind, sieht man, daß sie nicht alle in einer Ebene, sondern ungleich tief liegen, so aber, daß über und unter ihnen ein Zellenstratum sichtbar ist. Ich schließe daraus, daß die fraglichen Gebilde im mittleren Keimblatte liegen, und zwar so angeordnet, daß die Zwischenräume zwischen ihnen ein System netzförmig verbundener Canäle abgeben.

In diesen findet man schon um diese Zeit einzelne Embryonalzellen, welche durch ihren Stich ins Gelbröthliche unzweideutig zu erkennen geben, daß sie Blutkörperchen sind, und es müssen diese Canäle mithin als Blutbahnen betrachtet werden. Ich habe mich vergebens abgemüht, Thatsachen aufzufinden, welche dieser Anschauung widersprechen. Ich habe lange Zeit hindurch diese Bahnen in der Hoffnung durchsucht, ob ich nicht Dinge finden werde, welche zwischen diese Hohlgebilde hineinwachsen, um also die eigentliche Gefäßanlage zu finden. Je mehr ich mich aber mit dem Gegenstande beschäftigte, um so tiefer überzeugte ich mich, daß die äußeren Flächen der ursprünglichen Blasenwände zugleich innere Flächen der Gefäßwände sind, so daß also das Blut im Fruchthofe ursprünglich in einem System von Räumen circulirt, welche durch die bestimmte Anordnung der blasenartigen Gebilde gegeben ist.

Wenn also Remak sagt, im Fruchthofe entstehen die ersten Blutgefäße als leere Räume, so hat er in einer gewissen Beziehung Recht, indem die genannten Räume ursprünglich leer sind.

Wenn er aber die Wände dieser Canäle als aus einzelnen Zellen zusammengefügt betrachtet, so hat das wohl keine tiefere Begründung, als seine weitere Bemerkung, daß die fadenförmigen Ausläufer dieser Canäle der Analogie nach als die Äquivalente mehrfacher Zellenreihen zu betrachten sind.

Mit Rücksicht auf diese leeren Canäle im Gegensatze zu den soliden Strängen der *area opaca* will Remak den letzteren als den Bluthof bezeichnen, weil er sich nicht durch die Bildung von Blut-

gefäßen, sondern durch die Bildung von Blut vom Fruchthofe oder von der *area pellucida* unterscheidet.

Ich kann nach meinen Beobachtungen diese Ansicht nicht unterstützen. Ich habe schon erwähnt, daß man zwischen den blasenartigen Gebilden einzelne Blutkörperchen antrifft, und zwar zu einer Zeit, in der das Herz noch nicht thätig ist. Einzelne solche, wie Blutzellen aussehende Körperchen, ragten von der Oberfläche der Blasen hervor, so daß man sich bei der Ansicht solcher Bilder kaum des Gedankens erwehren kann, daß die Blutkörperchen von den betreffenden Wänden abgeschnürt werden. In sofern ich aber die Wände der Blasen zugleich als Wände der Blutgefäße auffassen muß, heißt das soviel, als daß sich die Blutkörperchen von den Wänden der Blutgefäße abschnüren.

Eine Annahme, welche bekanntlich übereinstimmt mit den Angaben von Remak (Entwicklungsgeschichte §. 41) und von Stricker (Über den Bau und das Leben capillarer Blutgefäße); (Sitzungsberichte Bd. LI.)

Es stehen mir aber noch weitere Beobachtungen zur Verfügung, welche für die Blutbildung im Fruchthofe verwerthet werden müssen. Zwischen den blasenartigen Gebilden, also in der Blutbahn findet man häufig größere oder kleinere Klumpen, welche von mit glänzenden Kernen versehenen Körperchen vollgepfropft sind.

Es scheint, daß auch Remak diese Plaques gesehen habe, denn er beschreibt Blutinseln, als Klumpen von mit geronnenem Fibrin zusammengehaltenen Blutkörperchen. Trotzdem, daß diese Klumpen zuweilen eine glatte Oberfläche haben, glaubte Remak abermals der Theorie zu Liebe die Klumpen nicht mit zu den embryonalen Gebilden zählen zu dürfen; Remak stützte sich wohl darauf, daß er solche Klumpen unter seinen Augen entstehen sah.

Ich muß aber diese letztere Angabe bestreiten, so wie ich bestreiten muß, daß die Blutkörperchen von geronnenem Fibrin zusammengehalten werden.

Diese Klumpfen sind mindestens eben so oft mit Ausläufern besetzt, als sie isolirt in den Gefäßräumen liegen, und die Ausläufer lassen sich sehr oft bis zu den Wänden der blasenartigen Gebilde verfolgen, in welche sie übergehen. Diese Ausläufer haben das Aussehen von Protoplasma und sind strenge genommen im Continuum mit den Protoplasmawänden der Blasen.

Ja in vielen Fällen läßt sich das Bild gar nicht anders auffassen, als daß die Klumpen Verdickungen der Ausläufer sind, in welchen sich die Blutkörperchen entwickelt haben.

An einzelnen solchen Klumpen namentlich sieht man Blutkörperchen ähnliche Gebilde so an der Außenfläche aufsitzen, daß man glauben möchte, man habe es mit einem Knospenstocke zu thun, von welchem sich die Blutkörperchen ablösen. Nicht immer aber ragen die Blutkörperchen an ihrer Oberfläche hervor, sondern sie scheinen von einer Protoplasmaschichte eingehüllt zu sein. Ja zuweilen erscheinen die Fortsätze der Klumpen wie hohle Ausläufer einer Protoplasmahülle, welche mit Blutkörperchen vollgepfropft ist.

Wenn ich die ersten blasenartigen Räume nicht gesehen hätte, wenn ich nicht die Überzeugung gewonnen hätte, daß die Wände jener Blasen Gefäßwände sind, wenn ich endlich nicht zwischen jenen Blasen und neben den Klumpen freie Blutkörperchen gesehen hätte, würde ich mich zu der Annahme gedrängt sehen, daß die Klumpen und Stränge mit den soliden Cylindern der Autoren identisch sind, daß die Hüllen derselben Gefäßwände und die Ausläufer capillare Verbindungen seien.

Dort wo man aber solide Cylinder netzförmig angeordnet sieht, sind die Blutbahnen vollendet, dort braucht nichts mehr verflüßigt zu werden, wie sich Kölliker vorstellt, denn da steckt schon in den Bahnen leibhaftiges Blut.

Ich bin mir, indem ich diese Verhältnisse auseinandersetze der ganzen Schwierigkeit bewußt, welche mein Befund mit sich bringt.

Ich weiß, daß es schwer ist, sich vorzustellen, daß sich durch die Hohlgebilde allein ein allseitig geschlossenes Canalsystem abgrenze. Aber ich kann meine Beobachtungen nicht wegläugnen, weil sie mir die Auffassung des Gesammtbildes erschweren.

Thatsächlich sah ich Hohlgebilde viel größer und breiter, als sie in der ersten Anlage sind, ferner sah ich sie in mannigfacher Weise gekrümmt, abgeplattet und zu gegenseitiger Verbindung aneinandergenähert, oder Fortsätze der Wande mit einander verbunden. Ich kann mir also auch denken, daß die Blutbahnen an den Grenzen des Gefäßblattes in solcher Weise von den Nachbargebieten abgegrenzt werden.

In soferne die Wände der Hohlgebilde das Material sowohl für das Blut, als für die Gefäßwände, als auch für das interstitielle Gewebe abgeben, will ich sie als Brutheerde bezeichnen.

Der Grundstock dieser Brutheerde, das sind die Wände der Blasen, sind die eigentlichen ersten Gefäßanlagen und von diesen wächst nach einer Richtung das Blut und nach einer anderen das interstitielle Gewebe aus.

Das Netzwerk, welches diese Brutheerde durchsetzt, erscheint dann als ein System von Ausläufern der Gefäßwände, welche wieder mit sternförmigen Zellen zusammenhängen. In dieses Netzwerk hinein können sich dann secundäre Gefäße entwickeln durch das Hohlwerden solider Ausläufer. Die Bruträume verändern, wie schon erwähnt, im Laufe der Entwicklung ihre Form. Sie verbinden sich unter einander durch Ausläufer oder direct durch Aneinanderlagerung, sie vergrößern, verbreiten sich, und so kommt es, daß stellenweise enge Blutbahnen und große weite Interstitien zu Stande kommen.

Ich glaube nicht, daß die Entwicklung an der *area opaca* anders vor sich gehe. Denn die Bruträume erkenne ich da, wie im Fruchthofe und ist bestenfalls zu sagen, daß dort das Blut massenhafter erzeugt werde, als hier.

Mithin ist die Bezeichnung Bluthof ebenso wenig charakteristisch für die *area opaca* als die Bezeichnung Gefäßhof, und wir thun schon besser, wenn wir bei der Bezeichnung der Alten bleiben

Dasselbe was für die Blutgefäße in der *area pellucida,* gilt auch für die Aorta. Man kann hier in ausgezeichneter Weise sehen, wie die Blutbahn durch Bruträume abgegrenzt wird, und wie einzelne Bruträume so gestellt sind, daß gleich in der ersten Anlage Ausläufer der Blutbahn gegeben sind.

Auf die Frage über die Bedeutung der ersten blasenartigen Gebilde kann ich für diesmal keine Antwort geben. Wenn die Blasen wirklich mit einer Flüssigkeit erfüllt sind, wie es den Anschein hat, dann könnte man sich versucht fühlen, die Blasenräume für Analoga von Lymphräumen zu halten. Von besonderem Belange für diese Auffassung wären dann die Bilder, von denen eines in Fig. VIII wiedergegeben ist, wo die Blasenwand derart eingestülpt ist, daß die Masse der Blutkörperchen (vielleicht von einem Klumpen herrührend?) von

der plattgedrückten Blase umgeben ist. Hier ist also eine Blutbahn förmlich von einem Blasenraume eingescheidet.

Wir hätten hier in solchem Falle das jüngste Bild und die Entstehungsgeschichte eines perivasculären Lymphraumes vor uns.

Erklärung der Abbildungen.

I. Die erste Figur zeigt das gleichzeitige Entstehen von Hohlgebilden und soliden Strängen, welche von den ersteren in Form von Ausläufern abgehen. Diese Stränge werden mit der Zeit eben so hohl und haben dasselbe Aussehen wie die Wände der erwähnten Hohlgebilde.

II. Hier werden die früheren Hohlgebilde in ihrem Verhältnisse zu einander abgebildet; diese zeigen jedoch schon verschiedene morphologische Elemente, aus welchem Grunde wir ihnen jetzt die Benennung von **Brutheerden** beilegen. Von den Wandungen der letzteren schnüren sich theils Blutkügelchen ab oder es befinden sich die schon abgeschnürten in dem Gefäßraume, welcher bereits die Form eines entwickelten Canalsystems darstellt. — Zugleich bemerkt man hier, wie sich die Brutheerde untereinander vermittelst Ausläufer verbinden, die dasselbe Aussehen, wie die Wandungen der Brutheerde haben.

III. Hier ist zu sehen, wie sich die Blutkügelchen an den Wandungen der Brutheerde theils in Haufen (regere Bildung), welche vom Protoplasma zusammengehalten werden, abschnüren. In den Brutheerden zeigen die morphologischen Elemente die Form von spindelförmigen Zellen.

IV. Hier erscheinen die morphologischen Elemente in den Brutheerden als sternförmige Zellen, während im Canalsystem ein Haufen von durch Protoplasma zusammengehaltenen Blutkügelchen liegt.

V. In dieser Abbildung werden große Haufen von Blutkügelchen (wie Blutsäcke aussehend) in dem Gefäßcanal dargestellt. Diese Säcke hängen vermittelst Protoplasma-Stängel an den Wandungen von Brutheerden, die in einer nicht eingestellten Ebene liegen.

VI. Eine Anhäufung von Blutkügelchen an einem Stängel, welcher von einem Brutheerde ausgeht.

VII. Ein mit Blutkügelchen angefülltes vollständig entwickeltes Gefäßgeflecht, welches durch eine bestimmte Anordnung und Vereinigung der Brutheerde unter einander zu Stande gekommen ist.

VIII. Diese Figur veranschaulicht ein ziemlich häufiges Bild in der *area pallucida* am Schwanz des Embryo. Hier bemerkt man eine sehr rege Bildung von Blutkügelchen, welche sich in großer Menge ablösen sowohl von den Wandungen der Brutheerde als auch von den Strängen, welche die ersteren unter einander verbinden. Die Blutkügelchen lösen sich theils einzeln, theils in Haufen, wie in Fig. III ab.

Ebenso kann man hier deutlich sehen, daß eine zahlreichere Bildung der Brutheerde auf einem kleineren Raume bei gleichzeitig regerer Abschnürung von Blutkügelchen die Entstehung verschiedenartiger Figuren veranlaßt. Diese Figuren sind durch das gegenseitige Verhältniß der verschiedenen Theile bedingt, so daß die Haufen von Blutkügelchen die Brutheerde mannigfach einstülpen.

IX. Hier wird die Aorta mit ihren Ästen abgebildet; diese letzteren entstehen durch die bestimmte Anordnung und Vereinigung der Brutheerde unter einander vermittelst der protoplasmaähnlichen Stränge, welche später hohl werden, und dann die Bedeutung von Brutheerden haben.

In der Aorta sind zwei Lücken auf den Längsschnitt gerechnet, zu bemerken, welche durch Hohlwerden von Strängen hervorgegangen sind.

Diese Stränge haben früher die eine Wand der Aorta mit der anderen verbunden. An der äußeren Wand *b)* der Aorta sind Ausbuchtungen zu bemerken, welche eine Folge der Anordnung von früheren Bruth eer den sind.

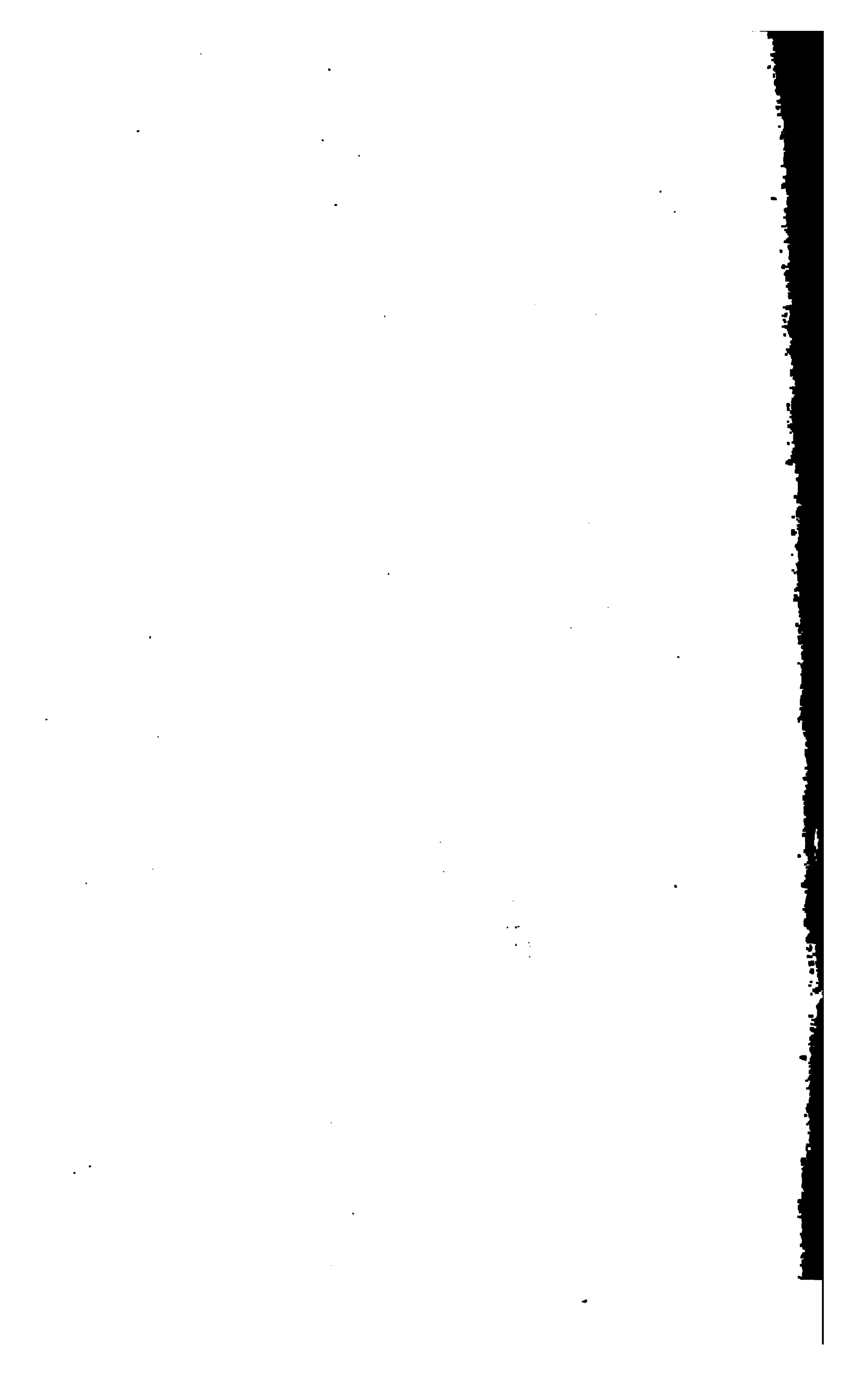
X.. Diese Figur zeigt einen Ausläufer von der Wand eines vollständig entwickelten Gefäßes, dieser Ausläufer geht in das intervasculäre Gewebe, welches aus Brutheerden entstanden ist. — Dies ist ein zukünftiges Capillargefäß. — Solche Ausläufer haben nichts mit ersten Anlagen des Gefäßsystems gemein; sie entstehen vielmehr in dem intervasculären Gewebe zur Zeit der letzten Entwicklung der Gefäße. Diese Ausläufer muß man genau unterscheiden von den in Fig. II und VIII demonstrirten Strängen, welche letztere die Brutheerde unter einander verbinden und durch Gefäßcanäle gehen.

Zum Schlusse erfülle ich die mir sehr angenehme Pflicht, dem Herrn Dr. Stricker für das Anerbieten des Themas, so wie für seine stets bereitwillig mir gewidmete Anleitung bei meiner Arbeit hiermit meinen herzlichsten Dank auszusprechen.



Gez. u. li.

Aus d. k. k. Hof u. Staatsdruckerei



Die jedem Fachmanne bekannten, bei der raschen Entwickelung der Wissenschaft von Jahr zu Jahr sich steigernden Unzukömmlichkeiten, welche mit der cumulativen Herausgabe von Abhandlungen verbunden sind, die sich auf sämmtliche naturwissenschaftliche Fächer beziehen, haben die mathematisch-naturwissenschaftliche Classe der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften bestimmt, ihre Sitzungsberichte in zwei gesonderten Abtheilungen erscheinen zu lassen.

Die **erste Abtheilung** enthält die Abhandlungen aus der Mineralogie, Botanik, Zoologie, Anatomie, Geologie und Paläontologie; die **zweite Abtheilung** die aus der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

Von jeder dieser Abtheilungen erscheint jeden Monat mit Ausnahme von August und September ein Heft, welches drei Sitzungen umfasst. Der Jahrgang enthält somit zehn Hefte.

Dem Berichte über jede Sitzung geht eine vollständige Übersicht aller in derselben vorgelegten Abhandlungen voran, selbst wenn diese nicht zur Aufnahme in die Schriften der Akademie bestimmt werden.

Der Preis des Jahrganges beträgt für eine Abtheilung 12 Gulden ö. W.

Von allen grösseren Abhandlungen kommen Separatabdrücke in den Buchhandel und sind durch die akademische Buchhandlung Karl Gerold's Sohn zu beziehen.



SITZUNGSBERICHTE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LIII. BAND. V. HEFT.

Jahrgang 1866. — Mai.

(Mit 10 Tafeln.)

ZWEITE ABTHEILUNG.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN, BUCHHÄNDLER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

1866.

INHALT.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

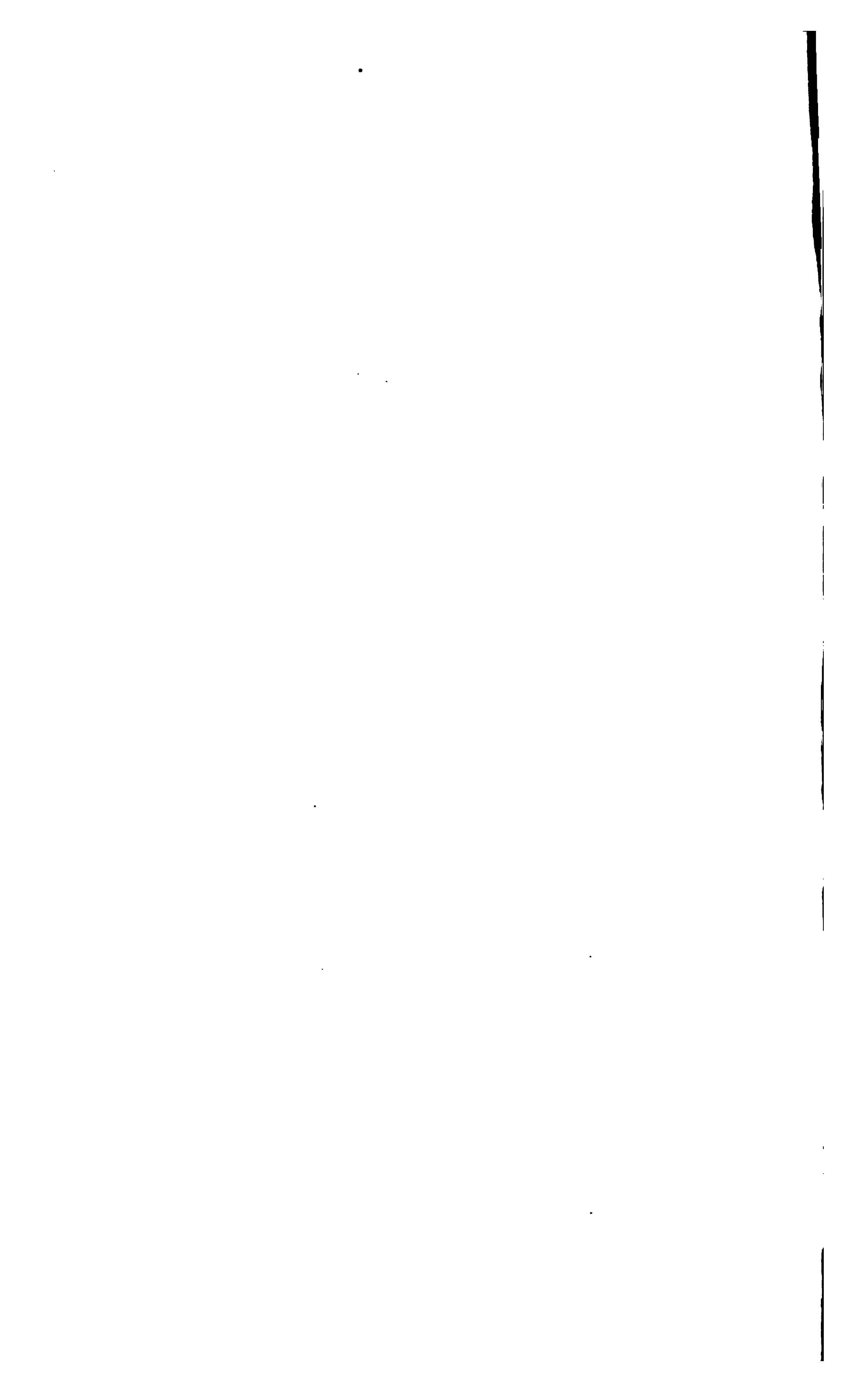
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LIII. BAND.

ZWEITE ABTHEILUNG.

5.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.



XIII. SITZUNG VOM 11. MAI 1866.

Herr Regierungsrath Ritter v. Ettingshausen im Vorsitze.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Über Wärmecapacität verschiedener Bodenarten und deren Einfluß auf die Pflanze" von Herrn Dr. L. Pfaundler in Innsbruck.

„Beiträge zur genaueren Kenntniß der Fluorescenz-Erscheinungen" von Herrn Prof. Dr. V. Pierre in Prag.

„Beiträge zur Naturgeschichte der Insecten", 19. Fortsetzung, von Herrn Ernst Heeger in Laxenburg.

„Intorno all' azione dell' urina sulla soluzione di iodio e sulla colla d'amido" von den Herren Doctoren M. v. Vintschgau und R. Cobelli in Padua.

„Über die Darstellung des Haemin aus dem Blute und den qualitativen Nachweis minimaler Blutmengen" von Herrn Dr. Iwan Gwosdew aus Moskau. Die betreffenden Untersuchungen wurden im Laboratorium des Herrn Prof. Alex. Rollett in Graz ausgeführt.

Herr Ministerialrath Dr. K. Ritter v. Scherzer übermittelt einige von Herrn Dr. A. Ried in Valparaiso eingesendete Fossilien von Cochabamba in Bolivien.

Herr Prof. Dr. R. Kner übergibt die III. Fortsetzung seines „speciellen Verzeichnisses der während der Reise der Fregatte Novara gesammelten Fische".

Herr Prof. Dr. J. Stefan legt eine Abhandlung: „Über ein neues akustisches Experiment" vor.

Herr Hofrath Prof. J. Hyrtl überreicht eine Abhandlung: „Über den Seitencanal von Lota".

Der Secretär legt eine von den Herren Dr. J. Oser, Fr. Reim und dem Adjuncten P. Weselsky im chemischen Laboratorium des k. k. polytechnischen Institutes ausgeführte Untersuchung des Wassers und der Gase vom artesischen Brunnen am Wien-Raaber Bahnhofe vor.

Herr Dr. C. K. Akin legt eine Abhandlung: „Über die mathematische Theorie der Spectralerscheinungen" vor.

Herr Dr. E. Hering, Prof. am k. k. Josephinum, überreicht eine Abhandlung: „Über den Bau der Wirbelthierleber".

Herr Prof. Dr. A. Bauer legt eine Abhandlung: „Über die Einwirkung von Chlor auf Amylen" vor.

Herr Dr. G. Laube übergibt die III. Abtheilung seiner Abhandlung: „Die Fauna der Schichten von St. Cassian".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie der Wissenschaften, K. Preuss., zu Berlin: Monatsbericht. Januar 1866. Berlin; 8°.

— — K. Bayer., zu München: Geschichte der Wissenschaften in Deutschland. Neuere Zeit. III. Band: Geschichte der Landbau- und Forstwissenschaft. Von C. Fraas. III. Band: Geschichte der Erdkunde. Von Oscar Peschel. München, 1865; 8°.

Annalen der Chemie & Pharmacie von Wöhler, Liebig und Kopp. N. R. Band LXII. Heft 1. Leipzig und Heidelberg, 1866; 8°.

Apotheker-Verein, Allgem. österr.: Zeitschrift. 4. Jahrg. Nr. 9. Wien, 1866; 8°.

Archief, Nederlandsch, voor Genees- en Natuurkunde. Deel II., 2e Aflev. Utrecht, 1866; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1582—1584. Altona, 1866; 4°.

Barrande, Joachim, Système silurien du centre de la Bohême. 1re Partie: Recherches Paléontologiques. Vol. II. Cephalopodes. 2me Série: Planches 108 à 244. Prague et Paris, 1866; 4°.

Beobachtungen, Magnetische und meteorologische, zu Prag. XXVI. Jahrgang. Prag, 1866; 4°.

Bruhns, C., Resultate aus den meteorologischen Beobachtungen angestellt an mehreren Orten im Königreich Sachsen in den Jahren 1848 bis 1863 und an den 22 köngl. sächsischen Stationen im Jahre 1864. I. Jahrgang. Leipzig, 1866; 4°.

Commissão geologica de Portugal: Noticia sobre os Esqueletos humanos des cobertos no Cabeço da Arruda. Por. F. A. Pereira da Costa. Lisboa, 1865; 4°. — Flora fossil do Terreno carbonifero. Par Bernardino Antonio Gomes. Lisboa, 1865; 4°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXII, Nr. 16—17. Paris, 1866; 4°.

Congrès scientifique de France. 33e Session. Amiens, 1866; 4°.

Cosmos. 2e Série. XVe Année, 3e Volume, 17e—19e Livraisons. Paris, 1866; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXVII. Jahrg. Nr. 18—19. Wien, 1866; 8°.

Hamelitz. V. Jahrg., Nr. 11—13. Odessa, 1866; 4°.

Instituut, K. Nederlandsch Meteorologisch: Meteorologische Waarnemingen. 1864. Utrecht, 1865; 4°.

Land- und forstwirthschaftl. Zeitung. XVI. Jahrgang, Nr. 13—14. Wien, 1866; 4°.

Liebreich, R. et L. Laqueur, Recueil des travaux de la Société médicale allemande de Paris. 11 Mai 1864—11 Mai 1865. Paris, 1865; 8°.

M'Donnell, Robert, Observations on Functions of the Liver. Dublin & London, 1865; 8°.

Pictet, A. Edouard, Synopsis des Nevroptères d'Espagne, Genève & Paris, 1865; gr. 8°.

Prestel, M. A. F., Die periodischen und nicht periodischen Veränderungen des Barometerstandes, so wie die Stürme und das Wetter über der hannover'schen Nordseeküste, als Grundlage der Sturm- und Wetter-Prognose. Emden, 1866; 4°.

Quetelet, Ernst, Sur l'état de l'Atmosphère, à Bruxelles, pendant l'année 1865. 8°.

Reader. Nrs. 174—175, Vol. VII. London, 1866; Folio.

Regel, E., Bemerkungen über die Gattungen *Betula* und *Alnus* nebst Beschreibung einiger neuer Arten. Moskau, 1866; 8°.

Reichsforstverein, österr.: Monatsschrift für Forstwesen. XVI. Band, Februar- & März-Heft. Wien, 1866; 8°.

Société géologique de France: Bulletin. 2e Série. Tome XXIIIe. Feuilles 1—5. Paris, 1865 à 1866; 8°.

Society, The R. Geographical, of London: Proceedings. Vol. VIII. Nr. 4. London, 1864; 8°.

— The American Philosophical, at Philadelphia: Transactions. Vol. XIII. N. S. Part 2. Philadelphia, 1865; 4°. — Proceedings. Vol. X. Nr. 73—74. 8°.

Vereenigung, K. natuurkundige, in Nederlandsch Indië: Natuurkundige Tijdschrift. Deel XXVIII. (VIe Serie. Deel III. Aflev. 1—3.) Batavia & 's Gravenhage, 1865; 8°.

Verein für Landeskunde von Nieder-Österreich: Blätter für Landeskunde von Nieder-Österreich. II. Jahrg. Nr. 1—4. Wien. 1866; 8°.

Vierteljahresschrift für wissenschaftl. Veterinärkunde. XXV. Band, 2. Heft. (Jahrg. 1866. II.) Wien; 8°.

Volpicelli, Paolo, Ricerche analitiche sul bifilare tanto Magnetometro, quanto Elettrometro sulla curva bifilare e sulla misura del magnetismo terrestre. Roma, 1865; 4°.

Wiener medizin. Wochenschrift. XVI. Jahrg. Nr. 34—37. Wien, 1866; 4°.

Winkler, T. C., Catalogue systématique de la Collection paléontologique du Musée Teyler. 4e Livraison. Harlem, 1865; 4°.

Zeitschrift für Chemie etc. von Beilstein, Fittig und Hübner. IX. Jahrg. N. Z. II. Band, 6. & 7. Heft. Leipzig, 1866; 8°.

Neue Constructionen der auf ebenen und krummen Flächen erscheinenden Reflexe und hierauf bezügliche Theoreme.

Von **Rudolf Niemtschik,**
Professor am st. l. Joanneum zu Graz.

(Mit 8 Tafeln.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 8. März 1866.)

1. Einige Constructionen der Reflexe auf ebenen, zur Zeichnungsfläche parallelen oder senkrechten Spiegeln sind schon seit sehr langer Zeit in Anwendung; aber erst in der von dem Mathematiker J. H. Lambert herausgegebenen „freien Perspective“ (Zürich 1759 und 1774) ist dieser Zweig der Perspective wissenschaftlich behandelt und sind dort auch die ersten Constructionen der Reflexe auf gegen die Zeichnungsfläche geneigten ebenen Spiegeln angegeben. Ausführlichere Abhandlungen über letzteren Gegenstand enthalten die vortrefflichen Werke über Perspective von J. E. Hummel, R. Gottgetreu, Otto Gennerich u. A. Einen sehr brauchbaren Beitrag lieferte G. Zach im Jahresberichte der Elbogner Oberrealschule, 1859.

Die vorliegende Abhandlung enthält ebenfalls eine Reihe von neuen Constructionen der auf ebenen Spiegeln erscheinenden Reflexe, welche dem Constructeur mehrere wesentliche Vortheile bieten; sie lassen sich schneller als die bekannten Methoden durchführen, liefern ein genaues Resultat und können auch sehr vortheilhaft zum Zeichnen der symmetrischen Theile von orthogonal oder perspectivisch darzustellenden Objecten benützt werden, wenn man nämlich die Symmetrieebenen wie spiegelnde Flächen gebraucht. Ein großer Vortheil besteht auch darin, daß es, wie z. B. in Fig. 14...17, nicht nothwendig ist, die Durchschnittspunkte der Symmetrie- oder Spiegelebene mit den zu derselben durch die Ecken des beobachteten Objectes gezogenen Perpendikeln zu bestimmen und die Längen der Perpendikel auf ihre Verlängerungen zu übertragen. — In der Abhandlung: „Directe Constructionen der Contouren von Rotationsflächen in orthogonalen und

perspectivischen Darstellungen" (Sitzungsber. der kaiserl. Akademie der Wissenschaften mathem.-naturw. Cl., LII. Bd., II. Abth. 1865), wurde aber bereits gezeigt, wie einfach auf ähnliche Weise die symmetrische Hälfte der Contour einer beliebigen Rotationsfläche dargestellt werden kann.

Vorzugsweise sind hier jedoch die Constructionen der auf krummen Flächen erscheinenden Reflexe behandelt, weil über diesen Gegenstand noch sehr wenig bekannt ist. Die bekannten Constructionen dieser Art erstrecken sich blos auf die Bestimmung des Reflexes von einem Punkte auf allgemeinen krummen Flächen und auf Rotationsflächen; die meisten davon sind sehr umständlich oder gar nicht verwendbar und lösen die Aufgabe nur annähernd richtig. Hierauf bezügliche Arbeiten finden sich in den sehr geschätzten Werken von J. H. Lambert, C. F. A. Leroy, J. Hönig, Otto Gennerich u. a. O.

Die hier behandelten Aufgaben sind in folgender Ordnung zusammengestellt:

A. Reflexe auf ebenen Flächen: *a)* von Punkten; *b)* von Geraden; *c)* von Polygonen und Curven; *d)* von Körpern.

B. Reflexe von Punkten auf Geraden (die als unendlich dünne Cylinder mit glatter Oberfläche betrachtet werden können).

C. Reflexe von Punkten auf Curven: *a)* auf ebenen Curven; *b)* auf (concentrischen) Kreisen; *c)* auf abwickelbaren Curven.

D. Reflexe auf allgemeinen krummen Flächen.

E. Reflexe auf abwickelbaren Flächen.

F. Reflexe auf windschiefen Flächen.

G. Reflexe auf Kugeln, auf Umhüllungsflächen von Kugeln und auf Rotationsflächen.

H. Reflexe auf den Flächen der zweiten Ordnung.

J. Reflexe auf krummen Flächen, wenn die einfallenden und die reflectirten Lichtstrahlen parallel sind.

A. Reflexe auf ebenen Flächen.

a) Reflexe von Punkten.

2. Ein Lichtstrahl LG (Taf. I, Fig. 1), welcher von dem leuchtenden Punkte L ausgeht und die spiegelnde Ebene E in dem Punkte G trifft, wird von derselben in der Geraden GA so reflectirt, daß GA in der

zu der Ebene E senkrechten Einfallsebene AGL liegt und mit der spiegelnden Ebene E einen eben so großen Winkel einschließt, wie der einfallende Lichtstrahl LG. Wenn also aGl die Durchschnittslinie der Einfallsebene AGL mit der Spiegelebene E bildet, so ist $\sphericalangle LGl = AGa$. Der reflectirte Lichtstrahl GA und die zu der Ebene E senkrechte Gerade LlL_1, welche beide in der Einfallsebene AGL liegen, treffen sich in L_1; und es ergibt sich aus der Congruenz der rechtwinkeligen Dreiecke LGl und L_1Gl, daß $Ll = lL_1$ ist, daß also der Punkt L_1 in der zu dem Spiegel senkrechten Geraden LlL_1, und zwar eben so weit hinter dem Spiegel liegt als der leuchtende Punkt L vor dem Spiegel. Die von dem leuchtenden Punkte L ausgehenden Lichtstrahlen werden daher von der Spiegelebene so reflectirt, als ob sie von dem Punkte L_1 ausgingen.

Wenn nun ein Beobachter in den Spiegel E schaut, so empfängt sein Auge A von G aus einen Strahlenkegel, dessen Spitze L_1 ist. Der Punkt L_1 wirkt daher eben so auf das Auge A ein, als ob die Lichtstrahlen von ihm selbst ausgingen. Der Beobachter, dessen Auge sich in A befindet, sieht deßhalb den leuchtenden Punkt nicht nur in der Geraden AL_1, sondern glaubt denselben auch in dem Punkte L_1 zu erblicken.

Man nennt den Punkt L_1 das Spiegelbild und den Punkt G, in welchem der Sebstrahl AGL_1 den Spiegel E trifft, den Reflex von L. Stellt L eine Lichtquelle vor, so erscheint G dem Beobachter bei A als der am stärksten beleuchtete Punkt der Ebene E, obgleich eigentlich der Fußpunkt l der Geraden Ll die stärkste Beleuchtung von L erhält. Auf spiegelnden Flächen erscheint G als glänzender Punkt und heißt dann auch Glanzpunkt der bezüglichen Fläche.

Wegen der Gleichheit der Winkel LGl und AGa, welche der einfallende und der reflectirte Lichtstrahl mit der Spiegelebene E und mit der Geraden aGl einschließen, berührt die Ellipse AGL, welche A und L als Brennpunkte hat und durch den Reflex G von L geht, in dem Punkte G die Gerade al, so wie die auf der Einfallsebene AGL senkrechte Spiegelebene E. — Der Reflex G ist daher Berührungspunkt der Spiegelebene E mit dem Rotations-Ellipsoide AGL, welches A und L als Brennpunkte hat. Wenn der leuchtende Punkt L in unendlicher Entfernung von dem Auge A liegt, ergibt sich statt der Ellipse AGL eine Parabel und statt des Ellipsoides ein Rotations-

Paraboloid, für welches das Auge A den Brennpunkt und die Gerade AL die Axe bildet.

Die zu der Spiegelebene senkrechte Gerade AaA_1 trifft den Spiegel selbst in a und den verlängerten einfallenden Lichtstrahl LG in A_1, und es ist wegen Congruenz der rechtwinkeligen Dreiecke AaG und A_1aG wieder $aA_1 = aA$; folglich ist A_1 das Spiegelbild von dem Auge A. Demnach liegt der Reflex G von L auch im Durchschnitte der Spiegelebene mit der Geraden LA_1, welche den beobachteten Punkt L mit dem Spiegelbilde A_1 des Auges A verbindet.

Aus diesen Betrachtungen läßt sich entnehmen, daß das Spiegelbild L_1 eines Punktes L blos von der Lage des Punktes L gegen den Spiegel E abhängt, daß hingegen der Reflex oder Glanzpunkt G desselben Punktes L von der Lage des Punktes L und jener des Auges A gegen die Spiegelebene E abhängig ist. Die Lage von G bleibt ungeändert, wenn A in der Geraden AG und L in der Geraden LG versetzt oder A mit L vertauscht wird.

Das Spiegelbild L_1 und der Reflex G eines Punktes L sind zwei verschiedene Punkte; weil aber beide Punkte in demselben Sehstrahle AGL_1 liegen, so erscheinen sie in perspectivischen Zeichnungen als ein Punkt, welcher zugleich den Durchschnitt des genannten Sehstrahles AGL_1 mit der betreffenden Zeichnungsfläche vorstellt.

In perspectivischen Darstellungen können demnach die Reflexe so wie die Spiegelbilder, und umgekehrt diese wie jene construirt werden. Das perspectivische Bild des Spiegelbildes L_1, beziehungsweise des Reflexes G von einem Punkte L kann also auf zweifache Art bestimmt werden:

1. indem durch den beobachteten Punkt L die zum Spiegel senkrechte Gerade LlL_1, welche den Spiegel in dem Punkte l trifft, gezogen und $lL_1 = lL$ gemacht wird; oder

2. indem durch den Augenmittelpunkt A die zum Spiegel senkrechte Gerade AaA_1, welche den Spiegel in a trifft, gezogen, $aA_1 = aA$ gemacht und der Durchschnittspunkt G der Geraden A_1L mit dem Spiegel dargestellt wird.

3. In Taf. I, Fig. 2 stellt die Bildfläche den Spiegel vor. Ω ist der Augenpunkt (die orthogonale Projection des Auges A auf der Bildfläche), L ist die Perspective und L'' die orthogonale Projection eines leuchtenden Punktes. Die Angabe der Augendistanz ist hier zur Bestimmung des perspectivischen Bildes G des Reflexes von L nicht erforderlich.

Man ziehe in beliebiger Richtung die Parallelen ΩH und $eL''i$, verbinde einen Punkt H der ΩH mit dem beobachteten Punkte L und nachdem $eL'' = L''i$ gemacht worden ist, noch H mit e. Die Geraden ΩL und eH treffen sich im Reflexe G von L, denn es steht $LL''G$ senkrecht zu der Spiegelebene und es ist wegen Congruenz der rechtwinkeligen Dreiecke $LL''i$ und $eL''G$, in welchen $L''i = L''e$ und $> LiL'' = L''eG$ ist, auch $L''G = L''L$. ei kann als Trace und ΩH als Fluchtlinie einer senkrecht zur Zeichnungsfläche durch den Punkt L gelegten Ebene Lei betrachtet werden.

Macht man $\Omega H_1 = \Omega H$ und zieht iH_1, welche ΩL in G trifft, so ist wieder wegen Congruenz der rechtwinkeligen Dreiecke $iL''L$ und $L''Gi$, in welchen iL'' gemeinschaftlich und $> iLL'' = L''Gi$ ist, auch $LL'' = L''G$.

Verlängert man den Sehstrahl $A\Omega$ über Ω um das Stück $\Omega A_1 = \Omega A$, so ist A_1 das Spiegelbild von A und Ω die orthogonale Projection von A_1 auf der Spiegelebene. Die orthogonale Projection von A_1 auf der Ebene Lei ergibt sich aber, wenn $\Omega u \perp ei$ gezogen und Ωu in A_1' geometrisch halbirt wird. Die wahre Länge der zur Bildfläche senkrechten Geraden $A_1'u$ ist gleich der beliebigen Distanz ΩA. Die Ebene LA_1A_1', welche senkrecht zu der Ebene Lei durch die Gerade LA_1 gelegt wird, schneidet die Ebene Lei in der Geraden $A_1'L$, die Gerade ei in x und die Bildfläche in der zu Ωu parallelen Geraden xG; mithin ist G der Durchschnittspunkt der Geraden LA_1 mit der Bildebene und folglich der Reflex von L. Dieses Verfahren ist vorzüglich geeignet zur Construction der Reflexe von Gegenständen, wenn von diesen die perspectivischen Bilder und die orthogonalen Projectionen auf der Ebene Lei bekannt sind, denn die Punkte A_1' und Ω können ebenso wie für G auch für alle Punkte des bezüglichen Reflexes benützt werden. (Siehe Taf. I, Fig. 14 und 15.)

Sind die Lichtstrahlen parallel und f (Taf. I, Fig. 2) ihr Fluchtpunkt; so ist $A_1G_1 || Af$ bis zur Bildfläche zu ziehen, wodurch G_1 als Reflex des in unendlicher Entfernung von A befindlichen Punktes (L)

der Af sich ergibt. Weil Ωf die orthogonale Projection von Af und ΩG_1 die orthogonale Projection von $A_1 G_1$ und weil endlich auch $A_1 G_1 \# Af$ ist, so ist auch $\Omega f \# \Omega G_1$. Es versteht sich von selbst, daß hier die Lichtstrahlen in der Richtung Af und nicht in der entgegengesetzten Richtung fA einfallen.

4. b (Taf. I, Fig. 3) ist das perspectivische Bild und b'' die orthogonale Projection eines Punktes des zur Bildfläche parallelen Spiegels.

Man lege durch die Punkte L und b die zur Bildfläche senkrechte Ebene $bLb''L''$, welche die Bildfläche in der Geraden $b''L''$ und den Spiegel in der mit $b''L''$ parallelen Geraden bl schneidet, wodurch der Durchschnittspunkt l des aus L auf den Spiegel gefällten Perpendikels $L\Omega$ mit der Spiegelebene erhalten wird. Nun ziehe man $eli \| \Omega H$, so wie LH, mache $le = li$ und verbinde e mit H. Die Geraden eH und ΩL schneiden sich in dem Reflexe G von L.

Macht man $\Omega H_1 = \Omega H$ und zieht iH_1, so treffen sich auch die Geraden iH_1 und ΩL in dem fraglichen Punkte G.

uei ist die Durchschnittslinie der zu $A\Omega H$ parallelen Ebene Lei mit dem Spiegel. Halbirt man in A'_1 die auf ei senkrechte Gerade Ωu, so ist A'_1 die orthogonale Projection von A_1 auf der Ebene Lei. Die Ebene $LA_1A'_1$ trifft die Ebene Lei in der Geraden A'_1L und die Spiegelebene in der zu Ωu parallelen Geraden xG, folglich ist der Durchschnittspunkt G der xG und ΩL der Reflex G von L auf der bezüglichen Spiegelebene.

Wenn die Lichtstrahlen mit (L) Af parallel sind, so erhält man den Reflex G_1 von dem in unendlicher Entfernung von A gelegenen Punkte (L) wie in Fig. 2, wenn die Gerade Ωf über Ω hinaus verlängert und $\Omega G_1 = \Omega f$ gemacht wird. Die perspectivischen Bilder der Reflexe von (L) auf allen mit der Bildfläche parallelen Ebenen fallen in einen Punkt G_1, weil bei paralleler Beleuchtung die sämmtlichen von parallelen Ebenen in das Auge A reflectirten Lichtstrahlen in den Sehstrahl AG_1 fallen. Die orthogonalen Projectionen der Reflexe von L auf mit der Bildfläche parallelen Spiegeln liegen aber sämmtlich in der Geraden ΩG_1.

5. $NOFF_1$ (Taf. I, Fig. 4) ist eine zur Bildfläche senkrechte Spiegelebene, welche NO als Trace und $F\Omega F_1$ $(\| NO)$ als Fluchtlinie hat.

$LG(\perp NO)$ ist das perspectivische Bild und $L''l''(\perp NO)$ die orthogonale Projection des aus L auf die Spiegelebene gefällten Per-

pendikels LL_1. l ist der Durchschnittspunkt des Perpendikels LL_1 mit dem Spiegel, denn es ist $\Omega l''l$ die Durchschnittslinie der zur Bildebene senkrechten Ebene $LGL''L_1''$ mit der Spiegelebene.

$L''l''$ ist die wahre Größe von Ll; wird nun also $l''L_1''=l''L''$ gemacht und die Gerade $\Omega L_1''$ bis G gezogen, so ist G der Reflex von L. In diesem Falle ist LG parallel zu der Bildfläche, mithin Ll geometrisch gleich LG; deßhalb kann G unmittelbar durch Übertragen des Stückes $lG = Ll$ erhalten werden.

Zur Construction der Reflexe von Gegenständen, deren perspectivische Bilder und orthogonale Projectionen auf der Bildfläche gegeben sind, ist aber das folgende Verfahren zweckmäßiger.

Man ziehe $\Omega A_1'' \perp NO$, mache $a''A_1''=\Omega a''$ und verbinde A_1'' mit L''; so ist $A_1''L''$ die orthogonale Projection von LA_1, also die Trace der zur Bildfläche senkrechten Ebene $LA_1L''A_1''$. Die Ebenen $LA_1L''A_1'$ und $NOFF_1$ schneiden sich in der Geraden $\Omega x''G$ und $\Omega x''G$ trifft die LlG, welche zugleich das perspectivische Bild von LA_1 vorstellt, in dem Reflexe G.

Wenn f den Fluchtpunkt von in der Richtung $(L)fA$ einfallenden Lichtstrahlen bildet, so ist G_1 der Reflex von (L). Um G_1 zu erhalten, ist $A_1''x_1 \| \Omega f$ und $fG_1 \perp NO$ bis zum Durchschnitte G_1 mit der zur Bildfläche senkrechten Geraden $\Omega x_1 G_1$ zu ziehen. Es ist nämlich f das perspectivische Bild des leuchtenden Punktes (L); weil dieser aber in unendlicher Entfernung von A sich befindet, so liegt seine orthogonale Projection zwar in der Geraden Ωf, jedoch in unendlicher Entfernung von Ω, und deßhalb ist auch die orthogonale Projection $A_1''x_1$ von $A_1(L)$ parallel mit der orthogonalen Projection Ωf von $A(L)$. Die vorliegende Figur kann durch Drehung um $A\Omega$ in eine solche Lage gebracht werden, in welcher der Spiegel $NOFF_1$ horizontal erscheint; deßhalb gelten die hier angewandten Constructionen auch für horizontale Spiegel.

6. Die verticale Spiegelebene MNO (Taf. I, Fig. 5) schneidet die Bildfläche in NO und die Grundfläche $no\Omega H_1$ in MN.

Man verlängere MN bis F in ΩH_1 und lege FA nach FD. ΩFD ist also der Neigungswinkel des Spiegels gegen die Bildfläche. Ferner ziehe man $ua_1 \| FD$ und $Da_1A_1 \perp DF$. ua_1 ist die in die Bildfläche umgelegte Durchschnittslinie der Horizontebene mit dem Spiegel. Da_1 ist der Abstand des Auges A von MNO und A_1 der Fluchtpunkt der zum Spiegel senkrechten Geraden und zugleich die

Perspective des Spiegelbildes von A. Endlich mache man $a_1A_1 = Da$, ziehe A_1A_1'' und $A_1A_1'M \perp HH_1$ und $\Omega eA_1'$, so ist A_1'' die verticale und A_1' die horizontale Projection von A_1. Die parallel zu MNO durch A_1', also auch durch A_1 gelegte Ebene $M_1N_1O_1$ schneidet die Bildfläche in der Geraden N_1O_1, welche von NO denselben Abstand hat wie der Punkt F. Es ist also $Fu = uv$. Die Trace M_1N_1F trifft die Gerade NO in p. Aus den ähnlichen Dreiecken Fup und FvN_1 folgt:

$$up = \frac{Fu}{Fv} vN_1 = \tfrac{1}{2} vN_1 = \tfrac{1}{2} uN;$$

mithin ist $up = pN$. Weil aber $A_1M \| uN$ ist und A_1' in der Geraden FpA_1' liegt, so ist $A_1A_1' = \frac{up}{uN} A_1M = \frac{1}{2} A_1M$, oder $A_1A_1' = A_1'M$. Die Punkte A_1 und A_1' lassen sich nun sehr vortheilhaft zur Bestimmung der Reflexe von Gegenständen benützen, wenn von diesen die perspectivischen Bilder nebst den horizontalen Projectionen bekannt sind. Um auf diese Weise den Reflex b_1 von dem Punkte b zu bestimmen, dessen horizontale Projection b' ist, ziehe man bA_1, $b'A_1'$ und durch den gemeinschaftlichen Punkt β' von $b'A_1'$ und MN die $\beta'b_1 \perp HH_1$. Oder: Man ziehe $b'A_1$ bis c' (in MN) und $cc' \perp HH_1$ bis c (in bA_1), so ist c der Durchschnittspunkt der zum Spiegel senkrechten Geraden bA_1 mit MNO; ziehe dann $cd \| HH_1$, ferner bdF in beliebiger Richtung, $ce = cd$ und Fe bis bA_1 in b_1 getroffen wird.

7. Ist die Spiegelebene $NOFF_1$ (Taf. I, Fig. 6) unter einem beliebigen Winkel $Dw\Omega = \alpha$ gegen die Bildebene geneigt, so ergibt sich der Fluchtpunkt φ von den Senkrechten zum Spiegel, wenn $\omega\Omega\varphi \perp FF_1$, $\Omega D \| NO \| FF_1$ und $D\varphi \perp D\omega$ bis zum Durchschnitte φ mit $\omega\varphi$ gezogen wird. $L\varphi$ ist also das perspectivische Bild und $L''i \| \omega\varphi$ die verticale Projection des aus L auf die Spiegelebene gefällten Perpendikels. Die Durchschnittslinie ωc der Ebenen $L\varphi L''i''$ und $NOFF_1$ trifft die $L\varphi$ im Punkte l, so daß l Durchschnittspunkt des Perpendikels $L\varphi$ mit dem Spiegel ist.

Trägt man nun auf $\varphi\omega$ das Stück $\varphi T = \varphi D$ und zieht LdT und leT bis zu der Geraden $L''i$, so ist de die wahre Größe von Ll; macht man ferner $ei = ed$ und zieht die Gerade TGi, so ist lG perspectivisch gleich lL und deßhalb G der Reflex von L. Da es sich hier eigentlich nur um Übertragen des mit Ll gleich großen Stückes

lG und nicht um die Bestimmung der Länge von Ll handelt, so kann G auch dadurch gefunden werden, daß man L und l mit einem beliebigen Punkte der $\omega\varphi$, etwa mit Ω verbindet, dann das Stück kh geometrisch gleich macht dem durch die Geraden ΩL und Ωl abgeschnittenen Stücke $L''k$, und nachher die Gerade Ωh zieht, welche die Gerade $L\varphi$ wieder in G trifft. — Auch könnte man statt $L''i''$ eine beliebige mit $\omega\varphi$ parallele Gerade ziehen und dieselbe so wie $L''i''$ gebrauchen.

Oder: Man führe $Ma_1 \| \omega D$, mache $a_1A_1 = Da_1 =$ dem Abstande des Auges A von der Spiegelebene und ziehe $A_1A_1'' \perp \Omega\varphi$, $A_1''xL''$; ferner $\Omega y \| A_1''xL''$ und yxG. $A_1''L''$ bildet die verticale Projection von A_1L, also die Trace der durch die Gerade A_1L senkrecht zur Bildfläche gelegten Ebene $LA_1L''A_1''$, deren Fluchtlinie Ωy ist; yxG bildet aber die Durchschnittslinie der Ebenen $LA_1L''A_1''$ und $NOFF_1$ und muß demnach die Gerade $L\varphi$, welche das perspectivische Bild von LA_1 ist, im Reflexe G von L treffen. Dieses Verfahren ist besonders zweckmäßig zur Bestimmung der Reflexe von Objecten, wenn von diesen die perspectivischen Bilder sammt den orthogonalen Projectionen auf der Bildebene bekannt sind.

Wenn die Einfallsebene $A\varphi L$ um ihre Trace φL in die Bildebene gelegt wird, also A nach ϑ ($\Omega\omega_1\vartheta \perp \varphi L$) $\omega_1\vartheta = \sqrt{\overline{\Omega D}^2 + \overline{\Omega\omega_1}^2}$ und L nach L_2 ($L''L_2 \perp L\varphi$); so kommen die Durchschnittslinien AF_1 und ma der Einfallsebene $A\varphi L$ mit der Fluchtebene AFF_1 und der Ebene $NOFF_1$ nach $F_1\vartheta$ und ma_2 ($\| F_1\vartheta$) zu liegen. $\vartheta a_2 = Da_1$ ist der Abstand des Auges A von dem Spiegel; macht man also $a_2A_2 = a_2\vartheta$ und zieht den Lichtstrahl L_2A_2 und durch den Begegnungspunkt g von L_2A_2 mit ma_2 den Sehstrahl ϑg; so muß letzterer mit φL ebenfalls in dem Reflexe G zusammentreffen.

8. Ist f (Taf. I, Fig. 7) der Fluchtpunkt der in der Richtung $(L)Af$ einfallenden Lichtstrahlen und φ der Fluchtpunkt der zum Spiegel $NOFF_1$ senkrechten Geraden; so ist $f\varphi$ die Fluchtlinie der Einfallsebene AGf. In der Geraden $f\varphi$ befindet sich also der Reflex G von (L). Die zu ωD parallele Gerade N_1a_1 trifft die $D\varphi$ im Punkte a_1, mithin ist Da_1 die wahre Länge des auf die Spiegelebene $NOFF_1$ gefällten Perpendikels Aa. Macht man $a_1A_1 = Da_1$ und zieht $A_1A_1'' \perp \omega\varphi$, so ist A_1'' die verticale Projection vom Spiegelbilde A_1 des Auges A. $A_1''n \| \Omega f$ ist die orthogonale Projection des durch A_1

gehenden Lichtstrahles $A_1 n$. Um den Durchschnittspunkt G des Lichtstrahles $A_1 n$ mit dem Spiegel zu erhalten, lege man durch $A_1 n$ eine beliebige Ebene $nofF_1$, für welche no die Trace und fF_1 die Fluchtlinie ist, und ziehe die Durchschnittslinie $F_1 oG$ der Ebenen $nofF_1$ und $NOFF_1$, bis sie die Gerade $nA_1(f\varphi)$ in G trifft.

Oder: Man ziehe $A_1''x \| \Omega f$, verlängere die Gerade Ωf bis y und die Gerade yx bis G. $A_1''x$ stellt nämlich die Trace und $f\Omega y$ die Fluchtlinie der durch den Lichtstrahl $A_1 n$ senkrecht zur Bildfläche gelegten Ebene $A_1 nA_1''x$ vor.

Der Reflex G kann endlich auch dadurch einfach bestimmt werden, daß man um φf die Einfallsebene $A\varphi f$ sammt ihrer Durchschnittslinie Na (mit dem Spiegel) und dem Lichtstrahle Af in die Bildfläche niederlegt, wo Af nach ϑf und Na nach $Na_2(\|F\vartheta)$ zu liegen kommt $\left(\Omega\omega_1\vartheta \perp \varphi f;\ \omega_1\vartheta = \sqrt{\overline{\Omega D}^2 + \overline{\Omega\omega_1}^2}\right)$. Dann ist noch $\vartheta a_2 A_2 \varphi \perp Na_2$ zu ziehen, $a_2 A_2 = \vartheta a_2$ zu machen, mittelst der zu ϑf Parallelen $A_2 g$ der Punkt g aufzusuchen, und zuletzt der umgelegte Sehstrahl ϑg bis zum Durchschnitte G mit der Geraden φf zu verlängern.

9. Kann die Fluchtlinie der Spiegelebene MNO (Taf. I, Fig. 8) nicht benützt werden, ist aber die Verticaltrace NO und die Horizontaltrace MN des Spiegels MNO bekannt; so läßt sich der Reflex G von L auf folgende Weise bestimmen.

Bekanntlich stehen die orthogonalen Projectionen des Perpendikels Ll zu MNO senkrecht auf den gleichnamigen Tracen von MNO. Zieht man $L''b'$ und $LL' \perp \Omega F$ und dann die zur Bildfläche senkrechte $\Omega b'$ bis L', so ist L' die orthogonale Projection von L auf der Grundebene MNh''. Steht nun $L''h''$ geometrisch senkrecht zu NO und $L'k'F$ perspectivisch senkrecht zu MN, so ist $L''h''$ die orthogonale Projection auf der Bildebene und $L'k'$ die orthogonale Projection auf der Grundebene $Nh''\Omega F$ von dem Perpendikel Ll. Zieht man also $k'k \perp \Omega F$ und $\Omega h''$, so ergeben sich v und h als Durchschnittspunkte des Perpendikels Llh mit der Bildfläche und der Grundebene $Nh''\Omega F$, und folglich ist Lvh das perspectivische Bild des Perpendikels Ll. Die Gerade ik stellt die Durchschnittslinie der durch Ll geführten verticalen Ebene $ik'k$ mit dem Spiegel MNO vor und deßhalb ist l der Durchschnittspunkt des Perpendikels Ll mit dem Spiegel. Nun ist noch das Stück $lG = Ll$ zu machen, zu welchem Behufe man die

Geraden $L\Omega$ und $l\Omega$ zu ziehen, $l'c = L''l'$ zu machen und Ωc bis G zu verlängern hat.

Oder: Es ist durch L (Fig. 9) die auf NO senkrechte Ebene $Mh''L''$ zu legen, für welche $h''L''(\perp NO)$ die Verticaltrace und $Mh''\Omega$ die Horizontaltrace ist. $Mh''L''$ und MNO schneiden sich in der Geraden pM; das Perpendikel LL_1 zu MNO steht also senkrecht auf pM. Durch Umlegen der Ebene $Mh''L''$ in die Bildebene kommt pM nach pM_1 und LL_1 nach $(L)L_1[(M_1h''||\Omega D||L''(L)||NO;\ (L)L_1\perp M_1p$ und $lL_1=l(L)]$. $h''L''$ und die auf $h''L''$ senkrechte Gerade L_1L_1'' treffen sich in der orthogonalen Projection L_1'' des Punktes L_1, dessen perspectivisches Bild bekanntlich G ist. Der fragliche Reflex G von L liegt also im Durchschnitte von den Geraden DL_1 und $\Omega L_1''$. Die Gerade Li geht ebenfalls durch G.

10. MNO (Taf. I, Fig. 10) ist eine gegen die Bildfläche und den Horizont geneigte Spiegelebene, NO ihre Verticaltrace und MN ihre Horizontaltrace.

Man ziehe $O\Omega\varphi \perp NO$, ΩD und $nm_1 \perp O\varphi$, mm_1D und a_1m_1O; dann $D\varphi \perp m_1O$; $a_1A_1 = Da_1$ und $A_1A_1''||NO$. nm_1 und Om_1 sind die um $O\varphi$ niedergelegten Durchschnittslinien der zur Bildfläche senkrechten Ebene $AO\varphi$ mit der Grundebene $Ne\Omega f'$ und dem Spiegel MNO. a_1 ist der umgelegte Durchschnittspunkt des Perpendikels $A\varphi$ zu MNO mit derselben Ebene und A_1 ist das umgelegte Spiegelbild des Auges A. A_1'' ist also die orthogonale Projection und φ die Perspective von dem Spiegelbilde A_1 des Auges A. — $a_1O\varphi$ ist der Neigungswinkel der Spiegelebene mit der Bildfläche. Zieht man $\varphi A_1'd$ und $A_1''e \perp HH_1$, dann $\Omega eA_1'$ bis zum Durchschnitte A_1' mit φd; so ist A_1' die horizontale Projection des Punktes A_1 auf der Ebene MNe. Endlich ziehe man $A_1'c||HH_1$ und $cd||NO$ bis φd in d getroffen wird, so ist d der Durchschnittspunkt der durch A_1 gezogenen verticalen Geraden A_1d mit dem Spiegel MNO.

Die Punkte A_1' und d können nun mit großem Vortheile zur Bestimmung der Reflexe von Objecten benützt werden, wenn von letzteren das perspectivische Bild und die horizontale Projection auf der Grundebene MNe gegeben sind. Um z. B. den Reflex G vom Punkte L, dessen horizontale Projection L' ist, zu bestimmen, lege man durch die zwei Parallelen $A_1'd$ und LL' eine Ebene, welche offenbar auch die Gerade A_1L enthält, die Ebene MNe in $A_1'L'$ und MNO in id trifft. $L\varphi$ und id schneiden sich aber in dem Reflexe G von L.

Bei paralleler in der Richtung $(L)Af$ einfallender Beleuchtung ergibt sich der Reflex G_1 von (L) auf dieselbe Weise. Man ziehe $ff' \perp HH_1$, so ist f' die horizontale Projection von (L), somit $f'A'_1$ die Durchschnittslinie der parallel zu Af durch A_1, also auch durch (L) gelegten Verticalebene A_1dff' mit $MNe.f'A'_1$ und MN treffen sich wieder in t, die Ebenen A_1dff' und MNO in dt und endlich die Geraden dt und $f\varphi$ in G_1.

11. Liegt der beobachtete Punkt L (Taf. I, Fig. 11) in der Ebene nn_1fF_1, und ist $NOFF_1$ der Spiegel so wie φ der Fluchtpunkt von zum Spiegel senkrechten Geraden, und kann L'' nicht benützt werden; so lege man durch die Gerade, $L\varphi$ eine beliebige Ebene, am einfachsten die zur Bildfläche senkrechte Ln_1o_1, für welche n_1o_1 die Trace und $\varphi\Omega F$ die Fluchtlinie ist. $\varphi\Omega F$ und fF_1 schneiden sich in f, weßhalb Lf die Durchschnittslinie der Ebenen Ln_1o_1 und nn_1fF_1 bildet. n_1 ist der Durchschnittspunkt der Geraden Lf mit der Bildfläche. Die Ebenen $NOFF_1$ und no_1fF_1 schneiden sich in der Geraden F_1d. Die Gerade Lf trifft die Durchschnittslinie cdF_1 im Punkte c und die Fluchtlinien $\varphi\Omega F$ und FF_1 schneiden sich in F; daher ist Fcl die Durchschnittslinie der Ebenen $L\varphi F$ und $NOFF_1$ und der gemeinschaftliche Punkt l der Geraden $L\varphi$ und Fc ist zugleich Durchschnittspunkt der $L\varphi$ mit dem Spiegel.

Um nun den Reflex G von L zu finden, hat man noch lG perspectivisch gleich Ll zu machen. Man ziehe LF bis die mit φF parallele Gerade n_1o_1, welche die lF in o_1 schneidet, in dem Punkte p getroffen wird, mache $o_1q = o_1p$ und ziehe dann FqG bis G in $L\varphi$. Statt F kann eben so gut ein beliebiger Punkt der φF zum Übertragen des Stückes Ll nach lG benützt werden.

b) Reflexe von Geraden.

12. Das Spiegelbild b_1c_1 einer Geraden bc ist durch die Angabe der Endpunkte b_1 und c_1 bestimmt. Die Geraden bb_1 und cc_1 stehen senkrecht zu der Spiegelebene, treffen dieselbe in den Punkten β und γ und es ist $b\beta = \beta b_1$ und $c\gamma = \gamma c_1$. Hieraus ergeben sich die Sätze:

1. Die beobachtete Gerade bc und ihr Spiegelbild b_1c_1 liegen in einer zum Spiegel senkrechten Ebene, treffen sich in einem Punkte der Spiegelebene und

schließen mit der Geraden $\beta\gamma$, folglich auch mit dem Spiegel, gleiche Neigungswinkel ein. bc und b_1c_1 haben also eine symmetrische Lage gegen $\beta\gamma$ und den Spiegel.

2. Die Fluchtpunkte von bc und b_1c_1 liegen in der Fluchtlinie der Ebene, welche durch bc senkrecht auf den Spiegel gelegt werden kann.

3. Das Spiegelbild b_1c_1 einer mit dem Spiegel parallelen Geraden bc ist parallel mit bc. b_1c_1 und bc haben also denselben Fluchtpunkt, welcher selbstverständlich in der Fluchtlinie des Spiegels liegt.

4. Das Spiegelbild b_1c_1 einer zum Spiegel senkrechten Geraden bc liegt in der Verlängerung der bc.

5. Das Spiegelbild b_1c_1 einer durch das Spiegelbild A_1 des Auges A gezogenen Geraden bc, geht in der Verlängerung durch A, erscheint also dem Auge A als ein Punkt.

Weil aber die Durchschnittspunkte b_1, c_1 der Geraden bA_1 und cA_1 mit den Reflexen von b und c zusammenfallen, so gilt auch der Satz:

6. Der Reflex einer Geraden bc bildet im Allgemeinen die Durchschnittslinie b_1c_1 des Spiegels mit der durch die Gerade bc und das Spiegelbild A_1 des Auges A gelegten Ebene. Wenn aber die beobachtete Gerade bc durch A_1 geht, so bildet ihren Reflex der Durchschnittspunkt der Geraden bcA_1 mit dem Spiegel.

In perspectivischen Darstellungen fallen die Spiegelbilder mit den Reflexen derselben Punkte zusammen; folglich können die hier angeführten Sätze zu der Construction der Spiegelbilder sowohl, als auch der Reflexe von Geraden gleich vortheilhaft benützt werden. Es darf jedoch nicht vergessen werden, daß Reflex und Spiegelbild von einer Geraden eigentlich zwei verschiedene Gerade sind, mithin auch in der Regel zwei verschiedene orthogonale Projectionen haben.

13. NO (Taf. I, Fig. 12) ist die Trace, FF_1 die Fluchtlinie der Spiegelebene NOF. Die beobachtete Gerade bcF_2 trifft die Bildebene in c und verschwindet in F_2. φ ist der Fluchtpunkt der zum Spiegel senkrechten Geraden, mithin φF_2 die Fluchtlinie und die durch c parallel mit φF_2 gezogene Gerade no die Trace der durch bF_2 senkrecht zum Spiegel gelegten Ebene $b\varphi F_2$. Diese Ebene $b\varphi F_2$

schneidet den Spiegel in der Geraden nF_1 und die Geraden nF_1 und bF_2 schneiden sich in b; folglich ist b Durchschnittspunkt der bF_2 mit dem Spiegel und F_1bF_2 das perspectivische Bild des Neigungswinkels der bF_2 mit dem Spiegel.

Man lege um φF_2 die Sehstrahlen AF_2 und AF_1 in die Bildebene nach ϑF_2 und ϑF_1 nieder $\left(\Omega\omega_1\vartheta \perp \varphi F_2;\ \omega_1\vartheta = \sqrt{\Omega D^2 + \Omega\omega_1^2}\right)$, wodurch $F_1\vartheta F_2$ als wahre Größe des Neigungswinkels F_1bF_2 erhalten wird. Ferner ziehe man die Gerade ϑF_4 unter dem Winkel $F_2\vartheta F_4 = F_1\vartheta F_2$ und dann bF_4, so ist F_4 Fluchtpunkt von dem fraglichen Reflexe bc_1F_4.

Sollte b außerhalb der Zeichnungsfläche fallen, so kann ein zweiter Punkt des Reflexes z. B. c_1 von c nach einer der oben erörterten Methoden dargestellt werden.

Oder: Man bestimme die orthogonale Projection A_1'' (Taf. I, Fig. 12) ($pa_1 \| \omega D$; $a_1A_1 = Da_1$; $A_1A_1'' \perp \omega\varphi$) und das perspectivische Bild φ vom Spiegelbilde A_1 des Auges A und ziehe $A_1''n_1 \| \Omega F_2$ bis φF_2 in n_1 getroffen wird; so ist n_1 der Durchschnittspunkt der mit bc parallelen Geraden A_1F_2 mit der Bildebene; denn es ist $A_1''n_1$ die orthogonale Projection und φF_2 das perspectivische Bild von A_1F_2. Ferner ziehe man die Trace n_1c und die mit n_1c parallele Fluchtlinie F_2F_3 der durch bc und A_1 gelegten Ebene. Es schneiden sich die Tracen n_1c und NO in i, und die Fluchtlinien F_2F_3 und FF_3 in F_3. Die Durchschnittslinie F_3ib der Ebene bcA_1 mit dem Spiegel bildet sofort den Reflex von der Geraden bcF_2. Endlich sind noch durch die Endpunkte d und e die Geraden $d\varphi$ und $e\varphi$ zu ziehen, bis b_1F_1 in d_1 und e_1 getroffen wird.

c) Reflexe von Polygonen und Curven.

14. Wenn sich die zwei Geraden bu und bv in b schneiden, so schneiden sich auch ihre Spiegelbilder b_1u und b_1v in b_1, und es kann sowohl durch bu und bv als auch durch b_1u und b_1v eine Ebene gelegt werden. Jeder Punkt p der Ebene buv hat sein Spiegelbild p_1 in der Ebene b_1uv; denn zieht man durch p die Gerade pq, welche die Geraden bu und bv schneidet; so muß auch das Spiegelbild p_1q_1 die Geraden b_1u und b_1v schneiden. Die Ebene b_1uv ist also das Spiegelbild der Ebene buv. Nun treffen sich die Geraden bu und b_1u in u, und die Geraden bv und b_1v in v, und zwar liegen u und v in

der Spiegelebene; folglich schneiden sich auch die Ebenen *buv* und b_1uv in einer Geraden *uv* des Spiegels. Wird in der Ebene *buv* eine Gerade *ef* senkrecht zu *uv* gezogen, so steht auch das Spiegelbild e_1f_1 senkrecht auf *uv*.

Die Neigungswinkel α und α_1 der Geraden *ef* und e_1f_1 gegen den Spiegel sind einander gleich und bilden zugleich die Neigungswinkel der Ebenen *buv* und b_1uv gegen den Spiegel, deßhalb haben auch die Ebenen *buv* und b_1uv gleiche Neigung gegen den Spiegel.

Demnach lassen sich die zur Bestimmung der Reflexe von ebenen Polygonen erforderlichen Constructionen in folgende zwei Sätze zusammenfassen:

1. Man bestimme die Durchschnittslinie *uv* und den Neigungswinkel α der Ebene *E* des Polygones *bcd*... mit dem Spiegel und lege durch *uv* eine Ebene E_1, welche mit dem Spiegel den Winkel α einschließt. Ferner ziehe man durch die Eckpunkte des Polygones *bcd*... die zum Spiegel senkrechten Geraden bb_1, cc_1..., bestimme ihre Durchschnittspunkte b_1, c_1... mit der Ebene E_1 und verbinde dieselben entsprechend mit einander. Deßhalb erscheint das Spiegelbild $b_1c_1d_1$... des Polygones *bcd*... als Durchschnitt der Ebene E_1 mit dem zum Spiegel senkrechten Prisma *bcd*...$b_1c_1d_1$.., dessen Endfläche *bcde*.. ist.

2. Man construire das Spiegelbild A_1 des Auges *A*, verbinde diesen Punkt A_1 mit den Endpunkten des Polygones *bcd*..., bestimme die Durchschnittspunkte b_1, c_1 .. der Geraden A_1b, A_1c... mit dem Spiegel und verbinde dieselben entsprechend mit einander. Hier erscheint der Reflex b_1 c_1 d_1... von dem Polygone *bcd*... als Durchschnitt des Spiegels mit der Pyramide A_1bcd..., deren Spitze A_1 ist.

Da eine Ebene durch Angabe einer Geraden und eines Punktes bestimmt ist, so genügt in vielen Fällen zur Bestimmung des Spiegelbildes E_1 der Polygonebene *E* die Kenntniß der Durchschnittslinie *uv* (der Polygonebene mit dem Spiegel) und eines in E_1 gelegenen Punktes. Es ist also nicht immer nothwendig, den Neigungswinkel α, welchen die Polygonebene mit dem Spiegel einschließt, zu bestimmen und die Trace und Fluchtlinie von E_1 darzustellen.

15. Die Ebene des Polygones *abcde* (Taf. I, Fig. 13) trifft die Spiegelebene in der Geraden *uv*. φ ist der Fluchtpunkt der zum Spiegel senkrechten Geraden und b_1 das Spiegelbild von b, welches auf gewöhnliche Weise erhalten wurde.

Man ziehe bc, bis uv in q getroffen wird, und verbinde q mit b_1 und c mit φ. Die Geraden qb_1 und $c\varphi$ schneiden sich in c_1, und b_1c_1 ist sofort der Reflex von bc. Wenn aber der Punkt q nicht benützt werden kann, so ziehe man die beliebigen Geraden br und cs, welche sich in α treffen, ferner b_1r und $\alpha\alpha_1\varphi$ und endlich $s\alpha_1$ bis zum Durchschnitte c_1 mit $c\varphi$.

Sobald zwei Punkte des Reflexes bestimmt sind, können die übrigen Punkte auch auf folgende Weise dargestellt werden.

Man ziehe z. B. durch d eine beliebige Gerade, welche bc selbst oder ihre Verlängerung in β und die uv in t trifft, verbinde β und d mit φ, den Reflex β_1 von β mit t; so schneiden sich die Geraden β_1t und $d\varphi$ in dem Reflexe d_1 von d. ar und bu schneiden sich in γ, b_1u und $\gamma\varphi$ in γ_1, endlich $a\varphi$ und $r\gamma_1$ in a_1.

Sehr einfach und genau ergeben sich die Punkte des Reflexes durch Benützung zweier Punkte P und Q der Ebene des Polygones *abcde* und der diesen Punkten entsprechenden Reflexe P_1 und Q_1.— Werden z. B. die Geraden Pd und Qd gezogen, bis sie die Gerade uv in den Punkten p und t treffen, und dann ihre Reflexe P_1p und Q_1t dargestellt; so schneiden sich letztere wieder in dem Reflexe d_1 von d. Dieses Verfahren läßt sich eben so vortheilhaft zum Zeichnen symmetrischer Objecte benützen, wenn nämlich die Symmetrieebenen als Spiegel betrachtet werden.

16. Da Curven als Polygone mit verschwindend kleinen Seiten gedacht werden können, so lassen sich die Reflexe von ebenen Curven auf dieselbe Weise wie die Reflexe von ebenen Polygonen construiren. Man hat nämlich zuerst eine Reihe von Punkten der Reflexcurve, wie in Fig. 13 zu bestimmen und dann dieselben entsprechend zu verbinden. Um die Reflexcurve genau ziehen zu können, ist es jedoch nothwendig, auch die Tangenten, in den gefundenen Punkten der Reflexcurve anzugeben; was sehr leicht geschehen kann, indem je zwei gleichnamige Tangenten wie z. B. bx und b_1x sich in einem Punkte der uv treffen. Um die Tangente b_1x im Punkte b_1 der Reflexcurve $b_1c_1\ldots$ zu erhalten, hat man zuerst die Tangente bx im Punkte b der beobachteten Curve $bc\ldots$ bis zum Durchschnitte x mit uv zu

und dann x mit b_1 zu verbinden. Erfolgt der Durchschnitt der
n bx und uv nicht auf der Zeichnungsfläche, oder fällt der-
ngünstig aus; so ist der Reflex eines zweiten Punktes der Tan-
bx zu construiren und dieser mit b_1 zu verbinden. Es versteht
on selbst, daß der Reflex einer mit uv geometrisch parallelen
nte der Curve bc auch mit uv parallel ist, daß also in diesem
die Bestimmung eines zweiten Punktes der Reflextangente nicht
lerlich ist. (Siehe Art. 19.)

17. Die Reflexe von nicht ebenen Polygonen können nach dem
t. 14 unter 2. angeführtem Verfahren dargestellt werden; denn der
x eines nicht ebenen Polygones bcd.. erscheint ebenfalls als
hschnitt $b_1c_1d_1$.. des Spiegels mit einer Pyramide, deren Spitze
Spiegelbild A_1 des Auges A ist und deren Kanten durch die
en des Polygones bcd.. gehen. Allein der Durchschnitt $b_1c_1d_1$...
n nicht so einfach wie zuvor ermittelt werden, weil die Gerade
welche dort zur Vereinfachung der Construction benützt werden
nte, hier nicht vorhanden ist.

Zuweilen ist es zweckmäßiger, den Reflex eines nicht ebenen
lygones nicht auf die besprochene Weise zu bestimmen, sondern
r Reihe nach die Spiegelbilder der Polygonseiten darzustellen.

18. Der Reflex $b_1c_1d_1$ .. einer nicht ebenen Curve bcd...
gibt sich wieder als Durchschnitt des Spiegels mit einem Kegel,
ssen Spitze das Spiegelbild A_1 des Auges A und dessen Leitlinie
ie Curve bcd.. ist. Je zwei zusammengehörige Tangenten, wie bx
on bcd.. und b_1x von $b_1c_1d_1$.. liegen in einer berührenden Ebene
es bezüglichen Kegels; sie müssen daher entweder sich schneiden
der parallel sein; weil aber b_1x in der Spiegelebene liegt, so erfolgt
der Durchschnitt stets in der Spiegelebene. Zieht man also an die
Curve bcd.. eine Tangente bx, bis sie den Spiegel in x schneidet und
verbindet x mit b_1; so ist der Reflex b_1x von bx Tangente an die
Curve $b_1c_1d_1$... Schneidet die Tangente bx die Spiegelebene außer-
halb der Zeichnungsfläche, so hat man den Reflex eines zweiten
Punktes von bx zu bestimmen und diesen mit b_1 zu verbinden. Findet
man die Tangente bx parallel mit dem Spiegel, so ist auch ihr
Reflex b_1x mit der Geraden bx parallel.

Um das Spiegelbild $b_1c_1d_1$ einer nicht ebenen Curve bcd zu
erhalten, hat man zuerst das Spiegelbild eines der beobachteten Curve
eingeschriebenen Polygones zu bestimmen und dann durch dessen

Eckpunkte b_1, c_1, d_1 ... eine entsprechende Curve $b_1c_1d_1$ ... zu ziehen. Um eine größere Genauigkeit zu erzielen, ist es aber nothwendig, auch einige Tangenten der Curve $b_1c_1d_1$.. darzustellen. Diese Tangenten lassen sich eben so einfach wie an die Reflexcurve ziehen, weil wieder je zwei zusammengehörige Tangenten, wie z. B. bx und b_1x sich in der Spiegelebene treffen.

19. In Taf. I, Fig. 14, stellt die Bildfläche den Spiegel vor. Die Augendistanz ist beliebig groß.

Die Curve $b'c'd'e'$ liegt in der horizontalen Ebene $NOHH_1$, welche die Bildfläche in der Geraden NO schneidet, und ist zugleich die orthogonale Projection der nicht ebenen Curve cde... Die Curven $b'_1c'_1d'_1$ ... und $c_1d_1e_1$ sind die Reflexe von $b'c'd'$ ... und cde, und zwar ist selbstverständlich $c'_1d'_1e'_1$ ... wieder die horizontale Projection von $c_1d_1e_1$ ...

Hier läßt sich das in Fig. 2 benützte Verfahren mit Vortheil anwenden. Errichtet man $\Omega u \perp HH_1$, halbirt Ωu in A'_1, und zieht dann $e'A'_1$ bis ε, ferner $e'\Omega$ und $\varepsilon e'_1 \perp NO$ bis e'_1; so ist e'_1 der Reflex von dem Punkte e' u. s. w.

Oder: Man wähle in der Grundebene $NOHH_1$ zwei Punkt P und Q und bestimme ihre Reflexe P_1 und Q_1 wie zuvor e'_1; dann ziehe man durch den beliebigen Punkt c' die Geraden Pc' und Qc', bis die Grundlinie NO in p und q getroffen wird und verbinde q mit Q_1 und p mit P_1; so schneiden sich die Geraden pP_1 und qQ_1 wieder in dem Reflex c'_1 von c' u. s. w. Durch den beliebigen Punkt d' ziehe man die Tangente $d'x'$ der Curve $b'c'd'$, bis sie die Grundlinie NO in x' trifft und verbinde diesen Punkt x' mit d'_1; so ist d'_1x' Tangente im Punkte d'_1 der Curve $b'_1c'_1d'_1$.. Auf diese Weise können beliebige Punkte und Tangenten der Curve $b'_1c'_1d'_1$ dargestellt werden.

Die Punkte des Reflexes $c_1d_1e_1$ können aber mit oder ohne Benützung von $b'_1c'_1d'_1$ construirt werden. Da nämlich $c'_1d'_1e'_1$ die horizontale Projection von $c_1d_1e_1$.. ist, so liegt der Reflex z. B. d_1 von d in der verticalen Geraden d'_1d_1; weil aber d_1 auch in der Geraden $dd_1\Omega$ liegen muß, so bildet der Durchschnittspunkt d_1 der Geraden d'_1d_1 und $dd_1\Omega$ den Reflex von d.

Der Reflex d_1 von d liegt aber auch im Durchschnitte der Geraden dA_1 mit der Spiegelebene. Nun ist $d\Omega$ das perspectivische Bild, $d'A'_1$ die horizontale Projection von dA_1, und $d'A'_1$ trifft die Grundlinie NO in δ; folglich ist δ die horizontale Projection von d_1.

Zieht man also $\delta d_1 \perp NO$ bis die Gerade $dd_1\Omega$ in d_1 getroffen wird, so ist d_1 der Reflex von d. Strenge genommen ist d_1' die horizontale Projection von dem Spiegelbilde und δ die horizontale Projection von dem Reflexe des Punktes d; weil aber das Spiegelbild und der Reflex desselben Punktes nur eine Perspective haben, so können sie in perspectivischen Darstellungen sich gegenseitig ersetzen.

Man ziehe die Tangente dx und die ihr zugehörige horizontale Projection $d'x'$, welche wieder Tangente der Curve $b'c'd'$.. ist, ferner im Durchschnittspunkte x' der $d'x'$ mit der Grundlinie NO die $x'x \perp NO$, bis die Gerade dx in x getroffen wird. Dann verbinde man x mit d_1, wodurch xd_1 als Tangente der Curve $b_1c_1d_1$ erhalten wird. Die Tangenten dx und $d'x'$ schneiden sich in dem Punkte y' und die Tangenten d_1x und $d_1'x'$ in dem Reflexe y' von y'. Man kann also die Tangente xd_1 auch dadurch bestimmen, daß man zuerst y' und y_1' darstellt und dann y_1' mit d_1 geradlinig verbindet.

d) Reflexe von Körpern.

20. Der Reflex eines von Ebenen begrenzten Körpers K ist durch die Angabe der Reflexe der den Körper begrenzenden Kanten vollkommen bestimmt. Bei einem solchen Körper sind die Kanten, deren Reflexe den Umriß des Reflexes von K bilden, im Voraus bestimmt.

Der Umriß des Reflexes von einem Körper mit krummer Oberfläche ist im Allgemeinen aber eine Curve C_1, welche den Reflex einer auf dem Körper befindlichen Curve C bildet. Diese Curve C erscheint als Berührungslinie des beobachteten Körpers mit dem diesen Körper umhüllenden Kegel A_1C, dessen Spitze das Spiegelbild A_1 des Auges A ist. Der Durchschnitt des Kegels A_1C mit dem Spiegel bildet den Reflex C_1 von C.

Die einzelnen Punkte von C und C_1 können auf folgende Weise ermittelt werden.

Durch A_1 ist eine Ebene zu legen, welche die Oberfläche des Körpers in der Curve bc.. schneidet und an die Curve bc.. sind die Tangenten A_1b und A_1c zu ziehen, welche die Curve bc.. in b und c berühren und den Spiegel in b_1 und c_1 treffen. Es gehören dann die Punkte b, c... der Curve C und b_1, c_1... der Curve C_1 an.

Bei abwickelbaren Flächen ergeben sich statt der Curven C und C_1 gerade Linien.

Ist der beobachtete Körper von ebenen und krummen Flächen, oder von mehreren krummen Flächen begrenzt, so sind außer den Reflexen der geraden und krummen Kanten auch noch die Reflexe der krummen Begrenzungsflächen des Körpers, wie zuvor angegeben wurde, darzustellen.

Zuweilen ist es zweckmäßiger, das Spiegelbild eines Körpers für sich allein, nämlich als selbstständiges Object, ohne Benützung der Perspective des bezüglichen Körpers zu zeichnen. So kann z. B. das Spiegelbild einer Kugel K vom Halbmesser r, deren Mittelpunkt o ist, sehr einfach bestimmt werden, indem das Spiegelbild o_1 von o construirt und dann eine Kugel K_1 mit dem Halbmesser r und mit dem Mittelpunkte o_1 dargestellt wird. K_1 ist dann das Spiegelbild von K. Auf diese Art lassen sich auch die Reflexe von Rotationsflächen und den meisten Flächen zweiter Ordnung u. s. w. einfacher, als mit directer Benützung der perspectivischen Bilder der betreffenden Flächen darstellen.

Hat ein Object eine solche Lage gegen den Spiegel, daß der Beobachter zwar das Spiegelbild, aber nicht das Object selbst sieht; so ist das Spiegelbild ebenfalls als ein selbstständiges, nämlich ohne Benützung des perspectivischen Bildes des Objectes zu zeichnen.

21. In Taf. I, Fig. 15 stellt die Bildfläche den Spiegel vor. Das Object $hik..rs$ liegt mit der Ebene hik auf der Grundfläche $NOHH_1$. Die oberste Fläche qrs ist mit hik parallel. Die Ebenen $hin(\parallel pok)$ und $hqp(\parallel rik)$ sind vertical; die Ebenen mnr und sop haben aber gegen die Grundfläche eine gleiche Neigung.

$\Omega u(\perp NO)$; $\Omega A'_1 = A'_1 u . A'_1$ ist die Perspective der horizontalen Projection des Spiegelbildes A_1 von dem Auge A. (Siehe Art. 3 und Fig. 2.) Die Reflexe $k_1 \ldots$ von den in der Grundfläche befindlichen Punkten $k..$, ergeben sich wie G in Fig. 2. Man ziehe $k\Omega$, kA'_1 und $\alpha k_1 \perp NO$ u. s. w. Da k zugleich die horizontale Projection von o ist, so liegt der Reflex o_1 von o im Durchschnitte der beiden Geraden $o\Omega$ und αk_1.

Es treffen sich die Geraden hi und $h_1 i_1$ in ω und mn, $m_1 n_1$ in $v . \omega v \perp NO$. Die Geraden hi, kl, mn, op, qr, st vereinigen sich in dem Fluchtpunkte F auf der Horizontlinie und ihre Reflexe $h_1 i_1 \ldots . s_1 t_1$ in F_1, und es ist $\Omega F = \Omega F_1$. Ferner liegt der Fluchtpunkt der Geraden ik, hl, no, rs, $qt \ldots$ in F_2 und jener ihrer Reflexe $i_1 k_1 \ldots q_1 t_1 \ldots$ in F_2 und es ist wieder $\Omega F_2 = \Omega F_3$. Die gegen

die Horizontebene gleichgeneigten Geraden *mq*, *nr*, *so*... und ihre Reflexe haben die Fluchtpunkte f_1, f_2, f_3, f_4 in den verticalen Fluchtlinien f_1f_2 und f_3f_4 der Ebenen *rik* und $r_1i_1k_1$, und zwar stehen die Fluchtlinien von Ω und die Fluchtpunkte von der Horizontlinie HH_1 gleich weit ab. Fallen die genannten Fluchtpunkte auf die Zeichnungsfläche, so können durch Benützung derselben die Reflexe nicht nur viel schneller, sondern auch genauer als sonst dargestellt werden.

22. Die Spiegelebene *MNO* (Taf. II, Fig. 16) ist vertical, jedoch gegen die Bildfläche unter dem Winkel $DF\Omega$ ($\Omega F \perp NO$) geneigt. *MNF* ist die Durchschnittslinie des Spiegels mit der horizontalen Ebene MN_1O_1, für welche N_1O_1 die Trace und $F\Omega\varphi$ die Fluchtlinie bildet. In der Ebene MN_1O_1 liegt die Fläche *bcde* des beobachteten Trägers *bcem*. $mpq \| bce$; $bp \| cq \| eg \| df \| NO$.

φ ($D\varphi \perp DF$) ist der Fluchtpunkt der zum Spiegel senkrechten Geraden und zugleich die Perspective des Spiegelbildes A_1 von dem Auge A. Die orthogonale Projection A'_1 von A_1 auf der Ebene MN_1O_1 halbirt die verticale Gerade $M\varphi$. (Siehe Art. 6, Fig. 5.)

Zieht man durch den beliebigen Punkt u die Gerade $uu' \perp F\varphi$ bis sie bd in u' schneidet, so ist u' die orthogonale Projection von u auf der Ebene MN_1O_1. $u'A'_1$ ist die orthogonale Projection von uA_1 auf derselben Ebene MN_1O_1. Um also den Reflex u_1 von u zu erhalten, hat man $au_1 \perp F\Omega$ zu ziehen, bis das perspectivische Bild $u\varphi$ von uA_1 in u_1 getroffen wird. Oder: Man ziehe b_1d_1 und $u'\varphi$ bis u'_1; ferner $u'_1u_1 \| uu'$ und $uu_1\varphi$ bis letztere Gerade die u'_1u_1 in u_1 schneidet. Auf diese Art kann jeder Punkt des Reflexes $b_1d_1u_1p_1$ von *bdup* construirt werden. Verlängert man die Geraden *db*, *fh*, *km* und *mp*, bis die Durchschnittslinie *sw* der Spiegelebene und der Ebene *bdk* in den Punkten *t*....*w* getroffen wird; so gehen durch diese Punkte auch die bezüglichen Reflexe b_1d_1, h_1f_1, k_1m_1 und m_1p_1. Die Geraden b_1p_1, d_1f_1 sind mit *tw* parallel, weil *bp*, *df* mit *tw* parallel sind.

Jeder in der Ebene *ecn* befindliche Punkt hat seine orthogonale Projection auf der Ebene MN_1O_1 in der Geraden *ce*, und jede in der Ebene *ecn* befindliche Gerade und ihr Reflex treffen sich wieder in der Durchschnittslinie *xy* des Spiegels mit der Ebene *ecn*. Diese Umstände können nun wieder zur Vereinfachung der Construction der Reflexe aller in der Ebene *ecn* befindlichen Punkte benützt werden.

F_1 ist der Fluchtpunkt von den Geraden db, ec, mp, nq; F_1DF ist also der Neigungswinkel der horizontalen Geraden db, ec, mp, nq mit dem Spiegel. Macht man nun $> FDF_x = 180 — F_1DF$ und verlängert DF_x bis die Horizontlinie $\Omega\varphi$ in F_x geschnitten wird, so ist F_x der Fluchtpunkt der Reflexe b_1d_1, c_1e_1, m_1p_1 und n_1q_1.

F_y ist wieder der Fluchtpunkt von den Geraden bc, de, . . pq, und FDF_y ist der Neigungswinkel dieser Geraden mit der Spiegelebene. Macht man also $> F_2DF = FDF_y$, so ist F_2 der Fluchtpunkt der Reflexe b_1c_1, d_1e_1 . . . p_1q_1. Die Fluchtpunkte (f_1) und (f_2) der gegen den Horizont und die Bildfläche geneigten Geraden fh, ig und km, ln, so wie die Fluchtpunkte (f_3) und (f_4) der Reflexe f_1h_1, i_1g_1 und k_1m_1, l_1n_1 liegen in den verticalen Fluchtlinien $(f_1f_2)F_1$ und $(f_3f_4)F_2$ der Ebenen bdm und $b_1d_1m_1$.

Werden die Reflexe P_1 und R_1 zweier beliebiger Punkte P und R der Ebene bdp dargestellt, so lassen sich dieselben mit Vortheil zur Bestimmung der Reflexe der in der Ebene bdp befindlichen Punkte benützen. Um z. B. den Reflex u_1 des Punktes u zu erhalten, sind die Geraden Pu und Ru bis r und s (in der Durchschnittslinie tw der Ebene bdp mit dem Spiegel) und dann die Reflexe P_1r und R_1s von den Geraden Pr und Rs zu ziehen, welche sich sofort in dem Reflexe u_1 von u schneiden. Um aber die Reflexe der in der Ebene ecq befindlichen Punkte des Objectes zu finden, hat man wieder die Durchschnittslinie xy des Spiegels mit der Ebene ecq und die Reflexe π_1 und ρ_1 zweier entsprechender Punkte π und ρ der Ebene ecq, so wie zuvor tw, P, R, P_1 und R_1 zu gebrauchen.

Daß dieses Verfahren eben so zweckmäßig zum Zeichnen symmetrischer Objecte benützt werden kann, indem sich die Ebenen der Symmetrie, so wie hier der Spiegel gebrauchen lassen, braucht wohl nicht erst besonders hervorgehoben zu werden.

23. Die Spiegelebene MNO (Taf. II, Fig. 17) ist gegen die Bildfläche sowohl, als auch gegen die Horizontebene geneigt. $a'b'c's'$ ist die orthogonale Projection der Pyramide $abcs$ auf der Grundebene MNe. φ ist der Fluchtpunkt von den zum Spiegel MNO senkrechten Geraden. $\Omega\varphi \perp NO$.

Die Punkte φ, A_1', d und die Reflexe a_1, b_1, c_1, s_1 der Eckpunkte a, b, c, s der Pyramide $abcs$ sind nach dem im Art. 10 entwickelten Verfahren dargestellt worden.

24. *no* (Taf. II, Fig. 18) stellt die Trace und FF_1 die Fluchtlinie des Spiegels, ferner *NO* die Trace und $\omega_1 F_1$ die Fluchtlinie der Ebene der Basis *bce* der achtseitigen Pyramide *bceiklms* vor. Die Axe *sp* der Pyramide steht senkrecht zur Basis *bce*. $F_1 d$ bildet die Durchschnittslinie der beiden Ebenen $noFF_1$ und $NO\omega_1 F_1$. φ ist der Fluchtpunkt der zum Spiegel senkrechten Geraden. $\omega\Omega\varphi \perp \omega F_1$; $\Omega D \| \omega F_1$; $D\varphi \perp D\omega$.

Die Basiskanten *bc, ei, kl, mn* treffen sich in den Punkten α, β, γ, δ. Der Reflex δ_1 von δ ist auf die im Art. 11 angegebene Weise dargestellt worden. Man ziehe $\delta\gamma$ bis zur Durchschnittslinie $F_1 d$ und durch den sich ergebenden Punkt u die Gerade $u\delta_1$, ferner die Geraden $\gamma\varphi$, $m\varphi$ und $n\varphi$ bis $u\delta_1$ in den Punkten γ_1, m_1 und n_1 getroffen wird; so ist $\gamma_1\delta_1$ der Reflex von $\gamma\delta$ und $m_1 n_1$ jener von mn. Auf dieselbe Weise sind die Reflexe $\gamma_1\beta_1$, $\beta_1\alpha_1$, $\delta_1\alpha_1$ und die in denselben liegenden Punkte l_1, k_1, i_1, e_1, c_1 und b_1 dargestellt worden. p liegt im Durchschnitte der Diagonalen $\alpha\gamma$ und $\beta\delta$, mithin p_1 wieder im Durchschnitte der Geraden $\alpha_1\gamma_1$ und $\beta_1\delta_1$. $\varphi_1(\omega_1\Omega\varphi_1 \perp \omega_1 F_1$. $\Omega D_1 \| \omega_1 F_1$; $\varphi_1 D_1 \perp D_1\omega_1)$ ist der Fluchtpunkt von zur Ebene *mNO* senkrechten Geraden, also auch von *ps* und die Gerade $\varphi\varphi_1(\perp \Omega F_1)$ ist die Fluchtlinie der auf der Durchschnittslinie vF_1 senkrechten Ebene. Legt man die Ebene $A\varphi\varphi_1$ um ihre Trace, d. i. um die Fluchtlinie $\varphi\varphi_1$ in die Bildebene, so kommt A nach Δ in die Gerade ΩF_1, φA und $\varphi_1 A$ kommen nach $\varphi\Delta$ und $\varphi_1\Delta$ zu liegen, und es ist $\varphi\Delta\varphi_1$ der Neigungswinkel der Geraden $A\varphi$ mit der zu dem Spiegel Senkrechten $A\varphi$. Macht man daher $\varphi\Delta\varphi_2 = 180 - \varphi\Delta\varphi_1$ und zieht $\Delta\varphi_2$ bis die Fluchtlinie $\varphi\varphi_1$ in φ_2 getroffen wird; so ist φ_2 der Fluchtpunkt der Reflexe von zu der Ebene $NO\omega_1 F_1$ senkrechten Geraden, also auch von dem Reflexe $p_1 s_1$. Zieht man die Gerade $\varphi_2 p_1 s_1$, bis $s\varphi$ in dem Punkte s_1 geschnitten wird, so ist s_1 der Reflex von s.

B. Reflexe von Punkten auf Geraden.

25. Der Reflex G von L auf der Ebene E (Taf. I, Fig. 1) ist zugleich Reflex von L auf jeder Geraden, welche in der Ebene E durch G gezogen und etwa als Bild eines unendlich dünnen die Ebene E berührenden Cylinders mit glatter Oberfläche betrachtet wird. Auf allen anderen durch G geführten Geraden erscheinen die Reflexe von L nicht in G, weil durch keine von den Geraden eine zu der Halbirungsgeraden des Winkels LGA senkrechte Ebene gelegt werden kann.

Der Reflex G von L auf einer die Gerade LA schneidenden oder mit LA parallelen Geraden la ergibt sich, wenn $AaA_1 \perp la$ (oder $LlL_1 \perp la$) gezogen, $aA_1 = Aa$ (oder $lL_1 = Ll$) gemacht und A_1 mit L (oder L_1 mit A) verbunden wird; denn A_1L (und L_1A) treffen die Gerade la in G.

Wenn die spiegelnde Gerade aber, wie z. B. bc, nicht in einer Ebene mit LA liegt, wenn sich nämlich LA und bc kreuzen, kann der Reflex G von L auf der Geraden bc nicht so einfach wie zuvor auf al bestimmt werden. Für diesen Fall ergibt sich die Auflösung aus nachstehender Betrachtung.

Legt man durch AA_1 die Ebene AA_1c senkrecht auf bc, was offenbar möglich ist, indem AA_1 und bc sich unter rechten Winkeln kreuzen, und bestimmt ihre Durchschnittspunkte c und L_2 mit bc und mit der zu bc parallelen Geraden LL_2; so liegen die drei Punkte L_2, c, A_1 in einer Geraden, welche die orthogonale Projection von A_1L auf der Ebene AA_1c bildet, und es ist $A_1c = Ac$, weil $aA_1 = aA$ und $\angle caA_1 = caA = 90^\circ$, mithin $\Delta cA_1a \cong cAa$.

Der Reflex G von L auf einer mit AL sich kreuzenden Geraden bc kann demnach auf folgende Weise construirt werden: Man lege durch A die auf bc senkrechte Ebene AcA_1, welche die bc in c und die mit bc parallele Gerade LL_2 in L_2 schneidet, verlängere die Gerade L_2c um das Stück $cA_1 = cA$ und ziehe A_1L bis bc in G getroffen wird.

Wenn die Entfernung der Geraden bc von A bedeutend größer als jene von L ist, so ist auch $A_1c (= Ac)$ bedeutend größer als L_2c. Bei dem zuvor angegebenen Vorgange würde also A_1 von dem kürzeren Stücke L_2c abhängig gemacht werden, wodurch leicht ein großer Fehler entstehen könnte. In einem solchen Falle lege man durch L die auf bc senkrechte Ebene LbL_1, welche die bc in b, und die mit bc parallele AA_2 in A_2 schneidet, mache das verlängerte Stück bL_1 von A_2b gleich bL, und ziehe L_1A bis zum Durchschnitte G mit bc.

Der Punkt G bildet den Reflex von jedem Punkte der Geraden GL, also auch von dem in unendlicher Entfernung von G befindlichen Punkte (L). Im letzten Falle sind die von (L) ausgehenden Lichtstrahlen parallel mit $(L)G$, und von jenen Lichtstrahlen, welche die bc treffen, ist A_1L_2 die orthogonale Projection auf der Ebene AcL_2.

Um demnach den Reflex G von (L) auf einer Geraden bc zu finden, wenn die Lichtstrahlen parallel einfallen, ist durch A die Ebene AA_1c senkrecht zu bc, und durch bc die Ebene bcL_2 parallel zu den Lichtstrahlen zu legen, der Durchschnitt cL_2 der beiden Ebenen AA_1c und bcL_2 zu bestimmen, die Verlängerung cA_1 von cL_2 gleich cA zu machen und durch A_1 ein Lichtstrahl zu ziehen, welcher die Gerade bc in dem fraglichen Punkte G trifft. Auf gleiche Weise findet man auf einer Geraden den Reflex G von dem in endlicher Entfernung befindlichen Punkte L, wenn die Sehstrahlen wie in rechtwinkeligen und schiefen Projectionen parallel sind. Man braucht nur L mit A zu vertauschen und dann eben so wie im vorigen Falle vorzugehen.

Wenn endlich die Lichtstrahlen sowohl, als auch die Sehstrahlen parallel sind, erscheint im Allgemeinen kein Reflex von (L) auf einer Geraden. Nur in dem Falle, wenn durch die Gerade bc eine Ebene gelegt werden kann, welche auf der Halbirungsgeraden des Winkels LGA, den die Lichtstrahlen mit den Sehstrahlen einschließen, senkrecht steht, ist jeder Punkt der Geraden bc ein Reflex von (L).

Weil alle Geraden, auf welchen G den Reflex von L bildet, in der Ebene E liegen, die senkrecht auf der Einfallsebene AGL steht, so gilt auch allgemein der Satz:

Der Reflex G von L auf einer Geraden bc ist zugleich Reflex von L auf der Ebene bc, welche durch die Gerade bc senkrecht auf die Einfallsebene AGL gelegt wird. Dieser Satz findet in der Folge häufig Anwendung.

26. Die spiegelnde Gerade ab (Taf. II, Fig. 19) ist parallel mit der Bildfläche, folglich ist ihre orthogonale Projection $a''b'' \| ab$. Die Gerade LL_1 und ihre orthogonale Projection $L''L_1$ sind ebenfalls geometrisch parallel mit ab.

Die Trace ΩL_1 der durch den Punkt A senkrecht auf ab geführten Ebene $A\Omega L_1$ steht senkrecht auf $a''b''$ und trifft die Geraden LL_1 und ab in den Punkten L_1 und o_1, welche zugleich die Durchschnitte von den Geraden LL_1 und ab mit der Ebene $A\Omega L_1$ bilden.

Man lege die Ebene $A\Omega L_1$ um ihre Trace ΩL_1 in die Bildebene, so gelangt A nach $D(\Omega D \perp \Omega L)$, AL_1 nach DL_1 und Ao_1 nach Do_1; ferner L_1 nach L_I und o_1 nach o_I. Dann ziehe man die Gerade $L_I o_I A_I$, mache $o_I A_I = o_I D$, und führe den Punkt A_I mittelst der Gerade DA_I nach A_1 in die Ebene $A\Omega L_1$ zurück. Endlich verbinde man L mit A_1, so bildet der Durchschnittspunkt G der Geraden $A_1 L$ und ab den Reflex G von L auf der Geraden ab.

27. ab (Taf. II, Fig. 20) ist das perspectivische Bild und $a''b''(\|ab)$ die orthogonale Projection einer mit der Bildfläche parallelen Geraden. f bildet den Fluchtpunkt von in der Richtung Af einfallenden Lichtstrahlen.

Man ziehe die Trace $\Omega\varphi(\perp ab)$ der auf ab senkrechten Ebene $A\Omega\varphi$, ferner $f\varphi \perp \Omega\varphi$. $A\varphi$ ist die orthogonale Projection auf der Ebene $A\Omega\varphi$ von dem Lichtstrahle Af. Durch Umlegen der Ebene $A\Omega\varphi$ in die Bildfläche kommt $A\varphi$ nach $D\varphi(\Omega D \perp \Omega\varphi)$ und o_1 nach o_I. Die umgelegte Lichtquelle (L) liegt zwar in $D\varphi$, jedoch in unendlicher Entfernung von D; deßhalb ist $o_I A_I \| D\varphi$ zu ziehen und $o_I A_I = o_I D$ zu machen. Nun führe man wieder mittelst der Geraden $DA_I A_1$ den Punkt A_I nach A_1 in die Ebene $A\Omega\varphi$ zurück und ziehe dann die Gerade $fA_1 G$, bis die Gerade ab in G getroffen wird.

Zieht man $A_1 A_1'' \perp \Omega\varphi$, $A_1'' G \| \Omega f$ und dann $\Omega G'' G$, so muß die Gerade $\Omega G'' G$ die ab auch in G treffen; denn es ist A_1'' die orthogonale Projection von A_1 und G'' die orthogonale Projection von G.

28. Die Gerade ab (Taf. II, Fig. 21) steht senkrecht auf der Bildfläche, trifft dieselbe in a'' und verschwindet in Ω. Um den Durchschnittspunkt o_1 der Geraden ab mit der durch L senkrecht zu ab geführten Ebene $Lo_1 L_1$ zu erhalten, ist die $Lo_1 \| L''a''$ zu ziehen; um aber den Reflex G von L auf ab zu finden, ist nur noch das Stück $o_1 G = Lo_1$ zu machen; denn die Ebene $Lo_1 L_1$ ist parallel zur Bildfläche und A_2 (fällt hier nach Ω) ist der Durchschnittspunkt der mit ab parallelen Geraden AA_2 mit der Ebene $Lo_1 L_1$.

Oder: Man trage auf die Verlängerung von $L''a''$ das Stück $a''A_1'' = a''\Omega$ und ziehe $LG \| \Omega A_1''$. Die Perspective A_I liegt nämlich in der Geraden $\Omega A_1''$, jedoch in unendlicher Entfernung von Ω und deßhalb ist $LGA_I \| \Omega A_1''$.

29. f (Taf. II, Fig. 22) ist der Fluchtpunkt von in der Richtung fA einfallenden Lichtstrahlen. Die übrigen Buchstaben haben

dieselbe Bedeutung wie in Fig. 21. (L'') liegt in Ωf, jedoch in unendlicher Entfernung von Ω.

Man trage auf die mit Ωf Parallele $A''_1(A''_1)$ das Stück $a''A''_1 = a''\Omega$ und ziehe $fG \| \Omega A''_1$ bis ab in G getroffen wird.

Wenn die Lichtstrahlen in der Richtung Af einfallen, ergibt sich auf ab zwar auch ein Reflex G_1 von der Lichtquelle L; er hat aber von der Bildfläche eine größere Entfernung als das Auge A und kann also ohne Wendung des Auges nicht gesehen werden. In diesem Falle ist $a''(A''_1) = \Omega a''$ zu machen und $fG_1 \| \Omega(A''_1)$ bis zum Durchschnitte G_1 mit ab zu ziehen.

30. Die Gerade ab (Taf. II, Fig. 23) ist gegen die Bildfläche geneigt. $a''b''$ ist die orthogonale Projection von ab.

Man ziehe $\omega\Omega F \| a''b''$ bis die Gerade ab in ihrem Fluchtpunkte F getroffen wird; ferner $L''L_1 \| \Omega F$ und FLL_1. Dann lege man die Gerade AF um ΩF in die Bildebene nach $DF(\Omega D \perp \Omega F)$ und ziehe $\omega D \perp FD$ bis die ΩF in dem Punkte ω getroffen wird, und nachher die Gerade $\omega L_1 \perp \Omega F$; so ist ωL_1 die Trace der durch A senkrecht auf ab geführten Ebene $A\omega o_1$, und L_1, o_1 sind die Durchschnittspunkte der Ebene $A\omega o_1$ mit den Geraden LL_1 und ab. Nun lege man die Ebene $A\omega o_1$ in die Bildebene, wodurch A nach $\delta(\omega\delta = \omega D)$, L_1 nach L_I und o_1 nach o_I gelangt, und verlängere die Gerade $L_I o_I$ um das Stück $o_I A_I = o_I \delta$. Endlich führe man den Punkt A_I mittelst der Geraden δA_I nach A_1 in die Ebene $A\omega o_1$ zurück und verbinde A_1 mit L, so treffen sich die Geraden $A_1 L$ und ab in dem Reflexe G von L auf ab.

31. f (Taf. II, Fig. 24) ist der Fluchtpunkt der Lichtstrahlen, welche in der Richtung Af einfallen; die übrigen Punkte sind mit denselben Buchstaben wie in Fig. 23 bezeichnet.

Hier kommt es zunächst darauf an, auf der zu ab senkrechten Ebene $A\omega o_1$ die orthogonale Projection von einem beliebigen Lichtstrahle, z. B. von AF zu bestimmen. Dies geschieht einfach dadurch, daß man die Gerade Ff bis zum Durchschnitte φ mit der ωo_1 verlängert und die Gerade $A\varphi$ zieht, denn es ist Ff die Trace der durch Af senkrecht auf $A\omega o_1$ gelegten Ebene, mithin ist der Durchschnittspunkt φ der Tracen Ff und ωo_1 von den Ebenen AFf und $A\omega o_1$ schon ein Punkt der fraglichen Projection. Der Punkt A liegt aber auch in den beiden Ebenen, daher ist $A\varphi$ die orthogonale Projection des Lichtstrahles AF auf der Ebene $A\omega o_1$.

Nun lege man wieder um ωo_1 die Geraden $A\varphi$ und Ao_1 in die Bildfläche nach $\vartheta\varphi$ und $\vartheta o_1(\omega\delta = \omega D)$, trage auf die mit $\delta\varphi$ Parallele o_1A_1 das Stück $o_1A_1 = o_1\delta$ und ziehe $\delta A_1 A_1$ bis ωo_1 in A_1, und fA_1G bis ab in G geschnitten wird.

C. Reflexe von Punkten auf Curven.

32. Berührt die Gerade bc, auf welcher G den Reflex von dem Punkte L bildet, in diesem Punkte G eine ebene oder abwickelbare Curve C; so ist G zugleich Reflex von L auf der Curve C, wenn diese etwa als Bild eines unendlich dünnen gebogenen Stabes mit glatter Oberfläche betrachtet wird. Der geometrische Ort der Reflexe von L auf den Tangenten der Curve C ergibt sich aber als eine Curve C_1, die je nach der Beschaffenheit von C und der Lage von AL gegen C, eben oder abwickelbar ist und C in Punkten berührt, welche die Reflexe von L auf C bilden.

Es kann also der Reflex G von L auf einer Curve C mittelst einer fehlerzeigenden Curve C_1 bestimmt werden, welche die Reflexe von L auf den Tangenten von C verbindet. Doch lassen sich die auf Curven erscheinenden Reflexe von Punkten auch auf zweckmäßigere Weise darstellen, wie dies aus dem Nachfolgenden sich ergibt.

a) Reflexe von Punkten auf ebenen Curven, wenn das Auge A und die beobachteten Punkte L... in der Ebene der Curve liegen.

33. Es sei G (Taf. III, Fig. 25) der Reflex von L auf der ebenen Curve C, welche sammt den Punkten A, L in der Zeichnungsfläche liegt. Zieht man an C durch den Reflex G von L die Tangente tGu und die Normale npG, ferner die Geraden AG und LG; so ist bekanntlich $\sphericalangle AGt = LGu$ und $\sphericalangle AGn = LGn$. Zieht man aber $tAn \| LG$ und $Apq \perp Gn$, so ist $AG = At = An$ und $Ap = pq$.

Auf den angeführten Eigenschaften beruhen die nachstehenden Verfahrungsarten zur Bestimmung der Reflexe von Punkten auf ebenen Curven, in deren Ebenen das Auge A und die beobachteten Punkte L... liegen.

1. Man ziehe die Normale gp_1 (Taf. III, Fig. 25) zu C, ferner die Gerade $Ap_1q_1 \perp gp_1$, mache $p_1q_1 = Ap_1$ und ziehe Lq_1 bis gp_1 in γ getroffen wird. Oder:

2. Man ziehe durch den nach dem Augenmaße bestimmten Punkt g (Fig. 26) die Tangente tg an C, dann die Gerade $At \| Lg$, bis tg in t getroffen wird und trage das Stück $A\gamma = At$ auf die Gerade Ag. Oder:

3. Man ziehe durch g (Fig. 27) die Normale gn der Curve C, ferner durch A die Gerade $An \| Lg$, bis gn in n getroffen wird und mache $A\gamma = An$. Oder: Man trage $A(\gamma) = An$ auf die Gerade Ag.

Fällt in den drei Fällen γ mit g zusammen, so ist g der Reflex von L. Wenn aber γ und g nicht zusammenfallen, so wiederhole man die angegebenen Verfahrungsarten bei einigen in der Nähe von g gelegenen Punkten g_1, g_2...und verbinde die so erhaltenen Punkte γ, γ_1...durch eine stetige Curve. Jeder Punkt, welchen die beiden Curven C und $\gamma\gamma_1$...gemeinschaftlich haben, ist ein Reflex von L auf C.

b) Reflexe von Punkten auf Kreisen.

24. Fehlerzeigende Curven der Reflexe von Punkten auf Kreisen lassen sich aber auch auf andere sehr einfache und zweckmäßige Weise construiren; in speciellen Fällen gehen dieselben sogar in Kreisbögen und Gerade über, und dann können die Reflexe direct bestimmt werden.

Um die Richtigkeit der bezüglichen Constructionen möglichst einfach nachweisen zu können, so wie zum Behufe der analytischen Untersuchung der fehlerzeigenden Curven der Reflexe, ist es zweckmäßig, den betreffenden Kreis sammt dem Auge A und der Lichtquelle L in der Zeichnungsfläche anzunehmen.

Unter dieser Voraussetzung sei A (Taf. III, Fig. 28) das Auge, L die Lichtquelle, k_1Gk_1 der beobachtete Kreis mit dem Mittelpunkte o, G der Reflex von L und aGl die Tangente des Kreises k_1Gk_1. Demnach ist LG der einfallende und GA der reflectirte Lichtstrahl und folglich $\sphericalangle LGl = AGa$.

Verlängert man die Geraden LG und AG über G hinaus, und zieht $o\delta \perp LG$, $o\gamma \perp AG$, so wie die Gerade oG, welche auf al senkrecht steht; so entstehen die congruenten Dreiecke $o\gamma G$ und $o\delta G$, und es ist deßhalb $o\delta = o\gamma$, d. h. der einfallende und der von

dem Kreise reflectirte Lichtstrahl haben gleiche Entfernungen vom Kreismittelpunkte o. LG und AG bilden daher Tangenten des aus o gezogenen Kreises $o\delta\gamma$.

Aus demselben Grunde befindet sich der auf der concaven Seite des Kreises $k_1 G k_I$ erscheinende Reflex G_1 im Durchschnitte der zwei Tangenten LG_1 und AG_1 des Kreises $o\delta_1\gamma_1$. In diesem Falle wird selbstverständlich vorausgesetzt, daß der Kreis $k_1 G k_I$ mit entsprechenden Öffnungen versehen ist, durch welche der Lichtstrahl LG_1 in das Innere desselben einfallen und in das Auge A reflectirt werden kann.

Auf dem Kreise $k_1 G k_I$ liegen auch noch die Punkte k_1, k_I und es stehen die Geraden Ak_1 und Lk_1, so wie die Geraden Ak_I und Lk_I von o gleich weit ab. k_1 und k_I sind aber keine Reflexe von L, weil sie von A aus nicht gesehen werden können, indem Lk_1 und Lk_I nicht nach A, sondern in entgegengesetzten Richtungen reflectirt werden.

Die Tangenten in den Punkten k_1 und k_I des Kreises $k_1 G k_I$ treffen die begrenzte Gerade AL; die Tangenten in den Reflexen G und G_1 treffen aber die AL erst außerhalb der Grenzen A und L.

Der geometrische Ort aller Punkte, welche die Durchschnitte von je zwei in gleichen Entfernungen von o (Taf. III, Fig. 30) durch A und L gezogenen Geraden bilden, ist offenbar eine fehlerzeigende Curve $AoLG$, welche den Kreis $k_1 G k_I$ in den Punkten G, G_1, k_1 und k_I schneidet. Diese fehlerzeigende Curve enthält alle Reflexe des Punktes L auf den in der Zeichnungsfläche aus o beschriebenen Kreisen und ist der Theil der Curve, welcher die genannten Reflexe enthält, stärker als der andere Theil gezogen worden. Auch der Durchschnittspunkt d der Geraden AL mit der Curve $AoLG$ ist kein Reflex von L, weil hier der einfallende und der reflectirte Lichtstrahl in die Gerade AL fallen.

Mittelst der vier durch A und L gezogenen Tangenten eines jeden aus o beschriebenen Kreises ergeben sich im Allgemeinen vier Punkte der fehlerzeigenden Curve. Die Endpunkte der Curve liegen in der Geraden oh, jedoch in unendlicher Entfernung von o, nämlich im Durchschnitte der mit oh parallelen Tangenten LG_m und AG_n des Kreises Aot_1. — h ist der Mittelpunkt der Geraden AL. Die Tangenten AG_m, LG_m und AG_n, LG_n des Kreises Aot_1 treffen sich zugleich in den Punkten G_m und G_n.

35. Das zuvor angegebene Verfahren, die fehlerzeigende Curve $AoLG$ zu bestimmen, läßt sich mit einer Modification auch noch dann

anwenden, wenn entweder das Auge A, oder der leuchtende Punkt L, oder endlich, wenn A und L zugleich, nicht auf die Zeichnungsfläche fallen; mithin A und L nicht benützt werden können. Hier soll nur der letzte Fall durch ein Beispiel erläutert werden, weil in den anderen Fällen auf dieselbe Weise vorgegangen werden kann.

Die Geraden $oL = b$ und $oA = a$ (Taf. III, Fig. 28) sind der Lage und der Länge nach gegeben; auf die Zeichnungsfläche können jedoch nur die Stücke $oq = a_1$ und $ot = b_1$ übertragen werden.

Man ziehe durch einen Punkt der fehlerzeigenden Curve $AoLG$ die Geraden $AG\gamma$ und $LG\delta$ und dann die $o\gamma$ und $qu \perp A\gamma$, ferner $o\delta$ und $tv \perp L\delta$; dadurch entstehen die vier Dreiecke: $A\gamma o \cong Auq$ und $L\delta o \cong Lvt$.

Wird $o\gamma = o\delta = r$ gesetzt, so folgt aus den ähnlichen Dreiecken $A\gamma o$ und Auq:

$$qu = \frac{o\gamma . Aq}{Ao} = \frac{o\gamma(a - a_1)}{a} = \frac{r(a - a_1)}{a}.$$

Dagegen folgt aus den ähnlichen Dreiecken $L\delta o$ und Lvt:

$$tv = \frac{o\delta . tL}{oL} = \frac{r(b - b_1)}{b}.$$

Beschreibt man also aus o mit einem beliebigen Halbmesser $o\delta = o\gamma = r$ den Kreis $o\delta\gamma$, aus q mit dem Halbmesser $qu = \frac{r}{a}(a - a_1)$ den Kreis auu_1, endlich aus t mit dem Halbmesser $tv = \frac{r}{a}(b - b_1)$ den Kreis tvv_1 und zieht an die drei Kreise die äußeren Tangenten $u\gamma$, $u_1\gamma_1$, $v\delta$ und $v_1\delta_1$; so gehen dieselben beziehungsweise durch A und L und es sind deßhalb ihre Durchschnittspunkte G, G_2, k_2, k_{II} Punkte der fehlerzeigenden Linie.

Es handelt sich hier also zunächst um die Bestimmung der beiden Halbmesser qu und tv, welche aber am leichtesten durch folgende Construction bestimmt werden können.

Man beschreibe mit den Halbmessern $bc = \frac{1}{n} a$ und $bg = r$ aus b (Taf. III, Fig. 29) die Kreisbögen cd und gh, trage das Stück $cd = \frac{1}{n}(a - a_1)$ als Sehne auf den Bogen cd und ziehe die Geraden

bc und bd, welche den Bogen gh in den Punkten g und h schneiden. Es ist die Sehne $gh = \frac{bg.cd}{bc} = \frac{r(a-a_1)}{a} = qu$.

Ferner beschreibe man mit dem Halbmesser $be = \frac{1}{m} b$ aus b den Kreisbogen ef, mache die Sehne $ef = \frac{1}{m}(b-b_1)$ und ziehe die Gerade bf, bis der Kreisbogen gh in h_1 geschnitten wird. Es ist die Sehne $gh_1 = \frac{bg.ef}{be} = \frac{r(b-b_1)}{b} = tv$.

Auf diese Weise können nun vermittelst der Winkel cbd und ebf für jeden aus o beschriebenen Kreis die entsprechenden Halbmesser qu und tv der aus q und t zu ziehenden Kreise gefunden werden.

Der Vereinfachung wegen ist in der vorliegenden Figur $a_1 = \frac{a}{2}$ und $b_1 = \frac{b}{2}$ genommen worden, weßhalb $gh = gh_1 = qu = tv = \frac{r}{2}$ ist. Um das Halbiren von r zu ersparen, kann man $qu = tv$ beliebig groß annehmen und für den aus o zu ziehenden Kreis den Halbmesser $r = 2qu = 2tv$ bestimmen.

36. Die fehlerzeigende Curve $AoLG$ (Taf. III, Fig. 30) ist zugleich der geometrische Ort der Fußpunkte aller Normalen und der Berührungspunkte aller Tangenten, welche durch o zu Ellipsen und Hyperbeln gezogen werden können, für welche A und L die Brennpunkte bilden. Zieht man nämlich durch einen beliebigen Punkt G der Curve $AoLG$ eine Ellipse und eine Hyperbel, für welche beide A und L die Brennpunkte bilden; so ist oG Tangente zu der einen und Normale zu der anderen Curve, denn es schließt oG mit den Leitstrahlen AG und LG gleiche Winkel ein.

Die fehlerzeigende Curve kann also auch zur Bestimmung der durch o zu ziehenden Normalen zu Ellipsen und Hyperbeln benützt werden, welche A und L als Brennpunkte haben. Es versteht sich aber von selbst, daß zur Bestimmung einer Normalen oG nur ein kurzes Stück der fehlerzeigenden Curve in der Nähe von G darzustellen ist.

Soll z. B. zu der Ellipse $G_1G_2G_3$ (Fig. 30) durch o die Normale oG_2 gezogen werden, so beschreibe man aus o einen die Ellipse $G_1G_2G_3$ berührenden Kreis, und ziehe durch den zuerst nach dem Augenmaße bestimmten Berührungspunkt g die Geraden Ag und Lg. Stehen Ag und Lg von o gleichweit ab, so ist g der wirkliche Berührungspunkt und og die fragliche Normale. Wenn aber die Geraden Ag und

Lg ungleiche Entfernungen von o haben, dann beschreibe man aus o noch die zwei Kreise k_1 und k_2, welche die Geraden Ag und Lg berühren, und ferner einen dritten Kreis k_3 zwischen den beiden Kreisen k_1, k_2, ziehe an diese Kreise durch A und L Tangenten, die sich in den Punkten γ_1, γ_2, γ_3 treffen, und dann die Curve $\gamma_1\gamma_2\gamma_3$, welche die Ellipse in G_2 schneidet. Wurde die Curve genau gezogen, so stehen AG_2 und oG_2 von o gleichweit ab und es ist oG_2 die fragliche Normale.

37. Da der Reflex G von L auf irgend einem aus o gezogenen Ringe im Durchschnitte des stark gezogenen Theiles der fehlerzeigenden Curve liegt, so kann die Anzahl der möglichen Reflexe von L auf jedem beliebigen aus o gezogenen Ringe angegeben werden, sobald die fehlerzeigende Curve innerhalb der erforderlichen Grenzen dargestellt ist. So z. B. schneidet die stark gezogene Curve $AoLG$ den Ring k_1 (Taf. III, Fig. 31) in einem Punkte, den Ring k_2 in zwei, k_3 in drei und k_4 (Fig. 30) in vier Punkten; folglich besitzen die bezüglichen Ringe k_1, k_2, k_3 und k_4 eben so viele Reflexe von L, die selbstverständlich theils auf der convexen, theils auf der concaven Seite der Ringe sich befinden.

Auf der convexen Seite eines Ringes kann nur ein Reflex von L erscheinen, hingegen können auf der concaven Seite eines Ringes sogar vier Reflexe von L wahrgenommen werden.

Im vorliegenden Falle, Taf. III, Fig. 31, können auf einem aus o beschriebenen Ringe, dessen Halbmesser $r > oL$ ist, nicht mehr und nicht weniger als zwei Reflexe erscheinen, welche wegen $oA < oL < r$ auf der concaven Seite des Ringes liegen. Jeder Ring vom Halbmesser $r < oA$ besitzt ebenfalls zwei Reflexe von L; ist dabei $r > od$, so liegen beide Reflexe auf der concaven Seite; ist aber $r < od$, so liegt ein Reflex auf der concaven und ein Reflex auf der convexen Seite des Ringes. Wenn jedoch $r = od$ ist, so besitzt der betreffende Ring nur einen Reflex und zwar auf der concaven Seite.

Es versteht sich von selbst, daß zum Behufe der Construction der Reflexe von L auf einem bestimmten Ringe nur kurze Stücke der fehlerzeigenden Curve, in der Nähe des beobachteten Ringes zu bestimmen sind. Bei einiger Gewandtheit im Zeichnen kann jeder Reflex von L auf einem Ringe mittelst eines durch drei Punkte fixirten Curvenstückes mit hinreichender Genauigkeit gefunden werden. Zur vollen Beruhigung kann man nachher den so erhaltenen Reflex G

mit A und L geradlinig verbinden und untersuchen, ob die beiden Geraden AG und LG vom Mittelpunkte o des Ringes gleichweit abstehen und kann dann, wenn dies nicht der Fall ist, den sich ergebenden Fehler leicht berichtigen.

38. Verbindet man einen beliebigen Punkt G (Taf. III, Fig. 34) der fehlerzeigenden Curve geradlinig mit den Punkten A und L, macht $Ga = GL$, und zieht die Gerade oG, bis die Gerade aL in dem Punkte q getroffen wird, so steht offenbar oGq senkrecht auf aL, und es ist auch $oa = oL$; mithin liegt q in der Peripherie des Kreises Lqo, dessen Mittelpunkt μ die Gerade oL halbirt, und a liegt wieder in der Peripherie des Kreises oLa, dessen Mittelpunkt o ist. Beschreibt man aus μ den Kreis Lqo, und aus o den Kreis oLa, zieht durch L eine beliebige Sehne La, welche den Kreis Lqo in q trifft, und verbindet q mit o und a mit A; so schneiden sich die Geraden oq und aA in einem Punkte G der fehlerzeigenden Curve $AoLG$. In der Geraden aAa_1 liegt noch ein zweiter Punkt k der fehlerzeigenden Curve; um diesen Punkt zu finden, ist a_1L und dann $okq_1 \perp a_1L$ zu ziehen.

Auf diese Art können die Punkte der fehlerzeigenden Curve $AoLG$ ebenfalls leicht aufgesucht werden. Eben so lassen sich zur Bestimmung der Punkte der fehlerzeigenden Curve die zwei Kreise benützen, von denen der eine o als Mittelpunkt und oA als Halbmesser, der andere aber die Gerade oA als Durchmesser hat.

Dieses Verfahren, die Punkte der fehlerzeigenden Curve zu bestimmen, ist allerdings nicht so einfach, wie das zuerst angeführte; denn zur Construction von je vier Punkten der fehlerzeigenden Curve sind bei dem ersten Verfahren ein Kreis und 4 Tangenten, bei dem zweiten Verfahren aber 10 Gerade zu ziehen, und überdies sind im letzten Falle die beiden Kreise oLq und oLa zu benützen. Das erste Verfahren läßt sich, wie in Fig. 28 gezeigt wurde, auch dann anwenden, wenn die Punkte A und L nicht mehr auf die Zeichnungsfläche fallen, was bei dem zweiten Verfahren nur dann möglich ist, wenn man aus dem Kleinen ins Große, statt umgekehrt, arbeiten will. Allein es gibt doch auch Fälle, wo dieses Verfahren dem ersten vorzuziehen ist. Es soll als Beispiel nur ein solcher Fall hier angeführt werden. Der Punkt G der fehlerzeigenden Curve $AoLG$ liegt im Durchschnitte der zwei Tangenten AG und LG des Kreises ouv, die sich jedoch unter einem sehr spitzen Winkel schneiden, so daß mittelst dieser Tangenten der Punkt G nicht genau angegeben werden kann. Wird

aber das zweite Verfahren angewendet, und deßhalb die Tangente GA verlängert, bis sie den Kreis Laa_1 in dem Punkte a trifft, und werden dann die Geraden La und qo gezogen, so ergibt sich G vermittelst der qo und aA desto schärfer, je ungünstiger der Durchschnitt von AG und LG ausfällt. Wenn endlich der Durchschnitt q der Lqa mit dem Kreise Lqo ungünstig ausfallen sollte, so kann einfach $oq \perp aL$ gezogen werden.

39. Um die Gleichung der fehlerzeigenden Curve $AoLG$ in einer für unsere Zwecke bequemen Form zu erhalten, wurden die auf einander senkrechten Coordinatenaxen ox und oy durch den Mittelpunkt o (Taf. III, Fig. 35) der concentrischen Ringe gelegt, so daß die Abscissenaxe ox mit der Geraden oL zusammenfällt.

Es sei $oA = a$, $oL = b$; $b > a$ und $\sphericalangle AoL = \alpha$.

Die Tangenten AGu und LGv des Kreises ouv treffen sich in G, weßhalb G ein Punkt der fehlerzeigenden Curve ist. Zieht man Gm und $Af \perp oL$; $Gn \perp oA$; $ou \perp AG$; $ov \perp LG$; $Ge \| oL$ und verlängert die Gerade Gm bis oA in r getroffen wird; so ist: $Gm = y$, $om = x$, $\Delta GmL \backsim ovL$, $\Delta GnA \backsim ouA$ und $\Delta mor \backsim rGn$.

Aus den ähnlichen Dreiecken GmL und ovL folgt:

$$ov = \frac{oL \cdot Gm}{GL} = \frac{by}{\sqrt{Gm^2 + mL^2}} = \frac{by}{\sqrt{y^2 + (oL - om)^2}} =$$
$$= \frac{by}{\sqrt{y^2 + (b-x)^2}} \quad \ldots \quad (1)$$

Aus den ähnlichen Dreiecken GnA und ouA folgt hingegen:

$$ou = \frac{oA \cdot Gn}{GA} = \frac{a \cdot Gn}{GA} \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

In den ähnlichen Dreiecken mor und rGn findet sich:

$$Gn = Gr \cos rGn = (mr - Gm) \cos \alpha = (om \operatorname{tg} . \alpha - y) \cos \alpha =$$
$$= (x \operatorname{tg} \alpha - y) \cos \alpha = x \sin \alpha - y \cos \alpha \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

Ferner erhält man:

$$GA = \sqrt{Ge^2 + Ae^2} = \sqrt{(of - om)^2 + (Af - ef)^2} =$$
$$= \sqrt{(oA \cos \alpha - x)^2 + (oA \sin \alpha - y)^2} =$$
$$= \sqrt{(a \cos \alpha - x)^2 + (a \sin \alpha - y)^2} =$$
$$= \sqrt{y^2 + x^2 + a^2 - 2a(y \sin \alpha + x \cos \alpha)} \quad \ldots \quad (4)$$

Werden nun die gefundenen Werthe von Gn (3) und GA (4) in die Gleichung (2) gesetzt; so ergibt sich:

$$ou = \frac{a(x\sin\alpha - y\cos\alpha)}{\sqrt{y^2+x^2+a^2-2a(y\sin\alpha+x\cos\alpha)}} \quad \ldots\ldots (5)$$

Wegen $ou = ov$, ist aber auch:

$$\frac{by}{\sqrt{y^2+(b-x)^2}} = \frac{a(x\sin\alpha - y\cos\alpha)}{\sqrt{y^2+x^2+a^2-2a(y\sin\alpha+x\cos\alpha)}}$$

oder:

$$b^2y^2\left[y^2+x^2+a^2-2a(y\sin\alpha+x\cos\alpha)\right] - \\ - a^2(x\sin\alpha-y\cos\alpha)^2\left[y^2+(b-x)^2\right] = 0 \quad \ldots (6)$$

Die Gleichung (6) entspricht offenbar dem geometrischen Orte aller Punkte, welche so wie G mittelst der Durchschnitte der durch A und L an die aus o beschriebenen Kreise gezogenen Tangenten erhalten werden. Zieht man die Gerade $od \perp AL$ und aus o mit dem Halbmesser od den Kreis $od\ldots$; so fallen zwei von den Tangenten, welche durch A und L an diesen Kreis gezogen werden können, in die Gerade AL; deßhalb erfüllen alle Punkte der Geraden AL die gestellte Bedingung, und es muß also in der Gleichung (6) auch jene der Geraden AL d. i.:

$$y - \frac{a(b-x)\sin\alpha}{b-a\cos\alpha} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots (7)$$

enthalten sein.

Dividirt man die Gleichung (6) durch $y - \frac{a(b-x)\sin\alpha}{b-a\cos\alpha}$; so ergibt sich als Gleichung der fehlerzeigenden Curve $AoLG$ (Fig. 32):

$$y^2 + \frac{a}{b}(y^2+x^2-bx)(y\cos\alpha - x\sin\alpha) - \\ - y(ay\sin\alpha - x^2 + ax\cos\alpha) = 0$$

oder

$$y^3 - \frac{a(b+x)\sin\alpha}{b+a\cos\alpha}y^2 + \left(x^2 - \frac{2abx\cos\alpha}{b+a\cos\alpha}\right)y + \frac{ax^2\sin\alpha(b-x)}{b+a\cos\alpha} = 0 \quad (8)$$

40. In dem Falle, wenn $\alpha = 90°$ ist, folgt aus (8) für die bezügliche fehlerzeigende Curve $AoLG$ (Taf. III, Fig. 31) die Gleichung:

$$y^3 - \left(a + \frac{a}{b}x\right)y^2 + x^2y - \frac{a}{b}x^3 + ax^2 = 0 \quad \ldots (9)$$

oder:

$$x^3-\left(b+\frac{b}{a}y\right)x^2+y^2x-\frac{b}{a}y^3+by^2=0 \quad . \quad . \quad (10)$$

41. Wenn der Winkel $AoL=\alpha=180^\circ$ ist, entspricht der fehlerzeigenden Curve $AoLG$ (Taf. III, Fig. 36) aus (8) die Gleichung:

$$y\left[y^2+x^2+\frac{2ab}{b-a}x\right]=0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

$y=0$ ist die Gleichung der Geraden ox, und $y^2+x^2+\frac{2ab}{b-a}x=0$ ist die Gleichung des Kreises ωoG, vom Halbmesser $\rho=\frac{ab}{b-a}$, welcher durch den Anfangspunkt o der Coordinaten ox und oy geht, und dessen Mittelpunkt ω in der Abscissenaxe ox, links von o liegt. Demnach ist in diesem Falle ein Theil der fehlerzeigenden Curve geradlinig, der andere Theil kreisförmig.

Beschreibt man mit dem Halbmesser $oA=a$ den Kreis Ata, zieht an denselben die Tangenten AG und LG, welche sich in G treffen, und errichtet auf LG die Senkrechte Gw, welche die Abscissenaxe oA in w schneidet; so ist w der Mittelpunkt und wG der Halbmesser des gesuchten Kreises woG. Es ist nämlich G ein Punkt der fehlerzeigenden Curve, weil derselbe im Durchschnitte der Tangenten LG und AG des aus o beschriebenen Kreises Ata liegt. Nun ist Ata der größte Kreis, an welchen aus A und L Tangenten gezogen werden können, somit ist die Gerade AG eine Tangente und zwar im Punkte G der fehlerzeigenden Curve GG_1o, welche aber, vermöge der Gleichung (11) ein Kreis und Gw ein Halbmesser desselben ist.

Von der Richtigkeit des Gesagten kann man sich auch durch Rechnung auf folgende Weise überzeugen.

Wird $ot\perp LG$ gezogen, so entstehen die zwei ähnlichen Dreiecke LAG und Lto, aus welchen folgt:

$$LG=\frac{Lo\,.\,AL}{Lt}=\frac{b(a+b)}{\sqrt{b^2-a^2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Aus den ähnlichen Dreiecken LGw und Lto folgt aber:

$$Gw=\frac{ot\,.\,LG}{Lt}=\frac{a\,.\,LG}{\sqrt{b^2-a^2}}$$

und durch Substitution des Werthes von LG aus (12)

$$G\omega = \frac{ab(a+b)}{b^2-a^2} = \frac{ab}{b-a},$$

welcher Werth für den Halbmesser des Kreises $\omega o G$ auch aus der Gleichung (11) erhalten wurde.

Im vorliegenden Falle ist wieder kein Punkt der Geraden AL, aber ein jeder Punkt G des Kreises $\omega o G$ zugleich der Reflex von L auf dem aus o mit dem Halbmesser oG beschriebenen Ringe. Die Reflexe von L können hier blos auf der concaven Seite der aus o beschriebenen Ringe wahrgenommen werden; denn liegt das Auge A außerhalb des beobachteten Ringes, so sieht es nur den im Schatten befindlichen convexen Theil desselben.

Da jeder aus o gezogene Kreis, dessen Halbmesser

$$r < \frac{2ab}{b-a} = 2o\omega$$

ist, den die Reflexe enthaltenden Kreis $\omega o G$ in zwei Punkten schneidet, so muß auch jeder mit dem Halbmesser $r < \frac{2ab}{b-a}$ aus o beschriebene Ring zwei, und zwar auf der concaven Seite befindlichen Reflexe von L besitzen. Auf Ringen, deren Halbmesser $r \gtreqless \frac{2ab}{b-a}$ ist, können aber keine Reflexe von L erscheinen.

Da die Gerade ωL und der Kreis $\omega G G_1$ den geometrischen Ort der Fußpunkte aller Normalen und der Berührungspunkte aller Tangenten bilden, welche durch o zu Ellipsen und Hyperbeln mit den Brennpunkten A und L gezogen werden können; so folgt hieraus ein sehr einfaches Verfahren, um durch o Normalen und Tangenten zu einer bestimmten Ellipse oder Hyperbel mit den Brennpunkten A und L zu ziehen.

Jeder Punkt, welchen eine solche Ellipse mit dem Kreise $\omega G G_1$ und der Geraden ωL gemeinschaftlich hat, ist zugleich Fußpunkt einer Normalen der Ellipse.

Jeder gemeinschaftliche Punkt einer aus A und L gezogenen Hyperbel mit dem Kreise $\omega G G_1$ ist Berührungspunkt der aus o gezogenen Tangente an die betreffende Hyperbel.

Zu jeder aus den Brennpunkten A und L beschriebenen Ellipse, welche einen Scheitel zwischen q und A hat, können durch o vier Normalen gezogen werden.

42. Wenn der Winkel $AoL = \alpha = 0$ ist, fallen die Geraden Ao und Lo (Taf. III, Fig. 37) ebenfalls zusammen; dabei liegen das Auge A und der leuchtende Punkt L auf einer Seite von o.

Setzt man nun in der Gleichung (8), $\sin\alpha = 0$ und $\cos\alpha = 1$; so ergibt sich nach erfolgter Reduction für den vorliegenden Fall als Gleichung der fehlerzeigenden Curve:

$$y\left[y^2 + x^2 - \frac{2ab}{a+b}x\right] = 0. \tag{13}$$

Hier ist $y = 0$ die Gleichung der Abscissenaxe ox, und $y^2 + x^2 - \frac{2ab}{a+b}x = 0$ die Gleichung des durch o gehenden Kreises, dessen Halbmesser $\rho = \frac{ab}{a+b}$ ist und dessen Mittelpunkt ω_1 in der Abscissenaxe ox rechts von o liegt.

Um ω_1 zu finden, sind an den aus o beschriebenen Kreis oAt die Tangenten Lf und Af und durch deren gemeinschaftlichen Punkt f die Gerade $f\omega_1 \perp Lf$ zu ziehen.

Wie aus der Zeichnung zu entnehmen ist, kann in diesem Falle kein Lichtstrahl, welcher auf einen aus o beschriebenen Ring auffällt, in das Auge A reflectirt werden, weßhalb hier keine Reflexe von L wahrgenommen werden können.

Der Übergang der fehlerzeigenden Curve in den Kreis läßt sich sehr deutlich aus der Vergleichung der Figuren 30, 31, 32, 33 und 37 (Taf. III) entnehmen.

43. Ist der Winkel $AoL = \alpha$ (Taf. IV, Fig. 38) beliebig groß, aber $oA = oL$, d. i. $a = b$; so ist auch in diesem Falle ein Theil der fehlerzeigenden Curve geradlinig, der andere Theil aber kreisförmig; denn setzt man in die Gleichung (8) den Werth $b = a$ und reducirt, so ergibt sich als Gleichung der fehlerzeigenden Linie:

$$y^3 + xy^2 + (y^2 + x^2 - ax)(y\cos\alpha - x\sin\alpha) - ay(x\cos\alpha + y\sin\alpha) = 0$$

oder:

$$\left[y(1 + \cos\alpha) - x\sin\alpha\right]\left[y^2 + x^2 - ax - ay\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}\right] = 0$$

oder

$$\left(y - x \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}\right)\left(y^2 - ay \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + x^2 - ax\right) = 0.$$

Der Gleichung: $y - x \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 0$ entspricht die Gerade $o\omega$, welche den Winkel AoL halbirt, und der Gleichung:

$$y^2 - ay \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + x^2 - ax = 0$$

entspricht der durch die Punkte A, o, L gehende Kreis, dessen Halbmesser

$$\rho = \frac{a}{2 \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{a}{\sqrt{2(1 + \cos \alpha)}}$$

ist.

Der Mittelpunkt ω des Kreises AoL liegt also im Durchschnitte der Geraden $o\omega$ mit der durch den Mittelpunkt d der Geraden Ao senkrecht auf Ao gezogenen Geraden $d\omega$.

Mit Ausnahme der Punkte h, A, L ist jeder Punkt G der Geraden $o\omega$ und des stärker gezogenen Kreisbogens AtL zugleich ein Reflex von L auf dem aus o mit dem entsprechenden Halbmesser oG beschriebenen Ringe. Hier sieht man auf jedem Ringe, wenn der Halbmesser $r > a$, aber $r < 2\rho$ ist, vier Reflexe; in den zwei Fällen, wo der Ringhalbmesser $r > 2\rho$ oder, wo $r < a$, jedoch $r > oh$ ist, zwei Reflexe, und wenn $r = oh$ ist, nur einen Reflex, und zwar in den angeführten Fällen auf der concaven Seite.

Wenn aber $r < oh$ ist, so sieht man einen Reflex auf der concaven und einen zweiten Reflex auf der convexen Seite des beobachteten Ringes.

In dem vorliegenden Falle können wieder durch o die Normalen zu den aus den Brennpunkten A und L beschriebenen Ellipsen und Hyperbeln direct gezogen werden.

Die Fußpunkte n.. der Normalen on.. von den aus den Brennpunkten A, L beschriebenen Ellipsen liegen in den Durchschnitten der betreffenden Ellipsen mit der Geraden $o\omega$ und dem stärkeren Kreisbogen AtL, und die Fußpunkte r... der Normalen or... von den aus A, L gezogenen Hyperbeln liegen wieder im Durchschnitte der Hyperbeln mit dem schwächeren Kreisbogen AoL.

Durch o können zu jeder aus A und L beschriebenen Ellipse welche einen Scheitel zwischen h und t hat, vier Normalen und zu jeder aus A und L beschriebenen Hyperbel zwei Normalen gezogen werden, u. s. w.

Vermittelst des Kreisbogens $AoLG_1$ können auch die Berührungspunkte $t\ldots$ der Tangenten $ot\ldots$ zu den aus A und L beschriebenen Ellipsen und Hyperbeln bestimmt werden.

Für den Werth $\alpha = 180$ ist $\rho = \infty$. Statt des Kreises AoL ergibt sich die Gerade ox, und es hat dann jeder aus o beschriebene Ring zwei Reflexe, welche in der Ordinatenaxe oy liegen.

Für $\alpha = 0$, folgt $\rho = \frac{a}{2}$, dieser Fall ist aber nicht möglich, weil sonst das Auge A und der Punkt L zusammentreffen.

44. Befindet sich der leuchtende Punkt L (Taf. IV, Fig. 39) in der Geraden oL, aber in unendlicher Entfernung von o; ist also $b = \infty$; so sind die einfallenden Lichtstrahlen parallel mit oL. Die Punkte der fehlerzeigenden Curve $AoLG$ ergeben sich, wie in den früheren Fällen, im Durchschnitte der durch L, also parallel mit oL, und durch A gezogenen Tangenten der aus o beschriebenen Kreise oder mittelst der später angegebenen Verfahren.

Der höchste Punkt G_h und der tiefste Punkt G_t liegen im Durchschnitte der durch A senkrecht auf oA gezogenen Geraden G_hAG_t mit den zu oL parallelen Tangenten ab und cd des aus o beschriebenen Kreises tAt_1 vom Halbmesser $oA = a$. Die Endpunkte der fehlerzeigenden Curve $AoLG$ liegen aber in der mit oL parallelen Tangente ef des Kreises vom Halbmesser $o\omega = a \sin\alpha$, und zwar in unendlicher Entfernung von der Ordinatenaxe oy.

Man beschreibe über oA (Taf. IV. Fig. 39) als Durchmesser den Kreis oqA und aus o mit dem Halbmesser oA den Kreis Att_1; dann ziehe man durch A eine beliebige Gerade Ap, welche den Kreis oqA in q, den Kreis Att_1 in p schneidet und verbinde o mit q, und p mit L durch die Geraden qoG_2 und $pG_2(\|oL)$; so treffen sich die Geraden qoG_2 und pG_2 in dem Punkte G_2 der fehlerzeigenden Curve. Lpp_1 trifft die $AoLG$ überdies in k_1, welcher Punkt sich ergibt, wenn die Geraden Lpp_1, p_1q_1A und q_1ok_1 gezogen werden.

In den congruenten rechtwinkeligen Dreiecken ouG, ovG und omG (Taf. IV, Fig. 39) ist $> uGo = vGo = Gom$; folglich sind

in dem Dreiecke ohG auch die den gleichen Winkeln uGo und Gom gegenüberliegenden Seiten Gh und oh einander gleich.

Verlängert man die Tangente AG bis die mit oL parallele Tangente qG_1 des Kreises quv in G_1 getroffen wird, so ist G_1 auch ein Punkt der fehlerzeigenden Curve und die Ordinate dieses Punktes ist $G_1m_1 \# Gm$. Es sind also die rechtwinkeligen Dreiecke G_1m_1h und Gmh congruent und $hG_1 = Gh$. Da aber auch $oh = Gh$ ist, so folgt daraus: $hG_1 = hG = ho$. Mithin ist h der Mittelpunkt des durch die Punkte G_1, o, G bestimmten Kreises, GG_1 ein Durchmesser desselben und $> GoG_1 = 90°$.

Die Punkte G, G_1.. der fehlerzeigenden Curve $AoLG$ können demnach auch auf folgende Weise construirt werden:

1. Man ziehe durch A (Taf. IV, Fig. 41) eine beliebige Gerade AGG_1, welche die oL im Punkte h trifft, und mache $hG = hG_1 = ho$. Oder:

2. Man ziehe durch A eine beliebige Gerade AGG_1, ferner durch o die Gerade $de \| AG$ und beschreibe aus o einen beliebigen Kreis dce, welcher die oL in c und die Gerade de in d und e trifft; dann ziehe man noch $oG \| cd$ und $oG_1 \| ce$.

Wenn der Kreis dce gezogen ist, so können beliebige Punkte der fehlerzeigenden Curve $AoLG$ auf gleiche Weise wie G und G_1 mittelst Geraden bestimmt werden, welche parallel sind mit den Seiten der dem Kreise dce eingeschriebenen Dreiecke, deren rechtwinkelige Scheitel in c liegen. Auf diese Art wurde hier der Reflex G_2 von L auf dem Ringe okG_2s gefunden.

Wenn die Lichtstrahlen in der entgegengesetzten Richtung L_1o (von Lo) einfallen, wenn nämlich die Lichtquelle L_1 auf der anderen Seite von o liegt, so ergibt sich dieselbe fehlerzeigende Curve $AoLG$ (Fig. 39). Die Reflexe von L_1 auf den aus o beschriebenen Ringen fallen aber nicht mit jenen von L zusammen, sondern liegen in dem feingezogenen Theile der fehlerzeigenden Curve, welcher zuvor die Reflexe von L nicht enthalten hat.

15. Um die Gleichung der fehlerzeigenden Curve $AoLG$ für den Fall zu erhalten, wenn $AoL = \alpha$ und $oA = a$ beliebig groß, aber $b = \infty$ ist, wurde wieder ein Punkt G (Taf. IV, Fig. 40) der Curve

mittelst der Tangenten $LG(\|oL)$ und AG des Kreises ouv bestimmt, und dann auf die rechtwinkeligen Coordinatenaxen ox (oL) und oy bezogen; es ist Gm ($\perp ox$) $=y$ und $om=x$.

Wird $Af\perp oL$, $Gn\perp oA$, $ou\perp AG$ gezogen, und mG bis r in oA verlängert, so findet man:

$$Gn = Gr \cos rGn = (mr - Gm)\cos\alpha = (om \operatorname{tg} mor - y)\cos\alpha =$$
$$= (x \operatorname{tg}\alpha - y)\cos\alpha = x\sin\alpha - y\cos\alpha \quad (14)$$

Ferner findet man auch:

$$Gn = GA \sin GAo = GA\frac{ou}{oA} = \frac{y}{a}\sqrt{\overline{Ge}^2 + \overline{Ae}^2} =$$
$$= \frac{y}{a}\sqrt{(om - of)^2 + (Af - ef)^2} =$$
$$= \frac{y}{a}\sqrt{(oA\cos\alpha - x)^2 + (oA\sin\alpha - y)^2} =$$
$$= \frac{y}{a}\sqrt{(a\cos\alpha - x)^2 + (a\sin\alpha - y)^2} =$$
$$= \frac{y}{a}\sqrt{x^2 + y^2 + a^2 - 2a(x\cos\alpha - y\sin\alpha)} \quad (15)$$

mithin ist aus (14) und (15) auch:

$$x\sin\alpha - y\cos\alpha = \frac{y}{a}\sqrt{x^2 + y^2 + a^2 - 2a(x\cos\alpha + y\sin\alpha)}$$

oder

$$y^4 + x^2y^2 + a^2y^2 - 2ay^2(y\sin\alpha + x\cos\alpha) - a^2(x\sin\alpha - y\cos\alpha)^2 = 0$$

und wenn in Factoren zerlegt wird:

$$(y - a\sin\alpha)[y^3 - ay^2\sin\alpha + (x^2 - 2ax\cos\alpha)y + ax^2\sin\alpha] = 0.$$

Die Gleichung: $y - a\sin\alpha = 0$ entspricht der mit oL parallelen Geraden AL; die Gleichung:

$$y^3 - ay^2\sin\alpha + (x^2 - 2ax\cos\alpha)y + ax^2\sin\alpha = 0. \quad (16)$$

entspricht aber der fehlerzeigenden Curve $AoLG$, welche also im Allgemeinen wieder von der dritten Ordnung ist.

Die Gleichung (16) erhält man auch aus der Gleichung (8), wenn dort $b=\infty$ gesetzt wird.

Aus der Gleichung (16) findet man:

$$x = \frac{y(a \cos \alpha \pm \sqrt{a^2 - y^2})}{y + a \sin \alpha}.$$

Die Grenzwerthe von y sind also: $+a$ und $-a$; denn für jeden außerhalb der Grenzen $+a$ und $-a$ gelegenen Werth von y ist der Ausdruck: $\sqrt{a^2 - y^2}$, folglich auch das entsprechende x imaginär.

Für den höchsten Punkt G_h (Fig. 39) der fehlerzeigenden Linie ist: $y = a$ und $x = \frac{a \cos \alpha}{1 + \sin \alpha} = \frac{a(1 - \sin \alpha)}{\cos \alpha}$; für den tiefsten Punkt G_t ist aber: $y_1 = -a$ und $x_1 = \frac{a \cos \alpha}{1 - \sin \alpha} = \frac{a(1 + \sin \alpha)}{\cos \alpha}$.

Die Punkte G_h und G_t liegen mit A auf derselben Seite der Ordinatenaxe. Auf der anderen Seite befindet sich auch ein tiefster Punkt, für welchen $y = -a \sin \alpha$ und $x = -\infty$ ist.

Mit Ausnahme von ef schneidet jede mit oL parallele Gerade, welche zwischen den Tangenten ab und cd der fehlerzeigenden Linie liegt, diese Linie in zwei Punkten. Die Gerade ef schneidet die Curve nur in einem Punkte, für welchen $y = -a \sin \alpha$ und $x = a \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha$ ist. Wenn der Halbmesser r des aus o beschriebenen Ringes kleiner als a ist, erscheint auf der convexen Seite sowohl, als auch auf der concaven Seite des Ringes ein Reflex von L. Wenn aber $r \gtreqless a$ ist, so erscheint blos auf der concaven Seite des Ringes ein Reflex von L.

46. Wenn der Winkel $AoL = 90°$ (Fig. 42) ist, geht die Gleichung (16) in nachstehende über:

$$y^3 - ay^2 + x^2y + ax = o \qquad (17)$$

und aus dieser folgt wieder:

$$x = \pm y \sqrt{\frac{a - y}{a + y}}. \qquad (18)$$

Es ergeben sich hier für jeden möglichen Werth von y zwei gleiche, jedoch mit entgegengesetzten Zeichen versehene Werthe von x. Die fehlerzeigende Linie ist also symmetrisch mit Bezug auf die Ordinatenaxe oA.

y ist wieder an die Grenzwerthe $+a$ und $-a$ gebunden. Setzt man in (18) $y = +a$, so ergibt sich $x = o$. A ist also der höchste Punkt der Curve; setzt man aber $y = -a$, so ergibt sich $x = \pm\infty$. Die beiden tiefsten Punkte liegen demnach in unendlicher Entfernung von der Ordinatenaxe in der Tangente cd des Kreises eoA.

Jeder aus o gezogene Ring, dessen Halbmesser $r = oA = a$ ist, besitzt auf der concaven und auf der convexen Seite je einen Reflex von L. Ist aber $r \gtreqless a$, so hat der bezügliche Ring nur auf der concaven Seite einen Reflex.

47. Wenn der Winkel AoL (Taf. IV, Fig. 43) $= 180°$ ist, ergibt sich aus (16), Art. 45, für den vorliegenden Fall die Gleichung:

$$y(y^2 + x^2 + 2ax) = 0.$$

Als fehlerzeigende Linien ergeben sich also die Gerade oL und der aus A gezogene Kreis, dessen Halbmesser $\rho = a$ ist.

Aus der Fig. 43 ist zu entnehmen, daß jeder aus o beschriebene Ring, dessen Halbmesser $r < 2a$ ist, zwei Reflexe von L auf der concaven Seite besitzt; daß hingegen auf einem Ringe, dessen Halbmesser $r \gtreqless 2a$ ist, kein Reflex von L erscheinen kann.

Ähnliche Lichterscheinungen sieht man auf ebenen, aber durch Abdrehen erzeugten Flächen, z. B. auf den Köpfen von Metallschrauben, auf Uhrperpendikeln u. s. w.

48. Wenn endlich der Winkel A_1oL (Fig. 43) $= 0$ ist, folgt aus (16) die Gleichung:

$$y(y^2 + x^2 - 2ax) = 0.$$

In diesem Falle hat man wieder als fehlerzeigende Linien die Gerade oL_1 und den Kreis, für welchen A_1 den Mittelpunkt und $\rho = oA_1 = a$ den Halbmesser bildet. Das Auge A_1 kann jedoch auf den aus o beschriebenen Ringen keinen Reflex von L wahrnehmen, weil die Lichtstrahlen statt in das Auge in entgegengesetzter Richtung reflectirt werden.

Um die Übergänge der fehlerzeigenden Linien in die Gerade und den Kreis anschaulich zu machen, wurden in Fig. 44 drei Fälle zusammengefaßt, und dabei $Ao = A_1o = A_2o$; $A_1oL > AoL$ und $A_2oL = 180°$; oder $A_1oL_1 < AoL_1$ und $A_2oL_1 = o$ angenommen. Man sieht hier sehr deutlich, wie die fehlerzeigende Linie ihre Form ändert und zuletzt die Form —ɵ— annimmt.

49. Zieht man durch einen beliebigen Punkt G der fehlerzeigenden Linie AGo (Taf. IV, Fig. 45) zwei Parabeln Gs_1G_2 und GsP, für welche die mit oL parallele Gerade As die Axe und A den Brennpunkt bildet, deren Scheitel s und s_1 aber auf verschiedenen Seiten von A liegen; so ist die Gerade oG Normale zu der einen und Tangente zu der zweiten Parabel, denn es schließt oG mit dem Lichtstrahle AG und der Axe As der Parabeln gleiche Winkel ein.

Die fehlerzeigende Linie $AoLG$ kann also auch zur Bestimmung der durch o zu ziehenden Normalen zu Parabeln benützt werden, für welche $As(\|oL)$ die Axe und A den Brennpunkt vorstellt.

Der Fußpunkt G der Normalen AG zu der Parabel Gs_1G_2 kann nun auf folgende Weise bestimmt werden.

Man beschreibe aus o einen Kreis egf, welcher die Parabel berührt, und ziehe durch den muthmaßlichen Berührungspunkt g die Geraden $gdi(\|AL)$ und $Agha$; dann beschreibe man wieder aus o zwei Kreise, von denen der erste die gd, der zweite die Aa berührt, ziehe an die drei Kreise die Tangenten bh und $fk\|AL$, so wie Aic, Ake und verbinde die Durchschnittspunkte h, i, k durch eine stetige Curve $ohikA$, welche im Punkte G die Parabel schneidet. Nachher ziehe man die Geraden $GL(\|AL)$ und GA, und untersuche, ob beide von o gleichweit abstehen; ist dies der Fall, dann ist G der fragliche Fußpunkt. Sonst ist die Curve nicht genau gezogen worden und sind noch mehrere Punkte derselben zwischen h und i zu construiren. Wenn aber schon die Geraden gd und Ag von o gleichweit abstehen, mithin die Kreise odc und oba zusammenfallen; so bildet g den Berührungspunkt des Kreises mit der Parabel, also auch den fraglichen Fußpunkt der Normale AG.

Zu jeder aus A (Taf. IV, Fig. 43) beschriebenen Parabel, deren Scheitel zwischen A und t liegt, können drei Normalen durch o gezogen werden. Die Fußpunkte dieser Normalen liegen im Durchschnitte der betreffenden Parabel mit der Geraden oA und dem Kreise oGG_1. Zu jeder anderen aus A beschriebenen Parabel kann nur eine Normale durch o gezogen werden.

In Taf. IV, Fig. 45 ist $h_1\gamma_1 = h_1o$; $h_2\gamma_2 = h_2o$; $h_3\gamma_3 = h_3o$ .. Es versteht sich aber von selbst, daß das Curvenstück $\gamma_1\gamma_3$ auch nach den anderen hier angegebenen Constructionen bestimmt werden kann.

50. Wenn das Auge A und die Lichtquelle L in unendlicher Entfernung von o angenommen werden, wie dies bei Darstellungen

in orthogonalen und schiefen Projectionen der Fall ist, dann ist $a = b = \infty$. Für diesen Fall erhält man aus (8) die Gleichung:

$$y^2 - x^2 + 2xy \cotg \alpha = 0$$

oder

$$\left(y - x \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}\right)\left(y + x \cotg \frac{\alpha}{2}\right) = 0.$$

Die Gleichung: $y - x \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 0$ entspricht der Geraden ok, welche den Winkel AoL (Taf. IV, Fig. 46) halbirt. Die Gleichung: $y + x \cotg \frac{\alpha}{2} = 0$ entspricht aber der auf ok senkrechten Geraden oi. Die Reflexe von L auf den aus o beschriebenen Ringen liegen in der Geraden GoG_1, welche den Winkel AoL halbirt, und deßhalb erscheint auf jeder Seite eines aus o beschriebenen Ringes ein Reflex von L.

51. Bei der Bestimmung der Reflexe von Kugeln auf Kugeln kommt es zuweilen darauf an, die Grenzen des Reflexes eines Kreises K auf einem zweiten Kreise K_1 darzustellen.

Es sind auf dem aus o beschriebenen Kreise $\alpha_1 o \beta_1$ (Taf. IV, Fig. 47) die Grenzen des Reflexes von dem um m gezogenen Kreise K zu bestimmen.

Man beschreibe aus o den Kreis $o1$ und ziehe an denselben die Tangenten $A1$ und $\gamma 1$, welche letztere zugleich den Kreis K berührt und $A1$ in I schneidet. Liegt I in der Peripherie des Kreises $\alpha_1 o \beta_1$, so ist I eine der fraglichen Grenzen. Ist dies nicht der Fall, so ergibt sich durch Wiederholen des Verfahrens eine Reihe von Punkten, durch welche die den Kreis $\alpha_1 o \beta_1$ in der fraglichen Grenze α_1 schneidende Curve I II III geht. Auf gleiche Weise ist die zweite Grenze β_1 des bezüglichen Reflexes von $\alpha_1 o \beta_1$ darzustellen.

Sind statt den zwei Kreisen K und K_1 zwei beliebige Curven C und C_1 (Fig. 48) gegeben, so können die Grenzen g_1 und g_2 des Reflexes von C auf C_1, wie folgt bestimmt werden.

Man ziehe die Normale gp zu C_1; $ApA_1 \perp gp$; $pA_1 = pA$ und dann $A_1 g$. Berührt $A_1 g$ die Curve C, so ist g eine Grenze des Reflexes von C auf C_1. Sonst ist an C die Tangente $t_1 \gamma_1 \| A_1 g$ bis γ_1 (in gp) zu ziehen und das Verfahren bei mehreren Normalen von C_1 zu wiederholen. Die so erhaltenen Punkte $\gamma_1, \ldots \gamma_n$ liegen in einer Curve $\gamma_1 \ldots \gamma_n$, welche C_1 in der fraglichen Grenze g_1 schneidet. Die zweite Grenze g_2 des Reflexes von C auf C_1 ist eben so zu bestimmen.

52. Wenn die Punkte A und L nicht in der Ebene der beobachteten Curve liegen, sind die Reflexe von L eben so wie auf abwickelbaren Curven zu bestimmen.

c) Reflexe auf abwickelbaren Curven.

53. Im Art. 32 wurde bereits bemerkt, daß auf abwickelbaren Curven die Reflexe von einem Punkte L mittelst fehlerzeigender Curven bestimmt werden können, welche die Reflexe von L auf den Tangenten der beobachteten Curven enthalten. Eine zweckmäßigere Construction geht aus folgender Betrachtung hervor.

Dreht sich eine abwickelbare Curve C, auf welcher G den Reflex von L für das Auge A bildet, um die Gerade AL; so beschreibt die Curve C eine Umdrehungsfläche U und der Punkt G einen Kreis K, dessen Ebene senkrecht steht auf AL. Der Kreis K ist der geometrische Ort der Reflexe von L auf der Umdrehungsfläche U. Jeder Punkt, welchen eine auf der Umdrehungsfläche U befindliche Curve C_n mit dem Kreise K gemeinschaftlich hat, ist zugleich ein Reflex von L auf C_n.

Der Durchschnittspunkt g des Kreises K mit der Meridiancurve M der Umdrehungsfläche ist also der Reflex auf M von L. Ist aber g bekannt, so findet man den Reflex G auf C im Durchschnitte der Curve C mit der durch g senkrecht zu AL gelegten Ebene.

Um auf einer abwickelbaren Curve C den Reflex G von einem Punkte L zu finden, zeichne man zuerst einen Meridian M der Umdrehungsfläche U, welche die Verbindungsgerade AL des Auges A mit L als Axe und C als Erzeugende hat, und construire dann auf dem Meridiane M den Reflex g von L, lege durch g die auf AL senkrechte Ebene und bestimme ihren Durchschnitt G mit der Curve C.

54. Wenn die Lichtstrahlen mit der Geraden ls parallel sind, so kann der Reflex G von dem in unendlicher Entfernung befindlichen Punkte l wie in dem früheren Falle construirt werden, indem statt AL die mit ls parallele Gerade Al benützt wird.

Wenn L und A in unendlicher Entfernung liegen, mithin die einfallenden und die reflectirten Lichtstrahlen parallel sind, so muß die durch den Reflex G von L gehende Tangente der abwickelbaren Curve C parallel sein mit der Ebene E, welche auf der Halbirungs-

geraden $\dot{o}H$ des Winkels AoL senkrecht steht, wo Lo die Richtung der einfallenden und Ao jene der reflectirten Lichtstrahlen bezeichnet.

Um also den auf der abwickelbaren Curve C erscheinenden Reflex G von L zu erhalten, hat man blos den Berührungspunkt G von C mit jener Tangente tG zu bestimmen, welche die Halbirungsgerade Ho unter rechten Winkeln kreuzt.

Zu dem Behufe zeichne man eine Kegelfläche F, deren Spitze s ist und deren Erzeugenden mit den Tangenten der gegebenen Curve C parallel sind, und lege durch s die Ebene E senkrecht zu der Geraden Ho. Die Ebene E schneidet oder berührt die Kegelfläche F in der Geraden sx, welche offenbar mit der Tangente tG parallel ist. Man ziehe dann also noch die mit sx parallele Tangente tG an die Curve C und bestimme ihren Berührungspunkt G. Erfolgt der Durchschnitt oder die Berührung von E mit F in mehreren Geraden, so erscheinen auf C eben so viele Reflexe von L. Haben aber E und F nur den Punkt s gemeinschaftlich, so kann auf der Curve C kein Reflex von L erscheinen.

Ist C eine cylindrische Schraubenlinie mit gleichmäßiger Steigung, so sind ihre Tangenten gegen die auf der Cylinderaxe senkrechte Ebene E_1 gleich geneigt, und es bildet F einen Rotationskegel. Der Neigungswinkel α der Tangenten von C gegen E_1 ergibt sich aus einem rechtwinkeligen Dreiecke, in welchem die Höhe h des Schraubenganges und der Umfang $2r\pi$ der Cylinderbasis die Katheten bilden. Der Kathete h liegt der Winkel α gegenüber.

Oder: Man zeichne eine Cylinderfläche F, für welche C die Leitlinie bildet und deren Erzeugenden sich mit Ho unter rechten Winkeln kreuzen, lege an F berührende auf Ho senkrechte Ebenen E... und bestimme die Berührungspunkte G.. von E.. mit C.

55. abc (Taf. IV, Fig. 49) stellt die orthogonale Projection einer cylindrischen Schraubenlinie mit gleichmäßiger Steigung vor. Die Cylinderaxe $m\mu$ ist unter dem Winkel v gegen die Zeichnungsfläche geneigt. Die Ebene der kreisförmigen Cylinderbasis $a'b'c'd'$ ist unter dem Winkel $90 - v$ gegen die Zeichnungsfläche geneigt und schneidet sie in der Geraden $a'c'$. Die Projection der Basis auf der Zeichnungsfläche ist die Ellipse $a'b'c'd'$, deren halbe kleine Axe $mb' = ma' \sin v$ ist. Man bestimme den Neigungswinkel α auf die im Art. 54 angegebene Weise und ziehe die Geraden $a's_1$ und ms_1 so,

daß $ma's_1 = \alpha$ und $s_2ms_1 = v$ ist. Der aus m gezogene Kreisbogen s_1s_2 schneidet die Gerade ms_2 in s_2 und die mit $a'c'$ parallele Gerade s_2s schneidet ms_1 in s, daher ist s die Spitze des Kegels $sa'b'c'$, dessen Erzeugenden mit den Tangenten von abc parallel sind. M_1N_1 ist die Horizontaltrace und N_1s_1 die Verticaltrace der senkrecht zur Halbirungsgeraden Go des Winkels AGL durch s_1 gelegten Ebene. M_1N_1 schneidet den Kreis $a'b_1c'$ in dem Punkte f_1, welcher durch Drehung um $a'c'$ in die Ebene $a'b'c'$ nach f'_1 zu liegen kommt. Die Gerade sf'_1 bildet den Durchschnitt des Kegels $sa'b'c'$ mit der auf Go senkrechten Ebene $e'f'_1s$, welche in $e'N_1$ die Ebene $a'b'c'$ und in N_1s die Ebene $sa'c'$ schneidet. sf'_1 ist also parallel mit der fraglichen Tangente tG an abc. Man ziehe $mG_1 \perp mf_1$ und $G_1G \| m\mu$, so ist G ein Reflex von L auf abc. Eben so ergibt sich der zweite Reflex (G) von L auf der Curve abc.

D. Reflexe auf allgemeinen krummen Flächen.

56. Werden durch den Reflex G von L auf einer beliebig krummen Fläche F zwei Curven C und C_1 geführt, und an dieselben die Tangenten Gb und Gc gezogen; so liegen Gb und Gc in der Ebene Gbc, welche F in G berührt, und es ist G der Reflex von L auf der Ebene Gbc, folglich auch auf den Geraden Gb und Gc und den Curven C und C_1. Findet man also, daß der Durchschnittspunkt G zweier auf F befindlichen Curven C und C_1 den Reflex von L auf C und C_1 bildet, so ist G zugleich Reflex von L auf der krummen Fläche F.

Nimmt man auf dem beleuchteten Theile der krummen Fläche F eine Reihe von beliebigen, ebenen oder abwickelbaren Curven an, z. B. solche, deren Ebenen parallel sind oder durch eine Gerade gehen, und bestimmt auf denselben die Reflexe $\gamma_1, .. \gamma_n$ von L, so muß offenbar die Verbindungslinie $\gamma_1 .. \gamma_n$ den auf F erscheinenden Reflex G von L enthalten.

Demnach kann der auf der krummen Fläche F erscheinende Reflex G von L mittelst zweier Curven $\gamma_1 ... \gamma_n$ und $\gamma_I ... \gamma_v$, welche die Reflexe von L auf zwei verschiedenen Reihen von Curven der Fläche F enthalten, construirt werden; denn $\gamma_1 ... \gamma_n$ und $\gamma_I ... \gamma_v$ schneiden sich in G. Statt der zweiten Curve $\gamma_I ... \gamma_v$ kann zur Bestimmung des Reflexes G auch die Curve $g_1 ... g_n$ benützt werden, welche die Reflexe $g_1, .. g_n$ auf den durch $\gamma_1, .. \gamma_n$ berührend an F

gelegten Ebenen enthält. Die Curve $g_1 \ldots g_n$ berührt die Fläche F und schneidet die Curve $\gamma_1 \ldots \gamma_n$ in dem Reflexe G.

Am zweckmäßigsten ergibt sich zur Bestimmung des Reflexes von L auf einer allgemeinen krummen Fläche F folgender Vorgang.

Man bestimme auf der krummen Fläche F den Reflex g von L zuerst nach dem Augenmaße, und lege dann durch die Gerade AL zu beiden Seiten der Ebene AgL eine Reihe von Ebenen, welche die krumme Fläche F in den Curven $C_1, \ldots C_n$ schneiden. Auf diesen Curven $C_1 \ldots C_n$ construire man die Reflexe $\gamma_1, \ldots \gamma_n$ von L, führe durch die einzelnen Punkte $\gamma_1, \ldots \gamma_n$ berührende Ebenen $E_1, \ldots E_n$ an die krumme Fläche F, construire auf den Ebenen $E_1, \ldots E_n$ die Reflexe $g_1, \ldots g_n$ und ziehe endlich die Curven $\gamma_1 \ldots \gamma_n$ und $g_1 \ldots g_n$, deren gemeinschaftlicher Punkt G als der fragliche Reflex von L auf F erscheint. Oder: Man bestimme auf der Curve $\gamma_1 \ldots \gamma_n$ den Reflex G von L nach dem Art. 53, so ist G zugleich der Reflex von L auf der krummen Fläche F.

Der auf einer allgemeinen krummen Fläche F erscheinende Reflex C_1 von einer Linie C ergibt sich, wenn die Reflexe der Endpunkte und einiger Zwischenpunkte von C auf die zuvor angegebene Weise construirt und dann entsprechend verbunden werden. Die Zwischenpunkte des Reflexes lassen sich aber auch auf folgende Weise construiren. Man wähle auf F eine zwischen den Endpunkten r_x und r_y des Reflexes C_1 durchgehende Curve c und ziehe durch die von A aus sichtbaren Punkte $r_1, \ldots r_n$ derselben die Normalen $r_1 o_1, \ldots r_n o_n$ zu F und dann in den Ebenen $Ar_1 o_1, \ldots Ar_n o_n$ die Geraden $r_1 p_1, \ldots r_n p_n$ so, daß $\sphericalangle p_1 r_1 o_1 = Ar_1 o_1, \ldots \sphericalangle p_n r_n o_n = Ar_n o_n$ ist. Die Geraden $r_1 p_1, \ldots r_n p_n$ bilden im Allgemeinen eine windschiefe Fläche f. Dann suche man den Durchschnittspunkt p_z der Linie C mit f, so ist p_z derjenige Punkt von C, welcher seinen Reflex r_z auf c hat. r_z kann nun nach dem angegebenen Verfahren construirt werden. Auch kann man den Durchschnittspunkt t_z der Geraden $p_z t_z$ mit der windschiefen Fläche f_1 bestimmen, welche von den Normalen $r_1 o_1, \ldots r_n o_n$ gebildet ist. Die Normale $t_z r_z$ zu F schneidet die Curve c in dem fraglichen Reflexe r_z von p_z und es läßt sich r_z mittelst einer fehlerzeigenden Curve bestimmen, die c in r_z schneidet und deren Punkte $\gamma_1, \ldots \gamma_n$, wie folgt, gefunden werden können. Man ziehe durch den Punkt g der Curve c die Geraden $t_z g$, gA und $p_x g$ so wie die Gerade $Aq \| p_x g$, bis sich $t_z g$ und Aq in q schneiden und trage das Stück $A\gamma_n = Aq$

auf die Gerade Ag. Oder: Man ziehe Auv senkrecht zu $t_x g$, trage vom Durchschnittspunkte u der Auv und $t_x g$ das Stück $uv = Au$ auf die Gerade Av und ziehe $p_x v$ bis $t_x g$ in γ_m getroffen wird. Oder endlich, man durchschneide aus A mit dem Kreisbogen $g\gamma$ die Gerade $t_x g$ in γ.

Zur bildlichen Darstellung des Reflexes eines Körpers ist die Angabe der Reflexe der im Spiegel sichtbaren Ecken und Kanten desselben erforderlich.

Die Punkte $r_x \ldots r_y \ldots$ der Contour des auf einer beliebigen krummen Fläche F erscheinenden Reflexes von einem Körper mit krummer Oberfläche F_1 können aber auf folgende Weise construirt werden.

Man wähle auf F eine Linie c und ziehe durch die von A aus sichtbaren Punkte $r_1, \ldots r_n$ derselben die Normalen $r_1 o_1, \ldots r_n o_n$ zu F und dann in den Ebenen $Ar_1 o_1 \ldots Ar_n o_n$ die Geraden $r_1 p_1 \ldots r_n p_n$, so daß $\sphericalangle p_1 r_1 o_1 = Ar_1 o_1 \ldots \sphericalangle p_n r_n o_n = Ar_n o_n$ ist. Dann bestimme man die Durchschnittslinie C von F_1 mit der von den Geraden $r_1 p_1 \ldots r_n p_n$ gebildeten Fläche f, so wie die Durchschnitte r_x und r_y der Linie c mit den Erzeugenden $r_x p_x$ und $r_y p_y$, welche die Linie C berühren oder durch ihre Endpunkte gehen.

E. Reflexe auf abwickelbaren Flächen.

57. Ist G der Reflex von L auf einer Berührungsebene E der abwickelbaren Fläche F und liegt G in der Geraden, in welcher sich E und F berühren; so ist G zugleich Reflex von L auf der abwickelbaren Fläche F. Der geometrische Ort der Reflexe von L auf den Berührungsebenen einer abwickelbaren Fläche F ist im Allgemeinen aber eine abwickelbare Curve $g_1 \ldots g_n$, welche die abwickelbare Fläche F in den Reflexen von L berührt.

Jeder Reflex G von L kann nur auf dem sichtbaren und zugleich von L direct beleuchteten Theile der abwickelbaren Fläche F liegen; daher sind zur Bestimmung der Curve $g_1 \ldots g_n$ die Reflexe von L nur auf solchen Ebenen zu construiren, welche die Fläche F in, dem Auge A sichtbaren und beleuchteten Kanten berühren.

Um die Berührungspunkte $G \ldots$ der Curve $g_1 \ldots g_n$ mit F zu finden, ist im Allgemeinen durch C eine Cylinderfläche Z zu legen, die Durchschnittslinie C_1 von F und Z darzustellen und sind die gemeinschaftlichen Punkte $G \ldots$ der beiden Curven $g_1 \ldots g_n$ und C_1 zu bestimmen.

Wenn $g_1 \ldots g_n$ eine ebene Curve ist, wird man selbstverständlich die Durchschnittslinie C_1 der Ebene von $g_1 \ldots g_n$ mit F und dann wieder die Berührungspunkte G.. von $g_1 \ldots g_n$ und C_1 aufsuchen.

Ist F eine Cylinderfläche und C_2 ihre ebene Leitlinie, so kann man durch $g_1 \ldots g_n$ eine Cylinderfläche Z legen, deren Kanten mit jenen von F parallel sind und kann den Durchschnitt C_1 von Z mit der Ebene von C_2 bestimmen. Die Curven C_1 und C_2 berühren sich in dem Punkte γ, welcher mit G in derselben Kante des Cylinders F liegt.

Ist F eine Kegelfläche und C_1 ihre ebene Leitlinie, so kann durch $g_1 \ldots g_n$ und die Spitze S von F eine Kegelfläche K gelegt und ihr Durchschnitt C_1 mit der Ebene von C_2 dargestellt werden. Die Curven C_1 und C_2 berühren sich im Punkte γ und die Gerade γS schneidet C_2 im Punkte G.

Bezeichnet g_n den Reflex von L auf der Ebene E_n, welche die abwickelbare Fläche F in der Kante K_n berührt, und ist p_n der Durchschnittspunkt der Kante K_n mit der Einfallsebene Ag_nL, so fallen offenbar g_n und p_n zusammen, wenn g_n zugleich Reflex von L auf der abwickelbaren Fläche F ist. Demnach treffen sich die Curven $g_1 \ldots g_n$ und $p_1 \ldots p_n$ in den Reflexen von L. Im Allgemeinen ist das Stück $g_n p_n$ desto größer, je weiter K_n von der den Reflex G enthaltenden Kante K_x liegt.

Die Reflexe von L können also auf abwickelbaren Flächen auch nach dem folgenden Verfahren construirt werden.

Man bestimme die Ebene E_1, welche die abwickelbare Fläche F in der (dem Auge A sichtbaren und von L beleuchteten) Kante K_1 berührt und fälle auf die Ebene E_1 die Perpendikel Aa_1A_1 und Ll_1L_1, welche die Ebene E_1 in a_1 und l_1 treffen; dann ziehe man a_1l_1, bis K_1 in p_1 geschnitten wird, mache $a_1A_1 = a_1A$ (oder $l_1L_1 = l_1L$), und durchschneide a_1l_1 mit A_1L (oder L_1A) im Punkte g_1, welcher Reflex von L auf E_1 ist. Fallen g_1 und p_1 zusammen, so ist g_1 zugleich Reflex von L auf der abwickelbaren Fläche F. Sonst ist das Verfahren zu wiederholen, bis eine entsprechende Anzahl von Punkten erhalten wird, um die Curven $p_1 \ldots G \ldots p_n$ und $g_1 \ldots G \ldots g_n$ mit der erforderlichen Genauigkeit ziehen zu können. Die gemeinschaftlichen Punkte G.. der beiden Curven $p_1 \ldots p_n$ und $g_1 \ldots g_n$ sind die fraglichen Reflexe auf der abwickelbaren Fläche F.

Bei Beachtung des zuvor angeführten Umstandes, daß nämlich $g_n p_n$ desto größer ist, je weiter die Kante K_n von der den Reflex G

enthaltenden Kante sich befindet, kann schon aus der Lage dreier Paare zusammengehöriger Punkte, wie g_n, p_n, beiläufig die Stelle angegeben werden, wo der fragliche Reflex auf der abwickelbaren Fläche liegt.

Ist F eine Kegelfläche mit der Spitze s, so liegen die Punkte $a_1, \ldots a_n$ (oder $l_1, \ldots l_n$) auf einer Kugel, deren Durchmesser As (oder Ls) ist; denn jede Gerade $..Aa_n$ (oder $..Ll_n$) steht senkrecht auf der Geraden $..sa_n$ (oder $..sl_n$). Die Punkte $..A_n$ (oder L_n) liegen aber auf einer Kugel, deren Mittelpunkt s und deren Halbmesser As (oder Ls) ist.

Bei Cylinderflächen ist As (oder Ls) unendlich groß; und die Punkte $..a_n$ und $..A_n$ (oder $..l_n$ und $..L_n$) liegen in einer durch A, (oder L) gehenden, zu den Cylinderkanten senkrechten Ebene.

Die Curve $q_1 \ldots q_n$, welche von den Reflexen von L auf den (von A sichtbaren und von L beleuchteten) Kanten der abwickelbaren Fläche F gebildet wird, enthält ebenfalls die Reflexe $G..$ von L auf F, und kann in vielen Fällen mit Vortheil zur Bestimmung der letzteren benützt werden, indem man nämlich die gemeinschaftlichen Punkte $G..$ von $q_1 \ldots q_n$ und $g_1 \ldots g_n$ oder von $q_1 \ldots q_n$ und $p_1 \ldots p_n$ ermittelt.

58. Der Kreis abk (Taf. V, Fig. 50), dessen Mittelpunkt s'' ist, liegt in der Bildfläche und ist die Basis des geraden Kreiskegels $sabk$. s'' ist zugleich die verticale Projection von s. Der Fluchtpunkt der Kegelaxe ss'' ist Ω. Der aus Ω mit dem Halbmesser Ωl gezogene Kreis $\Omega\omega l$ ist die Basis des Fluchtkegels $A\Omega\omega l$, dessen Spitze in A liegt. Ein Punkt l des Kreises $\Omega\omega l$ ergibt sich, wenn zuerst die Höhe $\sigma s''$ des Kegels bestimmt ($\Omega D_2 \| \sigma s''$), und dann $s''k \| \Omega l$ und $D_2 l \| \sigma k$ bis l in Ωl gezogen wird. Die Gerade sL, deren verticale Projection $s''L''$ ist, trifft die Bildfläche in m. Die Tangenten ma und $m\alpha$ des Kreises abk sind also die Tracen der durch L gehenden Berührungsebenen des Kegels $sabk$, und die Berührungskanten sa und $s\alpha$ sind zugleich die Grenzen zwischen Licht und Schatten auf dem Kegel.

Man bestimme die Reflexe $g_1, \ldots g_n$ auf den Ebenen $E_1, \ldots E_n$, welche den Kegel $sabk$ in sichtbaren und von L beleuchteten Geraden $sp_1, \ldots sp_n$ berühren, und ziehe durch dieselben die Geraden $Lg_1, \ldots Lg_n$, bis die Berührungskanten $sp_1, \ldots sp_n$ in den Punkten $p_1, \ldots p_n$ geschnitten werden; so sind die gemeinschaftlichen Punkte $G..$ von den Curven $g_1 \ldots g_n$ und $p_1 \ldots p_n$ die auf dem Kegel $sabk$ erscheinenden Reflexe von L. Da nämlich die Punkte L, g_n, p_n in

einer durch das Auge A gehenden Ebene $Lg_n p_n$ liegen, so erscheinen die perspectivischen Bilder von L, g_n und p_n in einer Geraden, welche die Trace Lg_n der Ebene $Lg_n p_n$ bildet.

Die Ebene sN_3O_3, welche N_3O_3 als Trace und $F_3F_{III}(\|N_3O_3)$ als Fluchtlinie hat, berührt den Kegel $sabk$ in der Geraden sp_3b.

$L''n(\perp N_3O_3)$ ist die verticale Projection der zu sN_3O_3 senkrechten Geraden $L\varphi$ und zugleich die Trace der Ebene $LL''n$. $\Omega D_1\|N_3O_3$; $\omega\Omega\varphi\perp N_3O_3$; $D_1\varphi\perp D_1\omega$; $L''n$ und N_3O_3 schneiden sich in c, folglich ist ωcd die Durchschnittslinie der Ebenen $LL''n$ und sN_3O_3 und d ist der Durchschnittspunkt von $L\varphi$ mit sN_3O_3. $T(\varphi T=\varphi D_1)$ ist ein Theilungspunkt für die Gerade $L\varphi$. Zieht man also LfT und deT bis $L''n$ in f und e geschnitten wird, ferner $ei=ef$ und die Gerade Tig_3 bis g_3 (in $L\varphi$); so ist g_3 der Reflex von L auf der Ebene sN_3O_3. Zieht man aber die Gerade $Lg_3\varphi$ bis p_3 in sb, so ist p_3 der Durchschnittspunkt der Geraden sb mit der Ebene ALg_3. Der auf $sabk$ erscheinende Reflex G liegt im Durchschnitte von $g_1\,..\,g_4$ und $p_1\,..\,p_4$.

59. $sabcd$ (Taf. V, Fig. 51) stellt die Perspective eines Kegels vor, dessen Basis der in der Ebene mno befindliche Kreis $abcd$ mit dem Halbmesser $r=\alpha n$ und dem Mittelpunkte m ist. Die Kegelaxe ms steht senkrecht auf mno; ihre Länge ist $h=\mu_1\sigma$. no ist die Trace und ωF_1 die Fluchtlinie der Ebene mno. — $f\Omega\omega\perp\omega F_1$; $\Omega D_2\|\omega F_1$; $\omega\delta_1=\omega\delta_2=\omega D_2$.

Man ziehe die Gerade $amb\|no$ und die Gerade $\omega mns'$, bis die Trace no in n getroffen wird, und mache dann $n\alpha=n\beta=r$; ferner bemerke man die Durchschnittspunkte a und b der ab mit den Geraden $\alpha\omega$ und $\beta\omega$, so wie die Durchschnittspunkte c und d der $cd\omega$ mit den Geraden $\delta_1 a$ und $\delta_1 b$. cd bildet einen Durchmesser und ab eine Sehne der Ellipse $abcd$. Weil aber $am=mb$ ist, so ist ab geometrisch parallel mit dem conjungirten Durchmesser eh von cd. Um also eh zu finden, beschreibe man über cd als Durchmesser aus μ den Kreis da_1c und ziehe die Geraden ma_1 und $\mu e_1\perp cd$ bis der Kreis da_1c in a_1 und e_1 getroffen wird; ferner ziehe man $e\mu h\|ab$; $ee_1\|aa_1$ und mache $\mu h=\mu e$. Nun kann die Ellipse $abcd$ aus den conjungirten Durchmessern cd und eh construirt werden.

$\Omega\omega D_2$ ist der Neigungswinkel der Ebene mno gegen die Bildfläche. Zieht man also $D_2 f\perp\omega D_2$, bis ωf in f getroffen wird, so ist f der Fluchtpunkt von zu mno senkrechten Geraden und fms die Lage der Kegelaxe. — Um die Spitze s zu finden, ist ms perspectivisch

gleich k zu machen. Zu dem Behufe lege man durch sm die zur Bildfläche senkrechte Ebene, welche $f\omega$ als Fluchtlinie und $n\sigma$ als Trace hat, trage auf die Fluchtlinie $f\omega$ das Stück $fT = fD_2$, ziehe $Tm\mu_1$ bis μ_1, mache $\mu_1\sigma = k$, und verlängere die Gerade $T\sigma$ bis s.

Die Tangenten si und sk der Ellipse $abcd$ bilden die Contouren des Kegels $sabc$.

Die Lichtquelle L liegt in der Ebene mno. Die Tangente Lt berührt die Ellipse in dem Punkte t, und es ist also st eine Trennungslinie von Licht und Schatten auf dem Kegel $sabcd$. Die zweite Trennungslinie ist dem Auge A nicht sichtbar.

Die Ebene $N_1O_1F_1\omega_1$, welche den Kegel $sabcd$ in der Geraden sp_1 berührt, schneidet die Basisebene mno in der Geraden F_1p_1, die im Punkte p_1 die Basis $abcd$ berührt. Diese Gerade F_1p_1 trifft in u die Bildebene, und F_1 ist ihr Fluchtpunkt; mithin gehört u der Trace N_1O_1 und F_1 der Fluchtlinie $F_1\omega_1$ der Ebene $N_1O_1F_1\omega_1$ an. Um einen zweiten Punkt der Trace N_1O_1 zu finden, ziehe man die verticale Gerade ss', bis sie die Ebene mno in s' trifft, welcher Punkt s' in der Geraden $\omega ms'$ liegt. Dann ziehe man die zu p_1F_1 parallele Gerade sF_1 und lege durch die beiden Geraden sF_1 und ss' eine Ebene, welche die mno in der Geraden $s'F_1$ und die Bildfläche in der verticalen Geraden vO_1 schneidet, wo v den gemeinschaftlichen Punkt von $s'F_1$ und no bezeichnet. Die Gerade vO_1 trifft aber die Gerade sF_1 im Punkte O_1, welcher Durchschnittspunkt der Geraden sO_1F_1 mit der Bildfläche, also auch ein Punkt der Trace N_1O_1 ist. Die Fluchtlinie $F_1\omega_1$ ist bekanntlich geometrisch parallel mit der Trace N_1O_1.

Der Fluchtpunkt φ_1 von zu der Ebene $N_1O_1F_1\omega_1$ senkrechten Geraden liegt im Durchschnitte der Geraden $\omega_1\Omega\varphi_1$ und $D\varphi_1$, wo $\Omega D || N_1O_1$; $\omega_1\Omega\varphi_1 \perp F_1\omega_1$ und $D\varphi_1 \perp D\omega_1$ ist.

φ_1L ist die Trace der auf $N_1O_1F_1$ senkrechten Einfallsebene Ag_1L und der gemeinschaftliche Punkt p_1 der Geraden $L\varphi_1$ und sp_1 ist der Durchschnitt der Berührungskante sp_1 mit der Einfallsebene Ag_1L. p_1 liegt zufällig in der Ellipse $abcd$.

Um den Reflex g_1 von L auf der Ebene $N_1O_1F_1\omega_1$ zu finden, lege man durch $L\varphi_1$ eine beliebige Ebene $n_1o_1\varphi_1\psi_1$, welche etwa $\varphi_1\psi_1$ als Fluchtlinie hat. Diese Ebene $n_1o_1\varphi_1\psi_1$ schneidet die mno in der Geraden ψ_1Lo_1 und letztere Gerade trifft wieder die Trace no im Punkte o_1, mithin ist o_1 ein Punkt der Trace n_1o_1 von $n_1o_1\varphi_1\psi_1$ und ist deßhalb $n_1o_1 || \varphi_1\psi_1$ zu ziehen.

Die Ebenen $N_1 O_1 F_1 \omega_1$ und $n_1 o_1 \varphi_1 \psi_1$ schneiden sich in der Geraden $f_1 x_1$; $f_1 x_1$ und $L\varphi_1$ schneiden sich in l_1, daher ist l_1 Durchschnittspunkt der Geraden $L\varphi_1$ mit der Ebene $N_1 O_1 F_1 \omega_1$. Nun verlängere man $f_1 L$ bis y_1 (in $n_1 o_1$), mache $x_1 n_1 = x_1 y_1$ und ziehe die Gerade $n_1 f_1$ bis $L\varphi_1$ in dem Reflexe g_1 von L auf der Ebene $N_1 O_1 F_1 \omega_1$ getroffen wird. n_1 liegt zufällig in der Geraden $s'\omega$.

Auf gleiche Weise erfolgte die Bestimmung der Punkte p_2.. und g_2..der beiden Curven $p_1 \ldots p_8$ und $g_1 \ldots g_8$, welche sich in dem auf der Kegelfläche *sabcd* erscheinenden Reflexe G von L schneiden.

Da sG der Reflex von sL ist (siehe 65), so kann in dem Falle wenn L nicht in der Ebene der gegebenen Kegelbasis liegt, der Reflex des Durchschnittspunktes von sL mit der Basisebene, wie hier G, und dann der Reflex von L auf der die Kegelfläche in der Geraden sG berührenden Ebene construirt werden, welcher zugleich Reflex auf dem Kegel *sabc* ist.

Auf Cylinderflächen lassen sich die Reflexe von L auf noch einfachere Art construiren.

60. Es sei G (Taf. V, Fig. 52) der Reflex von L auf dem Cylinder Z für das Auge A, und Gga die Ebene, welche den Cylinder Z in der Geraden Gg berührt, so steht bekanntlich die Einfallsebene AGL senkrecht auf der Ebene Gga und schneidet dieselbe in einer Geraden aGl, die mit den Strahlen LG und AG gleiche Winkel einschließt. Es ist also $\sphericalangle LGl = AGa$. Zieht man $AA_1 \perp Gga$, so wird die Gerade AA_1 von der Ebene Gga in a und von der Geraden LG in A_1 so geschnitten, daß $aA_1 = Aa$ ist.

Da die Geraden AA_1 und Gg sich unter rechtem Winkel kreuzen, so kann durch AA_1 die Ebene AA_1g senkrecht zu Gg gelegt werden. Die Ebene AA_1g schneidet die Ebene Gga in der Geraden agm und die Cylinderkante Gg in dem Punkte g.

Zieht man $LL' \| Gg$, also senkrecht auf die Ebene AA_1g bis dieselbe in L' getroffen wird und verbindet L' mit A_1, so muß $L'A_1$ durch g gehen; denn Gg liegt in der Ebene $LL'A_1$ und hat mit der Ebene AA_1L den Punkt g gemeinschaftlich. Es ist also $\sphericalangle L'gm = A_1ga$. Die rechtwinkeligen Dreiecke A_1ag und Aag sind congruent, weil sie die Seite ga gemeinschaftlich haben und $aA_1 = aA$ ist, mithin ist $\sphericalangle Aga = A_1ga$.

Da $\sphericalangle L'gm = A_1ga$ und $\sphericalangle Aga = A_1ga$ ist, so ist auch $\sphericalangle L'gm = Aga$. Die Ebene AA_1g schneidet den Cylinder in der Curve

ugv, welche die Gerade *agm* in *g* berührt. Demnach ist *g* der Reflex von L' auf der Curve *ugv* und zugleich auf dem Cylinder.

Hieraus ergibt sich zur Construction des Reflexes G von einem Punkte L auf Cylinderflächen das folgende Verfahren.

Man lege senkrecht auf die Cylinderkanten durch A die Ebene AA_1g und bestimme ihre Durchschnitte C und L' mit der Cylinderfläche und mit der zu den Cylinderkanten parallelen Geraden LL'. Dann bestimme man auf der Curve C den Reflex g von L', trage auf die Gerade $L'gA_1$ das Stück $gA_1 = Ag$ und ziehe die Gerade A_1L; so ist ihr Durchschnittspunkt G mit der Cylinderkante gG der Reflex von L auf der bezüglichen Cylinderfläche.

Eine beliebige jedoch mit AgA_1 parallele, also auf den Cylinderkanten senkrechte Ebene $a'l'g'$, schneidet die Cylinderfläche in der Curve C', die Kante Gg in g' und die mit Gg parallelen Geraden Aa' und Ll' in a' und l'. Betrachtet man a' als Auge, so ist offenbar auf der Curve C' der Punkt g' der Reflex von l'.

Ist also ein Normalschnitt C' des spiegelnden Cylinders Z vorhanden, so bestimme man die Durchschnittspunkte a' und l' der mit den Cylinderkanten parallelen Geraden Aa' und Ll' mit der Ebene der Curve C' und auf C' den Reflex g' von l' für a'. Dann ziehe man $AA_1 \# a'a'_1$; $g'G \| Aa'$ und A_1L, so schneiden sich die Geraden A_1L und $g'G$ in dem Reflexe G von L auf der Cylinderfläche Z.

Wenn die Lichtstrahlen parallel einfallen, so sind ihre orthogonalen Projectionen auf der Normalebene des Cylinders parallel mit $l'g'$. In diesem Falle hat man in der Normalebene die orthogonale Projection $l's'$ eines beliebigen Lichtstrahles LS darzustellen und auf C' den Reflex g' mit Rücksicht auf die mit $l's'$ parallelen Lichtstrahlen und das Auge a' zu bestimmen; dann ist A_1 wie zuvor aufzusuchen und durch A_1 eine mit LS parallele Gerade A_1G bis zum Durchschnitte mit der Cylinderkante Gg' zu ziehen.

Ist die Cylinderkante Gg gefunden, so kann G auch dadurch bestimmt werden, daß durch die aAL die Ebene AGL senkrecht zu der Berührungsebene aGg des Cylinders gelegt und ihr Durchschnitt G mit der Geraden Gg dargestellt wird.

Das hier Angeführte gilt auch für den Fall, wenn A mit L und a mit l vertauscht wird.

61. Der in der Bildfläche befindliche Kreis o_1ae (Taf. V, Fig. 53), bildet die Basis des auf der Zeichnungsfläche senkrechten Cylinders *eakli*, welcher von dem Punkte L beleuchtet wird, dessen orthogonale Projection L'' ist. Die Axe o_1o_2, so wie die Kanten des Cylinders haben also Ω als Fluchtpunkt.

Die durch den leuchtenden Punkt L senkrecht auf die Cylinderaxe o_1o_2, also parallel zur Bildfläche gelegte Ebene schneidet den Cylinder in dem Kreise $o_2g.(o_2L||o_1L'')$. g ist der Reflex von L auf dem Kreise o_2g, wenn der Durchschnittspunkt (Ω) der mit o_1o_2 Parallelen $A\Omega$ mit der Ebene des Kreises o_2g das Auge vorstellt. Auf dem Cylinder *eakli* liegt demnach der Reflex G von L in der Kante fgG, und zwar ist $gG = gL$ und $LG||o_1f$. Die Gerade Lc berührt den Kreis o_2gc in c, daher ist acb die sichtbare Grenze von Licht und Schatten auf dem Cylinder *eakli*. Die zweite Grenze ist nicht sichtbar.

62. Die Axe o_1o_2 (Taf. V, Fig. 54) des spiegelnden Rotationscylinders *eikl* liegt in der Zeichnungsfläche. Die durch das Auge A senkrecht auf o_1o_2, also auch senkrecht auf die Bildfläche gelegte Ebene $A\Omega\varphi(\Omega\varphi\perp o_1o_2)$ schneidet den Cylinder in dem Kreise uo_2v vom Halbmesser o_2h.

Die parallel zu o_1o_2 durch L gezogene Gerade Ll trifft die Ebene $A\varphi\Omega$ in l, dessen verticale Projection l'' ist. $(L''l''||o_1o_2)$.

Durch Umlegen der Ebene $A\Omega\varphi$ in die Bildfläche gelangt A nach $D(\Omega D\perp\Omega\varphi)$, l nach l_1 und der Kreis uo_2v nach po_2g, in welcher Lage er die Geraden Du und Dv berührt. Auf diesem Kreise ist g der Reflex von l_1 und zwar für das Auge D. Zieht man nun die Gerade Dg bis γ (in $\Omega\varphi$), so ist γ der Reflex von l auf dem Kreise uo_2v mit Rücksicht auf das Auge A, folglich liegt in der Kante γG auch der Reflex G von L auf der Cylinderfläche und um denselben zu finden, ist auf die Gerade l_1ga_1 das Stück $ga_1 = gD$ zu tragen, a_1D bis φ (in $\Omega\varphi$) und φL bis G (in $gG||o_1o_2$) zu ziehen $(D\varphi||o_2g)$.

63. Die Axe oo_2 (Taf. V, Fig. 55) des Umdrehungscylinders *abcdk* trifft in o die Bildfläche und verschwindet in F; folglich ist ihre verticale Projection $oo_2''||\Omega F$. f ist der Fluchtpunkt der Lichtstrahlen. Es ist der hellste Punkt G des Cylinders zu construiren.

Man ziehe $\Omega D\perp\omega\Omega F$, $D\omega\perp DF$ und $\omega\varphi\perp\omega F$; so ist $o_2\omega$ die Trace der senkrecht auf oo_2 durch A gelegten Ebene $Ao_2\omega$, welche

den Cylinder in dem Kreise uoq und die Axe oo_2 in o_2 schneidet. Durch den Lichtstrahl Af lege man die auf $Ao_2\omega$ senkrechte Ebene, welche Ff als Trace hat und die Ebene $Ao_2\omega$ in der Geraden $A\varphi$ schneidet, so ist $A\varphi$ die orthogonale Projection auf $Ao_2\omega$ von Af.

Die Ebene $Ao_2\omega$ lege man in die Bildebene, wodurch A, o_2, $A\varphi$ nach δ, $(\omega\delta = \omega D)$ o_{II}, $\delta\varphi$ gelangen. Aus o_{II} beschreibe man den Kreis $o_{II}g_1t_1$, welcher die Geraden δu und δq berührt, und den umgelegten Normalschnitt bildet. An den Kreis $o_{II}g_1t_1$ ziehe man die mit $\delta\varphi$ parallele Tangente $t_1\alpha$ und durch den Berührungspunkt t_1 die Gerade δt bis t (in $o_2\omega$), und verbinde t mit F. ab (Ft) ist die sichtbare Grenze von Licht und Schatten auf dem Cylinder.

Auf dem Kreise $o_{II}g_1t_1$ construire man den Reflex g_1, mit Rücksicht auf ein Auge δ und die mit $\delta\varphi$ parallelen Lichtstrahlen, ziehe die Gerade δg_1 bis g (in $o_2\omega$) und dann die Gerade gF, in welcher der Reflex G von F liegt. Auf die mit $\delta\varphi$ Parallele g_1A_1 trage man das Stück $g_1A_1 = g_1\delta$ und ziehe δA_1 bis A_1 (in $o_2\omega$), endlich fA_1G bis G (in gF); so ist G der Reflex von dem in der Geraden Af, jedoch in unendlicher Entfernung von A befindlichen Punkte, und zugleich der dem Auge A am hellsten erscheinenden Punkt auf dem Cylinder.

64. $abifk$ (Taf. VI, Fig. 56) stellt die orthogonale Projection eines Umdrehungscylinders vor, dessen Axe oo_1 den Winkel v mit der Zeichnungsfläche einschließt. Die Normalschnitte $abcd$ und $eifk$ des Cylinders erscheinen als congruente Ellipsen, deren große Axen ab und ik senkrecht auf oo_1 stehen und gleich sind dem Cylinderdurchmesser d; $cd = ef\,(= d \sin v)$ sind die kleinen Axen.

L bildet die Lichtquelle und l die orthogonale Projection von L auf der Querschnittsebene $abcd$. Die Sehstrahlen stehen senkrecht auf der Zeichnungsfläche; ihre orthogonalen Projectionen auf der Querschnittsebene $abcd$ sind mit cd parallele Gerade.

Man drehe die Querschnittsebene $abcd$ um ab, bis sie mit der Zeichnungsfläche parallel ist; dann erscheint der Querschnitt als Kreis abc_1d_1 und l kommt nach l_1. Um l_1 zu erhalten, ist $lm \| ca$ und $ml_1 \| ac_1$ zu ziehen.

An den Kreis abc_1d_1 ziehe man die Tangente l_1u_1 und durch ihren Berührungspunkt u_1 die Gerade $uv \| oo_1$, als sichtbare Grenze von Licht und Schatten auf dem Cylinder. Dann bestimme man auf dem Kreise abc_1d_1 den Reflex g_1 von l_1, mit Rücksicht auf die zu oo_1 parallelen Sehstrahlen, trage auf die mit oo_1 parallele Gerade Gg_1p_1

das Stück $g_1p_1 = g_1l_1$, und führe p_1 in die Ebene *abcd* nach p zurück. l_1p_1 und *ab* treffen sich in n, *lnp* und *Gg* in p. Endlich ziehe man $LG \| lp$, so ist G der Reflex von L auf der Cylinderfläche *abifk*.

65. $abcd\alpha\beta\gamma\delta$ (Taf. VI, Fig. 57) stellt die orthogonale Projection einer allgemeinen abwickelbaren Fläche vor, für welche der Kreis *abcd* und die Ellipse $\alpha\beta\gamma\delta$ die Leitlinien bilden. Die Geraden $e\varepsilon$ und $f\varphi$ sind die Contouren der abwickelbaren Fläche. Die Ebenen *abcd* und $\alpha\beta\gamma\delta$ sind parallel und schneiden die Zeichnungsfläche in den parallelen Geraden NO und N_1O_1. Die Gerade $m\mu$ ($\perp NO$), welche die Mittelpunkte m und μ der beiden Leitlinien *abcd* und $\alpha\beta\gamma\delta$ verbindet, steht senkrecht auf den Ebenen *abcd* und $\alpha\beta\gamma\delta$. L ist der leuchtende Punkt, L' seine orthogonale Projection auf der Ebene *abcd*; die Sehstrahlen stehen senkrecht auf der Zeichnungsfläche und projiciren sich auf dieselbe als Punkte. Jede berührende Ebene der abwickelbaren Fläche schneidet die Ebenen *abcd* und $\alpha\beta\gamma\delta$ in parallelen Geraden, welche Tangenten an die bezüglichen Leitlinien *abcd* und $\alpha\beta\gamma\delta$ bilden. So schneidet die Ebene $m_1n_1o_1$ die Ebenen *abcd* und $\alpha\beta\gamma\delta$ in den parallelen Geraden m_1n_1 und Io_1, welche die Leitlinien *abcd* und $\alpha\beta\gamma\delta$ in 1 und I berühren und die Zeichnungsfläche in n_1 und o_1 schneiden. Es ist deßhalb die Gerade 1I eine Erzeugende der abwickelbaren Fläche und n_1o_1 die Trace der Ebene $m_1n_1o_1$. Die zu der Ebene $m_1n_1o_1$ senkrechte Gerade Ll erscheint hier senkrecht zu n_1o_1 und p_1 ist der Durchschnittspunkt der Geraden 1I mit der Einfallsebene ALp_1. Die Gerade $m1$ steht (perspectivisch) senkrecht zu m_1n_1, folglich ist die mit $m1$ Parallele $L'i'h'$ die orthogonale Projection von Ll auf der Ebene *abcd*. $o_1'h'$ ($mo_1' \| \mu o_1$; $o_1o_1' \| m\mu$; $o_1'h' \| m_1n_1$) ist aber die orthogonale Projection von der Geraden o_1I. Zieht man also $h'h \| m\mu$ und hi', so bildet hi' die Durchschnittslinie der zu *abcd* senkrechten Ebene $LlL'h'$ mit $m_1n_1o_1$ und folglich ist der gemeinschaftliche Punkt l von hi' und Lp_1 der Durchschnitt von Ll mit $m_1n_1o_1$. Macht man nun das Stück $lg_1 = Ll$, so ist g_1 der Reflex von L auf der Ebene $m_1n_1o_1$.

Auf gleiche Weise wurden die Punkte p_2, p_3 und g_2, g_3 bestimmt.

Die Curven $p_1 \ldots p_3$ und $g_1 \ldots g_3$ schneiden sich auf der abwickelbaren Fläche $abcd\alpha\beta\gamma\delta$ in dem Reflexe G von L.

Die Gerade qr bildet die Grenze von Licht und Schatten auf der abwickelbaren Fläche. Um diese Grenze zu erhalten, bestimme man

den kreisförmigen Durchschnitt K des Kegels $L\alpha\beta\gamma\delta$ (dessen Spitze L ist) mit der Ebene $abcd$, ziehe an K und an $abcd$ die innere Tangente rr_1, und parallel zu rr_1 die Tangente qq_1 an den Kreis $\alpha\beta\gamma\delta$, und verbinde r mit q. Oder: Man bestimme den Durchschnitt Cv der durch L parallel zu $abcd$ gelegten Ebene mit der abwickelbaren Fläche, ziehe an Cv die Tangente Lv, an den Kreis $\alpha\beta\gamma\delta$ die Tangente $qq_1 \| Lv$ und endlich die Gerade qv.

66. Die Reflexe von geraden und krummen Linien auf abwickelbaren Flächen ergeben sich, wenn man auf denselben die Reflexe von den Endpunkten und von mehreren Zwischenpunkten der beobachteten Linien bestimmt und dann entsprechend verbindet. Die Reflexe von den Endpunkten sind nach den im Art. 57 angegebenen Methoden zu ermitteln; die Reflexe von Zwischenpunkten können aber auf folgende einfachere Weise construirt werden.

Es ist bekannt, daß der Reflex G eines Punktes L im Durchschnitte der Geraden A_1L mit der Spiegelebene E liegt, wenn A_1 das Bild von A im Spiegel E ist. Liegt nun G in der Erzeugenden ab, welche der Spiegel E mit der abwickelbaren Fläche F gemeinschaftlich hat, so schneiden sich die Geraden ab und A_1L in G. Die Ebene A_1ab, welche durch A_1 und durch die Gerade ab geht, enthält also auch den Punkt L.

Um demnach den in eine Erzeugende ab der abwickelbaren Fläche F fallenden Reflex G eines Punktes L der beobachteten Linie C zu finden, ist zuerst das Spiegelbild A_1 des Auges A in der Ebene E zu construiren, welche die Fläche F in der Geraden ab berührt; ferner ist durch A_1 und die Gerade ab die Ebene A_1ab zu legen, ihr Durchschnitt L mit der Linie C zu bestimmen und dann die Gerade A_1L zu ziehen, bis die Gerade ab in G getroffen wird.

Schneidet die Ebene A_1ab die Linie C in mehreren Punkten $L_1 .. L_n$, so ist jeder solche Punkt durch eine Gerade mit A_1 zu verbinden. Die Durchschnittspunkte $G_1 .. G_n$ der Geraden ab mit $A_1L ... A_1L_n$ sind die Reflexe von $L_1 .. L_n$ auf der abwickelbaren Fläche.

Schneidet die beobachtete Gerade pr die Rückkehrkante der abwickelbaren Fläche in dem Punkte p, durch welchen die Erzeugende $p\rho$ geht, und findet man ρ als Reflex des Punktes r, so ist offenbar die Erzeugende $p\rho$ der auf der abwickelbaren Fläche erscheinende Reflex von pr.

Findet man, daß die Reflexe π und ρ einer Geraden pr in einer Erzeugenden der abwickelbaren Fläche liegen, so ist wieder die Erzeugende $\pi\rho$ der Reflex von pr. Denn ist A_1 das Spiegelbild von A mit Bezug auf die Ebene, welche die abwickelbare Fläche in der Gerade $\pi\rho$ berührt; so müssen die Geraden $A_1\rho$ und $A_1\pi$ die Gerade pr schneiden, folglich muß auch die pr in der Ebene $A_1\pi\rho$ liegen und $\pi\rho$ der Reflex von pr sein. Aus diesem Grunde ist der auf einem Kegel oder Cylinder erscheinende Reflex eine Gerade, wenn die beobachtete Gerade durch die Spitze des Kegels geht, oder parallel zu den Cylinderkanten ist.

67. Um auf abwickelbaren Flächen den Reflex eines von Ebenen begrenzten Körpers K zu erhalten, hat man blos die Reflexe seiner Begrenzungskanten auf die früher besprochene Weise darzustellen

Wenn der Körper zugleich von krummen Flächen begrenzt ist, so sind außer den Reflexen seiner Begrenzungskanten auch noch die Reflexe gewisser Linien $\gamma_1 \ldots \gamma_n$ anzugeben, welche auf den krummen Flächen des Körpers sich befinden und auf folgende Weise gefunden werden können.

Ist der Durchschnitt der Ebene A_1ab mit einer krummen Fläche des Körpers K eine Curve C_1, an welche durch das Spiegelbild A_1 des Auges A die Tangente $A_1\gamma_1$ gezogen werden kann, welche C_1 in γ_1 berührt und die ab in g_1 schneidet; so ist g_1 der Reflex von γ_1. Die Berührungspunkte $\gamma_1, \ldots \gamma_n$ der Tangenten $A_1\gamma_1, \ldots A_n\gamma_n$ mit den Curven $C_1, \ldots C_n$ liegen in der fraglichen Linie $\gamma_1 \ldots \gamma_n$, deren Reflex $g_1 \ldots g_n$ den Umriß des Reflexes der krummen Fläche bildet.

Liegt A, also auch A_1, in unendlicher Entfernung von ab, so ist durch ab die berührende Ebene E an die abwickelbare Fläche und dann die Ebene A_1ab so zu legen, daß sie mit E denselben Winkel wie die Ebene Aab bildet.

68. $abc\alpha\beta\gamma$ (Taf. VI, Fig. 58) ist die orthogonale Projection eines gegen die Zeichnungsfläche geneigten Cylinders mit polirter Oberfläche. Die Leitlinien abc und $\alpha\beta\gamma$ sind Halbkreise, deren Ebenen auf den Kanten des Cylinders senkrecht stehen. Der Durchmesser ab des Halbkreises abc liegt in der Zeichnungsfläche. Die Gerade $o_1o_2(\|ab)$ liegt ebenfalls in der Zeichnungsfläche; ihre orthogonale Projection auf der Ebene abc ist $ro'_1o'_2(\|ab)$, und wird erhalten, wenn $mr\|cb$, $vr \perp mr$ und $ro'_1\|ab$ gezogen wird. vmr ist nämlich der Neigungswinkel der Ebene abc mit der Zeichnungsfläche.

Der aus p beschriebene Kreis K stellt die Contour einer Kugel vor, deren Reflex I, III, IV, V, $\dot{\text{III}}$ auf dem Cylinder $abc\alpha\beta\gamma$ zu construiren ist. p' ist die orthogonale Projection von p auf der Ebene abc.

Man lege um ab den Kreis abc, so wie die orthogonale Projection $K'p'$ der Kugel K in die Zeichnungsfläche nach abc_1 und K_1p_1.

Um nun z. B. die in die Cylinderkante II $\dot{\text{II}}$ fallenden Reflexe II, $\dot{\text{II}}$ der Kugel K zu finden, verlängere man II $\dot{\text{II}}$ bis II_1 (in abc_1), ziehe an den aus m beschriebenen Kreis $u_2x_1^2$ die Tangente $\text{II}_1x_1^2$ und betrachte dieselbe als die um ab in die Bildfläche niedergelegte Durchschnittslinie m_2x^2 der zu abc senkrechten Ebene p^2II $\dot{\text{II}}$ mit der Ebene abc. Die Ebene p^2II $\dot{\text{II}}$ schneidet die Kugel in einem Kreise ep^2f, dessen Reflex also in die Gerade II $\dot{\text{II}}$ fällt. Die Gerade $e_1p_1^2f_1$ stellt die umgelegte horizontale Projection des Kreises ep^2f vor, und kann daraus der Mittelpunkt p^2 leicht gefunden werden. Man ziehe $p_1p_1^2 \perp e_1f_1$, $c_1y || p_1p_1^2$; $pp^2 || cy$ und $p_1^2p^2 || m\mu$. Das Spiegelbild π^2 von p^2 liegt im Durchschnitte der Cylinderkante II $\dot{\text{II}}$ mit der Senkrechten $p^2\pi^2$ zu der Ebene $m_2n_2o_2$, welche den Cylinder in der Kante II $\dot{\text{II}}$ berührt. Die Tangente m_2n_2 des Kreises abc trifft die Bildfläche in n_2, die ro_1' in o_2'; die mit $m\mu$ parallele Gerade $o_2'o_2$ trifft die o_1o_2 in o_2 und daher ist n_2o_2 die Trace der Ebene $m_2n_2o_2$. Zieht man also $p^2\pi^2$ geometrisch senkrecht zu n_2o_2 bis π_2 in II $\dot{\text{II}}$, so ist π^2 der Reflex von p^2. Der Reflex von dem Kreise ep^2f ist aber eine Gerade II $\dot{\text{II}}$, wo $\pi\dot{\text{II}} = \pi\text{II}$ = dem Halbmesser $p_1^2e_1$ des Kreises ep^2f ist. Das Spiegelbild k_1 des Kreises ep^2f befindet sich nämlich in der auf der Zeichnungsfläche senkrechten Ebene II$m_2\dot{\text{II}}$ und ist ein Kreis vom Durchmesser e_1f_1. Die den Kreis k_1 berührenden Sehstrahlen stehen aber senkrecht auf der Zeichnungsfläche und treffen dieselbe in den Punkten II, $\dot{\text{II}}$; also ist II$\dot{\text{II}} = e_1f_1$.

Auf dieselbe Weise kann nun eine beliebige Anzahl der Begrenzungspunkte des Reflexes III IV V construirt werden. Die wesentlichsten Punkte darunter sind I, V, III, $\dot{\text{III}}$. Um dieselben zu erhalten, sind I_1 und V_1 so zu bestimmen, daß die Tangenten $\text{I}_1 1_1$ und $\text{V}_1 5_1$ des Kreises K_1 denselben Abstand von m haben, welchen m von u_1, beziehungsweise von u_5 hat. Ferner ist die Gerade $p_1\text{III}_1$ so zu ziehen, daß sie von m den Abstand mu_3 hat. (Siehe Art. 51.) Der übrige Vorgang bleibt derselbe, wie bei Bestimmung der Punkte II, $\dot{\text{II}}$.

Im vorliegenden Falle, wo die Leitlinie abc ein Kreis ist, ist es nicht nothwendig, die Tracen $n_1o_1 \ldots n_2o_2$ zu bestimmen. Die Trace

$n_1 o_1$ wurde nur deßhalb bestimmt, um die zu $n_1 o_1$ senkrechte Gerade II ziehen zu können. Dazu bedarf es aber eigentlich der Trace $n_1 o_1$ nicht, wenn man bedenkt, daß die Gerade mm_1 senkrecht steht auf der Ebene $m_1 n_1 o_1$, und daß also $1I \| mm_1$ ist. Aus demselben Grunde ist $p_2 \pi_2 \| mm_2$ u. s. w.

Die Curve $\dot{A}\dot{C}\dot{F}$ bildet den Reflex von der Geraden ACF auf dem Cylinder $abc\ \alpha\beta\gamma$. — $A_1 \ldots F_1$ ist die um ab in die Zeichnungsfläche niedergelegte orthogonale Projection der Geraden ACF auf der Ebene abc. Es ist also $A\dot{A} \| mm_1$; $B\dot{B} \| mm_2 \ldots F\dot{F} \| m\varphi$.

Der Reflex der Grenze 1 2 3 4 des Selbstschattens auf der Kugel wurde wegen Überfüllung der Figur nicht dargestellt. Die Punkte dieses Reflexes können eben so wie $\dot{A}$, $\dot{B}$, $\dot{F}$ bestimmt werden, wenn nämlich der Grundriß $1_1 2_1 3_1 4_1$ von 1 2 3 4 angegeben ist.

69. Auf dem verticalen Rotationscylinder $bcdb_1 c_1 d_1$ (Taf. VII, Fig. 59) soll der Reflex I II III V der Kugel $p\alpha\beta\gamma\delta$ construirt werden, wenn A'' die orthogonale Projection des Auges A auf der Zeichnungsfläche und $A''D$ die Distanz ist. Die Axe mm_1 des Cylinders liegt in der Zeichnungsfläche. Der aus p'' gezogene Kreis K'' bildet die orthogonale Projection der Kugel $p\alpha\beta\gamma\delta$ auf der Zeichnungsfläche.

Am schnellsten gelangt man zum Ziele, wenn die Constructionen in orthogonalen Projectionen durchgeführt und nachher die Perspectiven der Resultate bestimmt werden. Zu dem Behufe sei bd die Projectionsaxe, A', $(kA' = A''D)$ $bc'd$ und der aus p' gezogene Kreis K' der Grundriß vom Auge A, dem Cylinder $bcdb_1 c_1 d_1$ und der Kugel $\alpha\beta\gamma\delta$.

Um die in der Cylinderkante II''II'', II' befindlichen Punkte des Reflexes zu finden, ziehe man an den Kreis $bc'd$ die Tangente $M_2 II' N_2$, und $N_2 O_2$ senkrecht zur Projectionsaxe bd. $M_2 N_2$ ist die Horizontaltrace und $N_2 O_2$ die Verticaltrace der den Cylinder in der Geraden II II berührenden Ebene. Ferner ziehe man $A'A_2' \perp M_2 N_2$, $A''A_2'' \perp N_2 O_2$, mache $a'A_2 = a'A'$ und projicire A_2' nach A_2''. A_2', A_2 sind die orthogonalen Projectionen des Spiegelbildes A_1 von A in dem Spiegel $M_2 N_2 O_2$. Dann lege man durch die Gerade II II die Ebene A_2II II, welche die Kugel K in dem Kreise $e2f$ schneidet, dessen horizontale Projection die Gerade $e'2'f'$ (in $I'A_2'$) ist. Die verticale Projection des Kreises $e2f$ ist eine Ellipse, die jedoch nicht dargestellt wurde, weil sie für den vorliegenden Zweck entbehrlich ist. Man bestimme die Projec-

tionen p_2', p_2'' ($p'p_2' \perp e'f'$; $p''p_2'' \perp N_2 O_2$) des Mittelpunktes p_2 vom Kreise ep_2f und drehe dann die Ebene A_1IIII sammt dem Kreise $e2f$ um IIII in die zur verticalen Projectionsebene parallele Lage A_{II}IIII, wodurch p_2 nach p_{II} und A_2 nach A_{II} zu liegen kommt, und der Kreis $e_{II}p_{II}f_{II}$ in wahrer Größe, nämlich mit dem Durchmesser $e_{II}p_{II}f_{II} = e'f'$ erscheint. Ferner ziehe man an den Kreis $e_{II}p_{II}f_{II}$ die Tangenten A_{II}2, A_{II}2, welche die Gerade II″II″ in II″ und II″ schneiden. Endlich bestimme man die Perspectiven II, II nach der Durchschnittsmethode, indem man A''II′i, A''II″, A''II″ und iIIII $\perp bd$ zieht.

Auf gleiche Weise können beliebige Punkte des Reflexes IIIIVIII construirt werden. Um die äußersten Punkte I und V zu finden, hat man zuerst die Punkte I′ und V′ des Kreises $bc'd$ so zu bestimmen, daß die Tangente 1′I′ des Kreises K' und die Gerade A'I′, ferner die Tangente V′5′ von K' und die Gerade A'V′ gleiche Entfernungen von m haben. (Siehe Art. 51 und Fig. 47.)

Dann bestimme man das Spiegelbild A_5', A_5'' von A auf der Ebene $M_5N_5O_5$, welche den Cylinder $bcdb_1c_1d_1$ in der Kante V berührt, und ziehe die Gerade 5″A_5'' bis V″ in V″V′, ferner A'V′l, lV $\perp bd$ und A''V″V bis V in lV. Eben so ist I zu bestimmen.

Bildet BC die Perspective und $B'C'$ die um bd in die Zeichnungsfläche niedergelegte orthogonale Projection (auf der Ebene bcd) einer Geraden, so läßt sich der Reflex B_1C_1 von der Geraden BC auf dem Cylinder $bcdb_1c_1d_1$ sehr einfach construiren.

Man bestimme mittelst einer fehlerzeigenden Curve den Punkt V′ des Kreises $bc'd$ so, daß die Geraden C'V′ und A'V′ gleiche Entfernung von m haben, ziehe an den Kreis $bc'd$ die Tangente M_5V′N_5, dann $D\alpha_5 \perp M_5N_5$ ($D\alpha_5 \| m$V′), A'V′l, $lC_1 \perp bd$ und $CC_1\alpha_5$; so ist C_1 der Reflex von C. α_5 ist nämlich der Fluchtpunkt von den zu der Ebene $M_5N_5O_5$ senkrechten Geraden. Die Gerade $C\alpha_5$ muß also das Spiegelbild C_1 von C ebenfalls enthalten. In gleicher Weise ist der zweite Endpunkt B_1 des Reflexes B_1C_1 von BC zu construiren.

Nun wähle man zwischen V′ und B_1' einen Punkt des Kreises $bc'd$, z. B. den Punkt V′ (um nicht einige Constructionen nochmals wiederholen zu müssen), ziehe an den Kreis $bc'd$ die Tangente M_5V', ferner die Gerade $A'\alpha_5'A_5'$ und $D\alpha_5 \perp M_5$V′; $\alpha_5'A_5' = A'\alpha_5'$; A'V′l, $A'C'C_1$; lC_1 und $C_1C \perp bd$ und endlich $C\alpha_5$ bis lC_1 in C_1 getroffen wird. Auf diese Weise können alle zwischen B_1 und C_1 befindlichen Punkte des Reflexes construirt werden.

Die Darstellung der Reflexe von Curven, also auch des Reflexes von der auf der Kugel befindlichen Schattengrenze *qrst* kann ebenfalls auf dieselbe Weise erfolgen.

F. Reflexe auf windschiefen Flächen.

70. Der Reflex *G* von *L* auf der Geraden *ab* erscheint zugleich als Reflex von *L* auf der Ebene *E*, welche durch die Gerade *ab* senkrecht auf die Einfallsebene *AGL* gelegt wird. Bildet nun *ab* eine Erzeugende und *E* eine berührende Ebene einer windschiefen Fläche *F*, so schneiden sich *E* und *F* außer in der Geraden *ab* noch in einer zweiten Linie, welche die *ab* im Berührungspunkte *p* von *E* und *F* trifft. Die zweite Durchschnittslinie ist bekanntlich bei den windschiefen Flächen der zweiten Ordnung (dem Hyperboloide mit einem Netze und dem hyperbolischen Paraboloide) eine Gerade, nämlich eine Erzeugende des zweiten Systemes.

Wenn *p* und *G* zusammenfallen, ist *G* der Berührungspunkt der Ebene *E* mit *F* und folglich auch der Reflex von *L* auf der windschiefen Fläche *F*.

Demnach können die Reflexe von *L* auf windschiefen Flächen nach folgendem Verfahren bestimmt werden:

Man bestimme auf der windschiefen Fläche *F* den Reflex γ von *L* zuerst nach dem Augenmaße und ziehe durch γ die Erzeugende *e*; dann construire man den Reflex *g* von *L* auf der Geraden *e*, so wie den Berührungspunkt *p* der durch *e* senkrecht auf die Einfallsebene *AgL* gelegten Ebene mit der windschiefen Fläche *F*. Fällt *p* mit *g* zusammen, so ist *g* ein Reflex von *L* auf der windschiefen Fläche. Sonst wiederhole man das Verfahren bei einigen in der Nähe von *e* befindlichen Erzeugenden und ziehe durch die gefundenen Punkte $g_1, .. g_n$ und $p_1, .. p_n$ die Curven $g_1 \ldots g_n$ und $p_1 \ldots p_n$, welche sich in dem Reflexe *G* von *L* auf der windschiefen Fläche *F* treffen.

Bei der Wahl der Erzeugenden ist vorzugsweise auf die gegenseitige Lage der Punkte $p_1, .g_1 ..$ und auf die Ab- oder Zunahme der Längen von $p_1 g_1 \ldots p_n g_n$ Rücksicht zu nehmen. Findet man z. B. *p* rechts, *g* links, aber p_1 links und g_1 rechts oder umgekehrt; so liegt der fragliche Reflex *G* zwischen den Erzeugenden *pg* und $p_1 g_1$; ist $p_2 g_2 < p_1 g_1 < pg$, so liegt der Reflex *G* im Allgemeinen näher an $p_2 g_2$ als an *pg* u. s. w.

Wenn die Berührungspunkte $p_1 \ldots p_n$ der windschiefen Fläche F mit den durch die Erzeugenden gelegten Ebenen mittelst der zweiten Durchschnittslinien nicht leicht oder nicht genau erhalten werden können, ist es vortheilhaft, statt der Curve $p_1 \ldots p_n$, die Curve $\gamma_1 \ldots \gamma_n$ zu benützen, welche von den Reflexen von L auf den genannten Berührungsebenen gebildet wird. Oder: Man bestimme den Reflex von L auf $g_1 \ldots g_n$, welcher offenbar zugleich den Reflex von L auf der windschiefen Fläche F bildet.

Wenn die windschiefe Fläche F von der zweiten Ordnung ist, so kann statt der Curve $p_1 \ldots p_n$ die Curve $\gamma_1 \ldots \gamma_n$ benützt werden, welche die Reflexe von L auf den Erzeugenden des zweiten Systemes enthält. In diesem Falle ist es zweckmäßig, die Reflexe $\gamma_1, \ldots \gamma_n$ auf denjenigen Erzeugenden des zweiten Systemes zu bestimmen, welche durch die auf den Erzeugenden des ersten Systemes bestimmten Reflexe $g_1, \ldots g_n$ von L gehen. Ist z. B. g_1 der Reflex von L auf der Erzeugenden e_1 des ersten Systemes, so ziehe man durch g_1 die Erzeugende (e_1) des zweiten Systemes und construire auf (e_1) den Reflex γ_1 von L u. s. w.

71. Auf dem hyperbolischen Paraboloide $abkl$ (Taf. VII, Fig. 60) soll der Reflex G von L construirt werden, wenn L die perspectivische und L'' die orthogonale Projection des beobachteten Punktes ist. Die Erzeugenden ab, cd, ef, hi, kl des einen Systemes sind horizontal, jene ak, mn, op, qr, bl des zweiten Systemes sind parallel zur Bildfläche. Die Gerade ak liegt in der Bildfläche, sie ist also zugleich die Durchschnittslinie der Bildfläche mit dem Paraboloide. Die mit $\mathfrak{O}D$ parallelen Geraden ab'' und kl'' sind die orthogonalen Projectionen von ab und kl, und $b''l''$ ist die orthogonale Projection von bl auf der Bildfläche. Man ziehe kk' und $ll' \perp ab''$; $bl' \| ab''$ und durch k' und den gemeinschaftlichen Punkt l' von ll' und bl' die Gerade $k'l'$, als die orthogonale Projection von kl auf der horizontalen Ebene abb''. Um eine Erzeugende des ersten Systemes, z. B. cd, zu erhalten, ziehe man zuerst ihre verticale Projection $c''d'' \| ab''$, dann die zur Bildfläche senkrechte $\mathfrak{O}d''d$ und endlich cd. Um aber eine Erzeugende des zweiten Systemes, z. B. st zu finden, ziehe man zuerst $s't' \| ab''$, dann die zu abb'' senkrechte Gerade $t't$ und nachher st.

Legt man durch einzelne Gerade eines Systemes, z. B. durch ab, cd und ef die Ebenen $E_1(ab)$, $E_2(cd)$ und $E_3(ef)$, welche unter einander parallel (hier horizontal) sind, und bezeichnet den Abstand

der mittleren Ebene E_2 von E_1 mit d und jenen von E_3 mit δ, so besteht offenbar die Proportion:

$$d : \delta = ac : ce = bd : df.$$

Wenn $d = \delta$ ist, so ist auch $ac = ce$ und $bd = df$. Theilt man also die Geraden ab, ak, kl und bl in dem Verhältnisse:

$$ac : ce : eh : hk = bd : df : fi : il$$

und

$$am : mo : oq : qb = ku : up : pr : rl$$

und verbindet die entsprechenden Punkte mit einander; so gehören die Geraden cd, ef, hi dem ersten und die Geraden mn, op, qr dem zweiten Systeme von Erzeugenden des hyperbolischen Paraboloides $abkl$. In der vorliegenden Figur ist:

$$ac = ce = eh = hk = \frac{ak}{4}; \quad bd = df = fi = il = \frac{bl}{4};$$

$$am = mo = oq = qb = \frac{ab}{4}; \quad ku = up = pr = rl = \frac{kl}{4}.$$

Die Curve $\gamma_1 \ldots \gamma_4$ enthält die Reflexe von L auf den Geraden des ersten Systemes und die Curve $g_1 \ldots g_4$ jene auf den Geraden des zweiten Systemes, und folglich bildet der gemeinschaftliche Punkt G der beiden Curven $\gamma_1 \ldots \gamma_4$ und $g_1 \ldots g_4$ den Reflex von L auf dem hyperbolischen Paraboloide $abkl$. Die einzelnen Punkte der beiden Curven wurden nach den in den Artikeln 25, ... 31 angegebenen Methoden construirt.

72. Wenn die spiegelnde Fläche F ein Umdrehungshyperboloid mit einem Netze ist, und wenn das Auge A und der Punkt L in der Umdrehungsaxe des Hyperboloides liegen; so erscheint als Reflex von L auf F ein Kreis k, dessen Ebene senkrecht zur Umdrehungsaxe ist. Dieser Kreis k kann direct gefunden werden, indem zuerst der Reflex g von L auf einer beliebigen Erzeugenden des Hyperboloides construirt, dann durch den Reflex g eine Ebene senkrecht zur Umdrehungsaxe gelegt, und in dieser Ebene ein Kreis k durch g gezogen wird, dessen Mittelpunkt in der Umdrehungsaxe liegt. Wenn unter der ersten Voraussetzung A und L vom Mittelpunkte des Hyperboloides gleichweit abstehen, so erscheint die Einziehungslinie des Hyperboloides als Reflex von L.

Aus diesen Betrachtungen geht zugleich hervor, daß die Reflexe eines Punktes auf einer Hyperbel direct construirt werden können, wenn die Gerade AL in der imaginären Axe der vorgelegten Hyperbel liegt. (Siehe Art. 75.)

Ist die beobachtete Fläche F ein elliptisches Hyperboloid mit einem Netze, und liegen die Punkte A und L in der imaginären Axe desselben, so ergeben sich vier Reflexe $G_1 \ldots G_4$ von L, welche in den Hauptschnitthyperbeln von F liegen. Um diese Reflexe direct zu finden, construire man die Reflexkreise k und k_1 von L auf den zwei Rotationshyperboloiden, welche F in den Hauptschnitthyperbeln berühren, und bestimme die Durchschnittspunkte $G_1 \ldots G_4$ der Reflexkreise k und k_1 mit den zugehörigen Hauptschnitthyperbeln. Die in derselben Hauptschnitthyperbel liegenden Reflexe haben gleiche Abstände von der Ebene der Einziehungslinie des Hyperboloides.

Wenn die Punkte A und L mit den Brennpunkten der elliptischen Einziehungslinie eines Hyperboloides zusammenfallen, so bildet die Einziehungslinie selbst den Reflex von L. Bilden A und L die Brennpunkte eines Rotationsellipsoides, welches von dem elliptischen Hyperboloide umhüllt ist, so erscheint als Reflex von L eine Ellipse, nämlich die Berührungslinie des Hyperboloides mit dem Rotationsellipsoide.

78. Die auf windschiefen Flächen dem Auge A erscheinenden Reflexe von geraden und krummen Linien werden erhalten, wenn die Reflexe von den Endpunkten und von mehreren Zwischenpunkten der bezüglichen Linien auf die oben besprochene Weise bestimmt, und dann entsprechend verbunden werden.

Die Reflexe von Zwischenpunkten können auch, wie folgt, bestimmt werden:

Die auf eine Gerade ab der windschiefen Fläche F einfallenden Lichtstrahlen, welche von F in das Auge A reflectirt werden, bilden eine windschiefe Fläche F_1; der Durchschnitt von F_1 mit der durch das Auge A senkrecht zu der Geraden ab gelegten Ebene ist ein Kreis k, dessen Halbmesser das auf die Gerade ab gefällte Perpendikel Ad vorstellt. Die einfallenden Lichtstrahlen gehen nämlich durch die Spiegelbilder $A_1 \ldots A_n$ von A in den durch ab gelegten Ebenen $E_1 \ldots E_n$, und $A_1 \ldots A_n$ liegen in dem Kreise k. Jede durch ab gelegte Ebene E_n schneidet die zu E_n senkrechte Gerade AA_n in einem Punkte p_n, der von A und A_n gleich weit absteht und in dem Kreise k_1 liegt, dessen Durchmesser Ad ist.

Wenn eine durch ab gelegte Ebene E_n die windschiefe Fläche F in b_n berührt und den Kreis k_1 in p_n schneidet, so ist $A_n b_n$ der in b_n einfallende Lichtstrahl, welcher in das Auge A reflectirt wird. Hat eine Linie C den Punkt r_n mit der Fläche F_1 gemeinschaftlich und schneidet die Ebene abr_n den Kreis k in A_n, so ist der Durchschnittspunkt ρ_n von ab und $r_n A_n$ der auf ab und F erscheinende Reflex von r_n.

74. Der auf einer windschiefen Fläche F erscheinende Reflex eines von Ebenen begrenzten Körpers K ist durch die Angabe der Reflexe der im Spiegel sichtbaren Kanten von K bestimmt, welche Reflexe auf die im Art. 73 besprochene Weise dargestellt werden können.

Zur Bestimmung des Reflexes eines Körpers K mit krummer Oberfläche ist folgender Vorgang zweckmäßig. Zuerst ist auf der windschiefen Fläche F eine Erzeugende ab, auf welche ein Theil des Reflexes von K fallen kann, nach dem Augenmaße zu wählen. Ferner ist durch das Auge A senkrecht zu ab die Gerade Ad bis d (in ab) und über Ad als Halbmesser ist in der zu ab senkrechten Ebene der Kreis k zu ziehen; dann ist die Durchschnittslinie C von K mit der windschiefen Fläche F_1 zu bestimmen, welche von auf ab einfallenden Lichtstrahlen gebildet wird, die in das Auge A reflectirt werden. Der Reflex $\rho_1 \rho_n$ von der Curve C fällt in die Gerade ab und jeder Punkt desselben kann auf die zuvor angegebene Weise construirt werden. Wenn die Curve C geschlossen ist, so sind an dieselbe berührende Ebenen durch die Gerade ab zu legen, und die Reflexe ρ_1, ρ_n der Berührungspunkte r_1, r_n als Grenzen des Reflexes von C anzugeben. Die gefundenen Punkte $\rho_1, \ldots \rho_n \ldots$ sind dann entsprechend zu verbinden.

75. Die auf der Hyperbel $\alpha a \beta b$ (Taf. VI, Fig. 61), mit dem Mittelpunkte o und den Axen ab und oL dem Auge A erscheinenden Reflexe G und G_1 von dem Punkte L sollen construirt werden.

Man betrachte die Hyperbel $\alpha a \beta b$ als Meridian eines Hyperboloides mit der Axe oL, und A, L als Brennpunkte eines das Hyperboloid berührenden Rotationsellipsoides; so berühren sich die beiden Flächen in einem auf oL senkrechten Kreise GgG_1, welcher die auf dem Hyperboloide erscheinende Reflexlinie von L bildet. Der Durchschnittspunkt g des Kreises GgG_1 mit einer beliebigen Erzeugenden e des Hyperboloides bildet den Reflex von L auf e.

Nun sind bekanntlich die Asymptoten $s''t''$, $s''t_1''$ der Hyperbel $\alpha a \beta b$ die orthogonalen Projectionen zweier zur Zeichnungsfläche parallelen

Erzeugenden st, s_1t_1 des Hyperboloides, deren Abstand von der Zeichnungsfläche gleich ob ist. Da nun die Erzeugende st vollkommen bestimmt ist, so kann der auf ihr erscheinende Reflex g von L construirt und dann durch g die auf $o\omega$ senkrechte Ebene GgG_1 gelegt werden, deren Trace GG_1 sofort die Hyperbel $\alpha a\beta b$ in den fraglichen Punkten G und G_1 schneidet. Man lege durch A die auf st senkrechte Ebene AtA_1, welche st in t schneidet und deren Trace $AA_1'' \perp s''t''$ ist. Dann fälle man auf die Ebene AtA_1 das Perpendikel LL_1, ziehe L_1tA_1; $tA_1 = tA$ und verbinde A_1 mit L, so schneiden sich die Geraden st und A_1L in g. Zu dem Behufe lege man die Ebene AtA_1 um At'' in die Zeichnungsfläche, wodurch t nach t_1 und L_1A_1 nach L_1A_1 zu liegen kommt und $t''t_1 = ob$, so wie $t_1A_1 = t_1A$ erscheint. Den so bestimmten Punkt A_1 führe man vermittelst der zu AA_1'' senkrechten Geraden A_1A_1'' in die Ebene AtA_1 nach A_1'' zurück. Endlich ziehe man die Gerade $A_1''g''L$ und durch den Punkt g'' die Gerade $Gg''G_1 \perp oL$. G und G_1 sind zugleich Berührungspunkte einer aus den Brennpunkten A, L beschriebenen Ellipse mit der Hyperbel $\alpha a\beta$.

76. Durch den in der imaginären Axe $o\omega$ (Taf. VI, Fig. 61) der Hyperbel $\alpha a\beta b$ befindlichen Punkt p sollen die Normalen px und py zu der Hyperbel $\alpha a\beta b$ gezogen werden.

Man betrachte $o\omega$ als Rotationsaxe, $\alpha a\beta b$ als Meridian und $s''t''$ als Projection der Geraden st des Hyperboloides $\alpha a\beta bcd$. Jede aus p gezogene Normale steht senkrecht auf der sie schneidenden Geraden dieses Hyperboloides, und die Fußpunkte aller dieser Normalen liegen in einem Kreise, dessen Ebene senkrecht auf der Axe $o\omega$ steht.

Man ziehe die orthogonale Projection $s''p''(\perp s''t'')$ der zu st senkrechten Geraden sp, welche letztere also eine der besagten Normalen ist, und dann ziehe man die Gerade $xs''y \perp o\omega$, px und py, so sind px und py die fraglichen Normalen.

Nach den im Artikel 42 angeführten Resultaten liegen x und y aber in einem Kreise off_1, welcher durch o und die Brennpunkte f, f_1 der Hyperbel $\alpha a\beta b$ geht. Vermittelst des durch die Punkte o, f (oder f_1), y bestimmten Kreises können also auch die Normalen der Hyperbel $\alpha a\beta b$ construirt werden, wenn ein Brennpunkt f oder f_1 nicht benützt werden kann. Soll z. B. durch y die Normale yp der Hyperbel gezogen werden, wenn der Brennpunkt f außerhalb der Zeichnungsfläche liegt; so ziehe man durch den Mittelpunkt n von yf_1 die Gerade $mn \perp yf_1$, beschreibe aus m den Kreis f_1yp und verbinde y mit p.

77. Es soll die Hyperbel $a\alpha\beta b$ (Taf. VIII, Fig. 62) gezeichnet werden, wenn ein Punkt p und die Asymptoten st und s_1t_1 derselben gegeben sind.

Man ziehe pm parallel mit der reelen Axe ab, p_1p_1 parallel mit der imaginären Axe om, und beschreibe aus m den Kreisbogen pp_1, so ist p_1p_1 der Abstand einer mit st parallelen Geraden ST von der Zeichnungsfläche, deren orthogonale Projection st ist und durch deren Rotation um die imaginäre Axe om ein Hyperboloid entsteht, welches die Zeichnungsfläche in der fraglichen Hyperbel schneidet. Dreht man also die einzelnen Punkte P... der nun bestimmten Geraden ST um om in die Zeichnungsfläche nach p..., so gehören p... der Hyperbel $a\alpha\beta b$ an. Der Punkt o der Geraden ST kommt nach der Drehung nach b oder a, wo also $ob = oa = p_1p_1$ ist.

Zieht man die Gerade $p_1q_1 \| st$ und die Geraden $nq_1q \| rq_1 \ldots \| ab$ und in gleichen Abständen $mn = nr \ldots = \frac{1}{n}\, p_1p_1 = \frac{1}{n}\, oa$; so können die Punkte der Hyperbel sehr einfach bestimmt werden. Um z. B. die in der Geraden nq befindlichen Punkte q, (q) zu erhalten, ist aus n der Kreisbogen q_1q zu ziehen, welcher durch den in der Geraden p_1q_1 befindlichen Punkt q_1 geht, der von der Geraden nq den Abstand $n\,\frac{oa}{n} = oa$ hat. Setzt man $nq = x$, $qu = no = y$; so ergibt sich:

$$x^2 = \overline{nq}^2 = \overline{nq_1}^2 = \overline{nq_1}^2 + \overline{q_1q_1}^2 = (on\,\mathrm{tg}\,\alpha)^2 + a^2 = y^2\,\mathrm{tg}^2\alpha + a^2$$

oder:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2\,\mathrm{tg}^2\alpha}{a^2} = 1$$

als Gleichung der Linie $a\alpha b\beta$, welche also eine Hyperbel ist.

G. Reflexe auf Kugeln, auf Umhüllungsflächen von Kugeln und auf Rotationsflächen.

78. Bildet G den Reflex von dem Punkte L auf der Kugel K, deren Mittelpunkt o ist, so steht die im Punkte G die Kugel berührende Ebene E senkrecht auf der Einfallsebene AGL und schneidet dieselbe in der Geraden al, welche mit den Strahlen AG und GL gleiche Winkel einschließt. Die Einfallsebene AGL geht durch den

Mittelpunkt *o* der Kugel, weil in ihr die auf *E* senkrechte Gerade *oG* liegt, und schneidet deßhalb die Kugel *K* in dem größten Kreise *k*. Die Gerade *al* berührt den Kreis *k* in dem Punkte *G*.

Der Reflex *G* von *L* auf einer Kugel *K* liegt demnach in dem größten Kreise *k*, dessen Ebene durch die Gerade *AL* geht, und es hat die dem Punkte *G* des Kreises *k* entsprechende Tangente *al* gleiche Neigung gegen die Lichtstrahlen *LG* und *GA*.

Betrachtet man den Kreis *k* als Bild eines runden an der Oberfläche polirten Stabes, so ist *G* wieder Reflex von *L* auf dem Kreise *k*, und kann also nach den in den Art. 34 .. 50 angegebenen Methoden construirt werden.

79. *o*, (Taf. VII, Fig. 63), bezeichnet das perspectivische Bild, o'' die orthogonale Projection des Mittelpunktes und die Ellipse *abcd* den Umriß der spiegelnden Kugel *abcd*, deren Halbmesser *r* ist. *L* ist die perspectivische und L'' die orthogonale Projection des leuchtenden Punktes, dessen Reflex *G* auf *abd* zu bestimmen ist.

Die große Axe *ab* der Ellipse *abcd* liegt in der Trace $o\Omega$ der durch *Ao* senkrecht auf die Bildfläche gelegten Ebene $A\Omega o$ und *a*, *b* bilden die Durchschnittspunkte der die Kugel berührenden Sehstrahlen *Aa* und *Ab* mit der Bildfläche. Zum Behufe der Bestimmung von *a* und *b* lege man die Ebene $A\Omega o$ sammt dem Punkte *A* und dem in derselben befindlichen Kreise *aob* der Kugel um die Trace $o\Omega$ in die Bildfläche. Dadurch kommt *A* nach $D_2(\Omega D_2 \perp \Omega o)$ und *o* nach $o_2(o''o_2 \| \Omega D_2)$ zu liegen, und es bildet also der aus o_2 mit dem Halbmesser *r* beschriebene Kreis $o_2a_2b_2$ den umgelegten Kreis *abo*. Die Tangenten D_2b_2b und D_2a_2a des Kreises $o_2a_2b_2$, welche die Trace $o\Omega$ in *a* und *b* schneiden, bilden aber die umgelegten Sehstrahlen *Ab* und *Aa*.

Die Endpunkte *c* und *d* der kleinen Axe *cd* der Ellipse *abcd* könnten mittelst den Sehstrahlen *Ac* und *Ad*, welche den in der Ebene *ocd* befindlichen Kreis *cod* der Kugel berühren, aufgesucht werden. Da hier aber ohnehin zum Behufe der Bestimmung des Reflexes *G* von *L* auf der Kugel, der in der Einfallsebene *AoL* befindliche Kreis *eof* der Kugel sammt den Punkten *A* und *L* um *Lo* in die Bildfläche gelegt wird, so bestimme man zuerst die Punkte *e* und *f* des perspectivischen Umrisses, d. i. die Durchschnitte der den Kreis *eof* berührenden Sehstrahlen *Ae* und *Af* mit der Bildfläche, und nachher die Endpunkte *c*, *d* der kleinen Axe *cd*.

Man ziehe $\omega\Omega\vartheta_1$, $L_1L''\lambda$ und $\mu o''o_1$ senkrecht auf oL, so sind ω, λ, μ die Drehungsmittelpunkte für A, L und o. Zieht man aber $\Omega D_1 \perp \Omega\omega$ und macht $\omega\vartheta_1 = \omega D_1$, so ist ϑ_1 der um oL in die Bildfläche gelegte Punkt A und daher sind $\vartheta_1 L$ und $\vartheta_1 o$ die umgelegten Sehstrahlen AL und Ao. Es treffen sich nun $\vartheta_1 L$ und $L''L_1$ in L_1, ferner $\vartheta_1 o$ und $o''o_1$ in o; folglich sind L_1 und o_1 die um oL niedergelegten Punkte L und o.

Fallen die Durchschnitte von $o''\mu$, $\vartheta_1 o$ und $L''L_1$, $\vartheta_1 L$ nicht günstig aus, so sind die wahren Längen von λL und $o\mu$ aus den rechtwinkeligen Dreiecken $L\lambda L''$ und $o\mu o''$ zu bestimmen, wie dies bei Bestimmung des Punktes o_1 hier geschehen ist. Aus den zwei Katheten $o''o_2 = o''o$ und $o''\mu$ des Dreieckes $oo''\mu$ wurde die Hypothenuse $o_1\mu = o\mu$ bestimmt. Der aus o_1 mit dem Halbmesser r beschriebene Kreis $e_1o_1f_1$ stellt den um oL in die Bildfläche niedergelegten Kreis eof vor, und die Tangenten $\vartheta_1 e$ und $\vartheta_1 f$ bilden wieder die umgelegten Sehstrahlen Ae und Af; folglich sind e und f die Durchschnittspunkte von Ae und Af mit der Bildfläche.

Da nun die große Axe ab und die zwei Punkte e und f der Ellipse $abcd$ bekannt sind, so kann jetzt die kleine Axe cd auf bekannte Weise construirt werden. Am einfachsten ergeben sich die Punkte c, d durch folgende Construction. Über ab als Durchmesser beschreibe man den Halbkreis abc_2, welcher von dem auf ab senkrechten Halbmesser nc_2 in c_2 und von der mit nc_2 parallelen Geraden ee_2 in e_2 getroffen wird. Dann ziehe man die zwei parallelen Geraden e_2p und c_2q so wie $qc \| pe$, bis nc_2 in c geschnitten wird, und mache $nc = nd$. Bei dieser Construction ist besonders darauf zu sehen, daß die Durchschnitte von pe_2, pn und von qc, nc_2 günstig ausfallen. Die Geraden ce und c_2e_2 treffen sich in der Verlängerung in einem Punkte z der ab, und es kann also c in den Fällen, wenn sich z aus dem Durchschnitte von c_2e_2 und ab ergibt, mittelst der Geraden ze, welche die nc_2 in c trifft, ebenfalls einfach gefunden werden.

Weil der den Reflex G von L enthaltende größte Kreis eof der Kugel in der Ebene AoL liegt, welche dem Auge A als die Gerade AoL erscheint, so erscheint auch der Kreis eof als die Gerade $ef(Lo)$; folglich liegt auch das perspectivische Bild von G in der Geraden ef. Bestimmt man also mit Rücksicht auf das Auge ϑ_1 den Reflex g von L_1 auf dem Kreise $e_1o_1f_1$, und zieht die Gerade $\vartheta_1 g$ bis die ef in

G getroffen wird; so ist G die Perspective des Reflexes von L auf der beobachteten Kugel.

Wenn die Kugel $abcd$ nur von L beleuchtet wird, erscheint G dem Auge A als der hellste Punkt der Kugel. Die Trennungslinie von Licht und Schatten auf der Kugel bildet aber der Berührungskreis $hikl$ des die Kugel umhüllenden Lichtkegels, dessen Spitze L ist. Die Ebene der Trennungslinie $hikl$ steht senkrecht auf Lo; sie ist also gegen die Bildfläche geneigt, weßhalb das perspectivische Bild der kreisförmigen Trennungslinie eine Ellipse $hikl$ ist.

Die Ellipse $hikl$ berührt den perspectivischen Umriß $abcd$ in h und i, nämlich in den Berührungspunkten der Tangenten Lh und Li mit dem perspectivischen Umrisse $abcd$ der Kugel. Die Punkte k und l der Trennungslinie liegen in der Einfallsebene AoL und wurden mittelst der umgelegten Lichtstrahlen L_1k_1 und L_1l_1, welche den Kreis $k_1o_1l_1$ in k_1 und l_1 berühren und mittelst der umgelegten Sehstrahlen ϑ_1k_1k und ϑ_1l_1l bestimmt. k_1l_1 ist der umgelegte Durchmesser kl der Trennungslinie von Licht und Schatten. Der Halbirungspunkt m_1 der k_1l_1 stellt den in die Bildfläche niedergelegten Mittelpunkt n_1 von $hikl$ vor. — Die Trace NO der Ebene $hikl$ geht durch den Durchschnittspunkt N von den Geraden k_1l_1 und Lo, und steht senkrecht auf $L''o''$. Nun treffen sich ϑ_1m_1m und Lo in m; $L''o''$ und die auf Lo senkrechte m_1m'' in m''; es ist also m das perspectivische Bild und m'' die verticale Projection des Mittelpunktes m von $hikl$. Man hat nun in der Ebene mNo einen Kreis $hikl$ zu zeichnen, dessen Mittelpunkt m und dessen Halbmesser $l_1m_1 = m_1k_1$ ist.

80. Die in Taf. VIII, Fig. 64 dargestellte Kugel $abcd$ ist durch parallele Lichtstrahlen beleuchtet, deren Fluchtpunkt F ist. Sonst haben die Buchstaben dieselbe Bedeutung wie in Fig. 63. Es ist auf der Kugel abc der Reflex G der Lichtquelle zu construiren.

oF ist die Trace der Einfallsebene AoF, welche die Kugel in dem Kreise eof schneidet. Durch Umlegen der Einfallsebene in die Bildfläche gelangt A nach $\vartheta_1\left(\omega\Omega\vartheta_1 \perp oF;\ \omega\vartheta_1 = \sqrt{\Omega D^2 + \Omega\omega^2}\right)$, der Lichtstrahl AF nach ϑ_1F und der Kugelmittelpunkt o nach o_1.

Man beschreibe mit dem Kugelhalbmesser r aus o_1 den Kreis ge_1l_1, bestimme auf demselben den Reflex g (mit Rücksicht auf das Auge ϑ_1 und die mit ϑ_1F parallelen Lichtstrahlen) und die Berührungspunkte k_1 und l_1 der mit ϑ_1F parallelen Tangenten, ziehe dann

die Geraden $\vartheta_1 gG$, $\vartheta_1 k_1 k$, $\vartheta_1 l_1 l$ und an den Kreis $e_1 o_1 f_1$ die Tangenten $\vartheta_1 e_1 e$ und $\vartheta_1 f_1 f$ bis oF in G, k, l, e und f getroffen wird. Ferner lege man um die Gerade Ωo den Punkt A und den in der Ebene Aao befindlichen Kreis aob der Kugel in die Bildfläche, also A nach ϑ_2 und aob nach $a_2 o_2 b_2 (\Omega D_2 \perp \Omega o, o'' o_2 \| \Omega D_2)$, und ziehe an $a_2 o_2 b_2$ die Tangenten $D_2 a_2 a$ und $D_2 b_2 b$.

Es ist nun wieder die große Axe ab und zwei Punkte e und f des elliptischen Umrisses $abcd$ der Kugel bekannt, und kann die kleine Axe cd wie in Fig. 63 construirt werden.

Die Trennungslinie von Licht und Schatten auf der Kugel ist ein größter Kreis $hikl$, dessen Ebene oNO senkrecht steht auf dem Lichtstrahle AF. Um die Trace NO zu finden, ziehe man $l_1 k_1 u$ bis u (in oF) und $Nuo \perp F\Omega$. Die Ellipsen $abcd$ und $hikl$ berühren sich in h und i, in welchen Punkten die beiden Ellipsen auch von den Geraden Fh und Fi tangirt werden.

Wie aus den bezüglichen Constructionen der auf Kreisen erscheinenden Reflexe von einem Punkte hervorgeht, können auf der concaven Seite einer Kugel sogar vier Reflexe von einem Punkte wahrgenommen werden.

81. Um den auf einer aus o beschriebenen Kugel K erscheinenden Reflex von einer geraden oder krummen Linie zu erhalten, sind die Reflexe von den Endpunkten so wie von mehreren Zwischenpunkten derselben darzustellen und entsprechend zu verbinden.

Alle Lichtstrahlen, welche die spiegelnde Kugel K in Punkten eines auf Ao senkrechten Kreises k treffen, und welche in das Auge A reflectirt werden, vereinigen sich in der Verlängerung in einem Punkte P der Geraden oA, welcher auf einfache Weise gefunden werden kann. Diese Lichtstrahlen bilden also einen Kegel, dessen Basis der auf Ao senkrechte Kreis k und dessen Spitze der Punkt P ist. Jeder auf diesem Kegel Pk befindliche Punkt hat seinen Reflex auf dem Spiegel K in dem Kreise k.

Trifft nun eine gerade oder krumme Linie den Kegel Pk in dem Punkte p und wird die Gerade Pp bis zum Durchschnitte r mit dem Kreise k gezogen; so ist r der auf der Kugel K erscheinende Reflex von p.

Soll z. B. der auf dem zu oA senkrechten Kreise k erscheinende Reflex r eines Punktes p der Geraden ab gefunden werden, so sind durch einen Punkt q des Kreises k die Geraden qA, qo und qP so zu

ziehen, daß $Pqo = 180 - Aqo$ ist. Nachher sind die Durchschnitte r, r_1 der Ebene Pab mit dem Kreise k zu bestimmen; so ist r der Reflex von dem Durchschnittspunkte p der Geraden ab und Pr, wenn p durch den Spiegel nicht gedeckt erscheint. Dasselbe gilt von dem zweiten Punkte r_1.

Ist statt der Geraden ab die Curve C gegeben, so ist P wie zuvor zu bestimmen, durch C eine Kegelfläche mit der Spitze P zu legen und die Durchschnittslinie C_1 des Kegels PC mit der Ebene des Kreises k zu construiren. Die Durchschnittspunkte r und r_1 von C_1 und k sind unter derselben Bedingung, wie zuvor, Reflexe von den Punkten p und p_1 der Curve C.

82. Der Kreis abc (Taf. VIII, Fig. 65) stellt die perspectivische Contour der spiegelnden Kugel $aobc$ vor, welche ihren Mittelpunkt o in der Bildfläche hat, und letztere in dem Kreise $\dot{B}p_1\dot{F}$ schneidet. Das Auge A befindet sich in der zur Bildfläche senkrechten Geraden Ao, und zwar in der Entfernung $oA = oD_1$ von o.

BD ist das perspectivische Bild und $B''D''$ die orthogonale Projection einer zur Bildfläche parallelen Geraden. Der auf der Kugel abc erscheinende Reflex B_1 von B liegt in der Trace oB'' der Ebene AoB. Die Ebene AoB schneidet den Spiegel abc in dem Kreise oB_1. Wird AoB um oB'' in die Bildfläche gelegt, so kommt A nach D_b, B nach B_l und der Kreis oB_1 nach $\dot{B}o\dot{F}$ zu liegen $(oD_b \| B''B_l \perp oB'')$. In dieser Lage ist $\dot{B}$ der dem Auge D_b auf dem Kreise $\dot{B}o\dot{F}$ erscheinende Reflex von B_l. Der umgelegte Sehstrahl D_bB trifft die Trace oB'' in dem auf der Kugel abc dem Auge A erscheinenden Reflexe B_1 von B. C_1 ist der Reflex von C, und Y, Y_1 sind die Reflexe von den in unendlicher Entfernung von C befindlichen Punkten der Geraden BD. Der Reflex von der begrenzten Geraden BD ist B_1D_1, und von der unbegrenzten Geraden BCD die Linie YC_1Y_1.

EG ist die perspectivische und EG'' die orthogonale Projection einer gegen die Bildfläche geneigten Geraden, welche die Bildfläche im Punkte E trifft.

Der auf der Kugel abc erscheinende Reflex F_1 von F liegt in der Trace oF'' der Ebene AoF, welche die Kugel abc in dem Kreise oF_1 schneidet. Durch Umlegen der Ebene AoF gelangt A nach D_f, F nach (F) und der Kreis oF_1 nach $\dot{F}O\dot{B}$. $[oD_f \| F''(F) \perp oF'']$.

$\dot{F}$ ist der dem Auge D_f auf dem Kreise $\dot{F}\dot{B}o$ erscheinende Reflex von (F). Die Geraden $D_f\dot{F}$ und oF'' schneiden sich in F_1. Auf der

Kugel abc erscheint der Reflex von einer die Gerade Ao schneidenden, oder mit Ao parallelen Geraden PQ als ein Theil des größten Kreises, dessen Ebene die PQ enthält, und das perspectivische Bild dieses Reflexes erscheint als eine durch o gehende Gerade P_1Q_1.

83. Um den auf einer Kugel K erscheinenden Reflex von einem Körper zu erhalten, sind die Reflexe von den Endpunkten und den Kanten des Körpers darzustellen. Wenn der Körper zugleich von krummen Flächen begrenzt ist, dann ist auch noch die Angabe von anderen Reflexlinien erforderlich, welche nicht den Grenzkanten, sondern gewissen Linien der krummen Oberfläche des Körpers entsprechen. Zu dem Behufe lege man durch das Auge A und den Kugelmittelpunkt o die Ebene E_1, welche K in dem Kreise k_1 und die Oberfläche des beobachteten Körpers in dem Polygone P_1 schneidet, und bestimme auf k_1 die Reflexe $\pi_1 \ldots \rho_1$ von den Ecken $p_1 \ldots r_1$ des Polygones. Enthält das Polygon krumme Linien $C_1 \ldots$, an welche Tangenten so gezogen werden können, daß sie von k_1 aus nach A reflectirt werden; so sind auch die Grenzen der Reflexe von solchen krummen Linien, z. B. σ_1 von C_1, zu bestimmen. Bezeichnen $p_1 \ldots p_n$, $r_1 \ldots r_n$ die Durchschnitte der Ebenen $E_1 \ldots E_n$ mit den Kanten $L_1 \ldots L_n$, und $\sigma_1, \ldots \sigma_n$ die Grenzen der Reflexe von den Schnittcurven $C_1 \ldots C_n$ der Ebenen $E_1 \ldots E_n$ mit der krummen Fläche f des Körpers; so sind die Linien $\pi_1 \ldots \pi_n$; $\rho_1 \ldots \rho_n$ die Reflexe von den Kanten $L_1 \ldots, L_n$ und die Linie $\sigma_1 \ldots \sigma_n$ bildet die Grenze des Reflexes der krummen Fläche f.

Ist der beobachtete Körper eine Kugel K_1, so sind die Durchschnitte von den durch Ao gelegten Ebenen mit dem Spiegel K die größten Kreise $k_1 \ldots k_n$, und mit der Kugel K_1 die Kreise $k_1 \ldots k_\nu$; es sind demnach auf $k_1 \ldots k_n$ blos die Grenzen der Reflexe von $k_1 \ldots k_\nu$ darzustellen und entsprechend zu verbinden. Hauptpunkte des Reflexes von K_1 sind: die Reflexe von den Berührungspunkten der Kugel K_1 mit den durch Ao gelegten Ebenen, so wie die Grenzen des Reflexes von dem größten Kreise der Kugel K_1, dessen Ebene durch Ao geht.

84. Auf der Kugel abc (Taf. VIII, Fig. 65) ist $r_1r_5r_6$ der Reflex von der Kugel mp_1p_6, deren Perspective wegen größerer Deutlichkeit der Construction nicht dargestellt wurde. m'' ist die orthogonale Projection des Kugelmittelpunktes m und m_1m'' ist der Abstand desselben von der Bildfläche. Der Kreis $q''p_6''t''$ ist die orthogonale Projection der Kugel mp_1p_6. Die Ebene Aom schneidet den Spiegel abc in dem größten Kreise k_1 und die Kugel mp_1p_6 in dem größten Kreise p_1mp_2.

Wird die Ebene Aom um ihre Trace om'' in die Bildfläche gelegt, so fällt k_1 nach $\dot{B}\rho_1\dot{F}$, mp_1p_2 nach m_1 $p_I p_{II}$ und A nach D_1 ($oD_1 \| m''m_1 \perp om''$; $m''m_1 \doteq m''q''$). ρ_1 und ρ_2 sind die Reflexe von p_I und p_{II}, also die Grenzen des Reflexes $\rho_1\rho_2$ von $m_1p_Ip_{II}$ auf dem Kreise $\dot{B}\rho_1\dot{F}$, weil ρ_1p_I und ρ_2p_{II} den Kreis $m_1p_Ip_{II}$ berühren und nach D_1 reflectirt werden. Die umgelegten Sehstrahlen $D_1\rho_1$ und $D_2\rho_2$ treffen die Trace om'' in den auf der Kugel abc erscheinenden Reflexen r_1 und r_2 von p_1 und p_2.

Die Ebene Aop_5 schneidet den Spiegel abc in dem Kreise k_5, und berührt die Kugel mp_1p_2 in p_5. Durch Umlegen um op_5 kommt A nach D_5, k_5 nach $\dot{B}\rho_1\dot{F}$ und p_5 nach p_V. ($oD_5 \| p_5p_V \perp op_5''$). Für das Auge D_5 ist ρ_5 Reflex von p_V auf dem Kreise $\dot{B}\rho_1\dot{F}$. Der umgelegte Sehstrahl $D_5\rho_5$ trifft die Trace op_5'' in dem Reflexe r_5 von p_5.

Die Ebene Aon'' schneidet den Spiegel in dem Kreise k_3 und die Kugel in dem Kreise p_3np_4. Durch Umlegen der Ebene Aon'' um on'' kommt A nach D_3, k_3 nach $\dot{B}\rho_1\dot{F}$ und p_3np_4 nach $p_{III}n_1p_{IV}$; $m''n''n_1 \| oD_3 \perp on''$; $n''n_1 = m''m_1$; $n_1p_{III} = n''u'' = n''v''$. ρ_3 und ρ_4 sind die dem Auge D_3 auf dem Kreise $\dot{B}\rho_1\dot{F}$ erscheinenden Reflexe von p_{III} und p_{IV}. ρ_3p_{III} und ρ_4p_{IV} sind Tangenten an den Kreis $n_1p_{III}p_{IV}$. Die umgelegten Sehstrahlen $D_3\rho_3$ und $D_3\rho_4$ treffen die Trace ou'' in den Reflexen r_3 und r_4 von p_3 und p_4.

Die Reflexcurve $r_1..r_3r_6$ ist mit Rücksicht auf die Gerade or_1m'' symmetrisch, und wird von den Geraden op_5'' und op_6'' in den Punkten r_5 und r_6 berührt. Die abwickelbare Curve $p_1..p_3p_6$ ist der geometrische Ort der Berührungspunkte der Kugel mp_1p_6 mit solchen Lichtstrahlen, welche von der Kugel abc in das Auge A reflectirt werden.

85. Die auf Kugeln erscheinenden Reflexe der von Ebenen begrenzten Körper lassen sich mit Benützung des in 81. angeführten Verfahrens ebenfalls einfach darstellen.

Wenn der beobachtete Körper eine krumme Oberfläche hat, so kann zur Bestimmung des bezüglichen Reflexes auf einer Kugel dasselbe Verfahren mit Vortheil angewendet werden. Der Kegel Pk schneidet die krumme Oberfläche in der Curve C. Ist C eine geschlossene Curve, so sind an dieselbe die Tangenten Pp_1 und Pp_2 zu ziehen, welche den Kreis k in den Grenzen r_1 und r_2 des Reflexes von C treffen. Ist die Curve C nicht geschlossen, so sind durch ihre Endpunkte p_1 und p_2 die Geraden Pp_1 und Pp_2 bis zum Durchschnitte r_1 und r_2 mit k zu ziehen, und es sind wieder r_1 und r_2 die auf der spiegelnden Kugel erscheinenden Reflexe von den Punkten p_1 und

p_2 des beobachteten Körpers. — Dieser Vorgang kommt auch dann zur Anwendung, wenn es sich um die Bestimmung der in der Contour des Reflexes von einer krummen Fläche befindlichen Punkte handelt.

Sollen aber die Grenzen des, auf einen zu oA nicht senkrechten Kreis k_1 der Kugel fallenden Reflexes von einem Körper mit krummer Oberfläche construirt werden, so sind durch die Punkte $r_1, \ldots r_n$ des sichtbaren Theiles von k_1 die Geraden $r_1 p_1, \ldots r_n p_n$ so zu ziehen, daß sie die Gerade oA schneiden, und daß $> Ar_1 o = or_1 p_1 \ldots Ar_n o = or_n p_n$ ist. Die Geraden $r_1 p_1, \ldots r_n p_n$ bilden eine windschiefe Fläche, welche die krumme Oberfläche des Körpers in der Linie C schneidet. Sind p_1 und p_n die Endpunkte der Linie C, oder berühren die Geraden $r_1 p_1$ und $r_n p_n$ die Linie C; so sind r_1 und r_n die Grenzen des auf k_1 fallenden Reflexes von dem beobachteten Körper.

Dieses Verfahren läßt sich mit Vortheil auch zur Bestimmung der Reflexe von Linien und Körpern auf den Umhüllungsflächen von Kugeln anwenden.

86. Berührt die Kugel K, auf welcher G der Reflex von einem Punkte L ist, eine spiegelnde Umhüllungsfläche U in der Charakteristik Ch und liegt G in Ch; so ist G zugleich der Reflex von L auf U.

Der geometrische Ort der Reflexe $g_1, \ldots g_n$ von L auf den von U umhüllten Kugeln $K_1, \ldots K_n$ ist eine Curve $g_1 \ldots g_n$, welche die Umhüllungsfläche U in dem auf ihr erscheinenden Reflexe G von L berührt. Die auf einer Umhüllungsfläche U von Kugeln sich ergebenden Reflexe von L können nach folgenden Methoden construirt werden.

1. Man bestimme die Curve $g_1 \ldots g_n$, welche die Reflexe von L auf den von U umhüllten Kugeln enthält, lege durch $g_1 \ldots g_n$ eine Cylinderfläche, welche U in C schneidet, und bestimme die gemeinschaftlichen Punkte $G \ldots$ von C und $g_1 \ldots g_n$.

2. Da jeder Reflex auf U in dem Kreise Ch_n liegt, welchen die Kugel K_n mit U gemeinschaftlich hat, aber auch in dem größten Kreise k_n der K_n, dessen Ebene die Gerade AL enthält, folglich im Durchschnitte p_n der zwei Kreise Ch_n und k_n; so bestimme man die Durchschnittspunkte $p_1 \ldots p_n$ der Kreise $k_1, Ch_1 \ldots k_n, Ch_n$ auf mehreren Lagen der umhüllten Kugeln $K_1 \ldots K_n$,

verbinde sie durch die Curve $p_1 \ldots p_n$ und bestimme die Punkte $G \ldots$, welche die Curven $p_1 \ldots p_n$ und $g_1 \ldots g_n$ gemeinschaftlich haben.

3. Die Curve $p_1 \ldots p_n$ liegt auf der Umhüllungsfläche U und bildet den geometrischen Ort der Fußpunkte von Normalen, welche durch die einzelnen Punkte der Geraden AL zu der Fläche U gezogen werden können. Man lege also durch die Punkte $p_1, \ldots p_n$ berührende Ebenen $E_1, \ldots E_n$ an U (an $K_1, \ldots K_n$), bestimme auf ihnen die Reflexe $\gamma_1 \ldots \gamma_n$ von L und dann die gemeinschaftlichen Punkte $G \ldots$ von den Curven $p_1 \ldots p_n$ und $\gamma_1 \ldots \gamma_n$.

Jede Normale N_n einer Umhüllungsfläche U schneidet die Leitlinie $o_1 \ldots o_n$ im Punkte o_n und liegt auf einem Kegel, dessen Spitze o_n und dessen Leitlinie die Charakteristik Ch_n ist. Mithin lassen sich die Punkte $p_1, \ldots p_n$ auf einfache Weise bestimmen. So z. B. findet man p_n im Durchschnitte der durch den Punkt o_n und die Gerade AL gelegten Ebene mit der Charakteristik Ch_n. Eigentlich ergeben sich auf die Art zwei Punkte, von denen einer p_n ist. Bei Umhüllungsflächen von gleichen Kugeln fallen die Mittelpunkte der umhüllten Kugeln mit jenen der Charakteristiken zusammen.

4. Man bestimme auf der Umhüllungsfläche U die Curve $p_1 \ldots p_n$ und construire dann (nach dem Art. 53) den Reflex G von L auf der Curve $p_1 \ldots p_n$, so ist G zugleich der Reflex von L auf U.

87. Zum Behufe der Darstellung des Reflexes C_1 von einer geraden oder krummen Linie C auf einer Umhüllungsfläche U von Kugeln sind zuerst die Reflexe ρ_1 und ρ_n der Endpunkte von C zu bestimmen; dann sind durch die einzelnen Punkte $r_1, \ldots r_n$ des sichtbaren Theiles der Charakteristik Ch_n die Geraden $r_1 p_1, \ldots r_n p_n$ so zu ziehen, daß sie die Gerade Ao_n, welche durch das Auge A und den Mittelpunkt o_n der die Umhüllungsfläche in der Charakteristik Ch_n berührenden Kugel K_n geht, schneiden, und daß $\sphericalangle Ar_1 o_n = o_n r_1 p_1, \ldots Ar_n o_n = o_n r_n p_n$ ist. Ferner ist der Durchschnittspunkt p_n der Linie C mit der von den Geraden $r_1 p_1, \ldots r_n p_n$ gebildeten Fläche, so wie jener ρ_n der durch p_n und die Gerade Ao_n gelegten Ebene mit Ch_n zu bestimmen. Sind auf diese Weise die Reflexe $\rho_1, \ldots \rho_n$ von den Punkten $p_1, \ldots p^n$ der Linie C auf den Charakteristiken $Ch_1 \ldots Ch_n$

dargestellt; so ist durch dieselben eine stetige Curve $\rho_1 \ldots \rho_n$ zu ziehen, welche den Reflex von C auf der Umhüllungsfläche U bildet.

Es versteht sich von selbst, daß bei Geraden nur solche Charakteristiken in Betracht kommen, welche zwischen den durch ρ_1 und ρ_n gezogenen Charakteristiken Ch_1 und Ch_n liegen.

88. Um den auf U erscheinenden Reflex von einem Körper mit ebenen Begrenzungsflächen zu erhalten, sind auf die im Art. 87 besprochene Weise die Reflexe von den im Spiegel sichtbaren Ecken und Kanten des Körpers darzustellen.

Ähnlich ist der Vorgang bei Bestimmung der Reflexe von Körpern mit krummen Begrenzungsflächen. Es sind zuerst auf den Charakteristiken $Ch_1 \ldots Ch_n$ von U die Grenzen des Reflexes von dem Körper K darzustellen und dann sind die so erhaltenen Punkte entsprechend zu verbinden. Die windschiefe Fläche $r_1 p_1 \ldots r_n p_n$, deren Erzeugenden $r_1 p_1, \ldots r_n p_n$, auf den sichtbaren Theil der Charakteristik Ch_n gelangende Lichtstrahlen sind, die in das Auge A reflectirt werden, schneidet die Oberfläche des Körpers in der Linie C. Die durch Ao_n und die Endpunkte p_x und p_y von C oder berührend an C gelegten Ebenen schneiden die Charakteristik Ch_n in den Punkten ρ_x und ρ_y, welche die Grenzen des auf die Charakteristik Ch_n fallenden Reflexes des bezüglichen Körpers bilden.

Hat man auf diese Art die Grenzen $\rho_x^1, \rho_y^1 \ldots \rho_x^n \rho_y^n$ des auf die Charakteristiken $Ch_1, \ldots Ch_n$ fallenden Reflexes von dem beobachteten Körper bestimmt; so ist durch dieselben eine entsprechende Linie $\rho_x^1 \ldots \rho_x^n\ \rho_y^1 \ldots \rho_y^n$ zu ziehen, welche den Umriß des auf der Umhüllungsfläche U erscheinenden Reflexes von dem Körper K bildet.

89. Die auf Rotationsflächen erscheinenden Reflexe von Punkten, von geraden oder krummen Linien und von Körpern sind auf dieselbe Weise wie auf den Umhüllungsflächen von Kugeln zu bestimmen. Die Parallelkreise von den Rotationsflächen sind wie die Charakteristiken $Ch_1 \ldots Ch_n$ von den Umhüllungsflächen zu benützen.

Liegt A in der Rotationsaxe, so können die Reflexe von Linien und Körpern wie auf Kugeln construirt werden. Schneidet der aus einem Punkte der Rotationsaxe der spiegelnden Fläche senkrecht zu derselben durch A gezogene Kreis das beobachtete Object in dem Punkte l, so liegt der Reflex g von l in dem Meridiane M, dessen Ebene durch den Mittelpunkt m der Geraden Al geht, und zwar ist g

der Fußpunkt der Normalen, welche von m zu dem Meridiane M gezogen werden kann.

90. cd (Taf. VIII, Fig. 66) ist die Rotationsaxe, $abcd$ die in der Bildfläche befindliche Meridianellipse des spiegelnden Ellipsoides $abcde$. $F_2\Omega F' \perp cd$. F ist der Fluchtpunkt der Lichtstrahlen.

Der Reflex G von L auf dem Ellipsoide wurde nach dem im Art. 86 unter 2. angegebenen Verfahren construirt.

Um den Reflex g_I und den zugehörigen Punkt p_I auf der aus o_1 dem Ellipsoide eingeschriebenen Kugel K_1 zu erhalten, wurde die Einfallsebene AFo_1 sammt dem in ihr befindlichen größten Kreise $o_1 g_I p_I = k_I$ der Kugel K_1 um die Trace Fo_1 in die Bildebene gelegt, wodurch A nach ϑ_1 $\left(\omega_1 \Omega \vartheta_1 \perp o_1 \omega_1 F,\ \omega_1 \vartheta_1 = \omega_1 D_1 = \sqrt{\Omega\vartheta^2 + \omega\Omega^2}\right)$ und der Kreis $o_1 p_I g_I$ nach $o_1 m_1 g_1 n_1$ zu liegen gekommen ist. Dann wurde auf dem Kreise $o_1 m_1 n_1$ der Reflex g_1 mit Rücksicht auf das Auge ϑ_1 und die mit $\vartheta_1 F$ parallelen Lichtstrahlen construirt, und g_1 mittelst der Geraden $\vartheta_1 g_I g_1$ in die Ebene Ao_1F nach g_I in $o_1 F$ zurückgeführt.

Die Kugel K_1 berührt das Ellipsoid in dem Kreise Ch_1, dessen verticale Projection die Gerade $m_1 n_1$ vorstellt; $m_1 n_1$ ist zugleich die Trace der Ebene der Charakteristik Ch_1; sie schneidet die Trace $o_1 F$ der Einfallsebene Ao_1F im Punkte y. Die Ebene der Charakteristik Ch_1 und die Einfallsebene schneiden sich in der Geraden yp_I, welche mit AF_1 parallel ist, welche also in F_1 ihren Fluchtpunkt hat. F_1 bildet nämlich den Durchschnittspunkt der Fluchtlinie $F_2\Omega$ der Charakteristikenebene Ch_1 mit $o_1 F$. Durch Umlegen der Ebene Ao_1F in die Bildfläche kommt AF_1 nach $\vartheta_1 F$ und yp_I nach $yp_1 (\parallel \vartheta F_1)$, wo letztere Gerade den Kreis $o_1 m_1 n_1$ in p_1 trifft. Um p_1 in die Einfallsebene Ao_1F zurückzuführen, ist die Gerade $\vartheta_1 p_1$ bis zum Durchschnitte p_I mit $o_1 F$ zu ziehen. Fällt der Durchschnitt von $\vartheta_1 p_I p_1$ mit $o_1 F$ ungünstig aus, so sind die parallelen Geraden FD_4 und yp'_1 zu ziehen, $F'_1 D_4 = F_1 \vartheta_1$ und $yp'_1 = yp_I$ zu machen, und die Gerade $D_4 p'_1$ bis p_I zu verlängern. Offenbar liegt p'_1 in dem über $m_1 n_1$ als Durchmesser beschriebenen Kreise.

Um die Punkte g_2 und p_2 auf der Kugel K_2 zu erhalten, welche das Ellipsoid in dem größten Kreise abp_2 berührt, lege man die Einfallsebene Ao_2F sammt dem in ihr befindlichen größten Kreise k_2 von K_2 in die Bildfläche, also A nach ϑ_2, $(\omega_2 \Omega \vartheta_2 \perp o_2 F$;

$\omega_2\Omega\vartheta_2 = \sqrt{\Omega D_2^2 + \Omega\omega_2^2}$) und k_2 nach o_2abg_2. Dann bestimme man auf dem Kreise o_2abg_2 den Reflex g_2 mit Rücksicht auf das Auge ϑ_2 und die mit ϑ_2F parallelen Lichtstrahlen, und führe g_2 mittelst der Geraden $\vartheta_2g_2g_{II}$ in die Einfallsebene Ao_2F nach g_{II} (in o_2F) zurück.

Die Trace ab und die Fluchtlinie $F_2\Omega$ der Ebene des Kreises abp_2 treffen die Trace o_2F der Einfallsebene Ao_2F in o_2 und F_2; folglich schneiden sich die Ebenen abp_{II} und Ao_2F in der mit AF_2 parallelen Geraden op_{II}. Durch Umlegen um o_2F kommt AF_2 nach ϑ_2F_2, o_2p_{II} nach $o_2p_2(\|\vartheta_2F_2)$, und der umgelegte Punkt p_2 liegt im Durchschnitte p_2 der Geraden o_2p_2 mit dem Kreise abp_2. Nun hat man die Gerade $\vartheta_2p_2p_{II}$ bis p_{II} (in o_2F) zu ziehen.

Auf diese Weise wurden zwischen $p_1,..p_4$ und $g_1,..g_4$ noch je zwei Punkte von den Curven $p_1...p_4$ und $g_1..g_4$ construirt. Der Durchschnittspunkt G der beiden Curven $p_1...p_4$ und $g_1...g_4$ bildet den auf dem Ellipsoide erscheinenden Reflex G von F.

Zur Controle ziehe man die Trace GF der Einfallsebene AGF, bis sie die Axe cd in o schneidet und beschreibe aus o den die Ellipse $abcd$ berührenden Kreis og... Dann lege man den Punkt A um GF in die Bildebene nach ϑ ($\omega\Omega\vartheta \perp G$; $\omega\vartheta = \sqrt{\Omega D^2 + \Omega\omega^2}$), bestimme auf dem Kreise ogp den Reflex g, mit Rücksicht auf das Auge ϑ und die mit $F\vartheta$ parallelen Lichtstrahlen, und ziehe die Gerade ϑg. Geht die Gerade ϑg durch G, so ist G als Reflex von F richtig bestimmt worden. Oder: Man bestimme auf der Berührungsebene E im Punkte G des Ellipsoides den Reflex G_1 von F, welcher mit G zusammenfallen muß. Die Geraden GF und cd schneiden sich in o und die Ebene E steht senkrecht auf der Geraden Go.

Es versteht sich von selbst, daß die Punkte ϑ, $\vartheta_1\vartheta_2$... in der Peripherie eines aus F gezogenen Kreises liegen. Die Contour efg, so wie die Grenze $s_1s_2s_3$ von Licht und Schatten des Ellipsoides sind Ellipsen, die nach den in der Abhandlung „Directe Constructionen der Contouren von Rotationsflächen in orthogonalen und perspectivischen Darstellungen.“ (Sitzungsber. der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften mathem.-naturw. Cl. LII. Bd. II. Abth. 1865) angegebenen Methoden construirt wurden.

91. Betrachtet man eine Rotationsfläche F als Umhüllungsfläche von Cylindern, welche F in Meridianen berühren, so lassen

sich auf solchen Cylindern die Reflexe von L auf folgende Weise construiren.

Es sei M_n ein Meridian der Rotationsfläche F, in welchem der Cylinder Z_n die Fläche F berührt. Man ziehe durch A und L die mit den Cylinderkanten parallelen Geraden AA' und LL', welche die Meridianebene M_n in A'_n und L'_n treffen, bestimme den Reflex γ'_n von L'_n auf dem Meridiane M_n, mit Rücksicht auf das Auge A'_n, und dann mit Benützung der Cylinderkante $\gamma'_n\gamma_n$ den Reflex γ_n auf Z_n. (Siehe Art. 60.)

Wenn der Meridian M_n nicht gezogen ist, so drehe man die Punkte A'_n und L'_n um die Rotationsaxe von F in die Ebene des gezeichneten Meridianes M nach $A'_{(n)}$ und $L'_{(n)}$, bestimme auf M den Reflex $\gamma'_{(n)}$ von $L'_{(n)}$ mit Rücksicht auf das Auge $A'_{(n)}$, und drehe $\gamma'_{(n)}$ in die Ebene von M_n nach γ'_n. Dann ziehe man durch γ'_n die zu der Ebene von M_n senkrechte Gerade $\gamma'_n\gamma_n$, in welcher der Reflex γ_n auf Z_n sich befindet.

Die Curve $\gamma_1 \ldots \gamma_n$, welche die Reflexe von L auf den einzelnen Lagen der die Rotationsfläche F berührenden Cylindern $Z_1 \ldots Z_n$ enthält, berührt die Rotationsfläche F in den fraglichen Reflexen $G \ldots$ von L auf F und können die Berührungspunkte $G \ldots$ von $\gamma_1 \ldots \gamma_n$ mit F entweder mittelst der Durchschnittslinie C der Rotationsfläche F mit einer durch $\gamma_1 \ldots \gamma_n$ gelegten Cylinderfläche oder mittelst einer von den im Art. 86 benützten Curven $p_1 \ldots p_n$ oder $g_1 \ldots g_n$ bestimmt werden.

Wenn die Gerade AL und die Rotationsaxe der Fläche F sich schneiden, liegt der Reflex G von L in dem Meridiane, in dessen Ebene die Gerade AL liegt.

H. Reflexe auf Flächen der zweiten Ordnung.

92. Mit Ausnahme des dreiaxigen Ellipsoides, des elliptischen Paraboloides und des elliptischen Hyperboloides mit zwei Netzen, gehört jede andere Fläche der zweiten Ordnung zugleich in eine Gruppe der im Vorhergehenden betrachteten Flächen, und es bleibt also hier noch übrig, die Constructionen der auf den drei genannten Flächen erscheinenden Reflexe zu besprechen.

Jede von den drei Flächen kann als Umhüllungsfläche F von Cylindern, Kegeln und Umdrehungsellipsoiden betrachtet werden

und in allen diesen Fällen sind die Charakteristiken Ch_n, d. i. die Berührungslinien der Fläche F mit den einzelnen Lagen der umhüllten Flächen $f_1 \ldots f_n$ ebene Curven.

Um den Reflex G von einem Punkte L auf einer Fläche F der zweiten Ordnung zu erhalten, hat man wieder zuerst die Reflexe $g_1 \ldots g_n$ von L auf mehreren Lagen der erzeugenden Fläche f zu bestimmen, die gefundenen Punkte entsprechend zu verbinden und den Berührungspunkt G der Curve $g_1 \ldots g_n$ mit F zu construiren. Zu diesem Behufe lege man durch $g_1 \ldots g_n$ eine Cylinderfläche und bestimme ihren Durchschnitt C mit der Fläche F, so wie den Berührungspunkt G.. der Curven $g_1 \ldots g_n$ und C. Oder: Man construire nach Art. 35 auf der Curve $g_1 \ldots g_n$ den Reflex G von dem Punkte L, so ist G zugleich Reflex von L auf der Fläche F.

Ist g_n der Reflex von L auf der umhüllten Fläche f, welche die Fläche F in der Charakteristik Ch_n berührt und ist p_n der Durchschnittspunkt der Einfallsebene Ag_nL mit Ch_n, so müssen offenbar p_n und g_n zusammenfallen, wenn g_n zugleich der Reflex von L auf F sein soll. Die Curve $g_1 \ldots g_n$ und die Curve $p_1 \ldots p_n$, welche letztere die Durchschnittspunkte der Charakteristiken $Ch_1 \ldots Ch_n$ mit den Einfallsebenen $Ag_1L \ldots Ag_nL$ enthält, treffen sich also ebenfalls im Punkte G.

Für den vorliegenden Zweck ist es vortheilhaft, F als Umhüllungsfläche von Cylindern zu behandeln, und die Charakteristiken so anzunehmen, daß sie sämmtlich die Hauptaxe von F gemeinschaftlich haben, weil sich dann die Reflexe auf den einzelnen Lagen der erzeugenden Cylinderflächen am leichtesten bestimmen lassen.

Sind $C_1 \ldots C_n$ die Reflexe von einer Linie C auf den umhüllten Cylindern $f_1 \ldots f_n$, welche mit der spiegelnden Fläche F die Charakteristiken $Ch_1, \ldots Ch_n$ gemeinschaftlich haben, und sind $\gamma_1, \ldots \gamma_n$ die Durchschnittspunkte von $C_1Ch_1 \ldots C_nCh_n$; so bildet die Linie $\gamma_1 \ldots \gamma_n$ den Reflex von C auf der betreffenden Fläche F.

I. Reflexe auf krummen Flächen, wenn die einfallenden und die reflectirten Lichtstrahlen parallel sind.

93. Wenn die Geraden Lo und Ao die Richtungen von den einfallenden und den reflectirten Lichtstrahlen bezeichnen, und wenn E eine Ebene vorstellt, welche auf der Halbirungsgeraden Ho des

Eine weitere Anwendung fanden die Gesetze der hydroelektrischen Erregung, indem Rieß damit eine Erklärung des Lullin-schen Versuches und der Lichtenberg'schen Figuren zu begründen versuchte, wodurch zugleich diese merkwürdigen Erscheinungen auf ein gemeinschaftliches Causalprincip zurückgeführt würden.

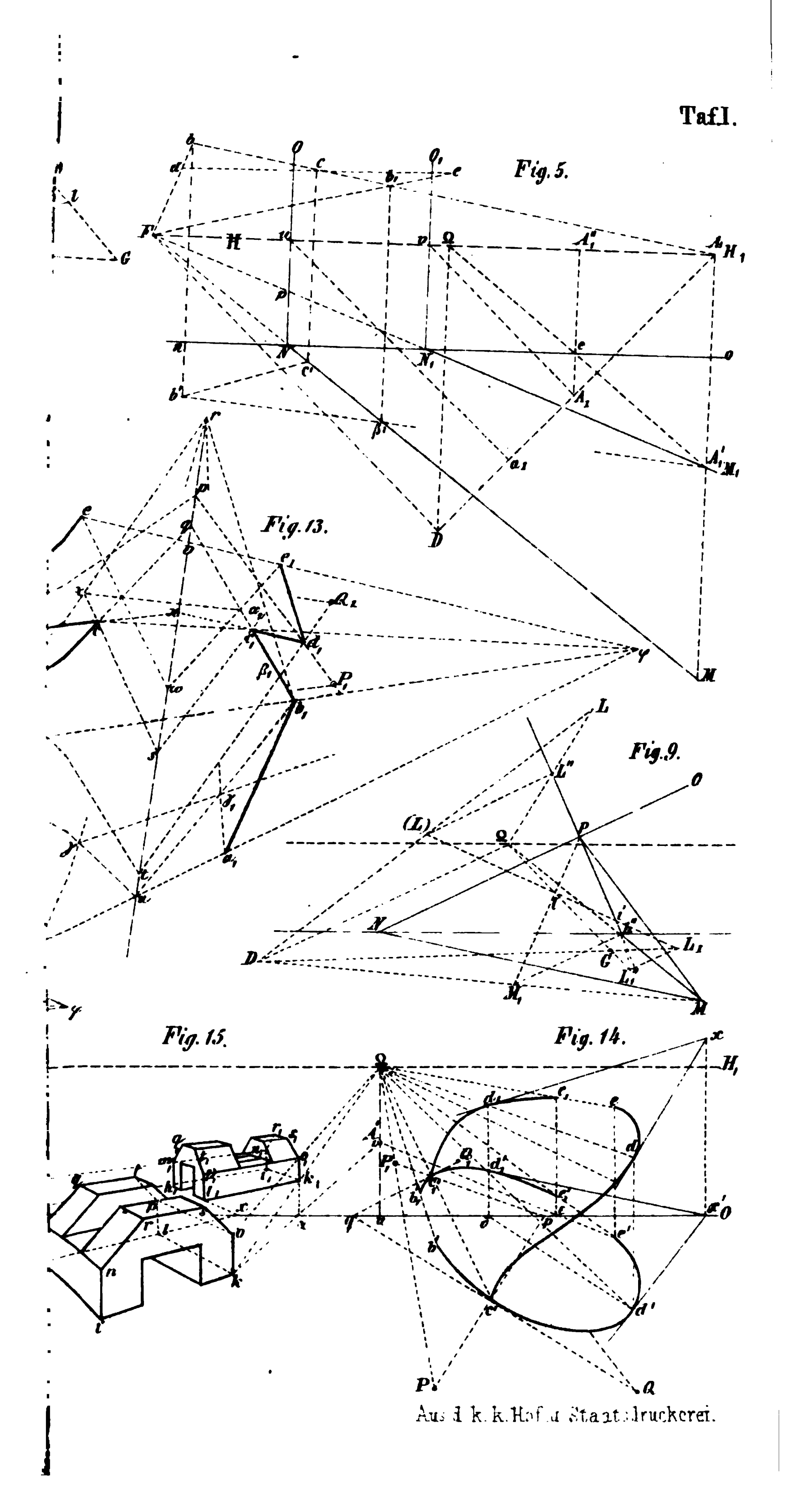
Die Versuche, welche ich in dieser Abhandlung mittheilen werde, beziehen sich auf denselben Gegenstand und geben neue Anhaltspunkte zur Beurtheilung der Wahrscheinlichkeit oder Zulässigkeit der fraglichen Erklärungen. Anderseits dienen sie auch zur Vervollständigung der von Faraday gemachten Erfahrungen über das hydroelektrische Verhalten verschiedener Körper, unter gewissen sogleich näher zu bezeichnenden Voraussetzungen.

Ich will zunächst auf meine den Lullin'schen Versuch betreffenden Beobachtungen übergehen.

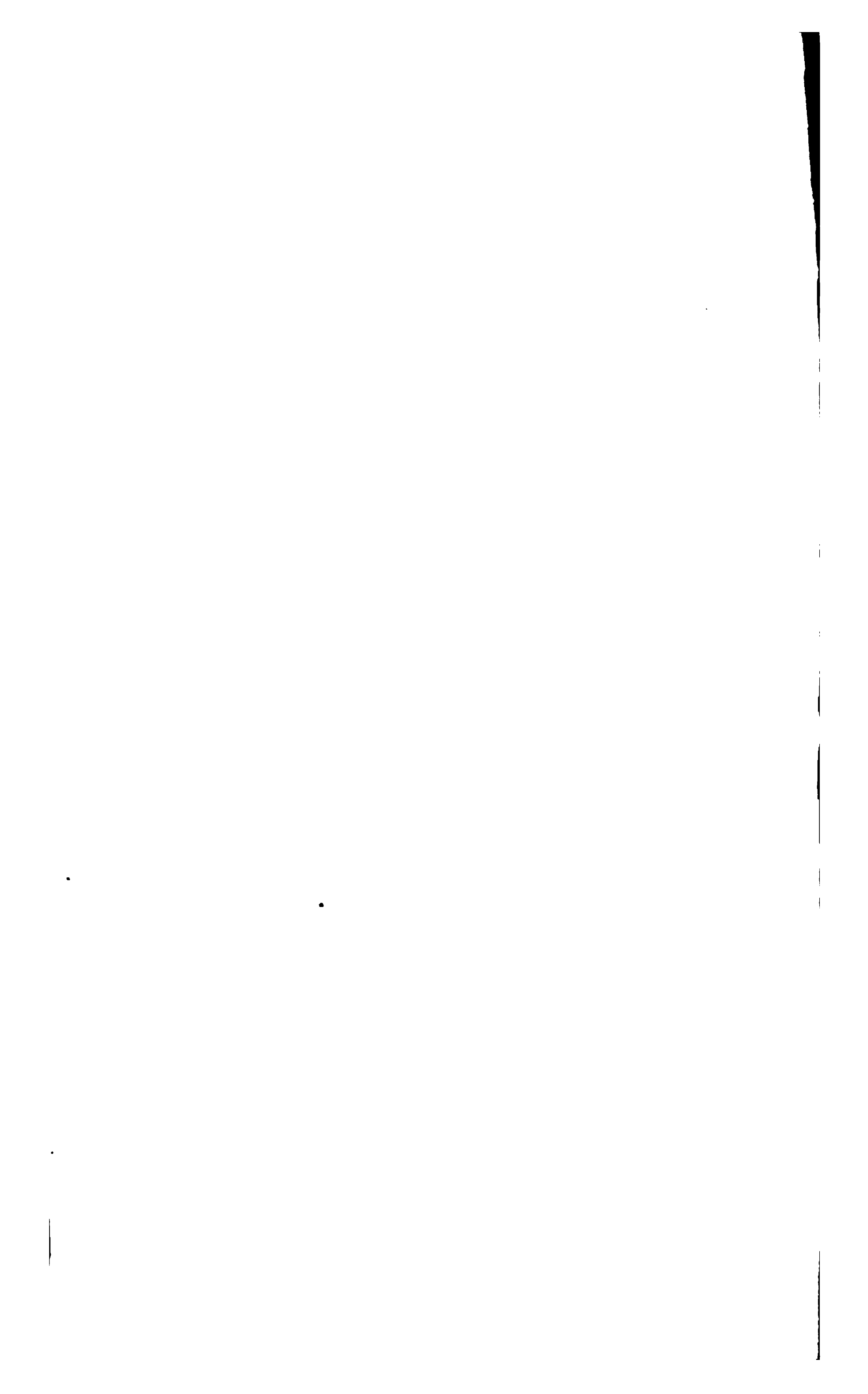
Bringt man eine Karte so zwischen die etwa 1—2 Centim. entfernten Spitzen des Ausladers, daß dieselben die beiden Flächen der Karte berühren, so wird sie bekanntlich stets in der Nähe der negativen Spitze durchbohrt. Wenn man aber den Versuch (nach Tremery) in verdünnter Luft einleitet, erfolgt die Durchbohrung nahezu in der Mitte zwischen den beiden Spitzen.

Rieß erklärte diese Erscheinungen auf Grundlage der von Faraday constatirten Thatsache der negativ elektrisirenden Wirkung eines Stromes von feuchter Luft oder feuchtem Wasserdampf auf viele Stoffe, namentlich auf Metalle, Glas und Holz (Rieß, Reibungselektricität §. 751). Wird nämlich auf die Karte eine discontinuirliche Entladung geleitet, welche sofort die an der Oberfläche derselben haftende feuchte Luftschichte zerreißen muß, so wird die in solcher Weise mit Heftigkeit in Bewegung gesetzte feuchte Luft, indem sie die Kartenflächen bestreicht, dieselben negativ elektrisch machen. Nachdem die erste Partialentladung dies bewirkt hat, werden bei den folgenden Partialentladungen, welche diese Wirkung noch erhöhen, positive und negative Elektricität auf negativ elektrischen Flächen sich zu verbreiten haben, und deßhalb die erstere einen größeren Raum einnehmen können, was endlich die Durchbohrung der Karte in der Nähe der negativen Spitze, deren Elektricität sich weniger verbreiten kann, zur Folge hat. Ist dagegen die umgebende Luft zuvor verdünnt, und damit die an der Karte

Taf.I.



Aus d. k. k. Hof u. Staatsdruckerei.



haftende feuchte Luftschichte entfernt werden, so unterbleibt auch die vorbesagte negative Elektrisirung und die Durchbohrung ist nicht mehr an die negative Spitze gebunden, sondern sie erfolgt in der Mitte zwischen den beiden Spitzen, weil nunmehr beide Elektricitäten in gleichem Maße sich verbreiten können.

Bei den oben erwähnten Versuchen von Faraday war die negative Erregung der besagten Körper in einem neutralen (unelektrischen) Strom aus Dampf und Wasser nachgewiesen worden. (Experimentaluntersuchungen über Elektricität; 18. Reihe, Alinea 2102.) Dieser neutrale Dampfstrom wurde durch Anwendung einer elfenbeinernen Ausströmungsröhre erhalten. Bestand jedoch das Ausströmungsrohr aus Metall, Glas oder Holz [1]), welche Substanzen, wie gesagt, durch Reibung mit feuchtem Wasserdampf negativ elektrisch werden, so zeigte der Dampfstrom positive, der Kessel negative Elektricität; vorausgesetzt, daß das Wasser, welches der Dampfstrom mit sich führte, vollkommen rein war. Die Elektricitätserregung verschwand, wenn dieses Wasser z. B. durch Salze oder Säuren besser leitend gemacht war, und sie wurde umgekehrt, das heißt der Dampfstrom negativ und der Kessel positiv, wenn in das Wasser gewisse andere Substanzen, z. B. Olivenöl gebracht worden waren. So wie Olivenöl wirkten mehr oder weniger auch Terpentinöl, Öl, Speck, Wallrath, Bienenwachs, Ricinusöl, Harz [2]) und Lorbeeröl.

Faraday hat die besagte Wirkung des Öles mit der Annahme zu erklären versucht, daß in diesem Falle nicht mehr Wasser an den Canalwänden sich reibt, sondern das Öl, indem wohl jedes kleine Wasserkügelchen mit einer dünnen Ölschicht überzogen sei. Dagegen haben andere Physiker (Müller, Bericht über die neuesten Fortschritte der Physik, S. 9; Wüllner, Experimentalphysik, Bd. II, S. 721) die Ansicht ausgesprochen, daß man nicht Öl an den Canal-

---

1) Es mag hier gelegentlich bemerkt werden, daß Platten aus Holz beim Lullin'schen Versuche — in Übereinstimmung mit der Riess'schen Theorie — auch an der negativen Spitze durchbohrt werden.

2) Welches Harz? ist nicht angegeben. Übrigens muß ich bemerken, daß meinen Berufungen auf die citirte Abhandlung Faraday's die in 60. Bande von Poggendorff's Annalen enthaltene Übersetzung zu Grunde liegt, welche ich in Ermanglung des Originals bei dieser Arbeit benützt habe.

wänden, sondern Wasser an den durch das Öl veränderten Canalwänden reibend zu betrachten habe, da man wohl annehmen darf, daß bei der Reibung der mit Öl bedeckten Tröpfchen an den Wänden der Ausströmungsröhre dieselben mit Öl überzogen werden.

Im Sinne dieser Auffassung führen die oben angeführten Thatsachen zur Folgerung, daß bei der Reibung zwischen Öl und feuchtem Wasserdampf ersteres positiv und letzterer negativ elektrisch werden. Dasselbe gilt in ganz analoger Weise auch von den übrigen oben aufgezählten, mit Öl übereinstimmend wirkenden Substanzen, welche ich künftighin, der Kürze wegen, hydroelektrisch positive Substanzen nennen werde, im Gegensatze zu den hydroelektrisch negativen, welche Faraday in der Alinea 2099 aufgezählt hat.

Diese Thatsachen geben zugleich ein Mittel an die Hand, die obige Erklärung des Lullin'schen Versuches auf die Probe zu stellen. Wenn nämlich in der That die Durchbohrung an der negativen Spitze dadurch verursacht wird, daß die Entladung eine negative Elektrisirung der Kartenoberfläche mit sich bringt, welche die Ausbreitung der negativen Elektricität beschränkt und jene der positiven begünstigt, so ist folgerichtig eine Durchbohrung an der positiven Spitze zu erwarten, sobald jenes Verhältniß der Ausbreitung beider Elektricitäten umgekehrt wird. Dies wird offenbar bewerkstelligt, wenn man die Karte beiderseits mit einer hydroelektrisch positiven Substanz bedeckt, was aber zur Folge hat, daß die zwischen den Spitzen stattfindende Entladung, welche in der bereits beschriebenen Weise eine Reibung zwischen den getroffenen Flächen und den daran haftenden feuchten Luftschichten veranlaßt, eine positive Elektrisirung beider Kartenflächen bewirkt.

Ich habe mit sämmtlichen eben aufgezählten hydroelektrisch positiven Substanzen eine Reihe von Versuchen ausgeführt und dabei die so eben ausgesprochenen Voraussetzungen vollkommen bestätigt gefunden, indem jeder Carton, welcher mit einer von diesen Substanzen beiderseits bedeckt war, jedesmal an der positiven Spitze durchbohrt wurde. Die einzige Ausnahme fand beim Terpentinöl statt, welches ein ganz eigenthümliches Verhalten zeigte. Bei Anwendung von gewöhnlichem käuflichem Terpentinöl erfolgte die Durchbohrung immer an der negativen Spitze. Als

ich hierauf ein reineres Präparat [1]) benützte, gab der erste damit angestellte Versuch eine Durchbohrung an der positiven Spitze; beim zweiten Versuche erfolgte die Durchbohrung nahezu in der Mitte zwischen den beiden Spitzen und bei allen späteren Versuchen an der negativen Spitze; ein Verhalten, welches anzudeuten scheint, daß das Präparat sich sehr rasch verändert und in Folge dessen das Zeichen seiner hydroelektrischen Erregung wechselt.

Ich wiederholte sodann die Versuche mit chemisch reinem Terpentinöl [2]) und beobachtete zugleich die Vorsicht, das Experimentiren so einzurichten, daß die Substanz nur möglichst kurze Zeit der Luft ausgesetzt blieb; und nun erfolgten auch die Durchbohrungen jedesmal an der positiven Spitze, mit Ausnahme eines einzigen Falles, wobei in Folge einer zufälligen Verzögerung die Entladung erst eingeleitet wurde, als von der auf die Karte gebrachten Substanz schon so viel aufgesogen und verflüchtigt war, daß sie dieselbe nicht mehr hinreichend bedeckte [3]).

Als ich im weiteren Verlaufe meiner Arbeit auch die Lichtenberg'schen Figuren in das Bereich meiner Versuche zog, fand ich bei der Lösung der betreffenden Vorarbeiten in der Abhandlung Reitlinger's: „Zur Erklärung der Lichtenberg'schen Figuren" (Sitzungsberichte, 1860) eine das Verhalten des Terpentinöls beim Lullin'schen Versuche betreffende Mittheilung, welche mir früher, bei der ersten Durchsicht der auf den Lullin'schen Versuch bezüglichen Literatur, entgangen war und die ich hier erwähnen muß. Reitlinger bespricht nämlich in dieser Abhandlung auch die von Rieß gegebene Erklärung und bemerkt darüber Folgendes: „daß diese Erklärung des Lullin'schen Versuches aber unzulässig ist, läßt sich leicht beweisen. Es ist nämlich leicht den Versuch mit einem von einer Schichte flüssigen Terpentinöls bedeckten Karten-

---

[1]) Terpentinöl, gereinigt durch Destillation und Abnehmen derjenigen Partie, die dem Siedpunkt des reinen Kohlenwasserstoffes entsprach.

[2]) Es war zuerst durch Behandlung mit verdünnter Schwefelsäure, hierauf mit einer Lösung von kohlensaurem Kali, wiederholtes Waschen mit Wasser, Trocknen mit Chlorcalcium und Rectification gereinigt. — Dieses Präparat, so wie das vorige, verdanke ich der gütigen Gefälligkeit meines verehrten Freundes und Collegen Herrn Dr. H. Hlasiwetz.

[3]) Nach einigen Tagen aber zeigte sich das Präparat bereits wieder so verändert, daß die Durchbohrungen an der negativen Spitze eintraten.

blatte zu machen. Wie schon erwähnt, würde nach Faraday die Elektricität der Fläche positiv sein müssen. Es müßte also die Karte in diesem Falle der positiven Spitze gegenüber durchbohrt werden, wenn die obige Erklärungsweise von Rieß für den Lullin'schen Versuch richtig wäre. Die Durchbohrung fand aber bei meinen mit dem Ruhmkorff-Apparate angestellten Versuchen eben so wie beim gewöhnlichen Kartenblatte an der negativen Spitze statt [1]).

Dagegen scheint aus meinen Beobachtungen hervorzugehen, daß Terpentinöl, so lange es sich in absolut chemisch reinem Zustande befindet, allerdings eine hydroelektrisch-positive Erregung äußert; übrigens hat mich diese Mittheilung veranlaßt, meine Versuche, bei welchen ich mich bis dahin ausschließlich der Leydener-Flasche bedient hatte, wenigstens theilweise auch mit dem Ruhmkorff'schen Apparate anzustellen; worauf ich später zurückkommen werde.

Die übrigen Körper, welche bei den Versuchen von Faraday den Dampfkessel positiv elektrisch machten, haben bei meinen Versuchen regelmässig und unzweideutig die Erscheinung des Lullin'schen Experimentes umgekehrt, d. h. die Durchbohrung an der positiven Spitze veranlaßt, wie es die Theorie von Rieß erfordert, wenn man die oben angeführte, meines Wissens zuerst von Müller ausgesprochene Auslegung der Faraday'schen Beobachtungen zu Grunde legt und diesen Körpern ein hydroelektrisch positives Verhalten zuschreibt.

Unter diesen beiden Voraussetzungen wäre andererseits zu erwarten, daß vice versa auch andere Substanzen, welche eine Umkehrung

---

[1]) In einer hierauf bezüglichen Notiz im Dingler'schen polyt. Journal (Bd. 170), habe ich bemerkt, daß mir dieses negative Verhalten des Terpentinöls wenig Gewicht zu haben scheint, indem dasselbe auch bei den Versuchen von Faraday nur eine vorübergehende Wirkung äußerte (wegen seiner Flüchtigkeit nämlich), und daher zu einem entscheidenden Versuche dieser Art nicht geeignet sei. Damit will nur gesagt sein, daß Terpentinöl, als die flüchtigste unter den oben aufgezählten Substanzen, welche sich bei Faraday's Versuchen positiv verhielten, weniger als die übrigen tauglich sei, um die Umkehrung des Lullin'schen Phänomens mit Sicherheit gelingen zu lassen; abgesehen von der durch meine Versuche nachgewiesenen Bedingung der Reinheit. — Ein veränderliches Verhalten des Terpentinöls hat sich bei den Versuchen von Faraday nicht gezeigt, denn so lange eine Spur davon vorhanden war, blieb der Kessel positiv. (Alinea 2109.)

des Lullin'schen Phänomens bewirken, in die Dampfkugel des Faraday'schen Apparates gebracht, den Ladungszustand desselben umkehren, d. h. den Kessel positiv und den Dampf negativ elektrisch machen würden.

Aus diesem Gesichtspunkte schien es mir von Interesse und Wichtigkeit, zunächst eine größere Anzahl von Substanzen in Bezug auf ihr Verhalten beim Lullin'schen Versuche zu prüfen; und ich habe dieselben in dieser Abhandlung der Kürze wegen einfach als „positiv" oder „negativ" bezeichnet, je nachdem sie die Durchbohrung an der positiven oder negativen Spitze bewirkten; eine Bezeichnung, welche — wenn die oben angeführten Annahmen sich bestätigen sollten — auch zugleich mit dem hydroelektrischen Verhalten übereinstimmen würde. Als „neutrale" Substanzen will ich diejenigen bezeichnen, bei welchen die Durchbohrung in der Mitte zwischen den beiden Spitzen erfolgt.

In Ermanglung einer Hydroelektrisirmaschine war ich außer Stande die oben angedeuteten Gegenversuche auszuführen, und ich kann nur wünschen, daß sie von anderen Physikern unternommen werden, so wie auch eine Sichtung und Vervollständigung der Reihe jener Körper, welche sich beim Lullin'schen Versuche positiv zeigen, durch Anwendung chemisch reiner Präparate und einer größeren Anzahl von Substanzen. Denn einerseits standen mir die untersuchten Substanzen nur in jenem Zustande der Reinheit zu Gebote, in welchem sie im Handel vorzukommen pflegen, und anderseits habe ich meine Versuche nicht weiter ausgedehnt, als es nöthig war, um das Verhalten der von Faraday als hydroelektrisch positiv befundenen Körper beim Lullin'schen Versuche zu erproben, und auch noch auf einige andere Körper hinweisen zu können, welche sich dabei entschieden positiv oder negativ verhalten, und zu weiteren Untersuchungen in der bezeichneten Richtung als Anhaltspunkte dienen könnten.

Über die Anordnung der Versuche habe ich nur Folgendes zu bemerken:

Der Apparat bestand aus einer 20zölligen Winter'schen Elektrisirmaschine, einer Winter'schen Leydenerflasche von 0·2 Quadratmeter Belegung, und einer Vorrichtung zum Plattendurchschlagen, von der sehr bequemen Construction von Siemens & Halske, nebst einem passenden Stativ, als Träger der oberen Conductorspitze.

Als Platten dienten weiße Cartons von etwa $^1/_2$ Millim. Dicke und 8 Centim. im Quadrate; und in gewissen Fällen, welche ich unten näher bezeichnen werde, auch gleich große Stücke von starkem Schreibpapier.

Die untersuchten Substanzen wurden durch Begießen der beiden Kartenflächen oder durch Aufschmelzen auf dieselben aufgetragen[1]. Im ersteren Falle mußte durch Anwendung hinreichender Mengen dafür gesorgt werden, daß die Kartenflächen nicht etwa in Folge der theilweisen Aufsaugung und Verflüchtigung der Substanz stellenweise wieder bloßgelegt wurden, sondern in der Umgebung der Spitzen möglichst gleichmäßig und vollständig bedeckt waren. Die aufgeschmolzenen Proben wurden in möglichst gleichförmigen Schichten von circa $^1/_2$ Millim. Dicke angewendet. Manche Substanzen ertheilen der Masse des Carton, indem sie von derselben aufgesogen werden, eine harte pergamentartige Consistenz, welche bewirkt, daß die Entladung den Carton umgeht oder den nicht getränkten Rand desselben durchbohrt. Bei solchen Substanzen wurde sodann, anstatt eines Carton, das oben erwähnte Papier mit Erfolg in Anwendung gebracht.

Wie bereits bemerkt, hat Faraday folgende nach seinen Versuchen hydroelektrisch positive Substanzen aufgezählt: Terpentinöl, Olivenöl, Speck, Wallrath, Bienenwachs, Ricinusöl, Harz und Lorbeeröl (Alinea 2108—2113). Hinsichtlich des Terpentinöls habe ich meine Erfahrungen bereits erwähnt. Bezüglich des Olivenöls muß ich bemerken, daß bei meinen Versuchen nur die feinen Sorten ein positives Verhalten gezeigt haben, dagegen aber das gewöhnliche „Baumöl" des Handels ein entschieden negatives. Bei den untersuchten Proben von Wallrath und Ricinusöl erfolgte die Durchbohrung zwar nicht genau, aber doch immer so nahe an der positiven Spitze, daß das positive Verhalten der genannten Substanzen

---

[1] Nur ausnahmsweise wurden in einzelnen Fällen Lösungen (z. B. von Harzen in Alkohol) angewendet. Wo dies geschah, ist es in dieser Abhandlung ausdrücklich bemerkt und wurde der Versuch jedesmal erst nach dem Trocknen gemacht. Trotz dieser Vorsicht bleiben derartige Versuche mit Lösungen mehr oder weniger unzuverlässig, weil man selten versichert sein kann, daß nicht das Lösungsmittel entweder durch eine Veränderung der Substanz oder durch zurückbleibende Spuren, welche an derselben haften, auf den Erfolg des Experimentes Einfluß nimmt.

ganz unzweifelhaft hervortrat. Wurde Ricinusöl auf Papier aufgetragen, so erfolgte die Durchbohrung auch bei diesem Körper präcis an der positiven Spitze. Von Bienenwachs fand ich das gelbe (noch nicht gebleichte) positiv, dagegen das weiße negativ. Bezüglich der Harze gibt Faraday nicht an: welche Harze er zu seinen Versuchen gewählt hat. Bei meinen Versuchen [1]) zeigten sich die meisten positiv, namentlich: Benzoë, weißes Fichtenharz, Guajak, Mastix, Schellack und Schiffspech. Dagegen verhielten sich venetianischer Terpentin und die meisten Proben von Kolophonium negativ; doch scheint das letztere durch starkes Erhitzen beim Umschmelzen leicht neutral oder positiv zu werden. Feines rothes Siegellack, obgleich einen beträchtlichen Antheil von positiven Harzen enthaltend, es mag geschmolzen oder in weingeistiger Lösung aufgetragen worden sein, veranlaßte die Durchbohrung stets präcis an der negativen Spitze.

Von den übrigen Substanzen, welche ich noch untersucht habe, seien beispielsweise folgende erwähnt: und zwar mit positivem Verhalten: Kümmelöl, Lavendelöl, Majoranöl, Spicköl, Unschlitt u. a. Ferner mit negativem Verhalten: Benzin, Canada-Balsam, Mandelöl, Nelkenöl, Pfeffermünzenöl u. a. Dagegen zeigte sich z. B. Stearin neutral, in soferne es die Durchbohrung stets nahezu in der Mitte zwischen den beiden Spitzen veranlaßte. Dasselbe habe ich am Cassia-Öl [2]) beobachtet; als ich jedoch nach einiger Zeit die Versuche damit wiederholte, zeigte sich diese Substanz in der Art verändert, daß die Durchbohrungen bald an der einen und bald an der andern Spitze erfolgten.

Ich habe bereits oben erwähnt, daß bei Substanzen, welchen ein positives Verhalten eigen ist, die Durchbohrung nur dann zuverlässig an der positiven Spitze eintritt, wenn die auf den Carton aufgetragenen Schichten hinreichend dick sind, um den Luftzutritt von der Papierfläche vollständig abzuhalten; denn es ist leicht einzusehen, daß im entgegengesetzten Falle die negative Erregung der Papierfläche mitwirken muß und sehr leicht eine Durchbohrung an der negativen Spitze bedingen kann. Dies trifft aber

[1]) Ich werde im Folgenden auch Balsame unter den Harzen anführen, weil es hier auf die Unterscheidung zwischen beiden Kategorien nicht ankommt.

[2]) Im Handel unter dem Namen „Zimmtöl" vorkommend.

nicht in gleichem Maße bei allen positiven Substanzen zu; wohl aus dem Grunde, weil denselben ungleiche Grade der positiven Erregbarkeit entsprechen, welche dem Einflusse der Papierfläche in ungleichem Maße entgegenwirken. Hierauf beruht auch die Thatsache, daß nicht alle positiven Substanzen gleich geeignet sind, um das Experiment der Umkehrung des Lullin'schen Phänomens mit sicherem Erfolge anzustellen.

Unter den oben erwähnten ätherischen Ölen hat das Kümmelöl bei allen Versuchen ohne Ausnahme sein positives Verhalten behauptet, auch wenn es nur in sehr dünnen Schichten, welche die Kartenflächen kaum mehr bedeckten, angewendet wurde. Stellt man mehrere Versuche mit Cartons an, welche mit dieser Substanz begossen werden, so läßt sich sehr deutlich nachweisen, wie die Durchbohrung immer weiter von der positiven Spitze gegen die negative vorrückt, je vollständiger man die Aufsaugung und Verflüchtigung des Öles abwartet.

Auch die Thatsache, daß bei manchen Substanzen der Ort der Durchbohrung unter übrigens gleichen Umständen von der Stärke des Entladungsschlages abhängig erscheint [1]), läßt sich mit Rücksicht auf den mehr oder weniger hervortretenden Einfluß der Papierfläche, welche durch die Entladung theilweise entblößt wird, erklären.

Ich will nun zu den Versuchen mit dem Ruhmkorff'schen Apparate übergehen, wobei die untersuchten Substanzen auf Papier aufgetragen, zwischen den in einem Abstande von einem Centimeter auf beiden Flächen nahezu senkrecht angesetzten Spitzen den Entladungen ausgesetzt wurden. Die Versuche wurden, hinsichtlich der Aufeinanderfolge der Entladungen, auf zweierlei Art angestellt. Bei der einen Versuchsreihe functionirte der Apparat in der gewöhnlichen Weise, und es wurde, während das Blatt zwischen den Spitzen verschoben wurde, beobachtet: auf welcher Seite der Funkenstrom verweilte, je nachdem die Durchbohrungen fortwährend an der einen oder an der andern Spitze erfolgten; oder ob derselbe vielleicht theilweise auf beiden Seiten sich befand, indem er das Blatt zwischen den Spitzen durchsetzte. Bei der zweiten Versuchsreihe

[1]) Ich habe dies einige Male beim Fenchelöl und beim Wachholderöl bemerkt. Beide Substanzen zeigten bei wiederholten Versuchen bald ein positives, bald ein negatives Verhalten, doch schien es, daß bei stärkeren Entladungen die Durchbohrungen an der negativen Spitze häufiger vorkommen als bei schwächeren.

wurde, um das Verhalten bei einzelnen Entladungen beobachten zu können, die rasche Aufeinanderfolge derselben verhindert, indem durch entsprechende Handhabung des Unterbrechers, in beliebigen Intervallen einzelne Öffnungsfunken erzeugt und denselben jedesmal andere Stellen des nach einer vorgezeichneten Linie, senkrecht zur Funkenbahn, verschobenen Blattes dargeboten wurden. Auf diese Art entstand eine beliebige Anzahl von Durchbohrungen in übersichtlicher Anordnung, aus deren Abständen von der vorhin erwähnten, auf dem Blatte vorgezeichneten Führungslinie sogleich ersichtlich war, ob sie von der positiven oder negativen Spitze herrührten. Dabei ist jedoch zu bemerken, daß die feinen Bohrungen in vielen Fällen erst dann sichtbar werden, wenn die Substanz, mit welcher man das Papierblatt imprägnirt hat, durch ein passendes Verfahren wieder größtentheils entfernt worden ist.

Die nachstehend angeführten Versuche mit dem Ruhmkorff'schen Apparate haben häufig zweifelhafte, und in einzelnen Fällen auch den Versuchen mit der Leydener Flasche widersprechende Resultate ergeben. Dieses Ergebniß läßt sich, was die Anwendung des Funkenstromes betrifft, wohl erklären; denn bei diesem ist die Erwärmung, wenn sie auch nicht, wie es bei den meisten der angeführten Substanzen geschieht, die Entzündung derselben bewirkt, immerhin zu bedeutend, um nicht einerseits durch eine Veränderung der Substanz selbst, und andererseits durch deren stellenweise Entfernung von der Papierfläche, aus den bereits angegebenen Gründen störenden Einfluß zu nehmen. Schwieriger ist eine befriedigende Erklärung der von den Versuchen mit der Leydener Flasche abweichenden Resultate, welche die Anwendung des einfachen Öffnungsfunkens bei gewissen Substanzen (Bienenwachs und Wallrath) ergeben hat. Gleichwohl hat es den Anschein, daß auch hier die Ursache in einer stärkeren Erwärmung, als sie bei Anwendung der Leydener Flasche stattfindet, zu suchen ist. Dafür spricht wenigstens die Thatsache, daß auch der einfache Öffnungsfunke des Ruhmkorff'schen Apparates sehr oft eine beträchtliche Schwärzung an der negativen Spitze, und bisweilen auch längs der Funkenbahn zurückläßt, was bei Anwendung der Leydener Flasche in der Regel nicht vorkommt.

Bei dieser Erscheinung ist bemerkenswerth, daß, wenn auch die Durchbohrung an der positiven Spitze eintritt, die

Schwärzung dennoch an der negativen Spitze stattfindet, und an der Durchbohrungsstelle entweder gar nicht, oder doch in viel geringerem Grade. Man kann dieses für die thermische Wirkung der negativen Elektrode instructive Phänomen sehr deutlich bei Anwendung von Lavendelöl oder Mirbanöl [1]) beobachten.

Ich lasse nun eine tabellarische Zusammenstellung der Versuche folgen, welche unter der Rubrik *L*, jene mit der Leydener Flasche, und unter den Rubriken *R* I und *R* II, die mit dem Ruhmkorff'schen Apparate, beziehungsweise mit Anwendung des einfachen Funkens und des Funkenstromes enthält. Ein eingeklammertes Zeichen, z. B. (+) bedeutet, daß das dem betreffenden Zeichen entsprechende Verhalten durch die überwiegende Mehrzahl der Versuche constatirt ist, während einzelne Fälle vorkamen, in welchen die Experimente aus bisher unbekannten Ursachen nicht übereinstimmend ausgefallen sind. Dagegen bedeutet ein Zeichen ohne Klammern, daß gar keine von dem bezeichneten Verhalten abweichenden Ausnahmen vorgekommen sind, abgesehen von der sehr geringen Anzahl jener Fälle, bei welchen die beobachtete Anomalie offenbar durch störende Nebenumstände (z. B. unzureichende oder zu ungleichförmige Bedeckung [2]) der Papierfläche) verursacht wurde; was übrigens bei den meisten Substanzen nicht vorgekommen ist. Das Zeichen Nulle bedeutet ein neutrales Verhalten, welches einer Durchbohrung nahezu in der Mitte zwischen beiden Spitzen entspricht. Ein Fragezeichen endlich bedeutet entweder, daß die untersuchte Substanz bei der betreffenden Versuchsreihe kein entschiedenes Verhalten äußerte, oder daß das fragliche Verhalten nicht sicher beobachtet werden konnte, was bei Anwendung des Funkenstromes wegen zu grosser Entzündlichkeit mancher Substanzen, häufig der Fall war.

---

[1]) Essence de Mirban, Nitrobenzol; sogenanntes künstliches Bittermandelöl; im Handel unter dem Namen Mirbanöl vorkommend.

[2]) Auf möglichst gleichförmige Ausbreitung der Substanzen auf den Kartenflächen kommt es um so mehr an, je geringer die Intensität der angewendeten Entladungen ist, weil Ungleichheiten des Widerstandes desto leichter von störendem Einflusse sind.

Substanz	L	B I	B II	Anmerkungen.
Baumöl	—	—	—	Die mit * bezeichneten acht Substanzen sind diejenigen, welche bei den Versuchen von Faraday ein hydroelektrisch positives Verhalten gezeigt haben. Eine neue Probe chemisch reinen Terpentinöls von der oben beschriebenen Darstellung gab bei Anwendung der einzelnen Öffnungsfunken des Ruhmkorff'schen Apparates das erste Mal eine Durchbohrung an der positiven Spitze. — Die folgenden Durchbohrungen rückten immer weiter gegen die negative Spitze, wo sie endlich stationär blieben.
Benzin	(—)	—	?	
*Bienenwachs	+	—	+	
Canadabalsam	—	—	—	
*Harze (die meisten)	+	?	+	
Kümmelöl	+	?	?	
Lavendelöl	+	+	?	
*Lorbeeröl	+	?	+	
Majoranöl	(+)	+	+	
Mandelöl (süßes)	—	—	?	
Mirbanöl	—	+	(0)	
Nelkenöl	—	—	?	
*Olivenöl	+	+	(+)	
Pfeffermünzenöl	—	—	—	
*Ricinusöl	+	+	(+)	
*Speck	+	?	+	
Spicköl	(+)	+	?	
Stearin	0	?	?	
*Terpentin	nach Angabe		?	
Unschlitt	+	?	(—)	
*Wallrath	+	—	+	

Die Resultate der im Vorhergehenden erörterten Versuche stehen zugleich in einer unmittelbaren Beziehung zu der von Rieß aufgestellten Theorie der Lichtenberg'schen Figuren, welchen dasselbe Erklärungsprincip wie beim Lullin'schen Versuche zu Grunde gelegt worden ist, nämlich die Annahme einer hydroelektrischen Erregung der Oberfläche, auf welche eine discontinuirliche Entladung geleitet wird (Rieß, Reibungselektricität §§. 748—750). Dabei wird mit Hinweisung auf die 30 Stoffe, welche sich bei den Versuchen von Faraday hydroelektrisch negativ verhielten (Alinea 2099), vorausgesetzt, daß eine Platte aus „beliebigem“ Stoffe, indem sie von einer discontinuirlichen Entladung getroffen wird, negativ elektrisch werde, und demnach die von der Entladung übrigbleibende Elektricität sich auf dieser negativ elektrisirten Fläche zu verbreiten habe. Hieraus wird gefolgert, daß die Verbreitung und davon abhängige Anordnung der überschüssigen Elektricität eine andere sein müsse,

wenn die Elektricität positiver als wenn sie negativer Art ist und sich im ersteren Falle leichter und weiter verbreiten werde; so wie, daß andererseits auch die äussere Begrenzung der Figur hierdurch bestimmt werden müsse, indem die negative Elektricität eine bereits negativ elektrisirte Fläche findet, die sie auf die volle Kreisfigur beschränkt, während die positive Elektricität angezogen und von der negativ elektrisirten Fläche in strahliger Ausbreitung neutralisirt wird.

Hier ergibt sich zunächst die Frage, ob wohl allen Stoffen, auf welchen die Lichtenberg'schen Figuren hervorgerufen werden können, ein hydroelektrisch negatives Verhalten zugeschrieben werden darf. Was insbesondere die Harze betrifft, so erscheint unter den vorerwähnten 30 Stoffen „Schellack auf Seide", während späterhin vom „Harz" (es ist freilich nicht gesagt, von welchem?) das Vermögen nachgewiesen wird, den Ladungszustand der Hydroelektrisirmaschine umzukehren, was vielmehr ein hydroelektrisch positives Verhalten anzuzeigen scheint.

Vermuthlich hat Faraday bei dem besagten Versuche eine alkoholische Lösung von Schellack benützt, in welcher die Seide getränkt worden war, und nach dem Trocknen das Verhalten im Dampfstrome untersucht; ein Verfahren, welches Faraday in analoger Weise mit anderen Substanzen öfters angewendet hat. (Alinea 2097.) Unter dieser Voraussetzung ist anzunehmen, daß die Seide mit einer sehr dünnen Schellackschichte bedeckt war, so daß möglicherweise auch die negative hydroelektrische Erregung der Seide selbst mitwirken konnte.

Um die Wahrscheinlichkeit einer solchen Einflußnahme durch einen directen Versuch zu prüfen, habe ich Seide, welche in der vorhin beschriebenen Weise mit alkoholischer Schellacklösung in dem Maße behandelt worden war, daß sie dadurch ungefähr die Steifigkeit von Wachstaffet erlangt hatte, beim Lullin'schen Experimente verwendet. Unter vier Versuchen erfolgte die Durchbohrung dreimal nächst der negativen und einmal in der Nähe der positiven Spitze, während bei meinen oben beschriebenen Versuchen, bei welchen dasselbe Harz in dickeren Schichten auf einen Carton aufgeschmolzen war, die Durchbohrung stets an der positiven Spitze eintrat. — Der obige Versuch mit Schellack auf Seide ist demnach für das Verhalten von Schellack im Dampfstrome wohl nicht mit Sicherheit entscheidend.

Ein hydroelektrisch negatives Verhalten dieses Harzes könnte allenfalls nur aus dem in der Alinea 2098 beschriebenen Faraday'schen Versuche mit einer Schellackstange im Dampfstrome gefolgert werden [1]). Bezüglich anderer Harze, welche zur Erzeugung der Lichtenberg'schen Figuren benützt werden, enthält die citirte Abhandlung von Faraday keine namentlichen Angaben, denn auch in der Alinea 2097, welche die Thatsache enthält, daß geschmolzenes „Kautschuk und Harz“ im Dampfstrome negativ werden, wird nicht erwähnt, welches Harz bei diesen Versuchen benützt worden ist. — Es scheint mir demnach nicht hinreichend begründet, aus den angeführten Versuchen von Faraday ohne Weiteres zu folgern, daß allen Harzen ein hydroelektrisch negatives Verhalten, wie es bei der Rieß'schen Erklärung der Lichtenberg'schen Figuren vorausgesetzt wird, zukomme.

Jedenfalls haben meine Versuche gezeigt, daß verschiedene Harze gegenüber einer discontinuirlichen Entladung sehr ungleich sich verhalten, indem viele [2]) sogar die Eigenschaft besitzen, die Erscheinung des Lullin'schen Experimentes umzukehren.

Soll die Theorie von Rieß, welche die Erscheinungen des Lullin'schen Versuches und der Lichtenberg'schen Figuren auf dasselbe Erklärungsprincip (der hydroelektrischen Erregung durch eine discontinuirliche Entladung) zurückführt, festgehalten werden, so muß man nothwendig annehmen, daß die strahlige Ausbreitung der positiven und die kreisförmige Begrenzung der negativen Staubfigur nur auf solchen Harzen stattfinden kann, welche beim Lullin'schen Versuche die Durchbohrung in der Nähe der negativen Spitze bedingen.

Aus demselben Grunde wäre aber anderseits zu erwarten, daß auf jenen Harzen, welche die Durchbohrung an der positiven Spitze veranlassen, eine größere Ausbreitung der negativen als der positiven Staubfigur eintreten müsse.

---

[1]) Nach meinen bisherigen Beobachtungen verhielt sich Schellack beim Lullin'schen Versuche positiv. Ich werde auf diesen scheinbaren Widerspruch später zurückkommen.

[2]) Nach meinen bisherigen Versuchen sogar die weit überwiegende Mehrzahl.

Aus diesem Gesichtspunkte schien es mir von Interesse, Staubfiguren auf Harzplatten von beiderlei Art zu beobachten. Bei den ersten Versuchen glaubte ich in der That — zwar keine Umkehrung jenes Verhältnisses — aber doch solche Verschiedenheiten gefunden zu haben, welche wenigstens anzudeuten schienen, daß die besagte Verschiedenheit der Harze an der Gestaltung der Staubfiguren ihren wesentlichen Antheil habe. Bei näherer Untersuchung hat sich jedoch herausgestellt, daß jene Verschiedenheiten von anderen Nebenumständen herrührten, und daß die charakteristischen Types beider Staubfiguren in gleicher Weise auf allen untersuchten Harzen auftreten, dieselben mögen beim Lullin'schen Versuche ein positives oder ein negatives Verhalten zeigen [1]).

So verhalten sich z. B. die meisten Harze einerseits, und feines rothes Siegellack (und Kolophonium [2]) anderseits beim Lullin'schen Versuche gerade entgegengesetzt, während doch die Lichtenberg'schen Figuren auf allen diesen Materialien in gleicher Weise mit ihren charakteristischen Typen auftreten. Ich habe auch bei genauer Beobachtung aller Einzelheiten in den auf Harzen von beiderlei Art erzeugten Staubfiguren keine dadurch bedingten Unterschiede auffinden können.

Daraus scheint hervorzugehen, daß für die Lichtenberg'schen Figuren und den Lullin'schen Versuch nicht ein gemeinschaftliches Erklärungsprincip in der hydroelektrischen Erregung durch discontinuirliche Entladung Geltung haben kann.

Es entsteht nun weiter die Frage, ob dieses Erklärungsprincip, wenn es auch nicht für beide Erscheinungen anwendbar ist, doch vielleicht für die eine oder für die andere — im Einklange mit allen bisher beobachteten Thatsachen — beibehalten werden kann.

---

[1]) Hiernach ist die bezügliche Stelle meiner Notiz im 179. Bande des Dingler'schen polyt. Journals Seite 435 und 436 zu berichtigen.

[2]) Als ich eine Probe von einer Platte aus Kolophonium, die ich behufs der Darstellung der Lichtenberg'schen Figuren gegossen hatte, auf ihr Verhalten beim Lullin'schen Versuche prüfte, fand ich dieselbe positiv, obgleich dasselbe Harz vor dem Umschmelzen, in derselben Weise untersucht, negativ befunden worden war. Hierauf gründet sich die beigefügte Bemerkung, mit welcher ich oben das Kolophonium unter den negativen Substanzen aufzählte.

Was zunächst den Lullin'schen Versuch betrifft, so sprechen meine Beobachtungen für die Rieß'sche Theorie, wenn man (mit Müller) annimmt, daß denjenigen Substanzen, welche den Dampfkessel des Faraday'schen Apparates positiv machten, eine hydroelektrisch positive Erregung zuzuschreiben ist; denn eben diese Substanzen haben beim Lullin'schen Versuche die Durchbohrungen an der positiven Spitze veranlaßt. — Was gegen diese Annahme geltend gemacht werden könnte, wäre die in der Alinea 2098 constatirte Thatsache von der negativen Erregung einer Schellackstange im Dampfstrome, während dasselbe Harz beim Lullin'schen Versuche sich positiv verhält. Doch scheint mir dieser Umstand, bevor er als eine entscheidende Einwendung betrachtet werden kann, noch einer näheren Untersuchung zu bedürfen; denn, so wie es z. B. von Kolophonium Sorten gibt, welche ein negatives, und andere, welche ein positives Verhalten beim Lullin'schen Versuche zeigen, so mag es auch beim Schellack vorkommen und darin eine Lösung jenes scheinbaren Widerspruches sich finden lassen.

Wollte man aber (mit Faraday) annehmen, daß die Umkehrung des Ladungszustandes der Hydroelektrisirmaschine dadurch zu Stande gekommen ist, daß die vom Dampfe mitgeführten Substanzen durch ihre Reibung an den Canalwänden negativ elektrisch geworden sind, — so würde sich hieraus über das hydroelektrische Verhalten eben dieser Substanzen noch keine Folgerung ergeben. Dasselbe müßte vielmehr erst untersucht werden, um sodann, im Vergleiche mit dem oben nachgewiesenen Verhalten beim Lullin'schen Versuche über das Zutreffen der Rieß'schen Theorie entscheiden zu lassen.

Über die zweite Frage: ob die Hypothese einer hydroelektrischen Erregung der von einer discontinuirlichen Entladung getroffenen Fläche — wenn sie zur Erklärung des Lullin'schen Versuches als unzulässig sich erweisen sollte — bei den Lichtenberg'schen Figuren verwendbar sei, — über diese Frage geben meine Versuche keinen weiteren Aufschluß, sondern zeigen eben nur, daß jene Hypothese nicht als gemeinschaftliches Erklärungsprincip beider Erscheinungen benützt werden kann.

Die Einwendungen, welche Reitlinger [1]) auf Grundlage seiner eigenen und der Beobachtungen Anderer gegen diese Erklä-

---

[1]) Insbesondere in der Abhandlung: „Erläuterungen über Lichtenberg'sche Figuren" (Sitzungsberichte, 1861).

rung erhoben hat, enthalten unverkennbar wichtige Gründe zu Gunsten der Annahme, daß die Ursache der charakteristischen Formverschiedenheit der den beiden Elektricitäten entsprechenden Staubfiguren in der Verschiedenheit der Bewegungen zu suchen sei, welche den elektrisirten Theilchen an beiden Elektroden zugeschrieben werden muß, — wenn man die Erscheinungen des elektrischen Lichtes, dann der Überführung materieller Theilchen von der positiven zur negativen Elektrode, und noch viele andere dieser Art [1]) in Betracht zieht. Gleichwohl sind diese Vorgänge noch zu wenig genau bekannt, und auch der Einfluß von mancherlei Nebenumständen bei der Bildung der Staubfiguren noch zu wenig erforscht, als daß man es unternehmen könnte, die im Principe angedeutete Erklärung derselben mit einer auf Einzelheiten eingehenden Ausführlichkeit zu entwickeln. — Dagegen scheint mir die von demselben Physiker auf Grundlage eben dieses Principes versuchte Erklärung des Lullin'schen Versuches mit meinen Beobachtungen nicht vereinbar zu sein, indem sie mit dem bei gewissen Substanzen regelmäßig an der positiven Spitze eintretenden Durchbohrungen im Widerspruche ist.

In Anbetracht der bisher bekannten Thatsachen, im Zusammenhange mit meinen Beobachtungen über die den Gegenstand dieser Abhandlung bildenden Erscheinungen, stellt sich demnach das Ergebniß heraus, daß bei dem gegenwärtigen Stande der Streitfrage, hinsichtlich des Lullin'schen Versuches das Erklärungsprincip von Rieß, und bezüglich der Lichtenberg'schen Figuren jenes von Reitlinger die Wahrscheinlichkeit für sich habe.

Versuche im luftverdünnten Raume habe ich noch nicht angestellt. Nach der Theorie von Rieß wäre zu erwarten, daß auch bei Anwendung von positiven Substanzen die Durchbohrungen nahezu in der Mitte zwischen beiden Spitzen eintreten würden, so wie es beim Versuche von Tremery stattfand.

Innsbruck, 15. April 1866.

---

[1]) Die Hypothese, daß den elektrisirten Theilchen an der positiven Elektrode eine größere Summe von lebendiger Kraft innewohne, läßt sich auch aus der bekannten Thatsache der stärkeren Erwärmung der negativen Elektrode ableiten.

Über die Darstellung des Hämin aus dem Blute und den qualitativen Nachweis minimaler Blutmengen.

Von Dr. Iwan Gwosdew aus Moskau.

(Aus dem physiologischen Institute der Grazer Universität.)

Man kann bei Blutuntersuchungen von zwei verschiedenen Standpunkten ausgehen: von einem rein wissenschaftlichen, oder aber von einem vorzugsweise praktischen, in soferne der chemische und mikroskopische Nachweis minimaler Blutmengen einen wichtigen Gegenstand der forensischen Diagnostik bildet. Methoden, welche erlauben, eingetrocknetes Blut mit möglichster Erhaltung seiner Formelemente der mikroskopischen Untersuchung zugänglich zu machen, oder aber Methoden, welche erlauben, mit derselben minimalen Menge eingetrockneten Blutes eine Reihe verschiedenartiger Reactionen anzustellen, sind vorzugsweise nur in letzterer Beziehung interessant. Obwohl ich gerade in dieser Hinsicht die nachfolgenden Versuche angestellt habe und zu einer Verbesserung der bezüglichen Methoden gelangt zu sein glaube, so haben sich doch im Verlaufe der Arbeit auch einige Thatsachen ergeben, welche für die Kenntniß des Blutfarbstoffes überhaupt mittheilenswerth erscheinen, ich möchte daher das Folgende in der angedeuteten doppelten Beziehung angesehen wissen.

Von Wittich [1]) hat bekanntlich durch Fällen defibrinirten Blutes mit concentrirter Lösung von $KOCO_2$, Trocknen des erhaltenen Niederschlages bei nicht über 40 Grad Cels. und Extraction mit Alkohol eine Lösung des Blutfarbstoffes dargestellt. Von Wittich [2]) gibt an, daß es ihm nicht gelungen, aus dieser Lösung Farbstoffkrystalle abzuscheiden. Das ist später A. Rollett [3]) gelungen, indem er der

1) Journal für praktische Chemie. 1854. Bd. 61, S. 15.

2) L. c. S. 18.

3) Diese Berichte Bd. 48, S. 226.

Wittich'schen Lösung $\bar{T}$ bis zur schwachsauren Reaction zusetzte und die saure Lösung bei einer Temperatur, die 65° C. nicht überstieg, langsam eindunstete. Derselben Methode hat sich später Kühne [1]) bedient, um den von ihm als mit dem Blutfarbestoff identisch nachgewiesenen rothen Farbestoff der Muskeln in Form von Häminkrystallen zu gewinnen.

Die Darstellung der Krystalle aus der Wittich'schen Lösung gelingt aber, wie ich fand, auch in der gewöhnlichen Weise unter Anwendung von Eisessig; und zwar reichen auch sehr kleine Mengen der Lösung dazu aus. Dieser letztere Umstand macht das Verfahren zu einem sehr werthvollen.

Um die Krystalle in größerer Menge zu erhalten, empfiehlt sich folgende Methode. Defibrinirtes, bei gewöhnlicher Temperatur getrocknetes Blut oder zerschnittener und getrockneter Blutkuchen wird fein gepulvert und durch ein Pulversieb geschlagen. Fünf Theile gepulverten Blutes werden mit einem Theil reinen $KOCO_2$ *(depuratum e tartaro)* nochmals fein verrieben. Die getrocknete Masse mit 93 bis 94 v. p. Alkohol übergossen und damit bei einer Temperatur zwischen 40° und 45° C., unter öfterem Umschütteln, digerirt. Wenn die entstandene dunkelgranatrothe Lösung sich nicht mehr intensiver färbte, wurde sie abfiltrirt, der Rückstand wurde neuerdings mit Alkohol digerirt u. s. w. Die erhaltenen Portionen wurden vereinigt. Diese Lösung stimmt in ihren Eigenschaften mit der von v. Wittich aus feuchtem Blut dargestellten Lösung überein. Im Spektroskop zeigt sie einen Absorptionsstreifen zwischen C und D Fraunhofer.

Wird diese Lösung mit etwas mehr als demselben Volumen destillirten Wassers verdünnt und dem Gemisch vorsichtig $\bar{A}$ bis zu schwachsaurer Reaction zugesetzt, so trübt es sich und nach einigem Stehen sammelt sich der Farbstoff in amorphen braunen Flocken, die in der klaren und entfärbten Flüssigkeit zu Boden sinken. Dieser Niederschlag gibt, abfiltrirt und getrocknet, ein sehr gutes Material für die Darstellung der Krystalle. Er wird langsam getrocknet, zuletzt durch einige Zeit bei 100°. Der trockene Niederschlag wird mit ungefähr $1/5$ Theil gepulverten NaCl und mit der 20- bis 30fachen Menge Eisessig verrieben. Das Gemisch dann in einem Becherglase oder einem Kolben durch längere Zeit bei 60° C. digerirt, nachdem sich auf dem

[1]) Virchow's Archiv Bd. XXXIII, S. 13.

Boden die blauschillernde Krystallmasse abgesetzt, erwärmt man bis 100° C. und darüber. Nach dem Erkalten befindet sich eine schwachbraungefärbte durchsichtige Flüssigkeit über den Krystallen. Bei der Darstellung von größeren Mengen ist der verwendete Ā. gl. nicht farblos zu erhalten. Dagegen gelingt dies, wenn man den amorphen Farbstoff portionenweise mit allmählich zum Kochen erhitzten Ā. gl. in die Krystalle verwandelt.

Die erhaltenen Krystalle werden abfiltrirt, dann mit erwärmtem Ā. gl. gewaschen, mit dem Filter in mehrfaches Filtrirpapier eingeschlagen und leicht gepreßt. Die auf diese Weise getrockneten Krystalle werden mit Wasser, — oder mit HCl und dann mit Wasser — oder mit Ā. gl., in welchem sich die einmal gebildeten Krystalle nicht mehr auflösen, und dann mit Wasser ausgekocht und gewaschen. Man darf zu der über den eben ausgeschiedenen Krystallen stehenden Flüssigkeit nicht direct destillirtes Wasser hinzusetzen, weil sich hiebei die Flüssigkeit trübt und unter dem Mikroskop sichtbare ölartige Tropfen ausscheidet, die beim Trocknen in eine den Krystallen anklebende krümmlige Masse sich verwandeln. Und eben so soll man jedesmal die Krystallmasse nach den einzelnen Operationen des Reinigens durch Einschlagen in Filtrirpapier und leichtes Pressen trocknen, erst nach dem letzten Auskochen und Waschen mit Wasser können die Krystalle sofort bei 100° getrocknet werden.

Diese Methode zur Darstellung der Krystalle im Großen hat vor den bisher von Rollett[1]) und Hoppe[2]) vorgeschlagenen wesentliche Vortheile voraus, wie sich bei einer Vergleichung derselben von selbst ergeben wird. Das Verfahren eignet sich aber auch ganz vorzüglich sowohl was die Eigenschaften der Lösung, als auch die Darstellung der Krystalle betrifft, zum qualitativen Nachweis minimaler Blutmengen. In dieser Beziehung sind die folgenden Versuche anzuführen: Jede kleine Portion von dem auf dem Filter gesammelten noch feuchten amorphen Niederschlag aus der Wittich'schen Lösung krystallisirt vollständig sofort, wenn man sie unter Zusatz von wenig NaCl mit Ā. gl. auf einem Objectträger über der Weingeistlampe erhitzt. Auch wenn man die alkoholische Lösung, ohne sie vorher zu fällen, direct auf einem Objectträger eintrocknet und den

[1]) L. c. S. 224 und 226.

[2]) Handbuch der physiol. und pathol. Chemie, 2. Auflage, Berlin, 1865. S. 168 u. folg.

Rückstand mit, oder auch ohne Zusatz von NaCl auf dem Objectträger mit Ä. gl. erhitzt, erhält man die Krysalle. Man besitzt also in der Wittich'schen Lösung eine Flüssigkeit, mit welcher man eine ganze Reihe der verschiedensten Reactionen bis zur schließlichen Darstellung der Krystalle durchmachen kann. Und eben so ein Mittel, um anfänglich bereitete beliebig verdünnte Lösungen des Blutfarbstoffes allmählich zu concentriren. Das Verfahren bei der Untersuchung von auf verschiedenen Gegenständen eingetrockneten verdächtigen Flecken würde also damit beginnen, daß man dieselben mit $KOCO_2$ trocken verreibt und mit Alkohol extrahirt. Zur Probe habe ich auf Leinwand eingetrocknete Blutflecken mit dem Träger zerschnitten und mit $KOCO_2$ verrieben, oder aber auf Holz oder auf Eisen eingetrocknetes Blut abgeschabt und wieder mit $KOCO_2$ verrieben und in einem Probirgläschen bei einer Temperatur von 40 bis 45° C. mit Alkohol extrahirt und aus den erhaltenen Lösungen direct durch Eintrocknen desselben auf dem Objectträger in der angeführten Weise Krystalle erhalten. Als ich auf der weißgetünchten Wand eines Zimmers angetrocknete Blutflecken, die sich seit nahezu einem Jahre daselbst befanden und die ich mit Theilen der Wand abgeschaben hatte, mit Alkohol allein extrahirte, färbte sich der Alkohol schwach röthlich und beim Eindunsten auf einem Objectträger erhielt ich nachdem Tropfen für Tropfen etwa viermal einer nach dem Auftrocknen des Vorhergehenden auf dieselbe Stelle gesetzt worden waren, beim Behandeln des Rückstandes mit kochendem Ä. gl. ebenfalls wohlausgebildete Krystalle. Als ich nun getrocknetes Blut, welches mit reinem Alkohol übergossen und damit digerirt diesen vollständig ungefärbt ließ, mit gewöhnlicher Kreide verrieb und mit Alkohol digerirte, nahm dieser eine sehr schwachröthliche Farbe an und Tropfen dieser Lösung gaben, in der früher angeführten Weise nach einander auf dem Objectträger eingetrocknet, ebenfalls bei der Behandlung mit Ä. gl. die Krystalle. Anstatt des $KOCO_2$ kann man sich zur Herstellung der alkoholischen Farbstofflösung auch einfach oder doppelt $NaOCO_2$ bedienen oder des NH_4OCO_2.

Ich habe es begreiflicher Weise nicht unterlassen, mich jedesmal von der Identität der bei den verschiedenen Versuchen erhaltenen Krystalle mit den bei directer Behandlung des getrockneten Blutes mit Ä. gl. entstehenden Farbstoffkrystallen zu überzeugen, und zwar mit Hülfe zweier oder nur eines Nikol'schen Prismas. Da man nur

allein auf diese Weise sich eine sichere Überzeugung über die Natur der unter dem Mikroskop beobachteten Krystalle verschaffen kann [1]. Auch die folgende Beobachtung glaube ich noch anführen zu müssen: bei Anwendung von CaCl anstatt NaCl erhält man bei den obigen Versuchen manchmal größere Krystalle und eine reichlichere Menge derselben, als bei Anwendung des NaCl, das Verfahren mit NaCl ist aber sicherer und CaCl erst versuchsweise in zweiter Reihe anzuwenden. Auch lange Zeit in fauliger Zersetzung erhaltenes Blut eignet sich ganz vorzüglich zur Herstellung der Wittich'schen Lösung und zur Darstellung der Krystalle daraus.

Für die praktische Anwendung des beschriebenen Verfahrens auf den Nachweis minimaler Blutmengen will ich noch das Folgende bemerken. Es hat den Anschein, als ob das angegebene Verfahren bei seiner größeren Complication nicht diejenige Sicherheit für die Gewinnung der Blutkrystalle böte, als das längst übliche einfache directe Verfahren mit kochendem Ā. gl. Ob man sich für das eine oder das andere im gegebenen Falle entscheiden wird, ist bei der ungeheuren Mannigfaltigkeit der möglichen Fälle auch bei der lebhaftesten Fantasie *a priori* nicht anzugeben. Jeder, welcher die obigen Versuche wiederholt, wird sich aber von der Sicherheit des Verfahrens überzeugen und auch die schon früher hervorgehobenen Vortheile, welche die leicht zu bewirkende Concentrirung unserer Farbstofflösung darbietet, so wie den Umstand, daß man sich dabei die häufig so sehr belästigenden Verunreinigungen und fremden Substanzen vollständig aus dem Wege schafft, geeigneten Falles nicht übersehen. Außerdem ist es dabei möglich, mit derselben minimalen Blutmenge in günstigen Fällen eine Reihe anderer Reactionen spektroskopische etc. durchzuprobiren und wird sich unser Verfahren in allen Fällen zum Nachweis selbst geringer Mengen von Blutfarbstoff in thierischen Flüssigkeiten oder Geweben eignen.

Mit den in größerer Menge rein dargestellten Krystallen habe ich einige in Bezug auf diesen Farbstoff bemerkenswerthe Versuche gemacht. Weingeist von etwa 93 v. p., welchen man einige Zeit bei einer Temperatur von 40° C. über reinem $KOCO_2$ stehen ließ und filtrirte, löst die reine Krystallsubstanz beim Digeriren bei 40° C. zu

[1] Siehe A. Rollett über den Pleochroismus der Häminkrystalle, nebst einer kurzen Anleitung zur Untersuchung desselben. Wiener med. Wochenschrift 1862, Nr. 23.

einer tiefgranatrothgefärbten Lösung. Wird diese Lösung mit Wasser und Ä. in der obigen Weise gefällt, so erhält man wieder den amorphen flockigen braunen Niederschlag. Aus diesem sind unter Anwendung von Ä. gl. und NaCl wieder die Krystalle zu gewinnen. Trocknet man eine Portion der granatrothen Lösung direct ein, so bedarf es nur des Zusatzes von Ä. gl. und des Erwärmens damit, um die Krystalle wieder zu gewinnen. Tropfen der Lösung über einander auf dem Objectträger eingetrocknet, scheiden, mit Ä. gl. gekocht, die Krystalle ab, nur ist zu berücksichtigen, daß sie desto kleiner werden und oft nur noch bei starker Vergrößerung erkennbar sind, je weniger man von dem trockenen Rückstande auf dem Objectträger angesammelt hat.

Schon mit dem bloßen Auge, und das gilt auch für die früheren ähnlichen Versuche, lassen sich die einzelnen Momente auf dem Objectträger verfolgen. Die aufgetrocknete Lösung hinterläßt einen grünbräunlichen Rückstand, dieser verwandelt sich nach dem Zusatz von Ä. gl. in einen gelbbraunen durchscheinenden Fleck, nach dem Kochen erscheinen zwischen Objectträger und Deckgläschen discrete schwarze Pünktchen.

Um eine Vorstellung von den Farbstoffquantitäten zu gewinnen, welche bei diesen Versuchen in Betracht kommen, habe ich eine abgewogene Menge rein dargestellter Krystalle in mit $KOCO_2$ digerirtem Alkohol aufgelöst. Die Menge der bei 100° C. getrockneten Krystalle betrug 0·012 Grammen. Diese lösten sich bis auf eine Spur in 85 Kubikcent. Alkohol von 93 v. p., der vorher über $KOCO_2$ von einem Tag zum andern gestanden hatte. Ein Kubikcent. der tiefgranatrothen Lösung hatte also 0,0001 Grm. aufgelöst. Etwa 5 Kubikcent. dieser Lösung auf einer Uhrschale eingetrocknet, hinterlassen einen grünlichen Rückstand, von dem kleine Portionen auf einem Objectträger mit Ä. gl. erwärmt, schöne gut ausgebildete Krystalle in gewöhnlicher Form ergeben. Tropfen dieser Lösung, einzeln auf dem Objectträger aufgetrocknet und mit kochendem Ä. gl. behandelt, ergaben sehr kleine, aber noch immer bei starker Vergrößerung ihrer Form nach und unter Anwendung eines Nikols an ihrem Dichroismus erkennbare Krystalle. Wurde eine Reihe Tropfen hintereinander auf dieselbe Stelle des Objectträgers aufgetrocknet, so erhielt man schließlich größere Krystalle von der gewöhnlichen Form.

Die direct aus getrocknetem Blut oder durch Wiederauflösen der Krystalle erhaltene Farbestofflösung zeigt sehr ausgezeichnet die von v. Deen zum Nachweis des Blutfarbstoffes empfohlene Reaction auf Guajactinctur bei Gegenwart von ozonirtem Terpentinöl. Man kann auf diese Reaction, da sie nicht für den Blutfarbstoff charakteristisch ist, kein besonderes Gewicht legen.

Bei unserem obigen Verfahren kann sie aber immerhin als ein gutes Mittel angesehen werden, welches schon von vornherein anzeigt, ob man sich der Mühe, die Krystalle aus einem dünnen alkoholischen Extract, in welchem man Blutfarbstoff vermuthet, durch Concentration und Eintrocknen desselben darzustellen, unterziehen soll; denn in fast farblosen oder ganz schwachgrün gefärbten Lösungen wird Blutfarbstoff durch diese Reaction angezeigt. Ich habe z. B. 1 Kubikcent. der angeführten Krystalllösung mit 10 Kubikcent. Alkohol verdünnt und gefunden, daß jede Portion derselben durch ein Reagens, welches aus vier Theilen einer Guajactinktur, die in 5 Kubikcent. 0,71 Grammen trockenes Harz aufgelöst und einen Theil ozonisirtes Terpentinöl enthielt, tiefblau gefärbt wurde. Dasselbe gilt natürlich von höheren Concentrationsgraden. Andererseits ist das Reagens, wie sich von selbst ergibt, auch ein Mittel, neben vielen anderen, um erhaltene Blutkrystalle als solche nachzuweisen.

Hoffentlich wird die genauere Bekanntschaft mit den Häminkrystallen, zu welcher ich im Vorstehenden einen Beitrag geliefert zu haben glaube, bald auch die letzten Stimmen, welche sie noch zum Nachweis von Blut verschmähen [1]) zum Schweigen bringen.

Würde man sich in allen Fällen nur auf den mikroskopischen Nachweis der Blutkörperchen stützen wollen, dann würde man sich die Aufgabe unnöthig erschweren und bei der Diagnose verdächtiger Flecken in Fällen, wo mit Hülfe der Blutkrystalle noch eine sichere positive Aussage zu machen ist, sich einer solchen entschlagen müssen. Man weiß, wie leicht veränderlich die Blutkörperchen durch die unscheinbarsten äußeren Einwirkungen sind. Gelingt auch der Nachweis von Blutkörperchen, dann hat man allerdings, wie ich als bekannt voraussetzen muß, das beste und in Beziehung auf die Aussagen umfassendste Resultat erreicht.

---

1) Roussin. Annales de Hygiène publique et de Medicine légale. Tome XXIII. p. 142 et 152. Paris, 1865.

Da ich auch in Beziehung auf das Verhalten trockener Blutkörperchen zu verschiedenen Reagentien, welches so sehr von dem der feuchten Blutkörperchen abweicht, daß man sich ohne Weiters einen Schluß von dem einen auf das andere nicht erlauben kann, einige Erfahrungen gemacht habe, so mögen diese als Anhang hier ihren Platz finden. Übergießt man trockenes Blut mit Alkohol, so färbt sich derselbe bekanntlich nicht. Blut, welches man einige Zeit unter Alkohol stehen ließ, ist aber auch im Wasser unlöslich geworden, destillirtes Wasser färbt sich auch nach sehr langem Stehen damit so wenig als vorher der Alkohol. Es gelingt aber sehr leicht, von den ungelösten, aber durchfeuchteten Blutbrocken einzelne Blutkörperchen zu isoliren, am leichtesten, wenn man sich des Pinsels dazu bedient, aber auch wo die Blutkörperchen noch haufenweise beisammen liegen, sind ihre Conturen nach dieser Behandlung deutlich und leicht zu erkennen. Diese Erfahrungen, welche ich bei der successiven Behandlung getrockneten Blutes mit starkem Alkohol und destillirtem Wasser machte, waren die Veranlassung, daß ich auch die Wirkung des Amylalkohols, des Chloroforms und Äthers auf getrocknetes Blut untersuchte. Es hat sich dabei das Folgende ergeben. Äther oder Amylalkohol zerstören trockene Blutkörperchen nicht. Wird der Äther oder Amylalkohol wieder verdunstet und die Blutkörperchen mit Wasser behandelt, so erhalten sich die Blutkörperchen auch, aber weniger gut, als bei Anwendung von Alkohol. Ein Gemisch von Äther und Amylalkohol läßt direct als Zusatzflüssigkeit zu getrocknetem Blut gebracht, die Blutkörperchen sehr deutlich hervortreten, und zwar nehmen dieselben, wenn man die Blutschollen zertheilt, in isolirtem Zustande eine kugelige Gestalt an. Chloroform wirkt ähnlich, aber bei weitem nicht so gut conservirend als die früheren Reagentien. Wurde getrocknetes Blut mit Alkohol übergossen, der Alkohol wieder verdunstet und das Blut in schwacher Lösung von NaCl gepinselt, so erhielt man ebenfalls die Blutkörperchen, und zwar mit schärferen Umrissen, als bei Behandlung mit Wasser. Ähnlich wie NaCl wirkt Blutserum. Natürlich muß man sich bei dem letzteren vorher überzeugt haben, daß es vollkommen frei von Blutkörperchen ist. Wurden die zu diesen Versuchen benutzten Blutproben auf dem Objectträger wieder aufgetrocknet, so konnten daraus noch mit Ā. gl. die Blutkrystalle erhalten werden. Um bei den Blutkörperchen von Vögeln, Amphibien

und Fischen die Kerne deutlich zu machen, muß man sich manchmal des Zusatzes von Ä. bedienen. Die ältesten Blutproben, die nach den obigen Methoden untersucht wurden, waren im Jahre 1862 auf einem Stück Leinenzeug angetrocknet worden. Sie stammten von Menschen- und Froschblut her. In beiden Fällen waren die Blutkörperchen sehr gut zu beobachten.

Wenn es sich nur um die Erhaltung der Blutkörperchen, ihre Darstellung im isolirten Zustande, die An- oder Abwesenheit eines Kernes handelt, und an die Wiederaufweichung getrockneten Blutes bis zu der Größe der Blutkörperchen, welche diese im frischen Blute besitzen, wird heute kaum noch ein Mikroskopiker im Ernste denken, dann muß ich die angeführten einfachen Reagentien sehr empfehlen, die alle bisher angegebenen mit alleiniger Ausnahme des Sublimates weit übertreffen, vor dem letzteren aber deswegen den Vorzug verdienen, weil bei ihrer Anwendung dieselben Blutproben, die zur Darstellung der Körperchen dienten, auch noch zur Darstellung der Häminkrystalle verwendet werden können.

Über die Einwirkung von Chlor auf Amylen.

Von Prof. A. Bauer.

Die Einwirkung von Chlor auf Amylen wurde bisher nicht näher studirt, nur Guthrie [1]) gibt an, daß bei dieser Reaction stets große Mengen von Chlorwasserstoff entwickelt werden, was auf die Bildung von Chlorsubstitutionsproducten hinweist. Da ich zufällig im Besitze einer größeren Menge von Amylen war, so habe ich auch das Studium der Einwirkung von Chlor auf diese interessante Substanz in den Kreis meiner Arbeiten gezogen und war hierbei vorzugsweise von der Hoffnung geleitet, hohe Substitutionsproducte zu bekommen, aus denen durch Einwirkung von alkoholischer Kalilösung, wasserstoffarme Kohlenwasserstoffe dargestellt werden könnten.

Ich habe zu dem Behufe mehrere hundert Grammen von reinem Amylen in einen langhalsigen Kolben gebracht, diese durch eine Frostmischung auf 15° C. unter Null abgekühlt und nun einen raschen Strom von Chlorgas durch das Amylen geleitet, wobei nur eine ganz schwache Entwicklung von Salzsäuregas beobachtet wurde, die Flüssigkeit jedoch große Mengen von Chlor aufnahm. Als durch fortgesetztes Einleiten von Chlor der Siedepunkt der Flüssigkeit gestiegen war, wurde der Ballon aus der Frostmischung herausgenommen und mit kaltem Wasser umgeben, welches später während beständigem Durchleiten von Chlor durch das Amylen, anfangs schwach, dann aber bis zum Kochen erwärmt wurde.

Die so erhaltene Flüssigkeit wurde nach dem Waschen mit alkalihältigem Wasser und nachherigem Trocknen durch Chlorcalcium der fractionirten Destillation unterworfen. Dieselbe fing bei etwa 40° C. zu sieden an; der Siedepunkt stieg aber rasch höher und erhob sich zuletzt bis über 240° C. Durch wiederholte Destillation der einzelnen Partien wurden endlich folgende Producte abgeschieden

---

[1]) Annales de Chemie et Pharmacie. CXVI.

1. Aus den flüchtigsten Theilen bekam man eine bei 90—95° C. siedende leicht bewegliche Flüssigkeit, welche, der Analyse unterworfen, Zahlen gab, die sehr nahe mit den für die Formel C_5H_9Cl berechneten übereinstimmen. Dieses Product ist als gechlortes Amylen zu betrachten und wird in nicht sehr großer Menge bei der Einwirkung des Chlors auf Amylen gebildet, auch war es trotz wiederholter Destillation nicht möglich, dieselbe in völlig reinem Zustande zu erhalten. Das erhaltene Product ergab bei der Chlorbestimmung folgendes Resultat:

0·4178 Grm. Substanz gaben 0·5832 Grm. Chlorsilber, was einem Percentgehalte von 34·52 entspricht. Die obige Formel verlangt 33·97 Proc.

Das specifische Gewicht dieses Productes wurde bei 0° zu 0·9992 und das specifische Gewicht des Dampfes desselben gleich 3·82 (die Rechnung erfordert 3·62) gefunden.

2. Die größte Menge der gechlorten Flüssigkeit ging bei der Destillation bei der Temperatur von 145° C. über und erwies sich als Amylenchlorid $C_1H_{10}Cl_2$, welcher Körper zuerst von Guthrie durch Einwirkung von Phosphorchlorid auf Amylen erhalten wurde.

Die Analyse dieses Productes ergab folgende Zahlen:

0·355 Grm. Substanz gaben 0·719 Grm. Chlorsilber und 0·4762 Grm. Substanz gaben 0·726 Grm. Kohlensäure und 0·3146 Grm. Wasser.

100 Theile enthalten demnach:

	Gefunden:	Berechnet:
Kohlenstoff . . .	41·58	C_5 = 42·55
Wasserstoff . . .	7·34	H_{10} = 7·09
Chlor	50·10	Cl_2 = 50·35
	99·02	99·99.

Das specifische Gewicht dieser Flüssigkeit wurde bei 0° gleich 1·2219 gefunden.

3. Aus dem bei 160—190° destillirenden Theil der Flüssigkeit wurde durch Abkühlen mittelst einer Frostmischung eine nicht unbeträchtliche Menge von weißen federartigen Krystallen abgeschieden, welche auf ein Filter gesammelt und durch Abpressen zwischen Papier von der anhängenden Flüssigkeit befreit wurden. Diese Kry-

stalle wurden nachher durch Sublimation völlig gereinigt und ergaben der Analyse unterworfen, folgende Resultate:

0·322 Grm. Substanz gaben 0·1757 Grm. Wasser und 0·4016 Grm. Kohlensäure und 0·1579 Grm. Substanz gaben 0·387 Grm. Chlorsilber.

100 Theile enthalten demnach:

	Gefunden:	Berechnet:
Kohlenstoff . . .	34·01	C_5 = 34·19
Wasserstoff . . .	6·06	H_9 = 5·13
Chlor	60·62	Cl_3 = 60·68
	100·63	100·00.

Die Zahlen stimmen mit den für die Formel $C_5H_9Cl_3$ berechneten sehr nahe überein und die vorliegende Substanz ist demnach als gechlortes Amylenchlorid zu betrachten. Dieselbe erinnert in allen Eigenschaften an das von mir [1]) durch Einwirkung von Brom auf gebranntes Amylen bereitete gebromte Amylenbromid, stellt weiße kampherartige Krystalle und ist offenbar durch Einwirkung des Chlors auf das gechlorte Amylen entstanden nach folgender Gleichung:

$$C_5H_9Cl + Cl_2 = \left.\begin{matrix}(C_5H_9'' Cl) \\ Cl_2\end{matrix}\right\}.$$

Die von den Krystallen abgepreßte Flüssigkeit zeigte einen Chlorgehalt, welcher ebenfalls derselben Formel genau entspricht und enthält daher wahrscheinlich eine dem gechlorten Amylenchlorid isomere und etwa durch Substitution aus Amylenchlorid entstandene Verbindung. Da es jedoch bei der geringen Menge von Material nicht möglich war, diese Flüssigkeit ganz frei von den Krystallen zu erhalten, so konnte dies auch nicht mit völliger Sicherheit ermittelt werden.

4. Eine nicht unbeträchtliche Menge der Flüssigkeit, welche durch Einwirkung von Chlor auf Amylen erhalten wurde, ging bei 220 — 230° C. über und ergab der Analyse unterworfen folgende Zahlen:

---

1) Diese Berichte XLIII. 2. Abth. 439.

0·5276 Grm. Substanz gaben 1·4474 Grm. Chlorsilber, was 67·8 Percent Chlor entspricht und 0·5212 Grm. Substanz geben 1·474 Grm. Silberchlorid, entsprechend 68·49 Percent Chlor. Im Mittel aus zwei mit Substanzen von verschiedener Bereitung vorgenommenen Chlorbestimmung enthält demnach diese Substanz 68·14 Procent Chlor.

0·5196 Grm. dieser Substanz lieferten ferner 0·547 Grm. Kohlensäure und 0·1908 Grm. Wasser.

100 Theile enthalten demnach:

	Gefunden:	Berechnet:
Kohlenstoff	28·7	C_5 = 28·6
Wasserstoff	4·0	H_8 = 3·8
Chlor	68·14	Cl_4 = 67·6
	100·84	100·0.

Diese Substanz, welche bei der Einwirkung von Chlor auf Amylen bei 100° C. in beträchtlicher Quantität gebildet wird, ist demnach als zweifach gechlortes Amylenchlorid $C_5H_8Cl_2.Cl_2$ zu betrachten. Dieselbe stellt eine wasserhelle nicht unangenehm riechende Flüssigkeit dar, welche sich beim Destilliren schwach zersetzt mit grüngesäumter Flamme brennt und bei 0° eine Dichte von 1·4292 zeigt.

Das zweifach gechlorte Amylenchlorid wurde, in der Hoffnung hieraus den Kohlenwasserstoff C_5H_4 zu erhalten, der Einwirkung der alkoholischen Kalilösung unterworfen, welche schon bei gewöhnlicher Temperatur aus derselben eine beträchtliche Menge von Chlorkalium abschied, aber obschon man die Substanz im zugeschmolzenen Glasrohre mit der weingeistigen Kalilösung durch 24 Stunden im Ölbade auf 120—130° C. erhitzte, so konnte doch kein völlig chlorfreies Product erhalten werden. Der Chlorgehalt fiel zwar beträchtlich unter die für ein Atom berechnete Menge, das erhaltene Product zersetzte sich jedoch unter Kohleabscheidung so stark beim Destilliren, daß die weiteren Versuche zur Bereitung eines neuen Kohlenwasserstoffes auf die eben angedeutete Weise vorläufig aufgegeben wurden.

Drehbank ein, streicht sie und läßt sie dann rasch rotiren, so gibt sie ebenfalls das beschriebene Phänomen.

Auch eine Glocke kann auf dieselbe Weise zu solchen Versuchen benützt werden.

Hat man eine kreisrunde Platte, so kann man dieselbe leicht auch so tönen lassen, daß sie in sechs, acht und mehr Abtheilungen schwingt. Will man den Versuch mit dem rotirenden Fächer machen, so muß man Fächer mit drei Sectoren von je 60°, vier Sectoren von je 45° u. s. w. anwenden.

Macht man den Versuch mit einer in vier Abtheilungen schwingenden Platte und nimmt z. B. einen Fächer mit vier Sectoren von 45°, so bleibt der Ton der Platte während der Rotation des Fächers fortwährend constant. Ebenso wenn man einer in acht Abtheilungen schwingenden Platte gegenüber einen Fächer mit zwei rechtwinkligen Sectoren rotiren läßt.

Solche Versuche wurden mit mehreren Platten und Fächern und auch mit mehreren Stimmgabeln gemacht. Eine runde Platte, welche in vier Abtheilungen schwingend den Ton fis_1 gab, lieferte bei zehn Umdrehungen in der Secunde zwei Töne, von denen der eine nahe um einen halben Ton tiefer, der andere nahe um einen halben Ton höher war als der primäre.

Zahlreichere Variationen dieser Versuche verbunden mit genaueren Bestimmungen der dabei auftretenden Erscheinungen müssen auf eine spätere Zeit verschoben werden.

Die folgende Betrachtung dürfte geeignet sein, eine in den Hauptpunkten zutreffende Erklärung dieser Erscheinungen zu bieten.

Es handelt sich hier um die Eindrücke, welche Töne von veränderlicher und zwar periodisch veränderlicher Intensität in unserem Ohre hervorrufen. Die Bewegung, welche ein constanter Ton in einem mitschwingenden Körper hervorruft, kann man immer darstellen in der Form

$$a \sin 2\pi n\,(t+\theta),$$

worin n die Schwingungszahl des Tones bedeutet. t bedeutet eine beliebige, θ eine constante Zeitgröße, a die Amplitude der Schwingung. Das Quadrat von a kann als das Maß der Intensität des Tones betrachtet werden. Ist diese eine constante, so ist a von der Zeit t unabhängig, ist die Intensität des Tones eine veränderliche, so ist auch a als eine mit t sich ändernde Größe zu betrachten.

Ändert sich die Intensität des Tones periodisch, so wird a eine periodische Function von t sein und in dem einfachsten Falle etwa durch

$$\alpha \sin 2\pi n'(t+\theta')$$

dargestellt werden können, wenn n' die Anzahl der auf die Zeiteinheit entfallenden Perioden in der Intensitätsänderung bedeutet. α ist dann eine vollständig constante Größe.

Setzt man diesen für a vorausgesetzten Werth in die obige Formel, so erhält man für die Excursion des mitschwingenden Körpers

$$\alpha \sin 2\pi n'(t+\theta') \sin 2\pi n (t+\theta)$$

oder aber

$$\frac{\alpha}{2} \cos 2\pi (n-n') (t+\theta_1) - \frac{\alpha}{2} \cos 2\pi (n+n') (t+\theta_2)$$

Jeder dieser beiden Ausdrücke repräsentirt aber für sich eine einfache pendelartige Bewegung, die im Ohre den Eindruck eines Tones hervorzurufen im Stande ist und zwar gehört zu dem einen Tone die Schwingungszahl $n-n'$, zu dem andern die Schwingungszahl $n+n'$.

Dieser trigonometrischen Transformation des Productes zweier Sinus entspricht nun die reale Zerlegung eines Tones von periodisch veränderlicher Intensität in zwei constante Töne und zwar einen tieferen und einen höheren, wie bei den Erscheinungen der Drehung der Polarisationsebene des Lichtes einer Transformation gleicher Art die in der Natur sich wirklich vollziehende Spaltung des einen Strahles in zwei circular polarisirte entspricht.

Ich will nun den Fall einer rotirenden runden Platte specieller betrachten. In das Ohr sei ein Röhrchen eingesetzt, das nahe an die Platte reicht. Man kann dann annehmen, daß immer nur von dem kleinen Theil der Platte, welcher in der Verlängerung des Röhrchens liegt, Bewegung in das Ohr geschickt wird. Rotirt die Platte, so kommen nach einander die in einem Kreise liegenden Stellen der Platte vor das Röhrchen. Legen wir eine Axe in der Ebene der Platte etwa so, daß sie mit einer Knotenlinie zusammenfällt. Der Bogen zwischen dieser Axe und der vor dem Röhrchen sich befindenden Stelle der Platte heiße φ. Die Excursionen an dieser Stelle der Platte können dargestellt werden durch

$$a \sin 2\pi n (t+\theta),$$

wenn n die Schwingungszahl des Tones der Platte ist. a selbst wird eine Function von φ sein und zwar wenn die Platte in $2p$ Abtheilungen schwingt, eine solche Function von φ, daß sie immer dieselbe Reihenfolge von Werthen wieder durchläuft, so oft φ um $\frac{2\pi}{p}$ wächst. In dem einfachsten Falle würde sie dargestellt werden können durch

$$\alpha \sin p\varphi$$

immer aber durch eine periodische Reihe, in welcher dieses Glied das erste und das größte sein wird. Behalten wir also diesen Ausdruck als Änderungsgesetz für a bei.

Rotirt die Platte, so ist φ selbst abhängig von der Zeit t. Macht die Platte in gleichförmiger Bewegung q Umdrehungen in der Secunde, so kann bei schicklich gewähltem Anfangspunkt der Zeit

$$\varphi = 2\pi q t$$

gesetzt werden. Demnach wird

$$a = \alpha \sin 2\pi p q t$$

und für die in das Röhrchen abgegebene Bewegung erhält man

$$\alpha \sin 2\pi p q t \sin 2\pi n (t + \theta),$$

welcher Ausdruck zwei Töne von den Schwingungszahlen

$$n - pq \text{ und } n + pq$$

darstellt.

Ist z. B. die Schwingungszahl des primären Tones der Platte $(fis_1) = 358$, schwingt die Platte in vier Abtheilungen und macht zehn Umdrehungen in der Secunde, so ist $p = 2$, $q = 10$ und die Schwingungszahlen der beiden Töne werden 338 und 378, von denen der erste etwa um einen halben Ton tiefer, der zweite um einen halben Ton höher ist, als der primäre.

Auf ähnliche Art kann der Versuch mit dem rotirenden Fächer behandelt werden. Der Einfachheit wegen soll nur der Fall betrachtet werden, daß das Ohr in der Axe der Platte sich befindet. Schneiden wir aus der Platte einen sehr kleinen Sector, der zum Centriwinkel $d\varphi$ gehört, heraus, so wird die von diesem Sector zum Ohre geschickte Bewegung dem $d\varphi$ proportional gesetzt und durch

$$a d\varphi \sin 2n\pi (t + \theta)$$

ausgedrückt werden können. Darin hat n dieselbe Bedeutung, wie vorhin. Auch in diesem Falle wird α eine Function von φ sein und zwar, wenn die Platte in $2p$ Abtheilungen schwingt, wird es durch

$$\alpha \sin p\varphi$$

oder durch eine Reihe ausgedrückt werden können, in welcher dieser Ausdruck das erste und bedeutendste Glied sein wird. Es soll wieder dieser Ausdruck allein in Betracht gezogen werden.

Um die resultirende Bewegung, welche zur Zeit t in's Ohr gelangt, zu erhalten, wird man, wenn kein Theil der Scheibe verdeckt ist, den Ausdruck

$$\alpha \sin p\varphi d\varphi$$

zwischen den Grenzen 0 und 2π integriren und da p eine ganze Zahl ist, Null als Resultat erhalten, wie es auch sein muß.

Ist aber ein Theil der Platte bedeckt, so soll angenommen werden, daß von diesem Theile keine Bewegung zum Ohre komme. Dann wird die Integration des obigen Ausdruckes nur über die unbedeckten Theile der Platte sich zu erstrecken haben.

Es sei die Platte mit einem Fächer bedeckt, welcher aus q äquidistanten zu dem Centriwinkel $\frac{2\pi}{2q}$ gehörigen Sectoren besteht. Ein bestimmter Radius dieses Fächers, bei welchem eine ausgeschnittene Stelle beginnt, bilde zur Zeit t mit der Knotenlinie, von welcher aus φ gezählt wird, den Winkel ψ. Die Integrationsgrenzen werden dann sein:

$$\psi \;\ldots\ldots\ldots\; \psi + \frac{\pi}{q}$$

$$\psi + 2 \cdot \frac{\pi}{q} \;\ldots\ldots\; \psi + 3 \cdot \frac{\pi}{q}$$

$$\psi + 4 \cdot \frac{\pi}{q} \;\ldots\ldots\; \psi + 5 \cdot \frac{\pi}{q}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\psi + (2q-2)\frac{\pi}{q} \;\ldots\ldots\; \psi + (2q-1)\frac{\pi}{q}$$

Das Integrationsresultat wird sein:

$$\frac{\alpha}{p}\Big\{\cos p\psi - \cos p\left(\psi+\frac{\pi}{q}\right)$$
$$+\cos p\left(\psi+2\,.\,\frac{\pi}{q}\right)-\cos p\left(\psi+3\,.\,\frac{\pi}{q}\right)$$
$$+\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.$$
$$+\cos p\left(\psi+(2q-2)\frac{\pi}{q}\right)-\cos p\left(\psi+(2q-1)\frac{\pi}{q}\right)\Big\}$$

oder

$$\frac{2\alpha}{p}\sin\frac{p\pi}{2q}\Big\{\sin p\left(\psi+\frac{\pi}{2q}\right)+\sin p\left(\psi+5\,.\,\frac{\pi}{2q}\right)+\,.\,.\,.\,.$$
$$+\sin p\left(\psi+(4q-3)\frac{\pi}{2q}\right)\Big\}.$$

Dieser Ausdruck läßt sich durch Summirung der darin enthaltenen Reihe zusammenziehen in

$$\frac{\alpha}{p}\frac{\sin p\pi}{\cos\frac{p\pi}{2q}}\sin p\left[\psi+(2q-1)\frac{\pi}{2q}\right].$$

Da p und q ganze Zahlen bedeuten, so wird dieser Ausdruck immer gleich Null sein, diejenigen Fälle ausgenommen, in welchen $\frac{p}{q}$ eine ungerade Zahl ist. Denn dann nimmt er die Form $\frac{0}{0}$ an und sein Werth kann auf die bekannte Art ermittelt werden.

Der einfachste von diesen Fällen ist der, in welchem $p=q$. Dann bleibt als Werth des vorhergehenden Ausdruckes übrig

$$-2\alpha\cos p\psi.$$

Rotirt der Schirm und macht n' Umläufe in der Secunde, so kann dann

$$\psi = 2\pi n't$$

gesetzt werden und man erhält wieder für die resultirende Bewegung einen Ausdruck, der sich in zwei zerlegen läßt, von denen jeder eine einfache pendelartige Schwingung repräsentirt.

Es liefern demnach die bei den beschriebenen Versuchen beobachteten Erscheinungen einen neuen Beweis für die allgemeine Giltig-

keit des Satzes, daß man jede periodische Bewegung in einfache pendelartige Bewegungen auflösen müsse, wenn es sich um die Bestimmung der in ihr enthaltenen Töne handelt.

Die beobachteten Töne bilden gewissermaßen eine neue Art von Combinationstönen, in so fern sich mit dem primären Ton der Platte der Rhythmus in der Intensitätsänderung nach Summe und Differenz combinirt. Die Bedeutung dieser Erscheinungen für die Theorie der Combinationstöne mag hier unerörtert bleiben.

Die Art und Weise jedoch, in welcher die Combinationstöne auftreten, unterscheidet sich doch ganz von derjenigen, in welcher die in den beschriebenen Versuchen beobachteten Töne zur Erscheinung kommen. Deßhalb glaube ich, wird es besser sein, diese Töne durch einen eigenen Namen von den Combinationstönen zu unterscheiden, um so mehr, weil dadurch keiner theoretischen Ansicht vorgegriffen wird. Man könnte diese Töne Interferenztöne nennen, welcher Name mir besonders mit Rücksicht auf die Art ihrer Darstellung passend erscheint.

Beiträge zur genaueren Kenntniß der Gesetze der Fluorescenz-Erscheinungen.

Von **Dr. Victor Pierre,**
k. k. Professor.

(Mit 2 Tafeln.)

Eine Bemerkung von Stokes, „daß die Fluorescenz ein neues chemisches Prüfungsmittel abgeben könne, welches für die Trennung organischer Verbindungen von großem Werthe sein würde etc.". wurde für mich schon vor längerer Zeit der Ausgangspunkt einer Reihe von Untersuchungen fluorescirender Stoffe, und ich habe sowohl über die von mir angewendete Untersuchungsmethode so wie über ihre vorläufigen Ergebnisse zuerst bei der Naturforscher-Versammlung in Karlsbad und später in den Sitzungsberichten der königl. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften für das Jahr 1862 kurze Mittheilungen gemacht. Seither habe ich durch die freundliche Unterstützung von Seite meines verehrten Collegen Prof. Dr. Rochleder manches neue Material für meine Arbeiten benützen können, und bin dadurch nicht nur in den Stand gesetzt worden meine früher aufgestellten Sätze bestätigt zu finden, sondern es war mir auch möglich neue Thatsachen aufzufinden, deren Mittheilung nicht ohne Interesse sein dürfte. Es wird jedoch nicht überflüssig sein, bevor ich hiezu schreite, den Standpunkt, auf welchen ich mich bei diesen meinen Arbeiten stellte, so wie die Methode der Untersuchung in kurzem Überblicke darzulegen. Letzteres schon aus dem Grunde, weil ich im Laufe der Zeit manche Änderung in dem ursprünglich befolgten Verfahren eintreten ließ.

Die Fragen, welche ich mir vor Allem vorlegen mußte, wenn auf dem von Stokes angegebenen Wege ein Erfolg zu erzielen sein soll, waren folgende:

1. Zeigt sich in der Fluorescenzerscheinung eines bestimmten Körpers überhaupt etwas unveränderliches und charakteristisches, so daß man sie sofort als die diesem Stoffe ausschließlich eigenthüm-

iche bezeichnen und aus ihrem Vorhandensein auf das Vorhandensein gerade dieses bestimmten Stoffes schliessen könne?

2. Wenn dies der Fall ist, wird durch das Zusammensein dieses Stoffes mit anderen entweder selbst fluorescirenden oder auch nicht fluorescirenden Stoffen irgend eine Änderung der charakteristischen Merkmale der Fluorescenz, welche der Stoff in isolirtem Zustande wahrnehmen ließ, hervorgebracht oder nicht, und in ersterem Falle, welcher Art ist die hervorgebrachte Änderung? Nach dem was mir beim Beginne meiner Untersuchungen bereits an fremdem Beobachtungsmateriale vorlag, war es eben nicht leicht die erste Frage entscheidend zu beantworten, indessen so viel war gewiß, daß wenn man das prismatische Spectrum der Sonne auf verschiedene fluorescirende Stoffe projicirt, die Fluorescenz je nach dem angewendeten Stoffe in sehr verschiedenen Gegenden des (sichtbaren sowohl als des unsichtbaren) Spectrums beginne, eben so je nach der Natur des fluorescirenden Stoffes in verschiedenen Partien desselben am lebhaftesten sich entwickle, und daß ferner der Farbenton, mit welchem die Körper fluoresciren, für verschiedene derselben ein verschiedener sei.

Es war also zunächst zu untersuchen: 1. In welchen Strahlen des Spectrums beginnt die Fluorescenz eines jeden bestimmten Körpers, in welchen erlangt sie ein Maximum ihrer Intensität und aus welchen Farbencomponenten ist die Mischungsfarbe zusammengesetzt, mit welcher der Stoff fluorescirt? 2. Ist unter allen Umständen die Grenze des Beginnes, die Stelle des Maximums der Intensität und die Zusammensetzung des Farbentones der Fluorescenz bei einem und demselben Stoffe constant?

Ich überzeugte mich jedoch bald, daß bei fluorescirenden Flüssigkeiten die gewöhnliche Beobachtungsmethode, nach welcher die zu untersuchenden Substanzen im Gefäße mit Glas- oder Bergkrystallwänden gebracht werden, keine reinen Resultate liefern könne, weil stets das an der vordersten Wandfläche, auf welche das Licht zuerst trifft, entweder unverändert reflectirte oder bei Anwendung von Glaswänden selbst durch die Fluorescenz des Glases modificirte Licht störend in die Erscheinungen eingreift, weßhalb ich stets auch bei der Untersuchung von Flüssigkeiten das Licht auf *die freie Oberfläche der fluorescirenden Substanz* wirken lasse, wie man dies bei festen Körpern der Natur der Sache nach

ohnehin zu thun gezwungen ist; um dies zu erzielen, projicire ich das durch ein System von Prismen und Linsen aus Bergkrystall erzeugte, möglichst reine prismatische Spectrum, nachdem es mittelst eines ebenen Metallspiegels aufgefangen wurde, auf die horizontale freie Oberfläche der in einer niedrigen Wanne von Hyalithglas befindlichen fluorescirenden Flüssigkeit.

Eine Cylinderlinse, mit der Cylinderaxe der längsten Dimension des Spectrums parallel in einem passenden horizontalen Schirme angebracht verwandelt, wenn es erforderlich ist, das ganze Spectrum in ein völlig reines Linearspectrum. Bezüglich des Details dieser Einrichtung muß ich übrigens, um Wiederholungen möglichst zu vermeiden, auf die Eingangs citirten Sitzungsberichte hinweisen.

Ich bin nun in der beschriebenen Weise vorgehend, zu folgenden Ergebnissen gelangt:

A. Grenze des Beginnes der Fluorescenz.

Die genaue Bezeichnung jener Strahlen des Spectrums, in welchen die Fluorescenz zuerst bemerkbar wird, ist schwieriger als man wohl glauben möchte, und es sind verschiedene Ursachen, welche hiebei ins Spiel kommen, bald von größerem, bald geringerem störenden Einflusse. Bevor ich jedoch hierauf näher eingehe, muß ich bemerken, daß schon nach den Beobachtungen von Stokes sich ein wesentlich verschiedenes Verhalten der fluorescirenden Substanzen bemerken läßt, indem nämlich bei manchen Stoffen die Fluorescenz bei einer gewissen prismatischen Farbe beginnend, in den nächsten brechbareren Strahlen rasch an Intensität zunimmt, ohne daß jedoch der Farbenton der Fluorescenzfarbe dabei eine merkliche Änderung zeigt, während bei anderen Stoffen die Fluorescenz in den wenigen brechbaren Strahlen in derselben Weise wie im vorigen Falle beginnt, allmählich aber in den brechbareren Strahlen ein ganz verschiedener Farbenton auftritt, und ein ähnlicher Farbenwechsel selbst mehrere Male in der Ausdehnung des prismatischen Spectrums vorkommen kann. Ich habe diese beiden Arten der Erscheinung als einfache und zusammengesetzte Fluorescenz unterschieden, weil man es in dem letzteren Falle stets mit einem Gemenge verschiedener für sich einfach fluorescirender Stoffe zu thun hat. Lösungen von einfach fluorescirenden, organischen

Stoffen verändern sich nun mitunter bei länger andauernder Berührung mit der atmosphärischen Luft derart, daß neue fluorescirende Verbindungen entstehen, in welchem Falle die früher einfach fluorescirende Lösung eine zusammengesetzte Fluorescenz zeigt. Nicht selten fallen die Grenzen der verschiedenen einfachen Fluorescenzen, in welche sich eine derartige zusammengesetzte Fluorescenz zerlegen läßt, so nahe an einander, daß man die Zusammensetzung leicht übersieht, und nun kann es geschehen, daß durch das mehr oder weniger deutliche Hervortreten der einen oder anderen einfachen Fluorescenzen die Grenze der Fluorescenz bald mehr, bald weniger gegen die brechbaren Partien des Spectrums vorgerückt scheint. Eben so kann es geschehen, daß bei zusammengesetzten Fluorescenzen eine Verdünnung der Flüssigkeit die Intensität der einen einfachen Fluorescenz vermindert und dieselbe fast ganz verschwinden macht, die andere dagegen verstärkt, so daß es scheint als ob bei einer gewissen Verdünnung die Grenze des Beginnes eine ganz andere geworden sei. Ein Beispiel derart ist ein ätherisch alkoholischer Auszug von grünen Pflanzentheilen, der bei Verdünnung mit Wasser eine erst in der Gegend des Grün beginnende Fluorescenz zeigt, während dieselbe früher im Roth begann. Die Fluorescenz dieses Auszuges ist nämlich aus zwei einfachen zusammengesetzt. Aber selbst bei ganz reinen einfachen Fluorescenzen treten die ersten Spuren immer nur sehr schwach auf, und da die Intensität in den brechbareren Strahlen gewöhnlich sehr rasch zunimmt, übersieht man leicht die eigentliche Grenze des Beginnes.

Da man nämlich eine nur schwach erhellte Fläche neben einer stärker erhellten leicht für ganz dunkel hält, bewirkt auch hier die unmittelbare Nähe der stärker fluorescirenden Partien eine Art Blindheit für die nur sehr schwach fluorescirenden, und zwar um so leichter je weniger empfindlich das Auge des Beobachters für schwache Lichtreize ist. Ich habe diesen Übelstand dadurch beseitigt, daß ich durch Abblenden der stark wirkenden Strahlen mittelst eines eingeschobenen mattschwarzen Papieres den störenden Einfluß dieser Strahlen entfernte, und habe mich überzeugt, daß die Fluorescenz in allen Fällen früher beginnt als es den Anschein hat, wenn man diesen Kunstgriff nicht anwendet.

Bei Lösungen fluorescirender Stoffe hat auch der Concentrationsgrad derselben bedeutenden Einfluß. Man weiß nämlich, daß in allen

solchen Fällen die Fluorescenz nur bei einem gewissen Concentrationsgrade zur intensivsten Entwickelung kömmt, darüber und darunter wird die Erscheinung im Ganzen immer schwächer und schwächer; es ist natürlich, daß dabei jene Stellen des Spectrums, welche schon bei der intensivsten Entwickelung der Fluorescenz nur schwache Wirkungen geben, sofort unter solchen Umständen gar nichts mehr davon wahrnehmen lassen, und so scheint bei abnehmender Intensität der Fluorescenz im Ganzen auch die Grenze des Beginnes derselben immer weiter gegen die brechbareren Strahlen vorzurücken. Die scheinbare Grenze des Beginnes hängt sonach jedenfalls von der Concentration der fluorescirenden Lösung ab.

Außerdem liegt aber noch ein Grund der Unsicherheit einer scharfen Bestimmung der Grenze des Beginnes der Fluorescenz in der Veränderlichkeit der Sonnenstrahlung. So wie man nämlich längst weiß, daß die äußersten Grenzen des sichtbaren Spectrums je nach der Höhe der Sonne über dem Horizonte und der jeweiligen Beschaffenheit der Atmosphäre veränderlich sind und bald über die Linien *A* und *H* hinausreichen, bald nicht[1]), so läßt sich bei aufmerksamem Verfolge der Fluorescenzerscheinungen auch in den mittleren Partien des Spectrums eine derartige, wenn auch geringere von dem Zustande der Atmosphäre abhängige Veränderlichkeit nicht verkennen. Nur dadurch nämlich läßt es sich erklären, daß man bei einem und demselben fluorescirenden Stoffe oft während einer und derselben Beobachtungsreihe an den Grenzen des Beginnes der Fluorescenz die Erscheinung bald deutlicher und bestimmter, bald weniger deutlich oder selbst gar nicht wahrnimmt. Am besten entgeht man allen diesen störenden Einflüssen, wenn man die Grenze des Beginnes der Fluorescenz nicht direct, sondern durch die prismatische Analyse eines in der vorhin erwähnten Weise dargestellten reinen Linearspectrums mittelst eines mit der brechenden Kante der Längsrichtung dieses Spectrums parallel gestellten Flintglasprisma oder eines Mousson'schen Spectral-

[1]) Crookes hat bereits die Bemerkung gemacht, daß das Sonnenlicht zu allen Jahreszeiten am Mittage mehr Strahlen von größerer Brechbarkeit besitzt als Morgens und Abends. Die Menge der ultravioletten Strahlen und ihre Ausdehnung nach der Seite der größeren Brechbarkeit wächst vom Wintersolstitium bis zum Sommersolstitium continuirlich. (Poggdff. Ann. XCVII.)

apparates, von dem man die Lichtspalte entfernt hat, zu *ermitteln sucht*. Es schneiden sich nämlich gerade an der der Grenze des Beginnes entsprechenden Stelle des unteren Randes des *abgelenkten* Spectrums die der Axe des analysirenden Prisma parallele und die dagegen senkrechte Begrenzung des *abgeleiteten* Spectrums mit um so größerer Schärfe und Deutlichkeit, je reiner und schärfer das analysirte Linearspectrum war. Da man durch Anwendung der Cylinderlinse behufs Erzielung eines Linearspectrums ein Spectrum erhält, welches bei einer Breite von nicht ganz einem Millimeter die *Fraunhofer*'schen Linien deutlich erkennen läßt, durchziehen dann auch bei sorgfältiger Anstellung des Versuches diese Linien in Gestalt dunkler auf die Farbengrenzen des abgeleiteten Spectrums senkrechter Streifen dieses letztere Spectrum und geben so ein gutes Mittel zur Orientirung und Feststellung der Grenze der Fluorescenz ab, letzteres um so mehr, als sich die Erscheinung auf einen dunklen Hintergrund projicirt, und so noch die Wahrnehmung sehr schwacher Lichteindrücke ermöglicht.

Bei zusammengesetzten Fluorescenzen, für welche die Grenzen der einzelnen einfachen Fluorescenzen nicht zu nahe an einander liegen, entstehen auf diese Weise dunkle dreieckige Räume, die um so deutlicher und schärfer hervortreten, je reiner und schärfer das Linearspectrum hergestellt war und je weiter die Grenzen der einzelnen Fluorescenzen aus einander liegen. *Man hat so nicht nur ein vortreffliches Mittel eine zusammengesetzte Fluorescenz als solche zu erkennen und in ihre einfachen Fluorescenzen aufzulösen*, sondern kann unter einem auch die Grenzen dieser letzteren feststellen.

Die beifolgenden Abbildungen Fig. 1—6 mögen als Beispiele dienen, wie sich die Erscheinung bei den einfachen Fluorescenzen des Aesculin (Fig. 1), Fraxin (Fig. 2), Chlorophyll (Fig. 3), des rothen Farbestoffes, den *Rochleder* aus Aesculetin dargestellt hat (Fig. 4), so wie an den zusammengesetzten Fluorescenzen einer im diffusen Tageslichte grünlich fluorescirenden Lackmustinctur (Fig. 6) und einer alkoholischen Quassiatinctur (Fig. 5) darstellt. Durch zahlreiche derartige Beobachtungen ließ es sich nun feststellen, *daß die Grenze des Beginnes der Fluorescenz für jeden bestimmten fluorescirenden Stoff stets eine und dieselbe und somit für diesen Stoff charakteristisch ist*.

So liegt dieselbe z. B. bei Aesculin immer beiläufig in der Mitte zwischen *G* und *H* (etwas näher an *H*), bei Fraxin vor *G*, bei einfach schwefelsaurem Chinin in der Gegend der ultravioletten Gruppe *l* (vor derselben, hinter *H'*); beim sauren schwefelsauren Chinin zwischen *G* und *H* (noch näher an *H* als bei Aesculin); bei Chlorophyll in der Gegend von *B* [1]); bei dem rothen Farbestoff aus Aesculetin bei *D* u. s. w. Sind auch die angegebenen Grenzbestimmungen nicht scharf, weil es an geeigneten Marken im Spectrum fehlt und eine Messung nach einer Scale, wie solche in den gewöhnlichen Spectralapparaten angewendet wird, sich nicht ausführen ließ, so genügen dieselben doch völlig, um erkennen zu lassen, daß die Grenze des Beginnes einer Fluorescenz als charakteristisches Merkmal derselben dienen könne, wenn überhaupt das Phänomen hinreichend intensiv ist, um noch sicher beobachtet werden zu können. Mit Hilfe der Analyse eines Linearspectrums kann man übrigens die Grenzen der Fluorescenz auch in solchen Fällen noch ganz gut erkennen, in welchen die directe Beobachtung entweder gar kein oder doch nur ein sehr unsicheres Resultat liefern würde.

B. Maximum der Intensität der Fluorescenz.

Wie vorhin erwähnt wurde, nimmt die Intensität der Fluorescenz von der Stelle des Beginnes an in den nächst brechbareren Strahlen mehr oder weniger rasch zu und erhält sich in einer größten Intensität durch eine je nach den verschiedenen fluorescirenden Stoffen, bald größere, bald kleinere Ausdehnung des Spectrums ziemlich unverändert, um sodann nach der Seite der Strahlen von großer Brechbarkeit anfänglich rascher, weiterhin aber immer langsamer an Intensität abzunehmen. Bei fluorescirenden Flüssigkeiten hat die Concentration in so ferne Einfluß, daß die Fluorescenz bei zunehmender Verdünnung im Ganzen schwächer wird, und in der Art verschwindet, daß in den Strahlen von größerer sowohl als jenen von geringerer

---

[1]) Wie bereits erwähnt wurde, zeigt der ätherisch-alkoholische Auszug frischer grüner Pflanzentheile zusammengesetzte Fluorescenz, die gewöhnlich übersehen wird. Außer der bekannten rothen Fluorescenz beginnt im Grün eine zweite schwächere. Übergießt man Epheublätter oder russischen Thee wiederholt mit siedendem destillirtem Wasser, bis letzteres keine Färbung mehr annimmt und behandelt den Rückstand mit Aetheralkohol, so erhält man eine rein roth fluorescirende und sehr haltbare Flüssigkeit.

Brechbarkeit als jene, welche die stärkste Fluorescenz erzeugten, diese allmählich bis zum Unmerklichen abnimmt, während sie an den Stellen des Maximums noch sehr lange, wenn auch äußerst schwach bemerkbar bleibt. Die Abnahme der Intensität ist aber dabei nicht immer in der ganzen Ausdehnung der stärkst fluorescirenden Stelle des Spectrums gleichmäßig, mitunter nach der Seite der weniger brechbaren Strahlen rascher als nach der entgegengesetzten; so bei Fraxin, welches in wässrig ammoniakalischer, stark fluorescirender Lösung ein ziemlich breites Band von fast gleichmäßig intensiver Fluorescenz in dem Raume zwischen *G* und *H* zeigt, das bei zunehmender Verdünnung immer schmäler werdend, sich endlich auf einen schmalen Streifen in der Gegend von *H*, *H'* reducirt, welcher Streifen übrigens immer noch in dem Bereiche der früheren stärksten Fluorescenz bleibt und gewissermaßen die Stelle des eigentlichen, bei starker Verdünnung deutlicher hervortretenden Maximum darstellt. Übrigens scheint die Beschaffenheit der Atmosphäre auch auf die Stelle der stärksten Fluorescenz nicht ohne Einfluß zu sein, da sich bei fortgesetzten Beobachtungen doch immer einige, wenn auch sehr unbedeutende Schwankungen in dieser Hinsicht einzustellen scheinen. Abgesehen von diesen immer nur bei sehr großer Aufmerksamkeit erkennbaren Schwankungen, fällt bei einem und demselben fluorescirenden Stoffe das Maximum der Intensität der Fluorescenz stets auf dieselbe Stelle des Spectrums, bei Aesculin z. B. in die Gegend von *H*, bei Fraxin zwischen *G* und *H*, bei einfach schwefelsaurem Chinin in die Gegend der Gruppe *m*, bei saurem schwefelsaurem Chinin zwischen *H* und *l*, bei dem rothen Farbestoffe aus Aesculin auf *D* u. s. w.

Besonders merkwürdig sind indessen einige Fälle, bei welchen mehrere Maxima vorkommen. So zeigt z. B. Uranglas ein Maximum in der Gegend von *G* und ein zweites im Ultraviolett jenseits der Streifengruppe *n*. Eine ätherisch-alkoholische Chlorophyll-Lösung zeigt sogar drei solche Maxima. Bei der reinen, einfach fluorescirenden Chlorophyll-Lösung tritt überdies noch der sonderbare Umstand ein, daß beim Verdünnen der Lösung, oder wenn man dieselbe längere Zeit frei an der Luft stehen läßt, wobei die Fluorescenz im diffusen Tageslichte fortwährend abnimmt, zwei dieser Maxima, und zwar das in der Gegend der Linie *C* und das zweite zwischen *D* und *E* fallende verschwinden, während das dritte in die Gegend von *H H'*

fallende noch immer deutlich hervortritt. Ob man es in solchen Fällen wirklich nur mit einfachen Fluorescenzen oder nicht vielmehr mit einer Zusammensetzung aus mehreren einfachen, in derselben oder wenigstens äußerst nahe derselben Gegend des Spectrums beginnenden und nur durch die Lage der Maxima verschiedenen einfachen Fluorescenzen zu thun habe, bin ich dermalen nicht im Stande zu entscheiden. Ich wurde ursprünglich auf die letztere Vermuthung durch die Thatsache gebracht, daß man auch gemeines, stark fluorescirendes Glas findet, das, wie das Uranglas, in der Gegend von *E* und *F* zu fluoresciren beginnt, und bin neuerdings auf dieselbe Idee in Folge einer Bemerkung von Stokes zurückgekommen. Nach einer kurzen Mittheilung in den „Proceedings of the Royal Society of London. Vol. XIII, pag. 144" will nämlich Stokes gefunden haben, daß das Chlorophyll der Landpflanzen aus zwei grünen und zwei gelben Farbstoffen zusammengesetzt sei, die sich von einander trennen lassen und von denen die grünen beide stark roth fluoresciren, während in den olivenfarbigen Seetangarten noch eine dritte grüne Substanz enthalten sein soll, die von den ersten beiden verschieden ist. Leider ist nicht angegeben, wie sich diese Stoffe von einander trennen lassen, eben so fehlen nähere Angaben über ihre optischen Eigenschaften.

C. Zusammensetzung der Fluorescenzfarbe.

Wenn man das prismatische Spectrum auf die freie Oberfläche eines einfach fluorescirenden Stoffes projicirt, so hat die Fluorescenzfarbe an den Stellen der stärksten Fluorescenz und zwar in der ganzen Ausdehnung derselben überall den gleichen Farbenton. Derselbe Farbenton herrscht übrigens auch an den schwächer fluorescirenden Stellen, wiewohl es zuweilen scheint, als ob diese Stellen eine etwas andere Färbung hätten, als jene des Maximums. Vorzugsweise bei solchen Fluorescenzen, welche ein sehr intensives, nach der Seite der brechbareren sowohl als jene der weniger brechbaren Strahlen rasch abnehmendes Maximum zeigen, tritt eine solche verschiedene Nüancirung auf. Es verschwindet jedoch diese scheinbare Verschiedenheit sogleich, wenn man diejenigen Strahlen, welche die stärkste Fluorescenz erzeugen, abblendet, und ist dieselbe einfach nur dadurch entstanden, daß der relativ starke Farbeneindruck, welchen die Stellen des Maximums hervorbringen, in den angrenzenden dunkleren Partien die Contrastfarbe hervorruft, welche sich mit der eigentlichen Fluores-

cenzfarbe zu einem neuen und von dem an den Stellen des Maximums herrschenden verschiedenen Farbentone combinirt. Auf diesen Einfluß der Contrastwirkungen auf die Beurtheilung der Fluorescenzfarbe hat übrigens schon vor längerer Zeit Fürst Salm-Horstmar aufmerksam gemacht.

Wenn ferner von der Oberfläche eines fluorescirenden Stoffes neben dem durch Fluorescenz veränderten auch unverändert zerstreutes und reflectirtes Licht ausgeht, wie dies bei Papieren, die mit fluorescirenden Lösungen bestrichen wurden, oder bei Flüssigkeiten, die in Gefäße mit Glas- oder Quarzwänden eingeschlossen sind, der Fall ist, so entstehen durch das Zusammenwirken beider Arten von farbigen Strahlen ebenfalls Mischungsfarben, deren Ton von jenem der eigentlichen Fluorescenzfarbe um so mehr verschieden ist, je schwächer diese letztere selbst ist. Am Curcumapapier hat schon Stokes diese Erscheinung wahrgenommen. Dasselbe zeigt im Ultraviolett und im äußersten Violett dieselbe gelbgrüne Fluorescenz, welche auch der Curcumatinctur eigen ist, wogegen im Blau ein ganz verschiedener Farbenton auftritt, der bei der Tinctur nicht zum Vorschein kommt, vielmehr ist bei dieser der gelbgrüne Farbenton in der ganzen Ausdehnung der fluorescirenden Partie des Spectrums allein herrschend. Auch das in das Innere einer farbigen fluorescirenden Flüssigkeit eindringende Licht zeigt meistens eine andersfarbige Fluorescenz, so daß es den Anschein hat, als änderte sich die Fluorescenzfarbe beim Eindringen in die Flüssigkeit von der Oberfläche aus nach innen hin. Doch ist dies ebenfalls eine Täuschung, dadurch hervorgebracht, daß sich das durch Fluorescenz entstandene, mit dem aus dem Innern der Flüssigkeit kommenden farbigen Lichte zu einer Mischungsfarbe von anderem Charakter als jenen der Fluorescenzfarbe zusammensetzt. So ist bei einer Lösung von reinem Aesculin in Wasser oder Alkohol die Fluorescenzfarbe an der Oberfläche und im Innern der Flüssigkeit dieselbe. In einem wässerigen Auszuge von Roßkastanienrinde dagegen herrscht an der Oberfläche die bekannte blaue Fluorescenz des Aesculin, in der Tiefe nimmt die Färbung einen um so mehr in's Grünliche ziehenden Ton an, je dunkler die Tinctur ist, oder durch eine je dickere Schichte hindurch man die im Innern der Flüssigkeit erscheinende Fluorescenz beobachtet.

Unterwirft man ein reines Linearspectrum der prismatischen Analyse, so findet man ebenfalls an allen Stellen, an welchen die

Fluorescenz intensiv genug ist, um ein sicheres Urtheil zuzulassen, die Zusammensetzung der Fluorescenzfarbe ganz gleichartig; so geben z. B. Körper, die im Grün oder Blau u. s. w. zu fluoresciren beginnen, im abgeleiteten Spectrum bis ins äußerste Ultraviolett, so weit sich überhaupt noch Fluorescenz erkennen läßt, nur die Farben von jenen des Beginnes an bis gegen das rothe Ende des Spectrums, und nun entsteht bei einem Stoffe, der im Gelb zu fluoresciren beginnt, durch irgend einen der brechbareren Strahlen, den blauen oder violetten, z. B. eine Farbe, die brechbarer wäre als das Gelb, in welchem die Fluorescenz beginnt, wie ein Blick auf die Figuren 3 und 4 sehr auffällig zeigt. Zugleich aber ergibt sich hiebei noch ein anderer bemerkenswerther Umstand. Man findet nämlich constant in dem abgeleiteten Spectrum diejenigen Farben am intensivsten hervortreten, welche denjenigen, bei welchen die Fluorescenz beginnt, zunächst vorangehen. Mitunter ist auch die letztere Farbe selbst die vorherrschend auftretende. Beginnt die Fluorescenz z. B. im Grün, so ist entweder das Grün selbst oder doch jedenfalls das zunächst vorangehende Gelb oder Gelbgrün im abgeleiteten Spectrum, und zwar in dessen ganzer Ausdehnung die intensivste Farbencomponte u. s. w. Es hat daher auch die Fluorescenzfarbe stets einen Farbenton, in welchem die Farbe des Beginnes oder die zunächst angrenzende weniger brechbare Farbe vorherrscht. Stoffe, die im Roth oder Orange zu fluoresciren beginnen, fluoresciren daher roth (Chlorophyll-Lösung, Rochleder's Aesculetinroth), solche die im Grün beginnen, fluoresciren grün oder gelbgrün, solche, die im Blau beginnen, blau oder grünlich; alle erst im Ultraviolett beginnenden fluoresciren mehr oder weniger violett, so daß man aus dem Farbentone der Fluorescenzfarbe sogleich beiläufig beurtheilen kann, in welcher Gegend des Spectrums die Fluorescenz beginnen wird [1]). Vorzugsweise bemerkenswerth ist hiebei die Thatsache, daß in der ganzen Ausdehnung der fluorescirenden Partie des Spectrums überall, an den Stellen der stärksten Fluorescenz

[1]) Es scheint, daß in manchen Fällen die durch Fluorescenz erzeugte Farbe ein mehr oder weniger reines Weiß (respective Grau) sein könne, doch bin ich in dieser Hinsicht noch zu keinem sicheren Ergebnisse gelangt; jedenfalls gibt es Körper, die im diffusen Tageslichte nicht zu fluoresciren scheinen, nichts desto weniger ein mehr oder weniger deutliches abgeleitetes Spectrum gewahren lassen.

sowohl als jenen der schwächsten stets dieselben Farben im abgeleiteten Spectrum die herrschenden sind. Neben dieser Thatsache stellt sich aber noch eine zweite, nämlich die, daß es Fälle gibt, in welchen im abgeleiteten Spectrum gewisse Farben fehlen, so daß dunkle Bänder in demselben auftreten. Auch diese dunklen Bänder durchziehen dann das abgeleitete Spectrum in seiner ganzen Ausdehnung. Die Figuren 7 und 8 sollen eine Vorstellung geben, wie sich diese Erscheinung beim Uranglase und bei einer Lösung von Purpurin in Alaun darstellt. Bei ersterem durchziehen drei dunkle Bänder die ganze Ausdehnung des abgeleiteten Spectrums; bei letzterem fehlt durchwegs das Gelb in demselben. Vermindert sich die Intensität der Fluorescenz im Ganzen (bei Flüssigkeiten z. B. durch Veränderung der Concentration), so nimmt natürlich die Lebhaftigkeit des abgeleiteten Spectrums im gleichen Maße ab, dabei werden zunächst die am wenigsten und die am meisten brechbaren Strahlen zuerst zum Verschwinden gebracht, und zwar die ersteren in bedeutenderem Maße als die letzteren, zuletzt bleiben nur noch diejenigen in bemerkbarer Weise übrig, welche in dem vollständig entwickelten Spectrum die vorherrschenden waren. Da nun die Intensität der Fluorescenz bei einem und demselben Stoffe in verschiedenen Partien des Spectrums eine verschiedene ist, ist auch die Entwicklung des abgeleiteten Spectrums nicht in dessen ganzer Ausdehnung gleichmäßig und nimmt in demselben die Intensität der am wenigsten brechbaren Farben mit der Intensität der Fluorescenz der entsprechenden Stelle des ursprünglichen Spectrums zu oder ab. Als Endresultat dieser Thatsachen ergibt sich nun die Folgerung, daß die Zusammensetzung der Fluorescenzfarbe von der Natur der erzeugenden Farbe unabhängig und für jeden fluorescirenden Stoff charakteristisch ist. Veränderungen in der Concentration fluorescirender Flüssigkeiten bewirken keine andere als die oben erwähnte auf die relative Intensität der Farbencomponenten bezügliche Änderung.

Eine natürliche Folge des eben geschilderten Verhaltens ist die, daß die Zusammensetzung der Fluorescenzfarbe, welche entsteht, wenn ein einfach fluorescirender Körper dem unzerlegten Sonnen- oder dem diffusen Tageslichte ausgesetzt wird, bei der prismatischen Analyse derselben sich genau gleich derjenigen ergeben muß, welche in irgend einer der farbigen, fluorescenzerregenden

Componenten des Sonnenlichtes zum Vorschein kommt, oder mit derjenigen, die sich aus der prismatischen Analyse eines auf die Oberfläche des fluorescirenden Körpers projicirten Linearspectrums ergibt, und in der That ist dies auch der Fall, wie sich am allerauffälligsten bei solchen Körpern zeigt, die, wie das Uranglas oder die Lösung von Purpurin in concentrirter Alaunlösung dunkle Bänder im Spectrum ihrer Fluorescenzfarbe zeigen. Es ist auf diesem Wege möglich, die Zusammensetzung derselben viel leichter und genauer darzulegen, als dies durch das abgeleitete Spectrum möglich ist, weil das Licht der Sonne, besonders wenn man dasselbe durch eine Quarzlinse concentrirt auf die freie Oberfläche eines fluorescirenden Körpers wirken läßt, unter sonst günstigen Umständen eine so intensive Fluorescenz erzeugt, daß selbst die schwächsten Farbencomponenten der Fluorescenzfarbe gewöhnlich noch deutlich hervortreten, während sie sich im abgeleiteten Spectrum oft nur viel schwieriger erkennen lassen. Man muß nur dabei die Vorsicht gebrauchen, das Licht auf die freie Oberfläche des zu untersuchenden Körpers fallen zu lassen und die Beobachtung so anstellen, daß das regelmäßig reflectirte Licht gar nicht, das unregelmäßig diffundirte dagegen, wenn solches etwa zum Vorschein kommen sollte, so wenig als möglich auf das analysirende Prisma gelangen kann. Am besten gelangt man zum Ziele, wenn man sich eines Mousson'schen Spectralapparates bedient, der den Vorzug großer Lichtstärke des Spectrums mit jenem verbindet, daß man unter allen Umständen den eben angegebenen Bedingungen genügen kann, was bei den gewöhnlichen Spectralapparaten, wie sie für die chemische Spectralanalyse in Anwendung sind, bei weitem nicht so der Fall ist. Nicht nur, daß beim Durchgange des Lichtes durch so viele brechende Medien viel Licht verloren geht, kann man auch schwer verhüten, daß nicht direct reflectirtes und zerstreutes Licht in den Apparat gelangt, und ist überdies genöthigt, fluorescirende Flüssigkeiten in Gefäße mit Glas- oder Quarzwänden einzuschließen, wodurch man falsches Licht mitbekommt. Allerdings entbehrt man bei Anwendung des Mousson'schen Apparates des Vortheils, die Farbengrenzen durch Messung festzustellen, es genügt indessen zur Orientirung über die Zusammensetzung einer Fluorescenzfarbe vollständig das Spectrum derselben mit demjenigen zu vergleichen, welchen das von einer matten Glasplatte diffundirte Licht des Himmels gibt, wenn man eine solche Platte in geeigneter Weise so vor

der Lichtspalte des Apparates anbringt, daß man durch die eine Hälfte derselben das Spectrum der Fluorescenzfarbe, durch die andere Hälfte jenes des diffusen Tageslichtes erhält, indem bei gehöriger Stellung des analysirenden Prisma die stärkeren Fraunhofer'schen Linien in dem letzteren Spectrum auch mit freiem Auge ganz gut erkennbar sind.

In mancher Beziehung abweichend gestalten sich die Erscheinungen, wenn man statt des directen Sonnenlichtes das Licht künstlicher Lichtquellen oder das durch farbige Gläser oder Flüssigkeiten gegangene Sonnenlicht auf einfach fluorescirende Körper wirken läßt. Zum Theile sind diese Verschiedenheiten schon längst bekannt, so z. B. dürfte es wohl bekannt sein, daß ein und derselbe fluorescirende Körper beleuchtet von dem elektrischen Lichte Geißler'scher Röhren sich sehr verschieden verhält, wenn die Röhren mit verschiedenen stark verdünnten Gasen oder Dämpfen erfüllt sind. Außer diesem verschiedenen Verhalten in Beziehung auf die größere oder geringere Intensität der Fluorescenz oder das gänzliche Ausbleiben derselben findet man aber auch je nach der verschiedenen in Anwendung gebrachten Lichtquelle Verschiedenheiten in dem Orte des Beginnes und des Maximums der Fluorescenz, Verschiedenheiten, die sich indessen leicht erklären lassen, wenn man bedenkt, daß das Licht solcher Lichtquellen eine andere Zusammensetzung hat als das Sonnenlicht. Wenn daher diejenigen Strahlen des Sonnenlichtes, in welchen die Fluorescenz beginnt oder jene, in welchen sie ein Maximum erreicht, in dem Lichte der künstlichen Lichtquelle nur sehr schwach auftreten oder gänzlich fehlen, so ist sofort klar, daß Beginn und Maximum in dem Spectrum einer derartigen Lichtquelle auf andere Stellen fallen als im Spectrum des Sonnenlichtes. In Hinsicht auf den Farbenton der Fluorescenzfarbe überzeugt man sich leicht, daß derselbe keine Änderung zeigt, wenn man nur die Vorsicht gebraucht, den störenden Einfluß der Contrastfarbe, welche durch die verschiedenfarbig beleuchtete Umgebung hervorgerufen wird, hintanzuhalten, was am besten dadurch erzielt wird, daß man die zu untersuchenden Körper auf einer matt schwarzen Unterlage oder von einem dunklen Hintergrunde betrachtet. Da die Fluorescenz im künstlichen Lichte immer viel schwächer ist als im directen Sonnenlichte, ist das abgeleitete Spectrum auch weniger intensiv und man erkennt gewöhnlich nur die intensivsten Farbencomponenten der Fluorescenzfarbe deut-

lich, diese sind aber für jeden Körper immer dieselben wie im diffusen Tages- oder directen Sonnenlichte. Bei zusammengesetzten Fluorescenzen verhält sich die Sache selbstverständlich anders, in sofern der Farbenton der Fluorescenzfarbe im diffusen Tageslichte zusammengesetzt ist aus den verschiedenen Farben der einzelnen einfachen Fluorescenzen, und da bei künstlichen Lichtquellen die eine oder die andere dieser einfachen Fluorescenzen entweder ganz ausbleiben oder doch sehr zurücktreten kann, ist die Fluorescenzfarbe im diffusen künstlichen Lichte gewöhnlich nach der Farbe dieses letzteren eine ganz verschiedene. Ein Gemenge von Aesculin und Aesculètinroth kann nach dem Mengenverhältnisse beider Stoffe im diffusen Tageslichte röthlich oder bläulich violett fluoresciren, im gelben Lichte einer Gasflamme fluorescirt es immer nur roth, weil die Fluorescenz des Aesculin fast gänzlich verschwindet, während jene des Aesculetin roth bleibt.

Nach dem Vorangegangenen dürfte es nun scheinen, daß, da man für jeden fluorescirenden Stoff charakteristische Merkmale aufstellen kann, durch welche sich seine Fluorescenz von jener anderer fluorescirender Stoffe unterscheidet, das Vorhandensein dieses Stoffes in der That durch die von ihm hervorgebrachten Fluorescenzerscheinungen erkennbar sein müsse. In einigen Fällen trifft dies auch zu und ich habe bereits in der ersten Publication über diesen Gegenstand ein und den anderen solchen Fall namhaft gemacht; so erkennt man z. B. Spuren von Chlorophyll im feinen Olivenöle, von Rochleder's Aesculetinroth in der Lackmustinctur u. dgl. durch die charakteristischen Fluorescenzerscheinungen dieser Stoffe, doch in vielen anderen Fällen ist dies wieder nicht möglich und ich wende mich daher zur Untersuchung der Veränderungen, welche die Fluorescenzerscheinungen eines und desselben Stoffes durch das Zusammensein desselben mit anderen Stoffen erleiden.

D. Einfluß des Lösungsmittels.

Bei Stoffen, welche in Lösung fluoresciren, hat das angewendete Lösungsmittel immer einen bedeutenden Einfluß auf die Fluorescenzerscheinungen. In einigen Fällen ist die Fluorescenz bei Anwendung eines bestimmten Lösungsmittels nur intensiver als bei Anwendung eines anderen, ohne übrigens ihren wesentlichen Charakter zu verändern, so z. B. fluoresciren die alkoholischen Lösungen von Fraxin

und Aesculin immer viel stärker als die wässrigen, ohne jedoch in Beziehung auf Beginn, Maximum und Farbenton der Fluorescenzfarbe Verschiedenheiten zu bieten. In anderen Fällen hingegen ist die Fluorescenz eines Stoffes in dem einen Lösungsmittel ganz verschieden von jener in einem anderen, sie kann sogar in gewissen Lösungen ganz verschwinden. So ist z. B. bei dem Aesculetinroth die Fluorescenz der wässrigen Lösung bei gehöriger Concentration sehr intensiv, die einer alkoholischen Lösung dagegen nicht blos sehr schwach, sondern auch in ihren charakteristischen Eigenschaften von jener der wässerigen Lösung verschieden. Purpurin in concentrirter Alaunlösung gelöst, zeigt bei richtiger Verdünnung eine starke, gut charakterisirbare Fluorescenz, während eine alkoholische Lösung eine sehr schwache und deßhalb schwierig zu charakterisirende Fluorescenz zeigt. Noch bedeutender als der Einfluß des Lösungsmittels ist jedoch jener, welcher unter Umständen durch das Zusammensein eines fluorescirenden Stoffes mit anderen fluorescirenden oder nicht fluorescirenden Stoffen bedingt ist.

E. Einfluß des Zusammenseins eines fluorescirenden Körpers mit anderen fluorescirenden oder nicht fluorescirenden Körpern.

Manche für sich einfach fluorescirende Flüssigkeiten lassen sich mit einander derart vermengen, daß eine zusammengesetzte Fluorescenz entsteht, in welcher man durch die prismatische Analyse eines Linearspectrums vollkommen bestimmt die einfachen Fluorescenzen wieder erkennt, welche den einzelnen Gemengtheilen zukommen, dabei kann zwar die Fluorescenzfarbe, welche ein derartiges Gemenge im Sonnen- oder diffusen Tageslichte zeigt, eine sehr verschiedene sein, immer aber ist sie eine Mischfarbe aus den Farben der einzelnen einfachen Fluorescenzen. Aber nicht immer ist dies der Fall, und zwar nicht etwa aus dem Grunde, weil die verschiedenen zusammengebrachten Stoffe auf einander chemisch einwirken, sondern selbst in solchen Fällen, in welchen an eine chemische Einwirkung nicht zu denken ist. Mischt man z. B. eine Fraxin- und eine Aesculinlösung (beide entweder zugleich wässrig oder alkoholisch), so zeigt das Gemenge eine neue Fluorescenz, die sich durchaus nicht als zusammengesetzte erkennen läßt. Es sieht beinahe so aus, als wäre die Fluorescenz des Aesculin verschwunden und nur jene des Fraxin geblieben; doch auch dies ist nicht der Fall, denn die Zusam-

mensetzung der Fluorescenzfarbe ist von jener des Aesculin sowohl als jener des Fraxin verschieden, nähert sich indessen mehr jener des Fraxin in soferne, als wie bei diesem das Grün und Gelb stärker entwickelt ist als bei Aesculin. Beim Zusammenbringen einer Purpurinlösung in Alaun mit einer wässrigen Fraxinlösung erhält man dagegen wieder eine zusammengesetzte Fluorescenz, die sich ausgezeichnet schön in zwei einfache Fluorescenzen auflösen läßt, von denen die eine die unveränderte Purpurinfluorescenz ist, während die zweite von der Fluorescenz einer reinen Fraxinlösung ganz verschieden ist, indem dieselbe erst vor der ultravioletten Liniengruppe *l* beginnt, während jene des Fraxin schon zwischen *F* und *G* (näher an *G*) beginnt, sich außerdem auch durch die Lage des Maximums unterscheidet. Da man in diesem speciellen Falle nicht wissen kann, ob die Veränderung der Fraxinfluorescenz dem Purpurin oder der Alaunlösung zuzuschreiben sei, wurde ich zunächst auf die Untersuchung des Einflusses geführt, welchen Säuren und basische Oxyde, die für sich nicht fluoresciren, auf die Fluorescenz eines Stoffes ausüben, und gelangte dabei zu einigen ganz merkwürdigen Erfahrungen. Es war mir schon längst bekannt, daß wässrige sowohl als alkoholische Lösungen von Aesculin, Aesculetin, Fraxin, Rochleder's Aesculetinroth und einige andere viel intensiver fluoresciren, wenn man denselben nur ganz wenig Ammoniak zusetzt, dabei erleidet der Charakter der Fluorescenz keine Änderung. Dieselbe Wirkung, die Intensität der Fluorescenz bedeutend zu erhöhen, ohne ihren Charakter zu ändern hat aber nicht blos das Ammoniak, sondern auch verdünnte Ätz-Kalilösung, Kalkwasser, selbst kohlensaure Natronlösung (allerdings etwas schwächer) bringen genau dieselbe Wirkung hervor, nur darf bei der Aesculetinlösung die Menge des zugesetzten Ätzkali oder Ätzkalilösung eine gewisse Grenze nicht überschreiten, sondern es dürfen diese letzteren nur in äußerst geringer Menge in Anwendung gebracht werden, da der geringste Überschuß über das richtige Verhältniß die Fluorescenz sogleich wieder stark verändert, indem eine neue höchst schwache, im Grün beginnende Fluorescenz entsteht. Setzt man hingegen den genannten fluorescirenden Flüßigkeiten irgend eine verdünnte Mineral- oder organische Säure zu, so wird die Fluorescenz nicht nur sehr in ihrer Intensität vermindert, sondern auch in ihrem Charakter gänzlich verändert, indem die Grenze des Beginnes weit gegen die ursprüngliche

und bis ins Ultraviolett verschoben wird; natürlich ist auch das Maximum dann an einem ganz anderen Orte. Ähnlich wie die Säuren wirkt auch Schwefelwasserstoffwasser [1]). Zusatz von Alkalien stellt aber die ursprüngliche Fluorescenz sofort wieder vollständig her, so daß das auf Säurezusatz bemerkte Verschwinden derselben nicht wohl einer chemischen Zersetzung des ursprünglichen Stoffes zugeschrieben werden kann.

Gerade das entgegengesetzte Verhalten zeigt sich bei den Chininsalzen. Eine Lösung von einfach schwefelsaurem Chinin in Wasser ist z. B. für sich schwach fluorescirend. Die Fluorescenz beginnt vor der ultravioletten Gruppe *l*, hat ihr Maximum in der Gegend von *m*, die Fluorescenzfarbe ist blauviolett. Setzt man der Lösung jedoch Schwefelsäure, Phosphorsäure, Salpetersäure, Weinsäure, Essigsäure zu, so wird die Fluorescenz nicht blos sehr intensiv, sondern qualitativ gänzlich verändert. Das Bemerkenswertheste indessen ist, daß die Grenze des Beginnes, die Lage des Maximums und der Farbenton der Fluorescenz ganz unabhängig von der angewendeten Säure sind. Der Zusatz irgend einer der genannten Säuren zur Lösung des einfach schwefelsauren Chinins ergibt genau dieselbe Fluorescenz, die man an dem sauren schwefelsauren Chinin längst beobachtet hat. Eine merkwürdige Ausnahme machen indessen Chlorwasserstoff- und Jodwasserstoffsäure, indem auf Zusatz derselben zu einer Lösung von einfach schwefelsaurem Chinin nicht nur keine Verstärkung, sondern eine außerordentlich starke Abschwächung der Fluorescenz dieses Salzes erfolgt. Eben so verhält sich Jodwasserstoffsäure, während Schwefelwasserstoff die Fluorescenz des einfach schwefelsauren Chinins nicht unbeträchtlich verstärkt. Merkwürdiger Weise wirkt aber die Chlorwasserstoffsäure nicht blos auf eine Lösung von einfach schwefelsaurem Chinin fluorescenzzerstörend, sondern selbst eine stark fluorescirende Lösung von saurem schwefelsaurem Chinin verliert

[1]) Die durch Säurezusatz entstandenen neuen, immer nur äußerst schwachen Fluorescenzen scheinen nach der Verschiedenheit der angewendeten Säuren allerdings etwas verschieden zu sein, sicher läßt sich indessen ihrer geringen Intensität wegen dieselbe nicht charakterisiren. Auch scheinen nicht alle Säuren gleich stark zu wirken; Phosphorsäure und Salpetersäure wirken auf Aesculin entschieden schwächer als Schwefelsäure, auch ist die Wirkung der Säuren auf Aesculin schwächer als auf Fraxin.

ihre Fluorescenz sogleich durch einen Zusatz von Chlorwasserstoffsäure bis auf einen sehr geringen Rest von verändertem Charakter. Ist aber einmal diese Abschwächung bis zu diesem Minimum eingetreten, so hat ein weiterer Zusatz von Chlorwasserstoffsäure keinen weiteren Einfluß. In ganz gleicher Weise fluorescenzzerstörend wirkt diese Säure auch auf Lösungen von einfachschwefelsaurem Chinin, welche früher durch Zusatz von Salpetersäure, Phosphorsäure, Weinsäure oder Essigsäure stark fluorescirend gemacht worden waren.

Weil man nun immerhin vermuthen könnte, daß beim Zusatz von Säuren zu einer Lösung von einfach schwefelsaurem Chinin sich saures schwefelsaures Chinin bilde, und dieses der eigentlich fluorescirende Stoff sei, in welchem Falle die sich stets gleich bleibende Fluorescenz eine einfache Erklärung fände, so versuchte ich trotz der geringen Wahrscheinlichkeit, welche jene Vermuthung für sich hat, dennoch auch das Verhalten verschiedener anderer Chininsalze, und zwar zunächst des phosphorsauren, salpetersauren, essigsauren und weinsauren Chinins in Beziehung auf Fluorescenz. Die Lösungen der neutralen Salze zeigen nun genau dieselbe Fluorescenz wie das einfach-, die sauren dagegen genau jene des sauren schwefelsauren Chinins, so daß in den genannten Salzen der Charakter der Fluorescenz ganz unabhängig ist von der mit dem Chinin verbundenen Säure. Ganz verschieden hievon ist jedoch das Verhalten des chlor- und jodwasserstoffsauren Chinins. Die Lösung des neutralen (reinen) chlorwasserstoffsauren Chinins fluorescirt an und für sich schon sehr schwach (im diffusen Tageslichte kaum bemerkbar). Zusatz von Chlorwasserstoffsäure vernichtet diese geringe Fluorescenz noch mehr. Eben so verhält sich das jodwasserstoffsaure Chinin, nur darf die anzuwendende Jodwasserstoffsäure kein freies Jod enthalten, weil sonst durch Zusatz einer solchen unreinen Säure eine geringe Verstärkung der Fluorescenz des neutralen jodwasserstoffsauren Chinins entsteht. Die betreffenden Chininsalze wurden in den letzten zwei Fällen durch Auflösen von Chinin in Chlor- oder Jodwasserstoffsäure dargestellt, da das käufliche salzsaure Chinin stets unrein ist und einen kleinen Überschuß von schwefelsaurem Chinin enthält. Fällt man eine Lösung von einfach schwefelsaurem Chinin mit Chlorbarium, so zeigt das erhaltene chlorwasserstoffsaure Chinin nur dann die äußerst schwache (graue) Fluorescenz, von welcher oben die Rede war, wenn man das Chlor-

barium gerade in der zur Zersetzung erforderlichen Menge oder in geringem Überschusse anwendet, im gegentheiligen Falle bleibt keine Spur der Fluorescenz des unzerlegten einfach schwefelsauren Chinins übrig.

Da mehrere jener Stoffe, deren Fluorescenz durch Alkalien verstärkt wird, mit basischen Oxyden salzartige Verbindungen geben, also den Charakter von Säuren besitzen, wurde ich auf die Vermuthung geführt, es finde sich in den beschriebenen Erscheinungen das Gesetz: „Stoffe, welche den Charakter von Säuren besitzen, werden, wenn sie überhaupt zu fluoresciren vermögen, durch Alkalien stärker fluorescirend gemacht, während Säuren die Fluorescenz solcher Stoffe zerstören oder wenigstens stark vermindern; die durch Säuren zerstörte Fluorescenz wird durch Alkalien wieder hervorgerufen, und es ist der Charakter der Fluorescenz unabhängig von der Natur der angewendeten alkalischen Substanz“.

Das Verhalten der Chininsalze würde eine ganz ähnliche Vermuthung bezüglich der fluorescirenden basischen Verbindungen aufkommen lassen, in so ferne ihre Fluorescenz durch Säuren erhöht wird und dabei unabhängig ist von der Natur der angewendeten Säure. Leider ergaben Versuche mit anderen Basen, insbesondere mit Coffeïn, Morphin, Pikrotoxin und Solanin negative Resultate, indem die Lösungen dieser Stoffe weder für sich noch auf Zusatz von Säuren überhaupt fluorescirten, und bisher war es mir nicht möglich Stoffe von entschiedenem basischem Charakter, die zugleich aber auch fähig wären zu fluoresciren, erhalten zu können.

Doch abgesehen hievon scheint es nicht, daß jene Regel allgemeine Giltigkeit habe, da die Lösung des Purpurin, einer entschiedenen Säure, durch Zusatz von Alkalien nicht nur nicht stärker fluorescirend wird, sondern sogar alle Fluorescenz verliert, während eine Auflösung desselben in Alaunlösung doch stark fluorescirt. Immerhin aber könnte man den Satz vielleicht so aussprechen, „daß jeder Stoff, der auf Zusatz von Alkalien stärker fluorescirend wird, den Charakter einer Säure, jener der auf Säurezusatz stärker fluorescirt den Charakter einer Basis habe“, eine Umkehrung desselben Satzes wäre jedoch nicht zulässig.

Schlussfolgerungen.

Aus der Zusammenstellung vorangehender Thatsachen ergibt sich nun:

1. Daß die Fluorescenz erregende Eigenschaft nicht blos auf die brechbarsten Strahlen des Sonnenspectrums beschränkt sei, sondern Strahlen von jeder Wellenlänge im Allgemeinen Fluorescenz erregen können.

2. Für jeden bestimmten Stoff gibt es eine bestimmte prismatische Farbe, in welcher die Fluorescenz zuerst auftritt, so daß alle weniger brechbaren Farben als diese keine Fluorescenz hervorbringen.

3. Selten nur ist diese Farbe auch zugleich diejenige, welche die intensivste Fluorescenz erzeugt, meistens sind es die nächst brechbareren Strahlen, aber immer wieder für einen bestimmten Stoff bestimmte Strahlen.

4. Wenn Strahlen von bestimmter Farbe, also von bestimmter Wellenlänge und Schwingungsdauer Fluorescenz in einem Stoffe erzeugen, so entstehen nicht nur überhaupt Strahlen von größerer Schwingungsdauer als jene des erzeugenden Strahles, sondern es sind die durch Fluorescenz entstehenden Strahlen für jeden Stoff immer dieselben, welche Schwingungsdauer auch dem erzeugenden Strahle zukommen mag.

5. Die Wellenlängen der durch Fluorescenz erzeugten Strahlen gehen nicht immer stetig in einander über, sondern es zeigen sich mitunter Sprünge, so daß Strahlen von gewisser Wellenlänge nicht zur Entwickelung kommen, in welchem Falle das Spectrum der Fluorescenzfarbe von dunklen Bändern durchzogen wird; auch diese Erscheinung ist von der Wellenlänge (Schwingungsdauer) der erzeugenden Strahlen unabhängig.

6. Immer sind unter den durch Fluorescenz neu entstehenden Strahlen diejenigen die intensivsten, deren Wellenlänge derjenigen der Strahlen, in welchen die Fluorescenz zuerst auftritt entweder gleich ist, oder doch nahe kommt, in diesem letzteren Falle aber stets eine größere ist als die der Grenze des Beginnes der Fluorescenz entsprechende.

7. Bei Stoffen, welche in Lösung fluoresciren, hat in so ferne dieselben in verschiedenen Flüssigkeiten löslich sind, mitunter das

Lösungsmittel Einfluß auf den Charakter der Fluorescenz, so daß in verschiedenen Lösungsmitteln gelöst, derselbe Stoff in verschiedener Weise fluorescirt. Bei demselben Lösungsmittel hat die Concentration der Lösung nur auf die Intensität der Fluorescenz Einfluß, läßt aber den Charakter derselben unberührt. Über und unter derjenigen Concentration, welche die Fluorescenzerscheinungen am intensivsten macht, scheint die Intensität der Fluorescenz in allen Partien des Spectrums, in welchen sich dieselbe überhaupt entwickelt, nahezu in demselben Verhältnisse abzunehmen, so daß sie bei der schwächsten Entwickelung nur noch an den Stellen des Maximums deutlich erkennbar bleibt.

8. Das Zusammensein eines fluorescirenden Stoffes mit anderen fluorescirenden oder nichtfluorescirenden Stoffen hat sehr verschiedenen Einfluß auf den Charakter der Fluorescenz desselben; in manchen Fällen erleidet derselbe keine Veränderung in anderen Fällen dagegen wird derselbe gänzlich verändert. Sind mehrere fluorescirende Stoffe mit einander gemengt, so entsteht eine zusammengesetzte Fluorescenz, deren Farbe im diffusen Tages- oder directen Sonnenlichte sehr verschieden sein kann, trotzdem stets dieselben Stoffe mit einander gemengt sind. Wenn die verschiedenen Stoffe nicht verändernd auf ihre Fluorescenzen einwirken, läßt sich eine derartige zusammengesetzte Fluorescenz stets in die einfachen Fluorescenzen derjenigen Stoffe, welche in der Mischung enthalten sind, auflösen, und in so ferne kann man durch Fluorescenz das Vorhandensein gewisser Stoffe in einem Gemenge verschiedener Stoffe erkennen, im gegentheiligen Falle aber nicht.

9. Es gibt Stoffe, welche durch Zusatz von Säuren und solche, welche durch Zusatz von Alkalien stark fluorescirend werden, in diesen Fällen ist es gleichgiltig, welche Säure, oder welches Alkali angewendet werde, der Charakter der Fluorescenz bleibt stets derselbe [1]). (Nur Chlor- und Jodwasserstoffsäure machen eine Ausnahme, in so ferne sie die Fluorescenz zerstören.)

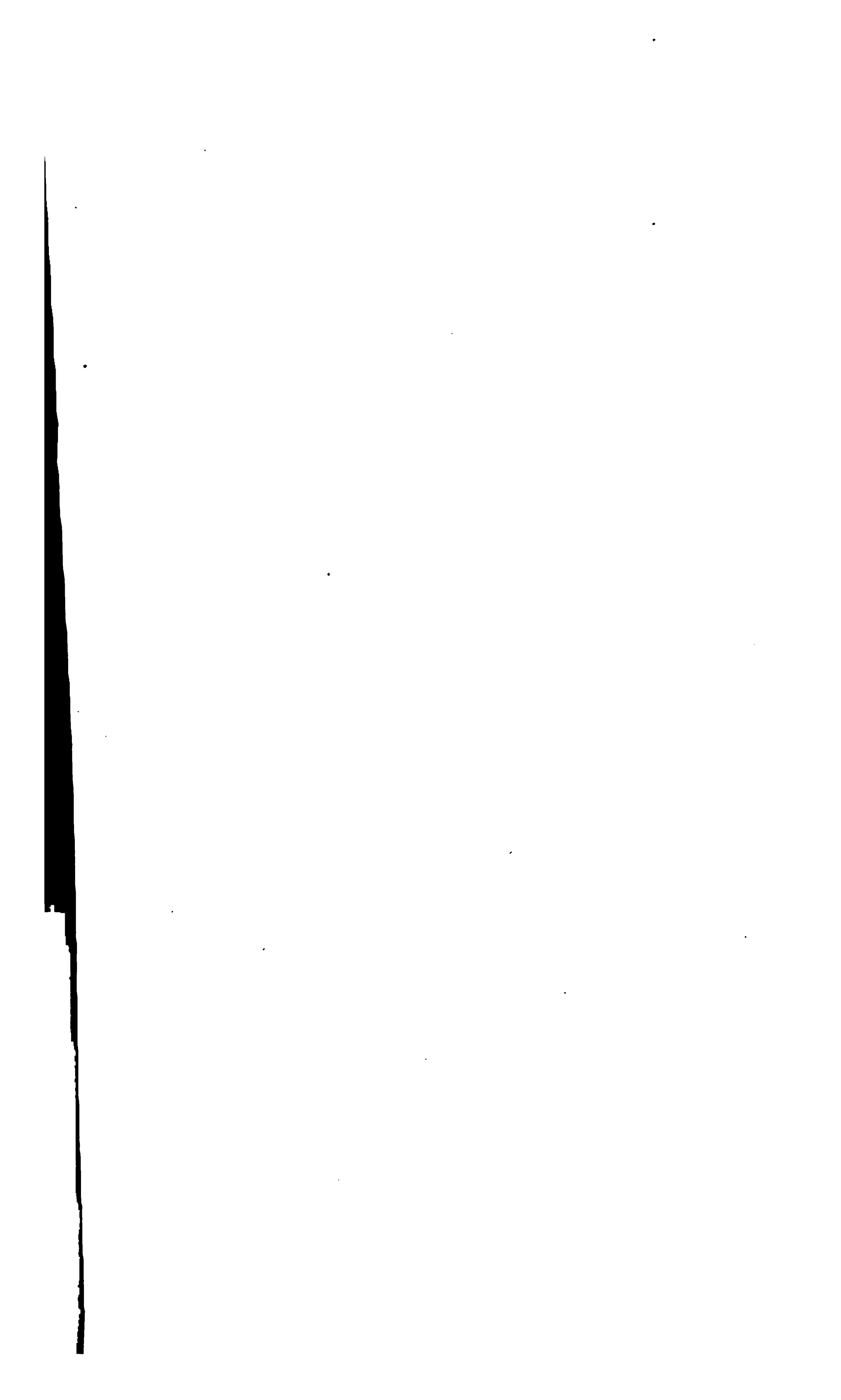
---

[1]) Dieses Verhalten ist gewissermaßen analog denjenigen farbig durchsichtigen Medien, welche ihre Farbe durch Zusatz von Säuren oder Alkalien verändern. Auch bei diesen ist die resultirende Mischfarbe unabhängig von der Natur der zugesetzten Säure oder Base.

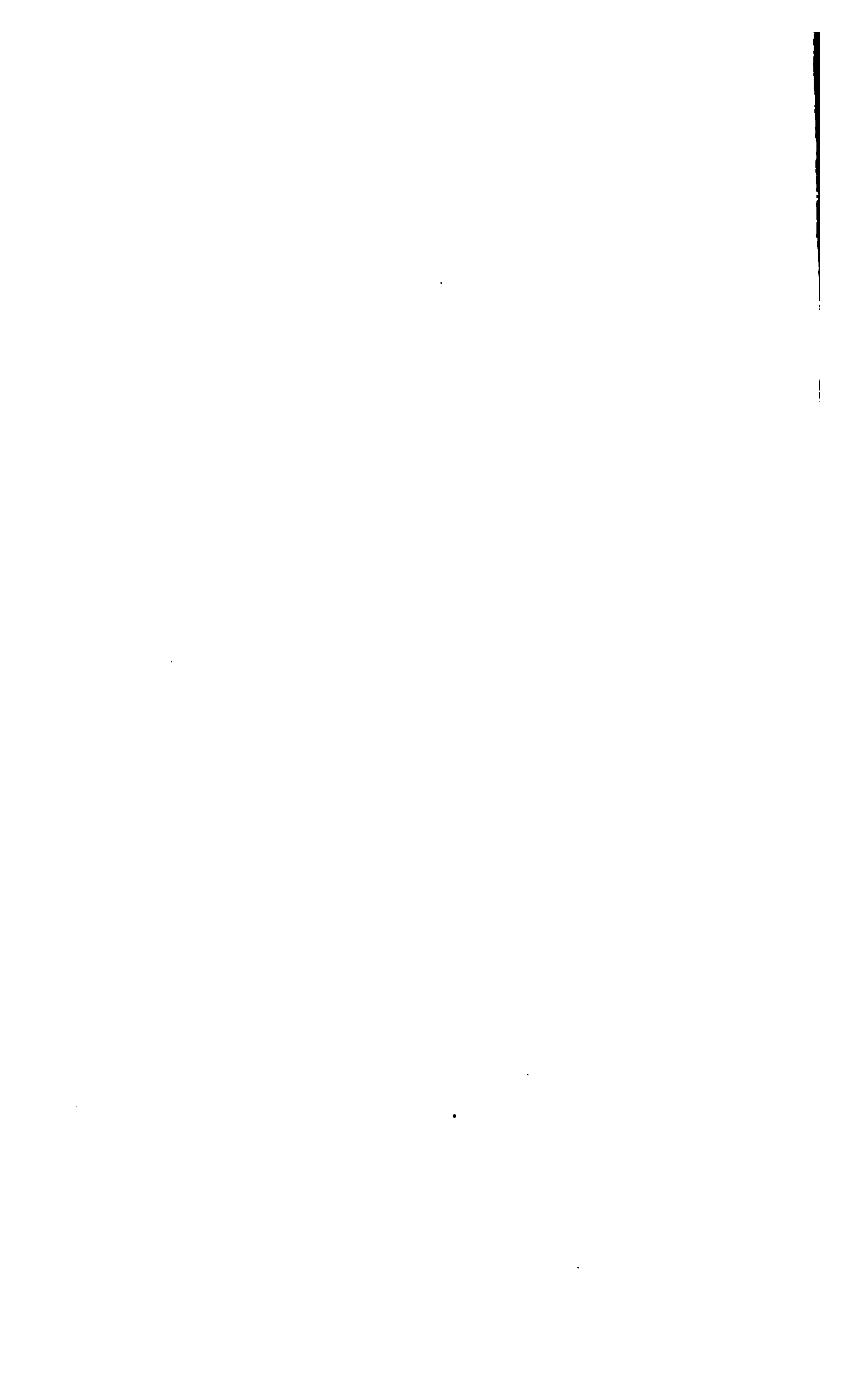
10. Das Licht künstlicher Lichtquellen, oder solches we
durch farbige Medien gegangen ist, bewirkt mitunter Verschie
heiten des Fluorescenzcharakters, verglichen mit jenem im Son
lichte, in so ferne Beginn und Maximum der Fluorescenz auf an
Stellen als im Sonnenspectrum fallen können.

Zusammenhang zwischen Fluorescenz und Phosphorescenz.

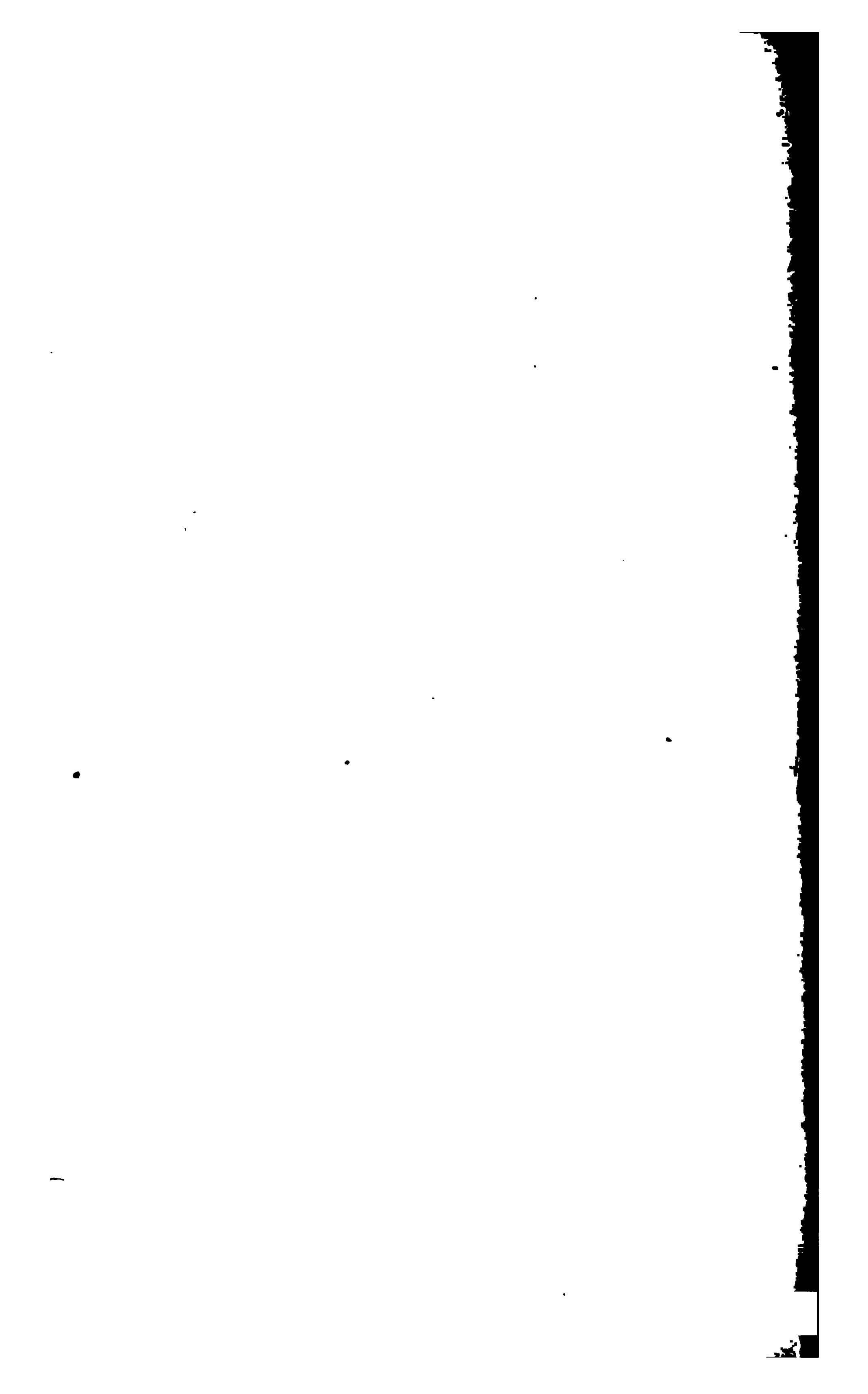
Es mußte für mich von Interesse sein, die Phosphoresc
erscheinungen, welche sich an den Schwefelverbindungen vers
dener Erdmetalle in so ausgezeichneter Weise entwickeln, ebe
in den Kreis meiner Untersuchungen einzubeziehen, und ich ver
dete zu diesem Behufe verschiedene Präparate, die theils von Al
in Frankfurt a. M., zum Theil von Lenoir in Wien herrührten.
Projicirt man das prismatische Spectrum auf einen derart
phosphorescirenden Körper, so sind die Erscheinungen dieselben
bei fluorescirenden. Die Phosphorescenz beginnt bald in den si
baren, bald in den ultravioletten Strahlen, kurz bei verschied
Präparaten in verschiedenen Gegenden des Spectrums, sie hat e
falls ein Maximum (bei einigen Stoffen fand ich auch zwei Max
und die Farbe des Phosphorescenzlichtes ist in der ganzen
dehnung der Phosphorescenz erregenden Partie des Spectrums
selbe. Analysirt man ein auf einen derartigen Körper projic
Linearspectrum durch ein Prisma, so erhält man ebenfalls ein a
leitetes Spectrum, welches der Hauptsache nach genau dasselbe
sehen hat, wie das eines fluorescirenden Stoffes, nur läßt die uneb
rauhe Oberfläche dieser Körper kein reines Spectrum zu, es
stets viel Licht unregelmässig zerstreut, weßhalb es auch nicht m
lich war, mit Sicherheit zu erkennen, ob sich nicht auch hier
Analogon mit der zusammengesetzten Fluorescenz finde, ich verm
indessen, daß bei einigen der von mir untersuchten Stoffe et
derart der Fall sei. Der ganze Anblick, den ein phosphorescirend
Körper im prismatischen Spectrum darbietet, ist so vollständig d
selbe wie bei einem fluorescirenden, daß man aus diesem Anbli
allein durchaus nicht entscheiden könnte, ob man es mit einer Phos-
phorescenz oder einer Fluorescenz zu thun habe; der Unterschied
der beiden Erscheinungen liegt nur darin, daß die Fluorescenz so-
gleich verschwindet, wenn man das einfallende Licht abblendet, wäh-
rend die Phosphorescenz in diesem Falle fortdauert, aber in ihrer



Intensität rasch abnimmt. Dabei gestalten sich wieder die Erscheinungen genau so wie bei einer fluorescirenden Flüssigkeit, bei welcher man die Concentration bis zum Verschwinden der Fluorescenz abändert. Zuerst wird das Phänomen an der Seite des Beginnes und im Ultraviolett unmerklich und bleibt zuletzt nur noch an den Stellen des Maximums bemerkbar. Auf diese Weise scheint mir die Behauptung von E. Becquerel, daß Fluorescenz und Phosphorescenz sich nur durch die Dauer unterscheiden, indem die erstere mit dem Aufhören der erzeugenden Strahlung sogleich erlischt, letztere aber noch fortdauert, völlig begründet.







Die jedem Fachmanne bekannten, bei der raschen Entwickelung der Wissenschaft von Jahr zu Jahr sich steigernden Unzukömmlichkeiten, welche mit der cumulativen Herausgabe von Abhandlungen verbunden sind, die sich auf sämmtliche naturwissenschaftliche Fächer beziehen, haben die mathematisch-naturwissenschaftliche Classe der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften bestimmt, ihre Sitzungsberichte in zwei gesonderten Abtheilungen erscheinen zu lassen.

Die **erste Abtheilung** enthält die Abhandlungen aus der Mineralogie, Botanik, Zoologie, Anatomie, Geologie und Paläontologie; die **zweite Abtheilung** die aus der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

Von jeder dieser Abtheilungen erscheint jeden Monat mit Ausnahme von August und September ein Heft, welches drei Sitzungen umfasst. Der Jahrgang enthält somit zehn Hefte.

Dem Berichte über jede Sitzung geht eine vollständige Übersicht aller in derselben vorgelegten Abhandlungen voran, selbst wenn diese nicht zur Aufnahme in die Schriften der Akademie bestimmt werden.

Der Preis des Jahrganges beträgt für eine Abtheilung 12 Gulden ö. W.

Von allen grösseren Abhandlungen kommen Separatabdrücke in den Buchhandel und sind durch die akademische Buchhandlung Karl Gerold's Sohn zu beziehen.



